



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN-MANAGUA



FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, CHONTALES
FAREM-CHONTALES

Tesis

Para optar al grado de doctora en Matemática Aplicada

Propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de Álgebra en la asignatura de Matemática General en la Facultad Regional Multidisciplinaria FAREM-Estelí, UNAN-Managua

Autora:
María Elena Blandón Dávila

Director de tesis:
Ph.D. Winston Joseph Zamora Díaz

Nicaragua, agosto 2017



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA



FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, CHONTALES

FAREM-CHONTALES

**Tesis para optar al grado de doctora en Matemática
Aplicada**

Título de la tesis

**Propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la
unidad de Álgebra en la asignatura de Matemática General en la
Facultad Regional Multidisciplinaria FAREM-Estelí, UNAN-Managua**

Autora:

María Elena Blandón Dávila

Director de tesis:

Ph.D. Winston Joseph Zamora Díaz

Nicaragua, Agosto de 2017

Carta aval del director de la tesis doctoral



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE CHONTALES “CORNELIO SILVA ARGUELLO”

“Año de la Universidad Emprendedora”

Honorables miembros del jurado
del jurado.

Sus manos,

INFORME AVAL DEL DIRECTOR DE TESIS

WINSTON JOSEPH ZAMORA DÍAZ, profesor titular del Departamento de Ciencias de la Educación de la Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales de la UNAN-Managua, hago constar que el trabajo de investigación desarrollado por la maestra **María Elena Blandón Dávila**, ha sido realizado bajo mi dirección. El mismo se desarrolló en el marco del programa de doctorado en Matemática Aplicada entre las universidades UNAN-Managua de Nicaragua y Universidad Central de las Villa de Cuba.

Hago constancia también que a lo largo del período de investigación he mantenido periódicas entrevistas con la tutorando en las que hemos discutido y consensuado los objetivos, así como la metodología, líneas de trabajo y perspectivas de futuro. Asumo que el trabajo responde de manera notable a los objetivos planteados y que por supuesto el trabajo presentado cumple las expectativas expuestas desde el inicio.

Ante toda esta sobrevalorada opinión del desempeño de la maestra Blandón durante el desarrollo de su tesis de doctorado considero que está más que apta para leer y hacer pública la misma.

Juigalpa, Chontales a 28 de Noviembre del 2017.

Fdo. Ph.D. Winston Joseph Zamora Díaz

DEDICATORIA

A Dios, porque me dio sabiduría para salir adelante.

A mis hijos Alan Virgilio y Virginia María, quienes son vida e inspiración y apoyarme en todo momento.

A mis difuntos padres que siempre me inculcaron valores, me dieron ánimo y de forma permanente me decían “*Lo más grande que puedes tener es el amor a Dios, a tu familia y tu preparación*”.

A toda mi familia que de una u otra forma colaboraron para la culminación de mi tesis.

AGRADECIMIENTOS

Han sido tantas personas que me han apoyado y alentado en este capítulo de mi vida y durante esta larga y productiva trayectoria que culminó con la realización de este trabajo. A ustedes mi más profundo respeto y admiración.

A mi director de tesis Ph.D. Winston Joseph Zamora Díaz, mi más sincero agradecimiento. Gracias por creer en mí, por su tiempo y por apoyarme. Admiro su compromiso.

A los docentes de la Universidad Central Martha Abreu de Las Villas, Cuba facilitadores de los diferentes módulos del doctorado.

A las autoridades de la UNAN-Managua, por hacer posible que se desarrollara este programa de doctorado.

A las autoridades de la FAREM-Estelí, por permitirme realizar este estudio y apoyarme en todo momento.

A las autoridades de la FAREM-Chontales por su hospitalidad.

A los estudiantes, docentes, personal de dirección que fueron parte de este estudio y me acompañaron durante este proceso.

A docentes y administrativos de la FAREM-Estelí que me brindaron apoyo cuando lo solicité.

A mis colegas y compañeros de trabajo Julita y Víctor, que siempre compartimos conocimientos, alegrías y tristezas.

A la maestra Gregoria y al Lic. Oscar docentes de español quienes me apoyaron en la revisión de la tesis.

A las Doctoras Graciela Farrach Úbeda y Ana Teodora Téllez Flores por su apoyo incondicional.

A mis compañeras de oficina por darme siempre palabras de aliento.

A todas las personas que de alguna forma me apoyaron en la realización de la tesis.

A todos ustedes mi más sincero agradecimiento.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	12
CONTEXTO Y ÁMBITO	12
1.1 Planteamiento del problema	13
1.2 Justificación	20
1.3 Cuestiones de la investigación.....	22
CAPÍTULO II	23
OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	23
2.1 Objetivos.....	24
2.1.1 General.....	24
2.1.2 Específicos	24
CAPÍTULO III	25
ESTADO DEL ARTE	25
3.1 Estado del arte.....	26
CAPÍTULO IV	34
PERSPECTIVA TEÓRICA	34
4.1 Perspectiva teórica	35
4.1.1 Paradigmas educativos.....	40
4.1.2 Estrategias de enseñanza-aprendizaje.....	43
4.1.3 Aprendizaje activo o participativo.....	50
4.1.4 Aprendizaje colaborativo o cooperativo.....	51
4.1.5 Aprendizaje significativo.....	51
4.1.6 Aprendizaje significativo desde la Matemática	53
4.1.7 Metodologías activas-participativas	58
4.1.8 El constructivismo	59
4.1.9 Estrategias Metodológicas activas	61
4.1.10 Técnicas participativas.....	62
4.1.11 Las TIC y su importancia en Educación.....	68
4.1.12 La evaluación de los aprendizajes	72

CAPÍTULO V	74
PERSPECTIVA METODOLÓGICA DE LA INVESTIGACIÓN	74
5.1 Enfoques filosóficos	75
5.2 Tipo de investigación.....	76
5.3 Enfoque de la investigación.....	77
5.4 Finalidad de la investigación	80
5.5 Investigación según el contexto.....	81
5.6 Según el alcance temporal	81
5.7 Escenario, población y muestra	82
5.8 Contexto de la investigación.....	84
5.9 Técnicas e instrumentos de recogida de datos	85
5.10 Descripción de las etapas del trabajo de campo	94
5.11 Procesamiento y análisis de la información.....	102
5.12 Triangulación de información.....	104
5.13 Categorización	105
CAPÍTULO VI	111
RESULTADOS	111
6.1 Análisis y discusión de resultados	112
6.1.1 Resultados obtenidos por objetivo.....	113
CAPÍTULO VII	142
CONCLUSIONES	142
7.1 Conclusiones.....	143
CAPÍTULO VIII	149
RECOMENDACIONES	149
8.1 Recomendaciones	150
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	152
Bibliografía citada	153
ANEXOS	162

ANEXOS

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Información estadística.....	18
Tabla 2: De la Aritmética al Álgebra.....	38
Tabla 3: Clasificación de las estrategias de aprendizaje.....	58
Tabla 4: Población y muestra	83
Tabla 5: Técnicas e instrumentos de recolección de datos	93
Tabla 6: Sistema de categorización	107

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Dos modelos didácticos observados en la clase de Matemática.....	46
Ilustración 2: Aprendizaje significativo.....	57
Ilustración 3: Aprendizaje basado en TIC (ABT).....	69
Ilustración 4: Razones para usar TIC.....	69
Ilustración 5: Ambientes de aprendizaje enriquecedor por TIC	70
Ilustración 6: Fases y etapas de la investigación	79
Ilustración 7: Características de la investigación cualitativa	80

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1: Guía de entrevista a autoridades	163
Anexo 2: Guía de entrevista a docentes.....	165
Anexo 3: Guía de encuesta dirigida a estudiantes	167
Anexo 4: Guía de grupo focal.....	172
Anexo 5: Juicio de experto	175
Anexo 6: Descripción de los contenidos de la unidad de Álgebra	176
Anexo 7: Gráfico de resultados de encuesta realizada a estudiantes.....	179
Anexo 8: Evidencias de ejercicios indicados en la encuesta	187
Anexo 9: Propuesta metodológica	

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo general disponer de una propuesta metodológica para el aprendizaje significativo de los contenidos de la unidad de Álgebra como parte de la asignatura de Matemática General. Este estudio se realizó en los primeros años de dos carreras de la FAREM-Estelí, UNAN-Managua, en el período 2016-2017.

Inició con una revisión documental sobre el tema de investigación, que permitió realizar la fundamentación teórica. Posteriormente, se procedió a la aplicación de los instrumentos de recogida de datos siendo estos, observación de clases, encuesta a estudiantes de los grupos involucrados en este proceso, grupo focal a estudiantes seleccionados, entrevista a personal de dirección y docentes. Estas técnicas de investigación aplicada permitieron recopilar la información que luego fue categorizada y procesada para proceder al análisis de resultados. El aporte práctico de esta tesis es la elaboración de una propuesta metodológica que permita una mejor comprensión de los temas de Álgebra en los estudiantes. De igual manera, esta propuesta podrá ser utilizada por los docentes que imparten la asignatura de Matemática General.

“La matemática es como un gran árbol con muchas ramas; yo estoy en una rama pequeña de ese árbol”

Albert Einstein

INTRODUCCIÓN

Investigar es buscar respuesta a las preguntas que se hacen sobre los temas que son de interés. La investigación científica implica que las preguntas son acerca de la naturaleza que rodea, es decir, los que se llaman fenómenos naturales y sociales. Es así, que la investigación es importante, porque permite a la humanidad avanzar, evolucionar, desarrollar tecnología, conocer el entorno, cómo se ha realizado algo, lo que significa, que es aplicable a diferentes disciplinas de estudio.

La investigación le sirve a una sociedad para conocer los errores cometidos, lo que ha funcionado y de allí planear su futuro. También le sirve a un profesional para desarrollar mejor su trabajo, evolucionar en la forma que lleva a cabo sus funciones. Esta es muy importante en cualquier profesión y para distintos fines.

Al hablar de investigación es preciso referirse a la investigación educativa como un proceso sistemático e intencional que consiste en la recogida de información fiable y válida junto al análisis e interpretación de la misma, con el fin de ampliar el conocimiento sobre los fenómenos educativos, buscar una explicación y comprensión de los mismos, así como solucionar los problemas planteados en el ámbito de la educación.

La investigación educativa para el docente del siglo XXI señala una posición constructivista, dado que, se debe buscar que el estudiante aprenda haciendo su propio aprendizaje. El actual ritmo de renovación de estrategias exige un conocimiento de la utilización de saber cómo hacer. La renovación de estrategias se acelera tanto que va de la mano con la renovación tecnológica en la sala de clases, tanto como comunicativas en el desarrollo de la televisión, computadoras de alto nivel de velocidad para los diferentes “software” y las demás telecomunicaciones que se utilizan en el aula de clases.

Con base en lo establecido por el Ministerio de Educación (2010), el maestro se ve obligado a prepararse continuamente para acompañar un aprender significativo eficaz. Este enfrenta diversos problemas que son necesarios atender mediante la investigación. Es así, que la investigación educativa está referida a la búsqueda sistemática de nuevos conocimientos, con el fin de que éstos sirvan de base tanto para la comprensión de los procesos educativos como para la mejora de la educación.

De acuerdo a Moreno (2000):

En la investigación educativa se realizan estudios con la intención de lograr una mejor comprensión del proceso enseñanza-aprendizaje, de las condiciones en que puede llevarse a cabo con mayor eficacia. Los fenómenos que suelen ser estudiados en esta investigación están vinculados con la naturaleza, la eficacia, la conducción del aprendizaje, aunque también se abordan problemas relacionados con diferentes situaciones educacionales. Por consiguiente, en toda investigación de este tipo se refleja explícita o implícitamente la concepción de la educación que el investigador ha integrado en su propio panorama conceptual. (pp. 29-30).

Se considera importante mencionar que a lo largo de los siglos, a la educación se le ha atribuido un papel decisivo en el desarrollo de la sociedad y en particular a la formación del ser humano, porque ella permite la transmisión cultural de generación en generación. La educación constituye un fenómeno que se manifiesta en múltiples formas de la práctica social y a niveles muy diferentes. Es un proceso complejo, dialéctico que sufre cambios periódicos en aras de dar respuesta a las crisis que surgen a partir de las nuevas necesidades de la sociedad.

Cobra importancia destacar el potencial de la Matemática como campo de la investigación, que al igual que otras ciencias, requiere de los aportes de la misma desde dos grandes ámbitos: desarrollo teórico, es decir, los estudios referidos a la investigación pura (epistemología y estructura de la ciencia) que concretan la Investigación Matemática como un ciclo en el que las ideas se representan en forma abstracta, se manipulan estas abstracciones y se comprueban los resultados comparándolos con las ideas originales. La de carácter práctico (la más cercana a los docentes en el aula), tal como su planificación, sus estrategias de enseñanza, la elaboración y utilización de recursos y la evaluación, entre otros aspectos que pudieran ser catalogados como de investigación aplicada y que estructuran la Investigación en Educación Matemática.

Castro (2012), expresa:

Es preciso, entonces la necesidad de investigar en la línea de la Matemática en donde se incentive la reflexión teórica y metodológica en torno a los principios de esta área del conocimiento, así como los medios y formas de acercarse a ella para estudiarla y plantear acciones comprometidas con la mejora de la calidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje de esta importante ciencia. (p.58).

Una de las disciplinas que forma parte esencial de nuestra sociedad es la Matemática y su desarrollo responde al interés y deseo de resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos. En la actualidad, la Matemática es una rama del saber que goza de un amplio prestigio social, debido a la asociación que se hace de ésta con el desarrollo científico y tecnológico. Un estudiante de buen rendimiento en Matemática, es asociado a una persona capaz, con amplias perspectivas de desarrollo profesional. Pero para el común de los estudiantes, la Matemática sigue siendo una asignatura compleja, provista de un lenguaje críptico y de escasa significancia en su vida cotidiana.

La matemática es, sobre todo, saber hacer. Es una ciencia en la que el método debe predominar sobre el contenido. Por ello, se debe insistir más en el desarrollo de los pensamientos propios que en la mera transferencia de contenidos, debido a que en este mundo que es muy cambiante, es mucho más valioso desarrollar procesos de razonamiento útiles, que memorizar una serie de conceptos que muy rápido se olvidan.

Es así que, el saber Matemática además de ser satisfactorio, es sumamente importante para interactuar con fluidez y eficacia en un mundo matematizado y la necesidad del conocimiento matemático crece día a día al igual que su aplicación. En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, los conocimientos, las herramientas y las maneras de hacerla y comunicarla evolucionan constantemente. Es por esta razón, que este proceso debe estar enfocado en el desarrollo de las destrezas necesarias para que el estudiantado sea capaz de resolver problemas cotidianos, fortaleciendo así el pensamiento lógico y creativo.

En este sentido, las estrategias desempeñan un papel fundamental, implican un cambio de paradigma, desde el conductista al enfoque constructivista y de este al socioconstructivista que se caracterizan por que los estudiantes elaboran activamente significados gracias al rol

mediador del docente. De igual manera, la mediación pedagógica ocupa un lugar privilegiado en cualquier sistema de enseñanza-aprendizaje. En el caso de la relación presencial es el docente quien debería actuar como mediador pedagógico entre la información a ofrecer y el aprendizaje por parte de los estudiantes.

En tanto, Gutiérrez & Prieto (1996), opinan que:

En el ámbito educativo, las estrategias de aprendizaje significativo han sido uno de los focos de investigación más importantes, debido a que éstas facilitan un proceso de aprendizaje eficaz puesto que sirven de herramientas para la construcción de conocimientos y desarrollo de destrezas". (p. 50).

En el artículo escrito por Guzmán, (2004) referido al contexto en que se ha desarrollado el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, expresa que los últimos treinta años han sido escenario de cambios muy profundos en la enseñanza de la Matemática, el movimiento de renovación hacia la "Matemática moderna" de los años 60 y 70 trajo consigo una honda transformación de la enseñanza, tanto en su talante profundo como en los contenidos nuevos con él introducidos. Entre las principales características de dicho movimiento y sus efectos pueden mencionarse los siguientes:

- Se subrayaron las estructuras abstractas en diversas áreas, especialmente en Álgebra.
- Se pretendió profundizar en el rigor lógico, en la comprensión, contraponiendo ésta a los aspectos operativos y manipulativos.
- Esto último condujo de forma natural al énfasis en la fundamentación a través de las nociones iniciales de la teoría de conjuntos y en el cultivo del Álgebra, donde el rigor es fácilmente alcanzable.
- La geometría elemental y la intuición espacial sufrieron un gran detrimento. La geometría es, en efecto, mucho más difícil de fundamentar rigurosamente.
- Con respecto a las actividades fomentadas, la consecuencia natural fue el vaciamiento de problemas interesantes, en los que la geometría elemental tanto abunda, y su sustitución por ejercicios muy cercanos a la mera tautología y reconocimiento de nombres, que es, en buena parte, lo que el Álgebra puede ofrecer a este nivel elemental.

En la década de los 70 del siglo XX se empezó a percibir que muchos de los cambios introducidos no habían resultado muy acertados. Como se señala, con la sustitución de la geometría por el Álgebra, la Matemática elemental se vació rápidamente de contenidos y de problemas interesantes. La patente carencia de intuición espacial fue otra de las desastrosas consecuencias del alejamiento de la Geometría de los programas, defecto que hoy se puede percibir muy claramente en las personas que realizaron su formación en aquellos años. Se puede decir que los inconvenientes surgidos con la introducción de la llamada "matemática moderna" superaron las cuestionables ventajas que se habían pensado conseguir, como el rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea.

En la Memoria del Primer Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe (Red de educación matemática de América Central y de el Caribe, 2013) en el que participaron muchos países, se refirieron a las competencias relacionadas con las Matemáticas. En el marco de la convergencia Europea plantean que tradicionalmente, en las asignaturas de Matemática, independiente del nivel educativo la metodología consistía en impartir clases magistrales presentadas de forma sistemática, deductiva, yendo de lo general a lo particular.

En algunas clases teóricas, se le añadía una pequeña cantidad de clases prácticas, denominadas las clases de problemas, muchas veces rutinarios. Se suponía, que el estudiante estudiaba la teoría y ejercitaba, conduciéndole a saberse la asignatura y demostrándolo en un examen.

Finlandia, en la presentación realizada en el congreso denominada La educación Matemática en Finlandia, planteó que con la publicación de los resultados de las pruebas del TIMSS (tercer estudio internacional de Matemática y Ciencias, 1995), enfocó mucho la atención en el éxito de algunos países asiáticos, sobre todo Singapur, Corea, Japón y Hong Kong; en donde habían comentarios sobre los currículos rigurosos, tradicionales e indicaciones sobre las horas de estudio. Expresan que ahora han recibido muchos comentarios a nivel internacional por su éxito en las pruebas de PISA y por las diferencias en comparaciones con

otros países en las mejoras que han inculcado en el sistema educativo para el desarrollo del éxito escolar.

En el planteamiento que realizan los autores de la memoria del congreso, en su trabajo proponen una aproximación inductiva a las Matemáticas que enfatice los métodos de resolución de problemas basada en el desarrollo de una serie de tareas como son: clases expositivas utilizando el método inductivo, realización de ejercicios de aplicación, talleres de resolución de problemas, seminarios divulgativos en los que se muestren aplicaciones reales de la Matemática, permitiendo ello una mejora en el rendimiento académico de la asignatura y por consiguiente el desarrollo de competencias matemáticas.

Vygotsky (1984), señala que los alumnos aprenden mejor en colaboración con sus pares, profesores, padres y otros, cuando se encuentran involucrados de forma activa en tareas significativas e interesantes. Sin embargo, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática se ve afectado por factores como: poca vinculación de su contenido con la realidad, poca utilización de la matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje de contenidos pertenecientes a otras disciplinas de un mismo plan de estudio, la vinculación del contenido matemático a realidades ajenas a la del estudiante, así como poco uso de estrategias de enseñanza activas participativas y de recursos didácticos.

En el documento, la Didáctica en la Educación escrito por Carvajal (2009), el autor señala que la Didáctica es una ciencia, situada en la educación, que trata de estudiar e intervenir en el proceso de enseñanza-aprendizaje y que es el campo del conocimiento de investigaciones, de propuestas teóricas y prácticas que se centran sobre todo en los procesos de enseñanza-aprendizaje. El estudiante es el principal actor del proceso, por tanto, el desempeño del docente debe ir más allá del cumplimiento de un programa o de la formulación de una simple pregunta ¿Qué entendieron?, es así, que deben crear las condiciones para realizar actividades de aprendizaje cercanas a nuestro mundo real.

De acuerdo con Carvajal (2009):

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática como asignatura y con el fin de preparar al hombre y a la mujer para la vida, debe dotarlo de un sistema de conocimientos, habilidades, hábitos, modos de actuación y convicciones para su accionar en la sociedad en

que vive, a tono con el contexto actual que impone el vertiginoso desarrollo científico-técnico. Esta asignatura, como todas, se encuentra condicionada por el contexto histórico-social, se transforma, se actualiza, se desarrolla acorde a las nuevas exigencias de la sociedad. (p.53).

Siguiendo la secuencia del párrafo anterior, es importante señalar que se ha venido mejorando en gran medida en el desarrollo de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, sin embargo hace falta, pues todavía se encuentran clases en donde lo que se le presenta a los estudiantes es una guía de ejercicios a resolver y este problema llega a la evaluación en donde queda meramente en dar puntaje a una respuesta final, sin tomar en cuenta los procedimientos realizados por los estudiantes para llegar a ese resultado.

En este orden, las Universidades y el Ministerio de Educación (MINED) de nuestro país están realizando grandes esfuerzos por incidir en la mejora de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática. El MINED está revisando el currículo, preparando a los docentes, en la mejora constante de los programas de estudio, la incorporación de estrategias metodológicas, la integración de la tecnología de información, las aulas TIC, las tele clases para el fortalecimiento de contenidos y el canal Educativo en línea “Nicaragua Educa”, para que los maestros y estudiantes refuercen sus conocimientos y mejoren la calidad del aprendizaje escolar de secundaria, sobre todo en el undécimo grado.

La sociedad contemporánea exige la constante renovación de las instituciones de Educación Superior, lo que implica transformaciones en la Docencia, Investigación, Extensión y Gestión Universitaria.

El Modelo Educativo de la UNAN-Managua (2007), consciente de su responsabilidad histórica, y de acuerdo con su Misión, asume el compromiso de formar profesionales mediante la gestión de un Modelo Educativo centrado en las personas, que contribuya con el desarrollo integral de los estudiantes. Este Modelo articula las acciones de los diferentes actores partícipes en el quehacer educativo de la Universidad y, orienta la formación de profesionales con una concepción científica y humanista, capaces de interpretar los fenómenos sociales y naturales con un sentido crítico, reflexivo y propositivo. Sus componentes esenciales son: Modelo Pedagógico, Modelo Curricular, y Modelo Didáctico. (p.7)

En los ejes rectores del modelo educativo de la UNAN-Managua (2011), se desarrollan aspectos relacionados con la misión, la visión, los valores, los ejes y objetivos estratégicos.

La Misión expresa:

Formar profesionales y técnicos integrales desde y con una concepción científica y humanista del mundo, capaces de interpretar los fenómenos sociales y naturales con un sentido crítico, reflexivo y propositivo, para que contribuyan al desarrollo social, por medio de un modelo educativo centrado en las personas; un modelo de investigación científica integrador de paradigmas universales; un mejoramiento humano y profesional permanente derivado del grado y postgrado desde una concepción de educación para la vida; programas de proyección y extensión social, que promuevan la identidad cultural de los y las nicaragüenses. (p.19).

La visión expresa que:

La UNAN-Managua es una institución de Educación Superior pública y autónoma, de referencia nacional e internacional en la formación de profesionales y técnicos, a nivel de grado y posgrado, con compromiso social, con valores éticos, morales y humanistas y en defensa del medio ambiente, líder en la producción de ciencia y tecnología, en la generación de modelos de aprendizaje pertinentes que contribuyen a la superación de los retos nacionales, regionales e internacionales; constituyéndose en un espacio idóneo para el debate de las ideas y el análisis crítico constructivo de prácticas innovadoras y propuestas de mejoramiento humano y profesional permanentes, contribuyendo a la construcción de una Nicaragua más justa y solidaria y, por tanto, más humana y en beneficio de las grandes mayorías.(p.19).

En el modelo educativo se encuentra descrita la normativa de planificación curricular, el perfil profesional. Se establece que los planes de estudio contienen asignaturas de Formación General, Básica y Profesionalizante. Es así como la asignatura de Matemática General, que es objeto de estudio de esta investigación, corresponde al bloque de asignaturas de Formación Básica. También hace referencia al aprendizaje significativo, a la aplicación de estrategias metodológicas de construcción de conocimientos, en el saber hacer, que necesita para lograrse del saber y del saber ser como condiciones sine qua non.

Es en el año 2013 que se inicia a trabajar con los planes de estudio reformados estando fundamentados con base en lo establecido en el Modelo Educativo. El programa de Matemática General en su estructura contiene el descriptor de la asignatura, fundamentación, objetivos generales de la asignatura, plan temático, objetivos, contenidos y recomendaciones metodológicas por cada unidad. El programa está conformado por cuatro unidades. Están planteados los objetivos por unidad y clasificados en conceptuales, procedimentales y actitudinales. Se concluye con la propuesta de recursos didácticos, el sistema de evaluación de la asignatura y la bibliografía sugerida.

A partir del análisis del programa de Matemática General he centrado esta investigación en la unidad de Álgebra. Esta es la rama de las Matemáticas que estudia las relaciones y cantidades, junto a la geometría, el análisis matemático, la combinatoria y la teoría de números. Es en esencia, la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde el punto de vista abstracto y genérico, independiente de los números u objetos concretos.

Es así, que en este trabajo de investigación el problema que se aborda es ¿Cómo se debe caracterizar una propuesta metodológica para el aprendizaje significativo de los contenidos de la unidad de Álgebra como parte de la asignatura de Matemática General? y tiene como título *Propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de Álgebra en la asignatura de Matemática General en el primer año de dos carreras de la FAREM-Estelí, durante el primer semestre de 2017.*

El objetivo general es: Disponer de una propuesta metodológica para el aprendizaje significativo de los contenidos de la unidad de Álgebra como parte de la asignatura de Matemática General en el primer año de dos carreras de la Facultad. En la misma se toma como objeto de estudio el proceso de aprendizaje de la Matemática General, de forma específica en la unidad de Álgebra en el nivel universitario y el campo científico es la didáctica de la matemática.

Los métodos y procedimientos de investigación son los siguientes:

Métodos del nivel teórico

Histórico y lógico: Para conocer el fenómeno objeto de estudio en sus antecedentes y tendencias actuales, en lo que respecta al desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Analogía: Para la búsqueda de regularidades en el proceso de enseñanza-aprendizaje desde la visión de la asignatura de la Matemática General y de forma particular la unidad de Álgebra.

El **analítico-sintético, el inductivo-deductivo y el enfoque sistémico**, para estudiar las tendencias didáctico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el nivel universitario y las particularidades de esta didáctica cuando se proponen estrategias metodológicas para la enseñanza-aprendizaje.

Análisis documental: Para el estudio y análisis de la literatura especializada en torno al tema, documentos normativos vigentes, resultados de investigaciones afines e informes.

Métodos del nivel empírico

- La observación de clases, para determinar el desempeño de estudiantes y docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Entrevista, encuestas, y grupos focales para conocer criterios de docentes y estudiantes, buscar hechos que fundamentan la existencia del problema de investigación acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de la unidad de Álgebra y obtener información que permita utilizarla en la propuesta metodológica.

La novedad científica de este estudio radica en la propuesta metodológica para la enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Matemática General en la unidad de Álgebra, en donde se logre la participación activa de los estudiantes, desencadenando un proceso negociador entre el facilitador y los educandos. De modo que, el abordaje de los contenidos se desarrolle con una lógica didáctica para la comprensión de los mismos, aproximándonos a un aprendizaje vivencial, creativo, expresivo y contextualizado. Es decir, que comprenda el significado de lo que estudia y se integre de forma positiva a la construcción consciente de su propio aprendizaje.

El capítulo I de esta tesis está referido al “Contexto y Ámbito” de la investigación. Se presenta el planteamiento del problema, justificación, cuestiones de investigación referidas a las preguntas. El capítulo II contiene los objetivos de la investigación. El capítulo III es el estado del arte. El capítulo IV denominado “Perspectiva Teórica” está referido a la fundamentación teórica de la tesis, contempla aspectos de las teorías matemáticas, didácticos-metodológicos. En el capítulo V, “Perspectiva de la investigación” se enfoca el referente metodológico y los procedimientos utilizados para cumplir con los objetivos planteados.

En el capítulo VI se describen los resultados de la investigación considerando el cumplimiento de los objetivos específicos. Por último, en los capítulos VII y VIII se

presentan las principales conclusiones y recomendaciones procedentes de la investigación. Se continúa con la bibliografía y anexos. En el documento anexo, se le da salida al objetivo general de la investigación, aquí se presenta la propuesta metodológica correspondiente al desarrollo de los contenidos de la unidad de Álgebra.

CAPÍTULO I

CONTEXTO Y ÁMBITO

“El álgebra es el lenguaje de las matemáticas... las matemáticas son esencialmente, la expresión de ideas complejas y sofisticadas mediante símbolos, y operaciones sobre símbolos y las operaciones aparece el álgebra”

D.J Lewis, 1975

1.1 Planteamiento del problema

En este capítulo se expone una visión general del área problemática y del tema específico de investigación.

De acuerdo con Cabrera & Vázquez (2012) la educación Matemática “es un fenómeno social, complejo con varias aristas y que, de acuerdo a distintos autores, está vinculada al contexto y a las condiciones específicas donde esta se desarrolla”. Estos autores asumen que las capacidades cognitivas superiores, generales y transversales se construyen en la mediación pedagógica, es decir, en la acción del aula, desarrollando ciertas acciones transversales definidas aquí como procesos (razonar y argumentar; plantear y resolver problemas; comunicar; conectar; representar) y tareas colocadas en varios niveles de complejidad.

Mamani (2009), expresa que a través del tiempo, la matemática ha sido usada para diferentes objetivos, por ejemplo en la Mesopotamia fue un elemento para elaborar vaticinios y considerada como un medio para acercarse a los dioses por los Pitagóricos. Si bien es cierto, que la Matemática es una rama del saber que goza de un amplio prestigio social, debido a la asociación que se hace de esta con el desarrollo científico y tecnológico, sigue siendo rechazada y dando problemas a muchos estudiantes. Es así, que los estudiantes saben realizar algunos procedimientos, pero no manejan el por qué lo hacen, planteando que no le encuentran sentido a la misma.

En los procesos de enseñanza-aprendizaje del Álgebra en secundaria, se privilegia el manejo de algoritmos y procesos operativos que permiten realizar cálculos y solucionar algunos ejercicios. Ello muestra que los estudiantes desarrollan habilidades operacionales, pero no logran aprender conceptos, comunicar ideas matemáticamente o comprender enunciados matemáticos.

Lo antes planteado, indica que es necesario propiciar las condiciones necesarias para favorecer en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, el aprendizaje significativo. El hablar del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, una asignatura de alto valor en la actualidad implica abordar el contenido desde el tema, el aprendizaje y la forma.

Significa que los estudiantes desarrollen habilidades y destrezas que le servirán en su vida diaria. Por ello, es necesario romper con todos los medios, la idea preconcebida, y fuertemente arraigada en nuestra sociedad, proveniente con probabilidades de bloqueos en los estudiantes, de que la Matemática es necesariamente aburrida, abstracta, inútil, inhumana y muy difícil.

Mamani (2009), expresa que la Aritmética es la ciencia que se ocupa de los objetos concretos, esto es de los números. En cambio, el Álgebra es, en esencia, la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico. Es preciso hacer referencia, que el concepto de Álgebra se ha modificado por lo menos en dos ocasiones a lo largo de la historia de esta disciplina: en la primera a mitad del siglo XIX y a principios del XX. El término procede de una obra del matemático árabe Muhamand b Mūsa al Jxārizmī, y durante todo el primer período significó cálculo, sentido que aún conserva en los cursos elementales.

A continuación se plantean las modificaciones dadas en estos dos siglos:

El siglo XIX tiene una gran importancia en la evolución del Álgebra, donde aparece con un carácter más abstracto, surgen objetos desconocidos hasta entonces, pero que captan el interés de los matemáticos del momento como son los grupos, las matrices o los hipercomplejos. Mientras que en el Álgebra anterior lo principal era la resolución de ecuaciones numéricas, aquí se centra en el estudio de las estructuras algebraicas. Todo ello dio lugar a lo que hoy en día se conoce como Álgebra moderna, siendo conocido el siglo XIX como la edad de Oro de las Matemáticas.

Para Mankiewicz (2005), durante el siglo XX la fundamentación de la teoría de conjuntos junto con la investigación de los límites se convirtieron en una ciencia especial, denominada la lógica matemática, la cual forma una parte importante de los fundamentos de las Matemáticas Modernas.

Con base en las consideraciones anteriores, decidí realizar esta investigación en la asignatura de Matemática General de forma específica en la unidad de Álgebra, tomando en cuenta la trascendencia de esta unidad en el desarrollo del quehacer matemático. Para ello, debe trabajarse con metodologías activas participativas, tomando en cuenta el rol que le compete desempeñar a docentes y estudiantes.

La propuesta presentada contiene ejercicios de introducción, desarrollo, conclusión e indicaciones de trabajo extraclase, utilizando recursos didácticos y estrategias metodológicas, al igual que se explica paso a paso el procedimiento para la solución de los mismos. Esto con el fin, que los estudiantes puedan interactuar con la misma y resolver las sugerencias de trabajo indicadas para lograr un aprendizaje significativo. En el caso de los docentes, le permitirá conducir el proceso de enseñanza-aprendizaje de manera más efectiva.

Es pues necesario que la Matemática se transforme progresivamente en lugar de que se de manera abrupta y descontrolada, mediante un proceso de algebrización que inicie en el nivel secundario y luego concluya en el nivel universitario.

Mi experiencia docente indica claramente que muchos de los aspectos antes señalados continúan todavía vigentes en el desarrollo del aprendizaje de la Matemática y en particular de la unidad de Álgebra, ya que los estudiantes que provienen del nivel secundario e ingresan a la Universidad, sienten un gran rechazo en esta temática, sobre todo cuando se trabajan los casos de factorización, productos notables, resolución de ecuaciones. Es más, cuando se aplican estos contenidos a la solución de problemas no los resuelven, debido a que en el nivel de secundaria se hace muy poco énfasis en esto último. Esto indica, que no hay un aprendizaje significativo en algunos de estos estudiantes, por ende no se han alcanzado las competencias matemáticas necesarias según el nivel en que están ubicados.

Ahora bien, me motivó el trabajo con esta unidad y de manera particular con el grupo de Física-Matemática, porque me corresponde interactuar con asignaturas de Álgebra y cuando se abordan algunas unidades y contenidos se observa claramente que en muchos de los casos el problema no radica en el nuevo contenido que se aborda, sino en los conocimientos de los cursos anteriores que se prevé ya los manejan.

Para citar un ejemplo, cuando en el Álgebra I se trabaja con el tema de Estructura de semianillo ordenado de los números naturales y el subtema de Principio de Inducción Matemática, muchas veces los estudiantes no logran resolver en su totalidad estos ejercicios, pues convergen a un caso de factorización en donde se sienten imposibilitados para continuar y por ende, dejan irresuelto el ejercicio planteado. Algunas de las dificultades de aprendizaje presentadas en esta asignatura y unidad son causadas generalmente por la deficiencia de conocimientos previos, la desmotivación que sienten por la asignatura, la falta de hábitos de estudio y por la carencia de estrategias en el proceso de aprendizaje.

Se considera que los estudiantes que optan por la carrera de Física-Matemática es porque tienen afinidad con la misma, traen del nivel medio conocimientos más sólidos en la asignatura. Cabe destacar, que esta carrera en los últimos doce años en la Facultad tiene una gran demanda, cada año quedan entre 30 a 60 estudiantes de primera opción sin ingresar a la misma.

En lo que respecta a la carrera de Psicología, interesa conocer el dominio que tienen sobre algunos conceptos de Álgebra y como actúan frente a ellos, la interacción con la misma a sabiendas que para muchos es probable que estos temas no sean de interés, por la carrera que estudian y que la han seleccionado por tener menos relación con la Matemática.

Analizando los registros históricos de la prueba de ingreso en los últimos 15 años de la UNAN-Managua, se observa en la tabla 1 que el porcentaje de aprobación es relativamente muy bajo, y es independiente del número de estudiantes. Por ejemplo en el año 2005, comparado con el 2008, la cantidad de estudiantes presentados a examen de ingreso superó en 3,523; sin embargo si se contrasta con el porcentaje de aprobados descendió en un 5.41%.

Si se continúan revisando los datos se concluye que el número de estudiantes que aprueban es mínimo en relación con los que realizan examen.

Es preciso realizar un análisis más a profundidad, dado que, hay estudiantes que no aprueban el examen, teniendo promedios de secundaria muy buenos, que oscilan de 80 a 100 puntos. A criterio personal, inciden varios factores que permiten obtener estos resultados. Algunos de ellos son: los estudiantes no vienen suficientemente preparados para realizar el examen de ingreso, el estrés, no han sido instruidos en la secundaria para este tipo de examen, entre otros.

A continuación se presentan los resultados:

Tabla 1: Información estadística

Año	Pre matriculados	Presentados	% Presentados	Aprobados	% Aprobados
2003	7739	6320	81.66%	203	3.21%
2004	8252	6578	79.71%	273	4.15%
2005	7746	5954	76.87%	657	11.03%
2006	7502	6872	91.60%	503	7.32%
2007	8007	7304	91.22%	351	4.81%
2008	10240	9477	92.55%	533	5.62%
2009	10628	9987	93.97%	985	9.86%
2010	11778	11068	93.97%	1119	10.11%
2011	12600	11600	92.06%	270	2.33%
2012	13013	11912	91.54%	658	5.52%
2013	12332	11582	93.92%	246	2.12%
2014	13007	12281	94.42%	1064	8.66%
2015	13880	13054	94.05%	1144	8.76%

	Presentados	Aprobados ≥ 60	
Año 2016	12973	6196	47.76%
Año 2017	14226	4443	31.23%

Fuente: Elaboración propia a partir de datos provenientes de registro central (UNAN-Managua. Registro Central, 2017).

Otro aspecto a considerar, es que los libros de texto analizados y otro material bibliográfico referidos a la asignatura no están trabajados desde la mediación pedagógica. En su mayoría no están contextualizados, lo que se encuentra es un listado de ejercicios, algunos resueltos y otros por resolver. Los libros de texto de Matemática orientados para el nivel medio y universitario y que en sus temáticas contienen los contenidos de Álgebra, carecen de tratamiento metodológico a los contenidos, así como de la introducción de actividades del entorno para ser aplicadas a la resolución de los ejercicios.

Algunos de estos libros orientan pasos para resolver ejercicios de forma más detallada, otros los resuelven de manera directa. Cabe resaltar, que en el nivel primario al analizar algunos

libros referidos a la Matemática se integran componentes de la didáctica y son más lúdicos. Los temas de Álgebra en los libros de texto son abordados iniciando con una introducción de aritmética. Las representaciones algebraicas se tratan como enunciados generalizados de las operaciones aritméticas; es decir que se trabaja en términos procedimentales en donde los valores numéricos se sustituyen por expresiones algebraicas para obtener resultados específicos.

Sin embargo, una vez que se ha completado esta introducción, bastante superficial, las representaciones algebraicas empiezan a tratarse como objetos matemáticos sobre los cuales se ejecutan ciertas operaciones estructurales tales como: combinar términos, factorizar o restar un término en ambos lados de una ecuación. La mayoría de los textos actuales hacen una presentación del Álgebra centrada en la manipulación de expresiones simbólicas a partir de reglas generales que se refieren a objetos abstractos.

Mamani (2009), señala que se trata de que los estudiantes actúen con la máxima rapidez en la realización de transformaciones de expresiones algebraicas, las cuales no tiene significado que pueda aportar sentido a su trabajo. “La habilidad para manipular los símbolos es importante, pero el aspecto crítico del trabajo es entender qué razones y justificaciones hacen que unas transformaciones sean lícitas y otras no” (p.23)

En lo que respecta al programa de la asignatura de Matemática General que se está trabajando, indica el año en que da inicio la transformación curricular, en lo referido a las orientaciones metodológicas recomiendan tomar en cuenta algunas propuestas de trabajo que contribuyan a la dinamización del proceso docente educativo. La unidad se debe iniciar haciendo una reseña histórica del Álgebra y su importancia, e indican que en los encuentros se desarrollarán diversas estrategias de aprendizaje que involucren directamente a los estudiantes. Además que los docentes deberán garantizar material para el desarrollo de los contenidos incluyendo guías de trabajo.

No se logra evidenciar orientaciones metodológicas basadas en experiencias de aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo cada docente de forma separada prepara su planificación tomando en cuenta lo establecido en el Modelo Educativo. Cabe señalar, que los docentes que trabajan con la asignatura son de la carrera de Matemática.

Tomando en consideración la problemática a la cual se enfrenta el docente día a día en el desarrollo de la asignatura de Matemática, es fundamental que se proponga en las clases trabajar con estrategias metodológicas activas-participativas que coadyuven a dar solución a esta problemática. Cada docente tiene la responsabilidad de buscar nuevas alternativas en cuanto a estrategias metodológicas que incidan en la mejora de los aprendizajes y rendimientos de los estudiantes, así como hacer uso de la calculadora y diferentes softwares para el trabajo con la Matemática.

Es así, que este trabajo de tesis se enfoca en la propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de Álgebra en la asignatura de Matemática General y se pretende que contribuya a la superación de algunos factores limitantes y que obstaculizan el aprendizaje en los contenidos de la unidad antes mencionada.

1.2 Justificación

Gil & Guzmán (1993), manifiestan que:

En la educación Matemática actual, en los nuevos escenarios que involucra la comunicación y la tecnología donde el profesor de Matemática y los nuevos estándares curriculares, deben hacer cambios en las distintas actividades que realiza, es necesario determinar el nuevo rol del profesor en el proceso enseñanza- aprendizaje, al interactuar con estudiantes de diferentes avances y con intereses particulares diferenciados. (p.35).

El predominio del modelo tradicional en la asignatura de Matemática General, se traduce en un aprendizaje basado únicamente en la reproducción mecánica de los contenidos abordados por los docentes. Así que, existen insuficiencias de carácter didáctico, con métodos reproductivos basados en escuchar, leer, discutir y elaborar trabajos. Esto conlleva a los estudiantes a la memorización, lo que no es congruente con lo que establece la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel. (Ausubel & Novak, 1983). En dicha teoría se enfatiza, que el estudiante es el constructor de su propio aprendizaje, con la mediación del docente.

La investigación es pertinente, dado que nuestra alma máter se encuentra en un proceso de transformación curricular, el cual tiende a un aprendizaje centrado en el sujeto que aprende. Esto, a fin de ir mejorando nuestra práctica pedagógica y es conveniente, puesto que, servirá para que los estudiantes afiancen sus conocimientos, con miras a un aprendizaje significativo.

La trascendencia de esta investigación está relacionada con el aporte en la elaboración de una propuesta metodológica activa-participativa contribuyendo a la motivación y generación de interés por el aprendizaje de la unidad de estudio. En relación al aspecto metodológico, la propuesta a elaborar estará disponible para estudiantes y docentes que deseen utilizarla en función a la mejora continua del proceso de enseñanza-aprendizaje. De igual manera, se considera que este estudio servirá de base para otras investigaciones que tengan como interés principal profundizar sobre la temática.

En consecuencia, se espera que la realización de esta investigación posibilite construir información muy enriquecedora que sirva para la toma de futuras decisiones de índole metodológico que tengan que asumirse en el desarrollo del proceso de aprendizaje en los estudiantes.

Es evidente, entonces que el aporte a esta investigación desde el punto de vista teórico es la mejora continua del proceso de aprendizaje, favoreciendo un clima propicio para estimular el interés del estudiantado por el estudio de la misma.

Al estimar la utilidad del trabajo se destaca un alto valor metodológico, pues refleja en orden lógico e integrado, los pasos necesarios para llevar a cabo la elaboración de la propuesta metodológica.

Desde el punto de vista social, la organización de la participación de los estudiantes en la toma de decisiones para la construcción colectiva de sus aprendizajes, incrementa la satisfacción por el estudio y estimula la productividad estudiantil y la calidad del conocimiento, máxime cuando cada estudiante conoce cómo orientar sus esfuerzos individuales y colectivos para su desempeño efectivo en la solución al problema propuesto. Todos los aspectos anteriormente recogidos se integran, de forma armónica y dinámica, en la presente investigación en una estructura establecida.

1.3 Cuestiones de la investigación

A partir del planteamiento del problema se esbozan una serie de preguntas las que tendrán respuesta durante el desarrollo de la investigación.

Pregunta general

¿Cómo se debe caracterizar (en contenido y forma) una propuesta metodológica para el aprendizaje significativo de los contenidos de la unidad de Álgebra como parte de la asignatura de Matemática General ?

Preguntas específicas

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la elaboración de una propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Matemática General y de forma específica en la unidad de Álgebra?
2. ¿Cómo debe ser la ruta metodológica para poder elaborar esta propuesta?
3. ¿Cómo es la conducción del proceso enseñanza-aprendizaje de la unidad de Álgebra?
4. ¿Cuáles son las estrategias metodológicas más enriquecedoras para el aprendizaje significativo de la asignatura de Matemática General en la unidad de Álgebra?

CAPÍTULO II

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Objetivos

2.1.1 General

Disponer de una propuesta metodológica para el aprendizaje significativo de los contenidos de la unidad de Álgebra como parte de la asignatura de Matemática General en el primer año de dos carreras de la Facultad.

2.1.2 Específicos

1. Determinar los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la elaboración de una propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Matemática General y de forma específica en la unidad de Álgebra.
2. Describir la conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de la unidad de Álgebra.
3. Fundamentar las estrategias metodológicas activas que propicien el aprendizaje significativo en la asignatura de Matemática General en la unidad de Álgebra.

CAPÍTULO III

ESTADO DEL ARTE

3.1 Estado del arte

Para situar el área problemática se procedió a realizar revisión de la literatura correspondiente al tema de investigación la cual consistió en textos impresos y digitales en el período comprendido del 2014 al 2017. En las fuentes consultadas se encuentran libros de texto, artículos de revista, tesis doctorales. Se localizaron varios estudios que abordan algunos aspectos con el tema objeto de investigación, realizados en diferentes países tales como Chile, España, Bolivia, Ecuador, Cuba, Perú, México, Guatemala. En su mayoría son tesis doctorales orientadas a nivel de primaria y secundaria. Entre los trabajos de investigación realizados y que tienen relación con el presente trabajo, se pueden citar los siguientes:

1. Morales (2014), en su tesis denominada: Estrategias Metodológicas para contribuir el aprendizaje del Álgebra y Geometría en el primero de bachillerato del Colegio Nacional Mixto San Joaquín, durante el año lectivo 2012-2013. Se planteó como objetivo general: Diseñar, planificar y aplicar estrategias metodológicas basadas en la teoría constructiva, para el aprendizaje del Álgebra y geometría que contribuyera a mejorar la calidad del aprendizaje en el Ecuador en primero de bachillerato del Colegio Nacional Mixto San Juan.

El desarrollo de la tesis está fundamentada en el método analítico sintético. Para el proceso de ejecución del trabajo el autor se guió con el método inductivo, acompañado de técnicas como el cuestionario para diagnosticar el estado de los estudiantes antes y después de plantearles las estrategias propuestas. El nivel de la investigación fue correlacional ya que relacionó la aplicación de las estrategias metodológicas (enseñanza) para mejorar los conocimientos de Álgebra y Geometría (Aprendizaje) de los estudiantes.

Planificó cuatro sesiones de clases, las cuales fueron aplicadas, donde la autora consideró que los aspectos más destacables de las clases fueron:

La ejecución del juego de las magnitudes escalares y vectoriales en el internet, el modo de evaluar las actividades, la utilización del software GeoGebra para la solución de los diferentes problemas de vectores, el uso de internet como medio de consulta, la forma

didáctica de presentar las clases. Las nuevas representaciones de solucionar problemas permitieron que se entendieran más los conceptos impartidos en cada clases.

Entre los resultados obtenidos se encontró que el 41% de los estudiantes conocen algunas cantidades físicas como cantidades de longitud, masa, tiempo, precios, velocidad, desplazamiento y el 59% de ellos todavía no reconocen cantidades escalares. El 88% no pueden ubicar objetos, por ejemplo, la ubicación de la casa donde viven con respecto al colegio, el 12% pueden ubicar objetos en el plano pero todavía les falta perfeccionar. El 63% de estudiantes conocen conceptos de paralelas, perpendiculares, colineales, recta, segmento de recta, segmento dirigido, semirrecta, recta secante, pero el 37% no conoce estos conceptos.

En lo que se refiere a los resultados actitudinales y procedimentales del bloque de Álgebra y geometría, en un grupo el 18% alcanzó los aprendizajes requeridos y el 82% superó los aprendizajes. En consecuencia el 100% de ambos grupos de estudiantes mejoraron el rendimiento de los parámetros procedimentales y actitudinales en el bloque de trabajo.

Concluyó que las estrategias metodológicas son la base para la planificación de un tema, la utilización del software GeoGebra y Modellus es fundamental para la solución de ejercicios de Álgebra y Geometría.

Asimismo, que los ejercicios y problemas en flash, son importantes para el aprendizaje del Álgebra y Geometría y también para otros temas de Matemáticas. De igual manera, los juegos resultaron muy eficientes en el momento de la aplicación.

2. Esquinas (2009), autora de la tesis: Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: Del símbolo a la formalización algebraica: Aplicación a la práctica docente realizada en Madrid dice:

Mi preocupación por la didáctica y en concreto por la didáctica de las matemáticas surge de mi propia experiencia en la práctica docente. La necesidad de dar respuesta a los continuos obstáculos con los que mis alumnos se encuentran a lo largo del proceso de aprendizaje me ha impulsado a profundizar en los fundamentos de la didáctica y del conocimiento, en general, y, en particular de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. (p.30).

Entre los objetivos que se planteó para este proceso se encuentran los siguientes:

- Comprobar la capacidad de los alumnos de expresarse con rigor a través de la escritura en lenguaje natural, lo cual resulta imprescindible para la comprensión de la necesidad del lenguaje algebraico formal.
- Valorar la capacidad de comprensión de un enunciado matemático en lenguaje natural.
- Determinar el grado de comprensión de los signos de operaciones aritméticas bien conocidos a este nivel en dos aspectos, operativo y relacional.

Manifestó que la razón de centrarse en este estudio fue la necesidad de dar respuesta a los problemas particulares de sus alumnas, es por ello que la muestra no la seleccionó de forma aleatoria, dado que pretendía estudiar las dificultades particulares de las estudiantes escolarizadas en dicho centro para establecer unas líneas didácticas adecuadas a su problemática particular.

La investigación es de tipo exploratorio e interpretativo, enmarcado en el paradigma cualitativo. Entre los instrumentos utilizados está el cuestionario, el cual lo validó e hizo el análisis a la información obtenida de cada pregunta. En su tesis, él aborda que la delimitación y aclaración del lenguaje algebraico, como símbolo y signo, semántica y sintaxis, serán fundamentales para realizar un análisis exhaustivo de los procesos de formalización que debe realizar el estudiante de Matemáticas en esta etapa.

Concluyó que el lenguaje natural es dominado por la mayor parte de las alumnas, con las diferencias específicas entre los grupos de primaria y secundaria.

También que las operaciones aritméticas no representan dificultad alguna en su operatividad para cualquiera de los cursos evaluados. Asimismo, en lo que respecta al Álgebra, sólo la mitad de las estudiantes de primaria se encontraron en disposición para aprenderla, mientras que en secundaria aproximadamente las tres cuartas partes de las alumnas son capaces de evaluar la Aritmética a nivel estructural.

Por último, las estudiantes que dominan el lenguaje algebraico en toda su magnitud representativa y formal son una minoría, correspondiente, sobre todo, a los cursos de secundaria y con diferencias significativas entre ambos cursos.

3. López, (2008), en su tesis denominada Productos, notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita, una propuesta didáctica para el bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades, tenía como objetivos principales:

En primer lugar, diseñar una propuesta didáctica sobre la enseñanza de las Matemáticas, con respecto a los temas de productos notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Encontrar la manera de reducir al máximo el índice de reprobación, que se da de manera alarmante en el bachillerato.

Y por último, evitar la deserción de los alumnos, ya que en los últimos años lejos de disminuir se ha incrementado.

La autora planteó como objetivo general: Mejorar el aprendizaje de los alumnos en un tema crucial como son los productos notables y la solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Asimismo, para ayudar a mejorar el aprendizaje se desarrollaron materiales didácticos que permitieran una mayor comprensión sobre los temas de productos notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita, que corresponde a la quinta unidad de Matemáticas I, en el bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades.

De acuerdo con López (2008):

Los productos notables, así como la factorización, desempeñan un papel muy importante en los cálculos algebraicos. No solamente para el curso de Matemática I, vemos su aplicación en la resolución de ecuaciones de segundo grado; en el curso de Matemáticas III, en las secciones cónicas, en la parábola, entre otros temas. En términos generales la factorización es parte fundamental de la Matemática, por lo que considero que es importante tener cuidado en su desarrollo como consecuencia de que el manejo de estas expresiones facilita la resolución de diversos problemas. (p.10).

Este trabajo muestra un análisis realizado a un grupo de 25 alumnos. Se basó en una prueba sobre los contenidos del tema de ecuaciones de segundo grado y se aplicó en la modalidad

de pre test, post test, realizándose el estudio en el colegio de Ciencias y Humanidades plantel Azcapotzalco. Se hizo en dos fases, la primera consistió en la aplicación del instrumento diagnóstico al inicio de la unidad. La segunda fase en la aplicación del instrumento diagnóstico una vez que los estudiantes ya habían trabajado con el material didáctico, es decir, al final de la unidad. El diagnóstico tenía como finalidad evaluar el desempeño de los educandos a lo largo de la unidad, así como conocer cuáles son los conceptos que han sido significativos en el aprendizaje de los estudiantes.

A continuación se indican algunas conclusiones llegadas por la autora de la tesis:

La autora concluye que la relación alumno-profesor, trajo consigo una excelente retroalimentación e interacción que permitió romper las barreras que todavía suelen existir en algunas aulas de clases. Además llamó la atención que el tema relacionado a los productos notables fue uno de los que más les gustó a los estudiantes, dado que se hizo una vinculación entre el Álgebra y la geometría, esto ayudó a comprender las reglas de los productos notables.

Y por último, los educandos se dieron cuenta que la factorización la pueden utilizar para simplificar una expresión algebraica y también que al resolver una ecuación cuadrática empleando la fórmula general se encuentra automáticamente la factorización de la ecuación.

4. Fernández (1997), en la tesis: Evaluación de las competencias en álgebra elemental a través de problemas verbales se planteó como objetivo principal aportar elementos de juicio e instrumentos fiables para evaluar las competencias que sobre Álgebra elemental tienen los estudiantes españoles, a través de la resolución de problemas verbales. El enfoque determinado para el proceso de investigación lo indicó como exploratorio.

En el planteamiento del problema indica que en su estudio era de interés la Educación Secundaria Obligatoria. El tópico específico fue el Álgebra para el período escolar de 12-16 años, en donde todos los estudiantes inician el estudio del Álgebra escolar de forma obligatoria. El instrumento evaluativo utilizado fue una selección adecuada de ítems, considerando el dominio que se mantiene sobre la misma.

La población a la cual se dirigió el estudio fue el conjunto de estudiantes españoles que habían recibido instrucción en Álgebra elemental en la enseñanza obligatoria y post-obligatoria con estudiantes de la ciudad de Granada. Para la muestra seleccionó un total de 160 estudiantes, distribuidos en dos conglomerados, 80 para cada grupo, estudiantes que estaban finalizando la secundaria obligatoria o los que ya finalizaron y no habían recibido posteriormente instrucción algebraica durante un período igual o mayor que tres años,

A continuación se presentan algunos resultados planteados por el autor:

Uno de los resultados planteados fue que los problemas verbales algebraicos parecen que mejoran con el transcurso del tiempo, dentro del circuito estudiantil: la madurez de los estudiantes facilita la comprensión del texto de este tipo de problemas y, por lo tanto, la comprensión del significado de las relaciones algebraicas. Ciertas rutinas basadas en la memorización y repetición tienden a perderse en la memoria a largo plazo, permaneciendo las obtenidas a través de una enseñanza de tipo significativa.

Asimismo se logró una enseñanza constructivista, que permita enfrentar al sujeto situaciones problemáticas que le posibiliten generar una construcción de los conocimientos con significado para él, facilitará su fijación en la memoria a largo plazo y el acceso a la información almacenada a través de esta enseñanza. Por lo tanto, parece más adecuado para la enseñanza-aprendizaje de los problemas verbales algebraicos una enseñanza más cercana a la corriente constructivista del conocimiento, que a la conductista.

5. En el trabajo de investigación realizado por Garriga (2011), cuyo nombre es el lenguaje algebraico, un estudio con alumnos de tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria, señala que con la investigación realizada se proponía analizar la viabilidad de una propuesta didáctica alternativa que arbitrara los medios necesarios para superar los obstáculos didácticos que han aparecido en la práctica docente habitual.

Para la recogida de información el autor utilizó las técnicas de la observación de las respuestas escritas por los alumnos durante la primera fase de cada sesión del proceso de

enseñanza, las anotaciones escritas en el diario de clase sobre las incidencias más destacadas que sucedieron durante las dos fases de cada sesión (individual, trabajo de plenario).

El foco del trabajo de investigación tiene una clara intencionalidad formativa, como es mejorar la comprensión de los alumnos a la Educación Secundaria Obligatoria sobre el Álgebra, fomentando la utilización de las conexiones existentes entre la realidad física o económica relatada en los enunciados y la realidad Matemática expresada en las ecuaciones que plantean tales enunciados.

Concluye que muchos problemas de álgebra pueden plantearse de manera formalmente correcta si se piensa que los números, las letras y las operaciones de las ecuaciones son palabras que están escritas abreviadamente y se concibe el signo = como abreviatura de una palabra o signo de correspondencia entre un conjunto de objetos.

La propuesta curricular alternativa abordó la enseñanza del papel de las incógnitas como cantidades, en vez de palabras abreviadas, mediante la utilización del tanteo aritmético, de la comprobación semántica de los problemas y de la invención de enunciados. La propuesta no abordó la enseñanza del papel de las letras como variable o abreviatura. Manifiesta que una ampliación de la propuesta incidiría en la enseñanza de muchas situaciones del mundo real en las que las letras son variables o abreviaturas de palabras o etiquetas.

En el análisis realizado a las investigaciones consultadas se encontró que están dirigidas en su mayoría al enfoque didáctico buscando dar aportes para el aprendizaje significativo de la Matemática, proponiendo alternativas en busca de mejorar la enseñanza-aprendizaje de los estudiantes en su mayoría en el nivel primario y secundario, a fin de elevar la calidad del mismo y la mejora del rendimiento académico.

En estas tesis no se concluye con un material didáctico que pueda ser utilizado como material de estudio para otros grupos. Lo que hicieron fue planificar guías de trabajo, ejercicios de pretest y postest. Las propusieron a los estudiantes y fueron describiendo por cada actividad los resultados obtenidos indicando las fortalezas y debilidades encontradas. Posteriormente,

estas guías aplicadas las transfirieron a anexos en algunas de las tesis, en otras están ubicadas en el análisis de resultados. En su mayoría las tesis son de tipo cualitativo con enfoque descriptivo y transversal.

Las tesis consultadas pertenecen al ámbito internacional. En la búsqueda realizada se encontró solo una tesis dirigida a la enseñanza universitaria. En el caso de tesis elaboradas en el ámbito nacional solo se encuentran a nivel de pregrado para la opción al título de licenciatura en temas abordados para el nivel secundario o medio. En lo que respecta a maestrías se encontraron tesis con temas relacionados al rendimiento académico, evaluación, materiales didácticos.

En el artículo científico escrito por Vergnaud (s.f) denominado "Tiempo largo y tiempo corto en el aprendizaje del álgebra", y citado por Rabino, Cuello, & de Munno analiza ciertos aspectos a tener en cuenta en la transición entre el tratamiento aritmético de una situación problemática a resolver y el tratamiento algebraico, expresa que:

El Álgebra representa una doble ruptura epistemológica, por una parte la introducción de un desarrollo formal en el tratamiento de problemas habitualmente tratados intuitivamente, por otra parte, la introducción de objetos matemáticos nuevos como ecuación e incógnita, función y variable, monomio y polinomio. (p.22).

Algunas dificultades que se presentan en la Introducción del Álgebra en el nivel medio son: la significación del signo de igualdad, la introducción de procedimientos matemáticos nuevos, la función del Álgebra con respecto a la aritmética, el sentido que se le puede dar eventualmente a la solución negativa de una ecuación, las nociones de sistema y de independencia. (p.22).

La Aritmética consiste en elegir de manera intuitiva las incógnitas intermedias, así como los datos y las operaciones a utilizar para calcularlas, mientras que el Álgebra consiste en extraer relaciones sin comprometerse en un cálculo, y después tratar las ecuaciones de manera casi automática, sin tener en cuenta el sentido. Por otro lado, el Álgebra exige más a menudo que se manipulen incógnitas, lo que es antiintuitivo: los alumnos rechazan razonar y operar sobre incógnitas o sobre números desconocidos. (p.23).

Con base en los resultados encontrados en los trabajos de investigación analizados y al no encontrar tesis en donde se relacionen con una propuesta metodológica en el nivel universitario en la asignatura de Matemática General, me motivó a realizar este estudio.

Ello tiene que ver en cierta medida en que a nivel de la UNAN-Managua es por primera vez que se desarrolla un doctorado en Matemática Aplicada.

CAPÍTULO IV

PERSPECTIVA TEÓRICA

4.1 Perspectiva teórica

En este capítulo se presente el marco teórico en el que se fundamenta este trabajo, ya que la Matemática y su Didáctica necesitan de teorías que sustenten los trabajos de investigación. Para Hernández, Fernandez & Baptista (2014), el desarrollo de la perspectiva teórica es un proceso y un producto. Un proceso de inmersión en el conocimiento existente y disponible que puede estar vinculado con nuestro planteamiento del problema, y un producto (marco teórico) que a su vez es parte de un producto mayor. La perspectiva teórica proporciona una visión sobre dónde se sitúa el planteamiento propuesto dentro del campo del conocimiento en el cual nos moveremos.

Asimismo, Monje (2011), plantea que:

El proceso de construcción de teoría o fase de conceptualización del proyecto, al que también se le denomina referente conceptual, está encaminado a desarrollar un contexto conceptual amplio en el cual se ubique el problema. Este referente conceptual tiene la función de dar al investigador una perspectiva acerca del problema. (p. 78).

A continuación, se exponen algunos aspectos teóricos en las que se fundamenta este estudio. Ha sido organizado en relación a aspectos conceptuales relacionado con las teorías, paradigmas, metodologías activas participativas, estrategias metodológicas, el aprendizaje significativo.

Godino, Batanero, & Font (2004), consideran que la perspectiva histórica muestra claramente que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua y que en dicha evolución desempeña a menudo un papel de primer orden la necesidad de resolver determinados problemas prácticos (o internos a las propias matemáticas) y su interrelación con otros conocimientos.

Ejemplo: Los orígenes de la estadística son muy antiguos, puesto que se han encontrado pruebas de recogida de datos sobre población, bienes y producción en las civilizaciones china (aproximadamente 1000 años a. C.). Incluso en la Biblia, en el libro de Números aparecen referencias al recuento de los israelitas en edad de servicio militar. En el siglo XVII surge la aritmética política, desde la escuela alemana de Conring. Posteriormente, su discípulo Achenwall orienta su trabajo a la recogida y análisis de datos numéricos, con fines específicos

y con base en los cuales se hacen estimaciones y conjeturas, es decir, se observan ya los elementos básicos del método estadístico.

De acuerdo con Godino, et al. (2004):

Las matemáticas constituyen el armazón sobre el que se construyen los modelos científicos, toman parte en el proceso de modelización de la realidad, y en muchas ocasiones han servido como medio de validación de estos modelos. Por ejemplo, han sido cálculos matemáticos los que permitieron, mucho antes de que pudiesen ser observados, el descubrimiento de la existencia de los últimos planetas de nuestro sistema solar. (p. 22).

Es así, que las aplicaciones matemáticas tienen una fuerte presencia en nuestro entorno. Si queremos que el alumno valore su papel, es importante que los ejemplos y situaciones que mostramos en la clase hagan ver, de la forma más completa posible, el amplio campo de fenómenos que las matemáticas permiten organizar.

Según los autores del libro *Teoría, Crítica y Práctica de la Educación Matemática* Planas Raig, et al. (2012), expresan que la práctica de enseñar matemática está integrada por unas determinadas actividades y sus relaciones, a saber:

- La organización del contenido matemático para enseñarlo,
- El análisis y la interpretación de las producciones matemáticas del alumnado,
- La gestión del contenido matemático en el aula.

Asimismo, Godino et al. (2004), indicaron que:

Se debe destacar que las matemáticas constituyen un sistema conceptual lógicamente organizado. Una vez que un objeto matemático ha sido aceptado como parte de dicho sistema puede ser considerado como una realidad cultural, fijada mediante el lenguaje, y un componente de la estructura lógica global. En el proceso de estudio matemático habrá pues una fase en la que se fija una "manera de decir", públicamente compartida, que el profesor deberá poner a disposición de los alumnos en un momento determinado. (p. 40).

El razonamiento matemático y la demostración son componentes esenciales del conocimiento matemático entendido éste de la manera integral que se propone. Mediante la exploración de fenómenos, la formulación de conjeturas matemáticas, la justificación de resultados, sobre distintos contenidos matemáticos y diferentes niveles de complejidad los educandos apreciarán que las matemáticas tienen sentido. Partiendo de las destrezas de razonamiento con las que los niños entran en la escuela, los maestros pueden ayudarles a que aprendan lo que supone el razonamiento matemático.

Castro (2012), señala que si a la relevancia de esta disciplina se le añaden las dificultades que entraña su enseñanza y aprendizaje, se puede afirmar que cualquier estudio relacionado con la educación matemática se convierte en un proceso sumamente complicado, tal y como se observa en la evolución que ha tenido la enseñanza de esta disciplina a lo largo de la historia, que ha ido modificando desde sus propios contenidos hasta las metodologías pasando por los recursos didácticos empleados.

Díaz & Primero (2009), indican que un aspecto a destacar, es que en las aulas de clases se observa que “la matemática posee un lenguaje específico que simplifica y clarifica la comunicación, designando de una manera exacta sus contenidos”. Los cuales, si bien no se utilizan explícitamente en el cotidiano siempre se encuentran de manera implícita en las diferentes actividades que realizan las personas, dado que “Por medio del lenguaje matemático, los enunciados se presentan de forma genuina y sin ambigüedades” (p.6).

De acuerdo con Esquinas (2009):

La forma de entender el lenguaje matemático es el punto de partida para una de las definiciones de Álgebra, que consiste en describirla como “una herramienta fundamental en el trabajo con modelos matemáticos y en la resolución de una gran variedad de problemas que, además proporciona una estructura imprescindible para el estudio de la realidad desde un punto de vista matemático”. (p,75).

Siendo el Álgebra una rama de la Matemática que permite hacer generalizaciones y luego abstracciones, es de vital importancia la comprensión de la misma y el desarrollo de destrezas del cálculo algebraico por los estudiantes. Con base en lo planteado, se considera necesario que los docentes debemos abrir un espacio de reflexión y discusión acerca de cómo abordar el tema en las aulas de clases y compartir algunas actividades evaluando las posibles consecuencias para el aprendizaje de los estudiantes.

Las actividades para la enseñanza-aprendizaje del Álgebra pueden clasificarse en ejercicios, problemas y modelos de situaciones reales. Los ejercicios son los referidos a expresiones algebraicas y ecuaciones, los problemas son los llamados problemas literales o de enunciados y los modelos son de situaciones reales donde existe una mayor complejidad.

Según, la forma más convencional de concebir el Álgebra es como la rama de las matemáticas que trata de la simbolización de las relaciones numéricas generales, las estructuras matemáticas y las operaciones de esas estructuras.

Cantoral, Covián, Farfán, Lezama & Romo Vazquez (2015), plantean que:

En este sentido el Álgebra se interpreta como “una aritmética generalizada” y como tal involucra a la formulación y manipulación de relaciones y a propiedades numéricas. Sin embargo, las investigaciones ponen de manifiesto las implicaciones que tiene para el aprendizaje del Álgebra, considerar la Aritmética como su antecesora; el Álgebra no es simplemente una generalización de la Aritmética, supone un cambio en el pensamiento del estudiante y la dificultad para muchos participantes en la transición desde lo que puede considerarse modo informal de representación y resolución de problemas, al modo formal. (p.176).

Tabla 2: De la Aritmética al Álgebra

Diferencias en:	Aritmética	Álgebra
Símbolos de operaciones	Indican una acción que se va a realizar con números, y que da como resultado otro número, por tanto, dar significados a estos signos es dar un procedimiento que permita llegar a la respuesta. Ejemplo: $152+234= 386$	Tienen un carácter de representación, ya que indican operaciones que no siempre tienen por qué realizarse, y pueden quedar indicados como operaciones en potencia. Ejemplo $5x +9y = 19$
Signo igual	Se usa casi siempre con carácter unidireccional: a la izquierda se indica la operación y a la derecha se pone el resultado. En este caso el signo igual sirve para conectar el problema con el resultado numérico. Ejemplo: $152+234= 386$	Tienen un carácter bidireccional, es decir, hay que verlo actuar tanto de izquierda a derecha como de derecha a izquierda. A veces indica restricciones, como en el caso de las ecuaciones donde las igualdades sólo son ciertas para algunos valores. Ejemplo: $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3 = x - y \end{cases}$
Convenios de notación Son ambiguos en ambos casos, su aprendizaje lleva mucho tiempo.	Las equivocaciones al escribir pueden no variar el resultado final, pues si el estudiante sabe lo que está intentando realiza las operaciones correctamente sin tener muy en cuenta lo que ha escrito, llega a tener como referencia el contexto en el que está y saber a dónde quiere llegar.	Es esencial la escritura correcta de las expresiones con símbolos. La notación depende de la escritura simbólica pero también de normas determinadas por el uso correcto de los paréntesis y de la aplicación de las

Diferencias en:	Aritmética	Álgebra
		propiedades de las operaciones.

Fuente: En base a (Cantoral, et al. 2015, p.178).

La aplicación del Álgebra a problemas es difícil para muchos estudiantes, por ende es preciso encontrar fórmulas para que los estudiantes sean capaces de manifestar esas dificultades y puedan ser discutidas. Algunas de estas dificultades se deben a la significación que poseen las letras, ejemplo: $4n$ es comprendida a menudo como 4 cuadernos más que cuatro veces el número de cuadernos, y así se puede plantear para diferentes situaciones como 4 lapiceros, 4 camisas, entre otros. Un acercamiento a la discusión de estas afirmaciones es animar constantemente a comprobar por sustitución en el trabajo que se realice así como con pensar en letras.

Por otro lado, Usiskin (1988) citado por Palarea (1998), plantea que al considerar que el Álgebra concierne esencialmente la comprensión del significado de las letras y las operaciones con ellas, partiendo de una especie de análisis funcional estructural de contenidos, señala que los distintos usos que se hacen de las variables están relacionados con las distintas interpretaciones que se hacen del Álgebra y propone la siguiente relación:

Concepción del Álgebra	Uso de las variables
Aritmética generalizada Medios para resolver problemas Estudio de relaciones Estructura	Generalizar patrones (traducir, generalizar) Incógnitas, constantes (resolver, simplificar) Argumentos, parámetros (relacionar, graficar) Signos arbitrarios (manipular, justificar)

La idea de variable para el estudiante es un concepto de difícil asimilación, pues los símbolos que ha usado en Aritmética-signos de operaciones, paréntesis y números-son de significación unívoca y está acostumbrado a poder interpretar, de manera única, cada símbolo que encuentra. Cuando las letras vienen a sustituir a un número, son aceptadas como letras desconocidas que en algún momento, se podrán calcular, como letras incógnitas. Al

estudiante le resulta mucho más difícil imaginar que para una misma letra existen distintas posibilidades, aceptar la idea de la letra como variable.

Por consiguiente, en el aprendizaje del Álgebra hay que considerar lo que corresponde al pensamiento algebraico, además de la articulación de saberes matemáticos. En la medida de que un estudiante aprenda a articular sus ideas matemáticas, la comprensión matemática puede hacerse en forma más profunda y duradera, lo que a su vez resulta fundamental para ampliar y mostrar las interrelaciones entre diferentes conceptos y en sus posibles aplicaciones.

De acuerdo a García Moreno, Ibarra García, & Sañudo Guerra (2012):

La articulación conceptual de los saberes matemáticos, permite ver la importancia del todo y de las partes, en el sentido de darle significado a cada una de las partes que integran el todo, pero también significar al todo en cuanto a las implicaciones que conlleva en cada una de sus partes. (p.8).

4.1.1 Paradigmas educativos

Un paradigma es una perspectiva, esquema o cuadro mental que se mantiene mientras se está comprometido en una indagación. De manera que, un paradigma funciona al modo de una teoría que ayuda a organizar y comprender la realidad.

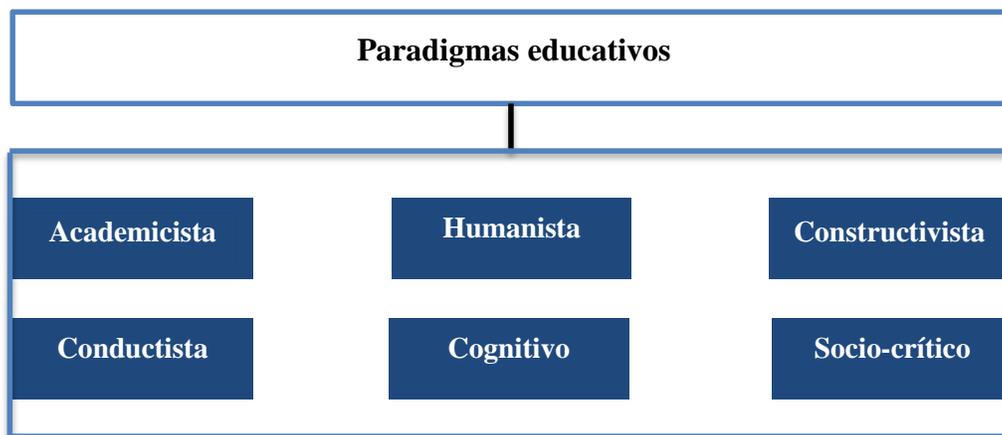
Flores Ochoa (2003), expresa que:

El nuevo paradigma educativo, centrado en el aprendizaje, nos puede marcar acertadamente la dirección por donde pueden ir las innovaciones educativas con garantías de éxitos, ya que el paradigma educativo centrado en el aprendizaje ejerce funciones directivas, orientadas respecto al cambio educativo. (p.45).

Expresa el autor, que la tarea del docente no es la misma en una concepción constructivista que en una concepción reproductora del conocimiento. Por tanto, la responsabilidad del educador no es la misma en una perspectiva centrada en el estudiante y en su aprendizaje que en una perspectiva centrada en la enseñanza y en el docente. Es así que en la Didáctica de la Matemática, aprender y enseñar conforman una unidad en la cual a través de la enseñanza se potencia no sólo el aprendizaje, sino también el desarrollo. La enseñanza de la Matemática

además de instruir, contribuye a la educación de los estudiantes y a la estimulación de su desarrollo intelectual.

A continuación, se presentan los paradigmas o enfoques educativos en relación al problema y estado de la cuestión, de forma específica la metodología didáctica, que es el campo científico en el que se ubica este estudio.



Cuadro comparativo de los paradigmas educativos

Paradigmas	Descripción
Academicista	<ul style="list-style-type: none"> •En este modelo predomina la figura del profesor, ya que es el portador de la información y es él, el que mantiene una relación autoritaria con los alumnos, e impone cierta forma de ver el conocimiento y el mundo. •El estudiante solamente escucha el monólogo del profesor y la información se transmite de forma unidireccional. Por tanto, este modelo tiende a centrarse más en la enseñanza que en el aprendizaje ya que no toma en cuenta las ideas o intereses de sus alumnos. •La función del alumno es que escuche atentamente las explicaciones, hacer los ejercicios, estudiar casi inevitablemente memorizando, repasen la lección y la reproduzca lo más fielmente posible en el examen, es decir, es más importante que el alumno sea capaz de repetir lo dicho por el docente que su capacidad de comprender. •Los contenidos se conciben desde una perspectiva más bien enciclopédica y con un carácter acumulativo, teniendo como única referencia la disciplina. •Se basa en la memorización de conceptos así que tampoco contempla la posibilidad de evaluar el proceso de aprendizaje, sino solamente el producto de la acumulación sucesiva de aprendizajes. •Lo fundamental es lo que el docente sabe.

Paradigmas	Descripción
Conductista	<ul style="list-style-type: none"> •Estudia la conducta del ser humano con un método deductivo y como un comportamiento observable, medible y cuantificable. •Basada en el modelo de estímulo y respuesta. •Los conocimientos del sujeto son acumulaciones de asociaciones entre estímulos y respuestas, sin alguna organización estructural. •Fundamentada en el uso de la metodología experimental. •Plantea que la conducta es el resultado del ambiente, y su asociación por medio de la experiencia.
Humanista	<ul style="list-style-type: none"> •A la hora de tratar de comprender a un estudiante hay que verlo en forma integral. •El ser humano requiere vivir en grupo para crecer. •Fomenta el aprendizaje significativo y participativo. •Promueve una educación basada en el desarrollo de una conciencia ética, altruista y social. •Promueve el respeto a las diferencias individuales. •Enfoque centrado en la persona.
Cognitivo	<ul style="list-style-type: none"> •También llamada Psicología instruccional, estudia las representaciones mentales con tendencias hacia el constructivismo. •Concibe como parte fundamental enseñar a los alumnos habilidades de aprender a aprender y a pensar de forma eficiente, independiente del contexto instruccional. •La actividad mental es inherente al hombre y debe ser desarrollada.
Constructivista	<ul style="list-style-type: none"> •Existen dos clases de constructivismo, el psicológico y el social. En el psicológico: •Asume que el conocimiento previo, da nacimiento al conocimiento nuevo. •Sostiene que el aprendizaje es esencialmente activo. Una persona que aprende algo nuevo, lo incorpora a sus experiencias previas y a sus propias estructuras mentales. •Construye conocimientos partiendo de sus experiencias e integrándola con la información que recibe. En el social: •Solo en un contexto social se logra un aprendizaje significativo. •El origen de todo conocimiento no es la mente humana, sino una sociedad dentro de una cultura, dentro de una época histórica. • El lenguaje es la herramienta cultural de aprendizaje por excelencia. •La mente para lograr sus cometidos constructivistas, necesita no solo de si misma, sino del contexto social que la soporta.
Socio-crítico	<ul style="list-style-type: none"> •El paradigma socio-crítico se fundamenta en la crítica social con un marcado carácter autorreflexivo; considera que el conocimiento se construye siempre por intereses que

Paradigmas	Descripción
	<p>parten de las necesidades de los grupos; pretende la autonomía racional y liberadora del ser humano; y se consigue mediante la capacitación de los sujetos para la participación y transformación social.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza la autorreflexión, el conocimiento interno y personalizado para que cada quien tome conciencia del rol que le corresponde dentro del grupo; para ello se propone la crítica ideológica y la aplicación de procedimientos del psicoanálisis que posibilitan la comprensión de la situación de cada individuo, descubriendo sus intereses a través de la crítica. El conocimiento se desarrolla mediante un proceso de construcción y reconstrucción sucesiva de la teoría y la práctica. • Entre las características más importantes del paradigma socio-crítico aplicado al ámbito de la educación se encuentran: <ul style="list-style-type: none"> a) la adopción de una visión global y dialéctica de la realidad educativa, b) la aceptación compartida de una visión democrática del conocimiento, c) la asunción de una visión particular de la teoría del conocimiento y de sus relaciones con la realidad y con la práctica. • Este paradigma se diferencia de los anteriores porque introduce la ideología de forma explícita y tiende a lograr una conciencia emancipadora, para lo cual se considera el conocimiento como una vía de liberación del ser humano. • La metodología en este paradigma es de carácter grupal, en la que además de garantizar el trabajo en equipo, se propician las relaciones interpersonales y autoestima. • El rol del docente es animar el entorno desde el punto de vista social y político, identificando las necesidades y la transferencia e impacto social de los educandos y de su entorno. • El rol del estudiante se manifiesta en un aprendizaje por concienciación. • Dentro de este modelo los estudiantes como grupos sociales y culturales, poseen necesidades académicas, de emancipación y participación activa en el entorno socio-económico, cultural y tecnológico en el que se desenvuelven. En ese sentido, el trabajo debe estar orientado a la educación de estudiantes comprometidos con la sociedad, con fines de cambio y mejora, a través de su formación como instrumento potente para ese fin.

Fuente: Alvarado & García (2008), Barraza (2002), González, Galindo, Gold, & Galindo, (2004).

4.1.2 Estrategias de enseñanza-aprendizaje

Para Latorre & Seco del Pozo (2013):

La estrategia es un procedimiento heurístico que permite tomar decisiones en condiciones específicas. Una estrategia es un conjunto finito de acciones no estrictamente secuenciadas que conllevan un cierto grado de libertad y cuya ejecución no garantiza la consecución de un resultado óptimo; por ejemplo, planificar una entrevista, llevar a cabo una negociación, la

orientación topográfica, resolución de problemas, realizar un cálculo mental, planificación de una excursión por una montaña desconocida, ejecutar una decisión adoptada. (p. 16).

Según Mayer (1984), Shuell (1988), West, Farmer y Wolff, (1991) citado por un grupo de autores del Ministerio de educación Nacional (2012), del proyecto “Quédate” en el documento Estrategias y metodologías pedagógicas plantean que “una estrategia de enseñanza-aprendizaje se define como los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza que promueve los aprendizajes significativos”. (p.29)

En este mismo sentido, para Pimienta (2012), manifiesta que:

Las estrategias de enseñanza-aprendizaje son instrumentos de los que se vale el docente para contribuir a la implementación y el desarrollo de las competencias de los estudiantes. Con base en una secuencia didáctica que incluye inicio, desarrollo y cierre, es conveniente utilizar estas estrategias de forma permanente tomando en cuenta las competencias específicas que pretendemos contribuir a desarrollar. (p.3).

De acuerdo a Parra (2003):

Las estrategias de enseñanza se conciben como los procedimientos utilizados por el docente para promover aprendizajes significativos, implican actividades conscientes y orientadas a un fin. El adecuado y consciente uso de las estrategias, conllevan a una instrucción estratégica interactiva, y de alta calidad. (p.123).

Según Beltrán (1999) citado por Parra (2003), el instructor estratégico debe ser un verdadero mediador, y un modelo para el estudiante, el docente debe dirigir su acción a influir en el proceso de aprendizaje. Las estrategias utilizadas deben reunir las siguientes características: (p.8).

- Deberán ser funcionales y significativas, que lleven a incrementar el rendimiento en las tareas previstas con una cantidad razonable de tiempo y esfuerzo.
- La instrucción debe mostrar qué estrategias pueden ser utilizadas, cómo pueden aplicarse y cuándo y por qué son útiles. Saber por qué, dónde y cuándo aplicar estrategias y su transferencia a otras situaciones.
- Los estudiantes deben creer que las estrategias son útiles y necesarias.
- Debe haber una conexión entre la estrategia enseñada y las percepciones del estudiante sobre el contexto de la tarea.
- Una instrucción eficaz y con éxito genera confianza y creencias de auto eficiencia.
- La instrucción debe ser directa, informativa y explicativa.

- La responsabilidad para generar, aplicar y controlar estrategias eficaces es transferida del instructor al estudiante.
- Los materiales instruccionales deben ser claros, bien elaborados y agradables.

Díaz & Hernández (2002), consideran que una estrategia de aprendizaje es un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) que un alumno adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas. (p. 234).

Las estrategias de aprendizaje, constituyen actividades conscientes e intencionales que guían las acciones a seguir para alcanzar determinadas metas de aprendizaje por parte de los estudiantes. Son procedimientos que se aplican de un modo intencional y deliberado de una tarea y que no pueden reducirse a rutinas automatizadas, es decir, son más que simples secuencias o aglomeraciones de habilidades.

Desde la perspectiva de Parra (2003), se plantean las características de las estrategias de aprendizaje:

- Su aplicación no es automática sino controlada.
- Implican un uso selectivo de los propios recursos y capacidades disponibles.
- Las estrategias están constituidas de otros elementos más simples, que son las técnicas de aprendizaje, las destrezas o habilidades.

González (2001), plantea que:

El aprendizaje y la enseñanza son dos procesos distintos que los profesores tratan de integrar en uno solo: el proceso enseñanza-aprendizaje. Por tanto, su función principal no es sólo enseñar, propiciar que sus alumnos aprendan. El aprendizaje es el proceso de adquisición cognoscitiva que explica, en parte, el enriquecimiento y la transformación de las estructuras internas, de las potencialidades del individuo para comprender y actuar sobre su entorno, de los niveles de desarrollo que contienen grados específicos de potencialidad. (p.17).

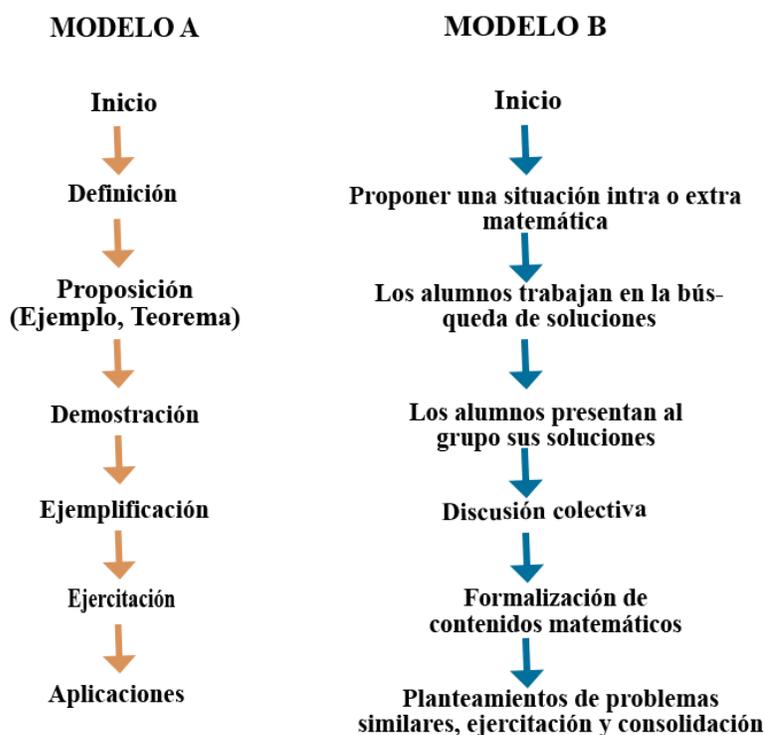
De acuerdo con Parra (2003), en la perspectiva constructivista se define la estrategia de aprendizaje como la forma en que el docente orienta, de manera dinámica y participativa, la selección, organización y el desarrollo de los contenidos educativos, los procedimientos, el uso de los recursos y las acciones que ocurren en los espacios educativos, con el propósito de cumplir propuestas específicas de aprendizaje.

Por su parte, Mora (2003), se refiere al significado de la enseñanza de la Matemática expresando que actualmente sabemos que el aprendizaje no es un asunto exclusivo de quien aprende, sino también de quien tiene la tarea de enseñar. Los estudiantes pueden aprender de manera independiente solamente si entran en contacto directo y activo con el objeto que desean aprender, en nuestro caso con el objeto intra y extramatemático, de esta manera podrían asumir cierta responsabilidad por su aprendizaje, puesto que el mismo no es un hecho desligado de los métodos de enseñanza.(p.59).

Para Freire (2004), “entre las personas que aprenden y las que enseñan se desarrolla una relación dialéctica”, lo cual permite que durante el aprendizaje y la enseñanza se ponga de manifiesto una bidireccionalidad, accediendo que el proceso sea mutuo y compartido. (p.53). En resumen, cuando se utilice el término estrategias de enseñanza-aprendizaje, el docente o el estudiante, deberán emplearlas como procedimientos flexibles y adaptativos (nunca como algoritmos rígidos) a distintas circunstancias de enseñanza.

Expresa Mora (2003), que Nicaragua, Venezuela, Bolivia y Alemania han podido constatar que durante el desarrollo de las clases de Matemática prevalece el modelo A sobre el modelo B, como se muestra en la figura.

Ilustración 1: Dos modelos didácticos observados en la clase de Matemática



Fuente: Mora (2003).

Por su parte, Pimienta (2011), presenta algunos ejemplos de estrategias para indagar los conocimientos previos:

- **Lluvia de ideas**

Es una estrategia grupal que permite indagar u obtener información acerca de lo que un grupo conoce sobre un tema determinado. Es adecuada para generar ideas acerca de un tema específico o dar solución a un problema.

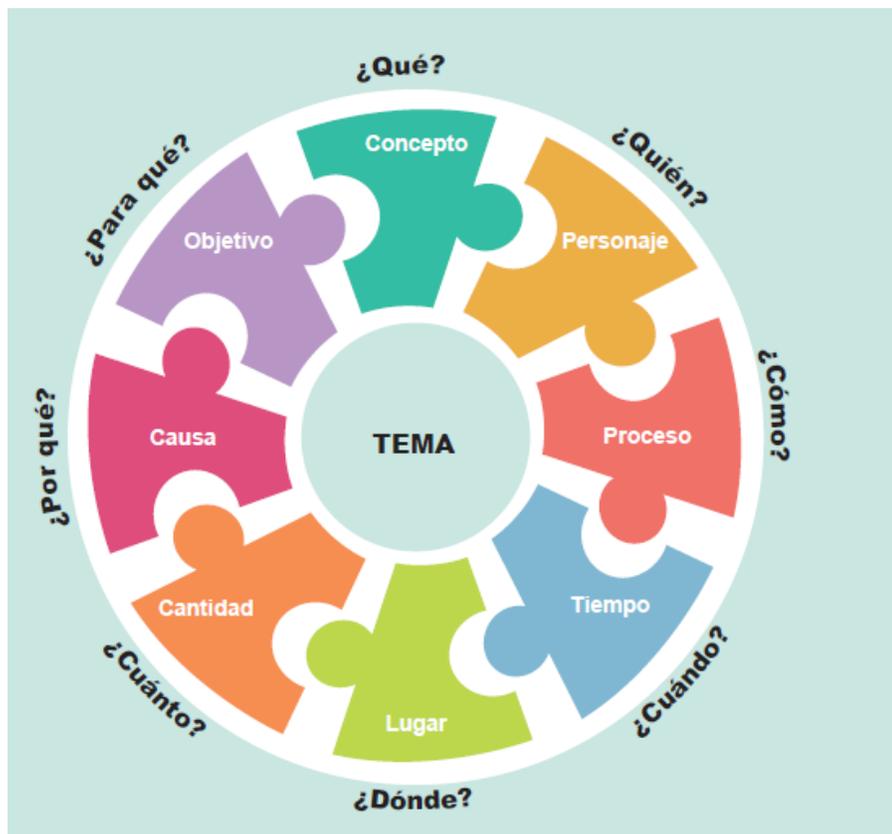
- **Preguntas**

Constituyen cuestionamientos que impulsan la comprensión en diversos campos del saber. En la enseñanza son un importante instrumento para desarrollar el pensamiento crítico.

La tarea del docente será propiciar situaciones en las que los estudiantes se cuestionen acerca de elementos que configuran los objetos, procesos, conceptos, entre otras.

- **Preguntas-guía**

Constituyen una estrategia que permite visualizar un tema de una manera global a través de una serie de interrogantes que ayudan a esclarecer el tema. Las preguntas guías más comunes se presentan en el siguiente diagrama:



Fuente: Pimienta (2011).

- **Preguntas literales**

Hacen referencia a ideas, datos y conceptos que aparecen directamente expresados en un libro, un capítulo, un artículo o algún otro documento. Implican respuestas que incluyen todas las ideas importantes expresadas en el texto.

- **Preguntas exploratorias**

Son cuestionamientos que se refieren a los significados, las implicaciones y los propios intereses despertados.

De acuerdo con Mamani (2009):

El Álgebra constituye una generalización de la aritmética en la que se hace hincapié no tanto en los valores concretos de los términos con que opera, sino en las reglas que obedecen las operaciones mismas. Quizá la representación más acabada de tal enfoque sea la introducción al Álgebra de Euler (1760), en la que esta se define como la teoría de los cálculos con cantidades de distintas clases. (p. 122).

- **SQA (qué sé, qué quiero saber, qué aprendí)**

Es el nombre de una estrategia que permite motivar al estudio; primero, indagando en los conocimientos previos que posee el estudiante, para después, cuestionarse acerca de lo que desea aprender y, finalmente, para verificar lo que ha aprendido.

Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí
Reducir términos semejantes en una expresión algebraica.	Resolver sistemas de ecuaciones lineales en dos y tres variables.	A resolver sistemas de ecuaciones lineales en dos y tres variables, utilizando:
Resolver una ecuación lineal en una variable.	Conocer diferentes métodos para resolver los sistemas de ecuaciones lineales en dos y tres variables.	<ul style="list-style-type: none"> • El método de la forma trapezoidal • Gauss • Transformaciones elementales • Regla de Cramer.

Fuente: elaboración propia

- **RA-P-RP (respuesta anterior, pregunta, respuesta posterior)**

Es una estrategia que permite construir significados en tres momentos representados por una pregunta, una respuesta anterior o anticipada y una respuesta posterior.

A continuación ejemplos de algunas estrategias que promueven la comprensión

- **Cuadro sinóptico**

Es un organizador gráfico muy utilizado, ya que permite organizar y clasificar información. Se caracteriza por organizar los conceptos de lo general a lo particular, y de izquierda a derecha, en orden jerárquico. Para clasificar la información se utilizan llaves.

Cuadro comparativo

Es una estrategia que permite identificar las semejanzas y diferencias de dos o más objetos o hechos. Algo importante es que luego de hacer el cuadro comparativo, es conveniente enunciar la conclusión a la que se llega.

Expresiones matemáticas	a) $5z+2 = 12$	b) $10+2 = 12$
Semejanzas	<ul style="list-style-type: none"> • Ambas expresiones son igualdades. • Están formadas por números. • El resultado en ambas es 12. 	
Diferencias	<ul style="list-style-type: none"> • Contiene la letra z denominada variable. 	<ul style="list-style-type: none"> • El primer término contiene un número. • No aparecen variables.
Conclusiones	<ul style="list-style-type: none"> • Las ecuaciones están constituidas por igualdades. • Las ecuaciones involucran variables, denominadas incógnitas. 	

Fuente: elaboración propia a partir de (Pimienta, 2008).

- **Matriz de clasificación**

Es una estrategia que permite hacer distinciones detalladas de las características de algún tipo de información específica. El objetivo es formar conjuntos o clases.

Mnemotecnia

Es una estrategia que se utiliza para recordar contenidos o información mediante el establecimiento de relaciones.

Resolución de ecuaciones del tipo $ax + b = c$	
$3x + 4 = 10$	Propiedad del inverso Aditivo
$3x = 10 - 4$	Propiedad de Clausura
$3x = \frac{6}{3} = 2$	Propiedad del inverso Multiplicativo

Una mnemotecnica podría ser: **ACM**

Fuente: Pimienta (2008, p. 45).

- **Matriz de inducción**

Es una estrategia que sirve para extraer conclusiones a partir de fragmentos de información.

- **Analogía**

Es una estrategia de razonamiento que permite relacionar elementos o situaciones, cuyas características guardan semejanza.

Ejemplo

Caso de factor común

Aritmética	Álgebra
$\frac{3^2(4)}{4} = \frac{36}{4} = 9$	$\frac{x^2y}{y}$

- **Pistas topográficas y discursivas**

Están referidas a los señalamientos que se hacen en un texto o en una situación de enseñanza para enfatizar y/u organizar elementos relevantes del contenido por aprender.

4.1.3 Aprendizaje activo o participativo

De acuerdo con Silberman (1996), el aprendizaje activo o participativo son estrategias para lograr aprendizajes constructivistas con participación directa del aprendiz, con instrucciones establecidas para hacer y pensar sobre lo que hace, mediante actividades que realizan como actores principales, a fin de lograr las fases del aprendizaje, que incluyen desde conferencias activas hasta ejercicios en los que aplican el material elaborado a situaciones de la vida real

o a problemas nuevos; con diversos métodos para estructurar la discusión y obtener la respuesta de los estudiantes en cualquier momento de la clase. Algunos son especialmente apropiados cuando el tiempo es limitado o cuando se quiere estimular la participación. (p.83).

4.1.4 Aprendizaje colaborativo o cooperativo

Planas & Alsina (2009), plantean que “el aprendizaje colaborativo o cooperativo constituyen estrategias para lograr aprendizajes constructivistas apropiados para trabajar en grupos o equipos, maximizando sus propios aprendizajes y el de los demás, es decir los estudiantes trabajan colaborando o cooperando hacia el logro de una meta que se puede alcanzar en forma más efectiva que en forma individual; en donde “dos cabezas piensan mejor con menor esfuerzo”. (p.74).

Esta estrategia no se opone al trabajo individual, ya que puede observarse como una estrategia de aprendizaje complementaria que fortalece el desarrollo global e integral del aprendiz y se caracteriza por los siguientes elementos:

Responsabilidad individual: Todos son responsables de su desempeño individual dentro del grupo.

Interdependencia positiva: Los miembros del grupo, deben depender los unos de los otros para lograr la meta común.

Habilidades de colaboración: Los miembros del grupo deben desarrollar las habilidades que permiten que el grupo funcione en forma efectiva: trabajar en equipo, liderar y solucionar conflictos.

Interacción promotora: Los miembros del grupo interactúan para mejorar relaciones interpersonales y establecer estrategias efectivas de aprender.

Proceso del grupo: Según Planas & Alsina (2009), el grupo reflexiona en forma periódica y evalúa su funcionamiento, efectuando los cambios necesarios para incrementar su efectividad. Esto tiene relación directa con el aprendizaje significativo. “Cuando se aprovechan los recursos disponibles del propio contexto aumenta la curiosidad y el interés de los alumnos, lo que favorece el aprendizaje significativo” (p.76).

4.1.5 Aprendizaje significativo

Es cuando el estudiante comprende y aplica lo aprendido a la solución de situaciones problemáticas relacionadas con el tema; es relevante cuando el estudiante sabe valorar y diferenciar los distintos aprendizajes logrados.

Al respecto, Rodríguez Palmero, Moreira, Caballero Sahelices, & García (2008), afirman que “el aprendizaje significativo consiste en la adquisición de ideas, conceptos y principios al relacionar la nueva información con los conocimientos en la memoria”. (p.8) Para Ausubel el aprendizaje significativo es un estímulo hacia el entrenamiento intelectual constructivo relacional. El aprendizaje es significativo cuando el nuevo material guarda una nueva relación sistemática con los conceptos pertinentes.

El aprendizaje significativo según Rodríguez et al. (2008), es el proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o una nueva información con la estructura cognitiva de la persona que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal. La presencia de ideas, conceptos, proposiciones inclusivas, claras y disponibles en la mente del aprendiz es lo que dota de significado a ese nuevo contenido en interacción con el mismo. Esa interacción es la que caracteriza al aprendizaje significativo.

Ausubel (2000), dice:

Con el aprendizaje significativo el alumnado da sentido a aquello que puede tener sentido, a lo que puede comprender, a lo que está dentro de su campo próximo de aprendizaje, ya que fuera de esta zona próxima no nos puede entender. El aprendizaje significativo da al alumnado los elementos de anclaje en la experiencia propia de los conceptos nuevos que se presentan de manera coherente e interconectada. El aprendizaje es por tanto un proceso de construcción individual y personal, los humanos integramos dentro de las estructuras de conocimiento aquellos conceptos que tienen en cuenta y se relacionan con los que ya sabemos. (p. 18) .

Díaz et al. (2002), indican que Aprender a aprender implica la capacidad de reflexionar en la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones. (p.78).

Tipos de aprendizaje significativo

Según el contenido del aprendizaje Ausubel (1973), distingue tres tipos:

a) Aprendizaje de representaciones

Aprender los significados de palabras aisladas o de símbolos particulares, que representan o son equivalentes a los referentes específicos. Esta es la forma más elemental de aprendizaje y de ella van a depender los otros dos tipos.

b) Aprendizaje de conceptos

El aprendizaje de conceptos es, en cierto modo, también un aprendizaje de representaciones, con la diferencia fundamental que ya no se trata de la simple asociación símbolo-objeto, sino símbolo-atributos genéricos. Es decir, en este tipo de aprendizaje el sujeto abstrae de la realidad objetiva aquellos atributos comunes a los objetos que les hace pertenecer a una cierta clase. Ausubel & Novak (1983), define los conceptos como “objetos, acontecimientos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterios comunes y que están diseñados en cualquier cultura dada mediante algún símbolo o signo aceptado”. (p.55).

c) Aprendizaje de proposiciones

Captar el significado de nuevas ideas expresadas en forma de proposiciones, es decir, expresadas en una frase u oración que contiene varios conceptos

4.1.6 Aprendizaje significativo desde la Matemática

El origen del término “*aprendizaje significativo*” se sitúa cuando Ausubel, citado por Hernández y Soriano (1997), lo acuñó para definir lo opuesto al aprendizaje repetitivo y como un proceso de consecución de significados. La significatividad del aprendizaje se refiere a la posibilidad de establecer vínculos sustantivos y no arbitrarios entre lo que hay que aprender y lo que ya se sabe, lo que se encuentra en la estructura cognitiva de la persona que aprende sus conocimientos previos. El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. (p.127).

Coll & Solé (2001), expresan que para que se dé el aprendizaje significativo es necesario que exista una distancia óptima entre lo que el estudiante sabe y lo que se presenta como material nuevo. Si la distancia es muy amplia, el alumno no tiene la posibilidad de atribuirle significado a lo que tiene que aprender, con lo que se produce un efecto de desmotivación. Si la distancia entre lo que se conoce y propone es muy poca también se produce un efecto desmotivador ya que este no siente la necesidad de modificar sus esquemas de conocimiento.

Con referencia a lo anterior, Planas & Alsina (2009), explican que en el marco de las teorías socioculturales del aprendizaje humano se pueden determinar ciertos criterios catalogados como buenas prácticas en la enseñanza. Dichas condiciones destacan la construcción del

conocimiento como una actividad conjunta entre alumnos y entre alumnos y profesor para conseguir objetivos comunes.

De acuerdo con Hernández & Soriano (1997), para que el aprendizaje matemático sea significativo requiere que los estudiantes incorporen los nuevos contenidos a las redes de significados ya construidos. Desde sus primeros años de vida las personas van creando estructuras y esquemas mentales simples que paulatinamente se van volviendo más ricos y complejos. Lo anterior demanda que el contenido sea significativo desde su estructura interna y que no sea presentado en forma arbitraria y desorganizada. Una actitud positiva hacia las Matemáticas es otra condición para que se produzca este tipo de aprendizaje. (p.198).

Planas y Alsina (2009), consideran que es preciso hablar de los andamios que proporcionan los docentes para que los estudiantes construyan conocimientos matemáticos, los que fomentan procesos matemáticos como la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación del conocimiento, las conexiones o las representaciones. En el caso de las Matemáticas hay dos andamios esenciales; el de la contextualización, descontextualización y recontextualización de los conocimientos y el que tiene que ver con el trabajo de cognición, metacognición y revisión de la cognición en torno a estos conocimientos. Las interacciones de los docentes con sus alumnos se interpretan como una ayuda que favorece estos procesos (p.88).

Existen múltiples ejemplos de andamios en el aprendizaje matemático de los estudiantes, entre éstos se puede mencionar cuando el docente explica verbalmente el proceso de resolución de una tarea, lo que le sirve de modelo de actuación a sus estudiantes. En otras ocasiones es un estudiante el que modela la actuación para otro compañero mediante la verbalización de sus acciones y decisiones.

Se dan también situaciones en las que el maestro formula preguntas orales con el fin de orientar a que sus estudiantes regulen su proceso de aprendizaje, reflexionando sobre sus actuaciones y si es necesario, modificando parte del proceso. Todos estos son ejemplos de ilustración guiada en donde el docente ejerce una guía con la intención de desarrollar la autonomía e independencia de sus estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.

Alcalá (2002), citado por (Van Der Sluys Veer Fuentes, 2014) describe que:

El fenómeno del aprendizaje de la Matemática básica como un proceso complejo, largo e inacabado cuya esencia debe estar en la construcción del significado por parte del estudiante, quien es el protagonista intencionado o el sujeto de su aprendizaje. Expresa que durante las

experiencias escolares, en el aprendizaje matemático se da un proceso de significación ya que el aprendiz va realizando intencionalmente, construcción de significados. (p. 21).

Ello significa, que el aprendizaje es un proceso de subjetivación del saber existente. Es un proceso continuo en el que el estudiante, entre otras cosas, se apropia y usa símbolos y estructuras simbólicas que cada vez son más abstractas y jerarquizadas, en la medida que avanza en su desarrollo. Son muchos los factores que intervienen y las actividades que conducen al aprendizaje matemático. Entre éstas están: la manipulación experimental, el intercambio comunicativo, la ejercitación, la observación de otro en la resolución de un problema y otras más.

Según lo planteado por Hernández y Soriano (1997), desde el modelo cognitivo existen cuatro principios básicos para enseñar Matemática:

- Promover el uso de procesos cognitivos
- Poner énfasis en el aprendizaje de conceptos y generalizaciones
- Enfatizar la motivación intrínseca
- Establecer diferencias individuales

Alvarez (2010), citado por Van Der Sluys Veer Fuentes (2014), expresa las ventajas del aprendizaje significativo para la enseñanza de la Matemática, y manifiestan que el estudiante:

- Retiene por más tiempo el concepto matemático ya que con este tipo de aprendizaje se modifica la estructura cognitiva cuando la reacomoda para integrar la nueva información.
- Adquiere con mayor facilidad los nuevos conocimientos al relacionarlos de manera significativa con los ya aprendidos, los cuales ya están presentes en su estructura cognitiva.
- Conserva la nueva información sobre los conceptos matemáticos y no los olvida tan fácilmente pues han sido de su interés y de acuerdo a sus necesidades y su realidad.
- Aprende activamente pues construye su conocimiento con base en sus acciones y actividades de aprendizaje propios, de manera personal.

Es importante resaltar que Vasco (2006), citado por Van Der Sluys Veer Fuentes (2014), sugieren que si los profesores vivieran y enseñaran las Matemáticas como un arte, sus estudiantes podrían también disfrutar de esa experiencia creativa. Cuando un matemático redescubre, reconstruye o inventa algo, experimenta una emoción estética como lo haría un artista. Es por esto que algunas personas califican a la práctica diaria de las matemáticas como una actividad humana plena y profundamente satisfactoria muy cercana al arte. El reto de los maestros de matemática es enseñar a los estudiantes a sentir esa emoción, durante el proceso de la enseñanza-aprendizaje de esta asignatura.

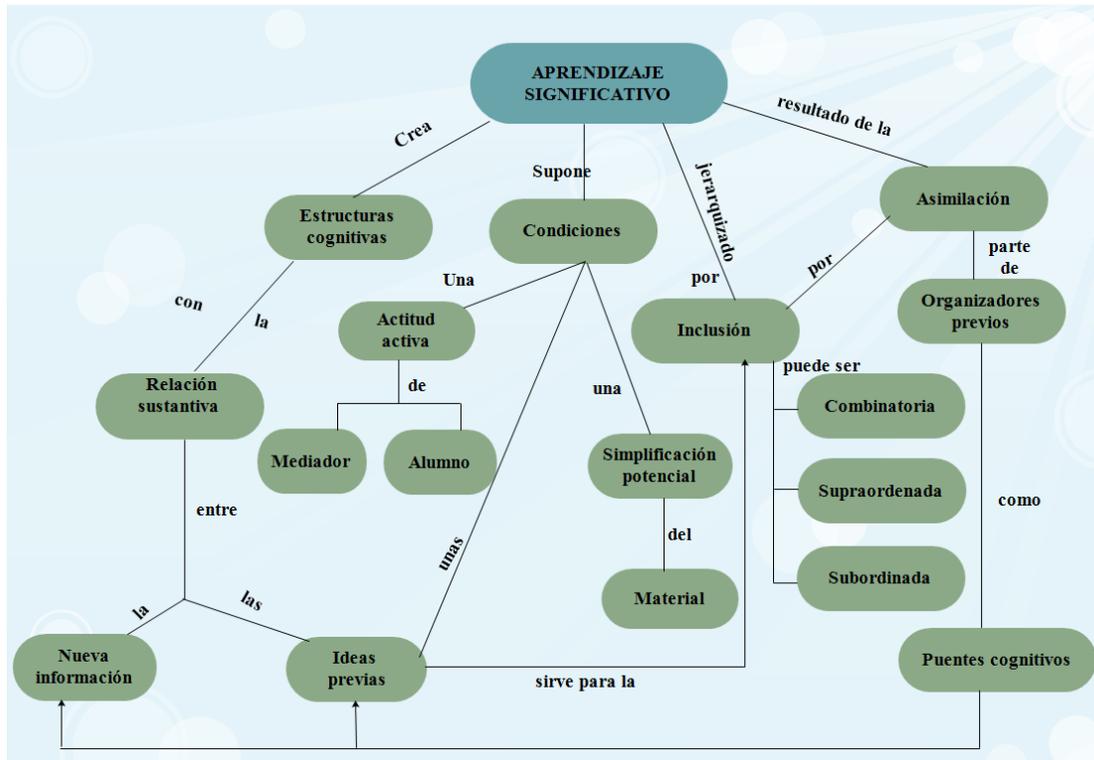
Referirse al aprendizaje significativo equivale, a poner de relieve la construcción de significados como elemento central del proceso enseñanza-aprendizaje. En la siguiente figura se destacan algunas ventajas.



Fuente: Elaboración propia a partir de Prado (2011).

Para resumir lo concerniente al aprendizaje significativo, se presenta el siguiente mapa conceptual, que contine los elementos básicos del aprendizaje significativo.

Ilustración 2: Aprendizaje significativo



Fuente: Tobón S., Pimienta Prieto, & García F. (2010, p. 52).

Es así, que una educación Matemática debe proporcionar a los estudiantes las herramientas que le permitan actuar en una variedad de situaciones de la vida diaria, dado que, es una ciencia dinámica que constantemente está cambiando por lo que la enseñanza no es un proceso fácil. Esto requiere que los docentes estemos abiertos y atentos a estos cambios así como a estar conscientes del valor formativo de esta área curricular.

Implica entonces, que en el aprendizaje se cristaliza continuamente la dialéctica entre lo histórico-social y lo individual-personal; es siempre un proceso activo de reconstrucción de la cultura, y de descubrimiento del sentido personal y la significación vital que tiene el conocimiento para los sujetos.

A continuación, se presenta una clasificación de las estrategias de aprendizaje

Tabla 3: Clasificación de las estrategias de aprendizaje

Proceso	Tipo de estrategia	Finalidad u objetivo	Técnica o habilidad
Aprendizaje memorístico	Recirculación de la información	Repaso simple	<ul style="list-style-type: none"> • Repetición simple y acumulativa
		Apoyo al repaso (seleccionar)	<ul style="list-style-type: none"> • Subrayar • Destacar • Copia
Aprendizaje significativo	Elaboración	Procesamiento simple	<ul style="list-style-type: none"> • Palabra clave • Rimas • Imágenes mentales • Parafraseo
		Procesamiento complejo	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de inferencias • Resumir • Analogías • Elaboración conceptual
	Organización	Clasificación de la información	<ul style="list-style-type: none"> • Uso de categorías
		Jerarquización y organización de la información	<ul style="list-style-type: none"> • Redes semánticas • Mapas conceptuales • Uso de estructuras textuales
Recuerdo	Recuperación	Evocación de la información	<ul style="list-style-type: none"> • Seguir pistas • Búsqueda directa

Fuente: Basado en Díaz & Hernández (2002, cap. 6, p-17).

4.1.7 Metodologías activas-participativas

Para Serna Gómez & Díaz Peláez (2013), “una metodología activa es el proceso que indica que para realizar un aprendizaje significativo, el alumno debe ser el protagonista de su propio aprendizaje, mientras que el docente asume el rol de facilitador de este proceso”. (p.21).

Es decir, la metodología activa pretende alcanzar el desarrollo de las capacidades del pensamiento crítico y del pensamiento creativo. Por lo tanto, se refiere a todas aquellas maneras de llevar las clases que tienen por objetivo implicar a los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje.

Serna et al. (2013), opina que:

Se pasa de la enseñanza centrada en el profesor a la enseñanza centrada en los estudiantes. El profesor en este nuevo entorno debe cambiar de pregunta cuando salga al encuentro con los estudiantes; esta debe ser: ¿Qué vamos a aprender?, y nunca ¿Qué voy a enseñar? Cambiar y creer en este nuevo paradigma, abrirá las puertas a las metodologías activas en los procesos de enseñanza-aprendizaje. (p.22).

En este sentido López (2007), expresa que:

Desde una perspectiva exclusivamente pedagógica hemos de señalar que el uso de la metodología participativa ha logrado una serie de frutos positivos, que no habían obtenido las propuestas educativas tradicionales ya que, desde un punto de vista operativo, aprender es resolver problemas que afectan vitalmente y no el hecho exclusivo de acumular datos en la memoria. (p.150).

Con base en lo escrito por López (2007), se indican algunos criterios a tomar en cuenta para trabajar con metodologías participativas.

- Comunicación y participación de todos los alumnos en la dinámica del trabajo.
- Asunción de responsabilidades por parte de cada uno.
- Motivación por la tarea.
- Creatividad e innovación.
- Eficacia y calidad en el trabajo.
- Integración de diversos enfoques y puntos de vista.
- Facilidad de resolución de conflictos.
- Inserción de alumnos que carecen de habilidades sociales.
- Adquisición de capacidades, habilidades y aptitudes.
- Consolidación e interpretación de lo estudiado en clase.
- Enseñar a vivir y convivir.

4.1.8 El constructivismo

El constructivismo postula la existencia y prevalencia de procesos activos en la construcción del conocimiento, habla de un sujeto cognitivo aportante, que claramente rebasa a través de su labor constructiva lo que le ofrece su entorno.

Carretero (2005), indica que el constructivismo básicamente es la idea de que el individuo tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos, no es

un simple producto del ambiente ni resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia; que se produce día a día como resultado de la interacción entre esos factores. El constructivismo postula la existencia y prevalencia de procesos activos en la construcción del conocimiento.

De acuerdo con Coll (1990), citado por Díaz & Hernández (2002), opina que la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

El alumno es el responsable de su propio proceso de aprendizaje. Él es quien constituye (o más bien reconstruye) los saberes de su grupo cultural, y este puede ser un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, incluso cuando lee o escucha la exposición de los otros.

La actividad mental constructivista del alumno se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración. Esto quiere decir, que el alumno no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido literal todo el conocimiento escolar. Debido a que el conocimiento que se enseña en los centros escolares es en realidad el resultado de un proceso de construcción a nivel social, los estudiantes y profesores encontrarán ya elaborados y definidos una buena parte de los contenidos curriculares.

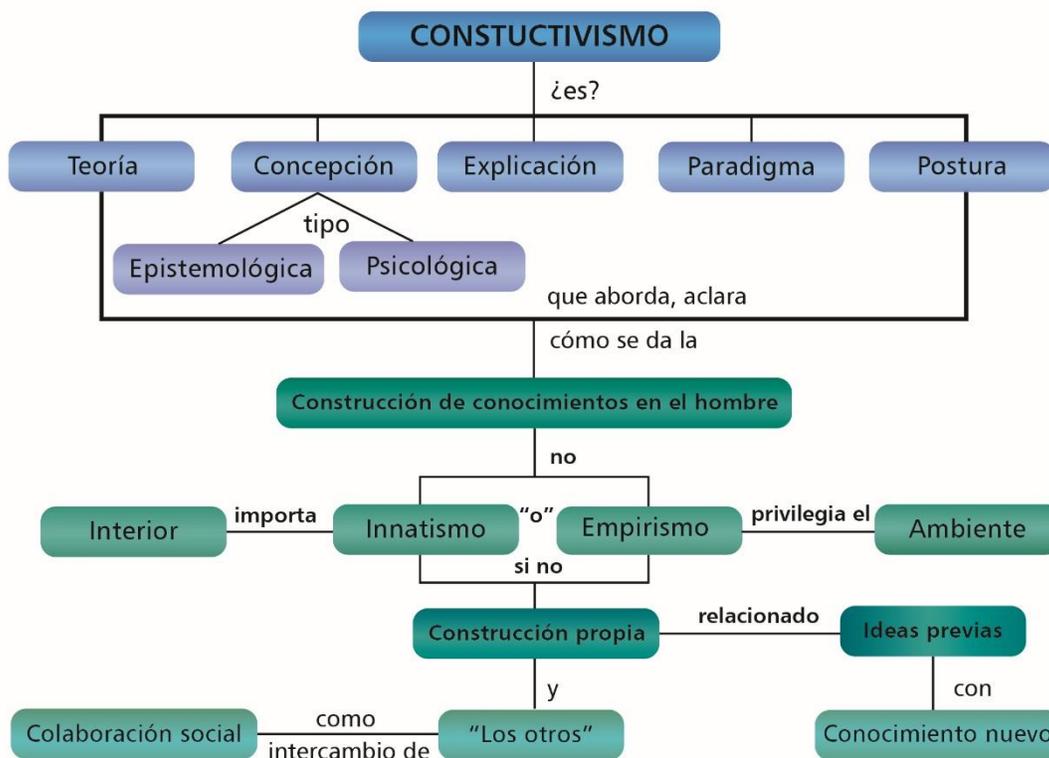
Es así, que la función del docente es engrasar los procesos de construcción del estudiante con el saber colectivo culturalmente originado. Esto implica, que la función del profesor no se limita a crear condiciones ópticas para que el estudiante despliegue una actividad mental constructivista, sino que deba orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.

Delvan (2006), en el libro *Aprender en la vida y en la escuela* plantea que:

Hay que señalar claramente que el constructivismo es una posición epistemológica y psicológica, y que no se trata de una concepción educativa. Por ello no tiene sentido hablar de una educación constructivista, ni las explicaciones constructivistas sobre la formación del conocimiento pueden traducirse directamente al terreno de la práctica educativa. (p.8)

Asimismo, para Torres & Girón (2009): Las personas que aprenden de una manera constructivista elaboran sus nuevos conocimientos a partir de revisiones, selecciones, transformaciones y reestructuraciones de los conocimientos que ya se tienen; actividad que se realiza de manera cooperativa con la ayuda de un facilitador o facilitadora, el o la docentes y sus compañeros y compañeras. (p. 4).

A continuación se presente el siguiente esquema sobre el constructivismo



Fuente: Basado en Pimienta Prieto (2007, p.11)

4.1.9 Estrategias Metodológicas activas

Deleuze (1987), expresa que “una estrategia metodológica activa es un conjunto de acciones especiales, dinámicas y efectivas para lograr un determinado fin dentro del proceso educativo” (p.63).

De acuerdo con Vygotsky (1984), las estrategias metodológicas activas son capacidades internamente organizadas de las cuales hace uso el estudiante para guiar su propia atención, aprendizaje, recordación y pensamiento. Las estrategias metodológicas constituyen formas con las que cuenta el estudiante y el maestro para controlar los procesos de aprendizaje, así como la retención y el pensamiento. Expresa que la aplicación correcta de estrategias metodológicas posibilita el manejo de una serie de habilidades que permitan a la persona identificar una alternativa viable para superar una dificultad para la que no existen soluciones conocidas. (p.135).

La metodología participativa es una forma de concebir y abordar los procesos de enseñanza-aprendizaje y construcción del conocimiento. Entre estas se encuentran: El aprendizaje basado en problemas (ABP), Aprendizaje Basado en Investigación (ABI), el Aprendizaje Basado en Proyectos.

4.1.10 Técnicas participativas

Los investigadores que fueron parte del Proyecto JALDA (2008), se refieren a que las técnicas participativas son consideradas como un componente de la metodología, como el medio o procedimiento que se usa para realizar la metodología misma. En otras palabras, las técnicas son sólo uno de los muchos ingredientes interactivos de cualquier metodología participativa. Estas técnicas están compuestas por diferentes actividades como son dinámicas de grupos, sociodramas, adecuación de juegos populares, videos, planificación de acciones para la solución de problemas.

Las técnicas participativas están compuestas por diferentes actividades, como dinámicas de grupo, sociodramas, adecuación de juegos populares con fines de capacitación, títeres, videos, dibujos y cualquier otro medio que tenga como objetivo generar la participación, el análisis, la reflexión y un cambio de actitud consciente y duradero en los participantes, que conduzca a una planificación de acciones para la solución de problemas. (p. 28).

Métodos y técnicas participativas en el proceso de enseñanza

Dentro de los métodos y técnicas participativas en el proceso de enseñanza, Vargas & Bustillos (1997) citado por Prieto (2012) mencionan:

- **Caracterización de los métodos participativos**

Permiten el establecimiento de un estrecho vínculo entre los conocimientos teóricos y la aplicación práctica. Se socializa en conocimiento individual, enriqueciéndolo y potenciándolo en el conocimiento colectivo.

- **Técnicas que contribuyen a facilitar el trabajo en grupo**

Contribuyen al establecimiento de relaciones entre los participantes, al conocimiento mutuo que promueva la interacción y el logro de fines comunes en el aprendizaje.

- **Técnicas de presentación**

Estas técnicas tienen como objetivo estimular la participación e integración entre los miembros del grupo propiciando la creación de un ambiente fraterno y de confianza. Se utiliza de forma más específica al inicio de un curso, sesión de clase, un taller.

- **Expectativas**

Se utilizan por ejemplo, al iniciar un curso para conocer las necesidades e intereses de los participantes en relación al mismo, con el fin de procurar su satisfacción a lo largo del proceso docente.

- **Encuadres**

Son utilizadas para llevar a cabo la organización y desarrollo del proceso docente, de modo que estimule la participación activa y la responsabilidad de los estudiantes en su propio aprendizaje.

- **El riesgo**

Esta técnica es muy útil cuando se quieren lograr los siguientes objetivos:

Determinar las inquietudes, preocupaciones, dudas, temores que pueden presentar los estudiantes en un curso, en una clase, con respecto al desenvolvimiento de éste.

Determina cuáles de los riesgos, temores, dudas pueden ser superables.

- **Reformulación**

Consiste en ir viendo el problema desde distintas perspectivas hasta conseguir una que permita resolverlo con menor distorsión. Se basa fundamentalmente en la expresión de las ideas de cada uno de los miembros y de la reformulación de esa expresión por parte de los demás.

- **Abanico de roles**

Esta técnica es útil para manejar aspectos o temas difíciles en los que es necesario tomar diferentes posiciones para su mejor comprensión. Consiste en la representación espontánea de una situación real o hipotética para mostrar un problema o información relevante de los contenidos de una clase. Cada estudiante representa un papel pero también pueden intercambiar los roles que interpretan. De este modo, pueden abordar la problemática desde

diferentes perspectivas y comprender las diversas interpretaciones de una misma realidad. La participación de los estudiantes no tiene que seguir un guion específico, pero es importante una delimitación y una planeación previa a la puesta en práctica del ejercicio.

- **Juego cara a cara**

Esta técnica contribuye al conocimiento mutuo de los participantes en una clase o en un curso, facilitando la integración y desarrollo como grupo.

- **Escribe tres palabras**

Es recomendada al inicio de un curso para contribuir al establecimiento de relaciones de comunicación entre los participantes. La aplicación contempla cuatro momentos:

1. Introducción de la técnica: el docente o coordinador del grupo explica a los estudiantes en qué consiste la técnica y su importancia para el desarrollo del trabajo en grupos.
2. Se le presenta un cuestionario a los estudiantes en donde se les pide que escriban tres palabras que puedan explicar.
 - a. ¿Cómo eres?
 - b. ¿Quién eres?
 - c. ¿Qué es para vos un amigo?
 - d. ¿Qué es para vos una situación difícil?
 - e. ¿Qué es lo que más te gusta hacer?
 - f. ¿Qué es lo que menos te gusta hacer?
3. Una vez concluido el trabajo individual los participantes se reúnen en pequeños grupos para intercambiar sus respuestas.
4. En plenaria cada uno de los grupos informa las conclusiones a las que llegaron, produciéndose la confrontación de ideas entre los participantes.

- **Discusión plenaria**

El docente promueve la discusión del problema con la participación de todos los estudiantes. Los estudiantes expresan sus criterios y son escuchados por todos. Aquí la participación es limitada por la cantidad de estudiantes que hay en una sala de clases.

- **Discusión en grupos pequeños**

En esta técnica el grupo de estudiantes, se subdivide en grupos de 5 a 9 personas, las cuales analizan el problema y arriban a conclusiones. Se posibilita un debate amplio del problema y todos tienen la posibilidad de participar varias veces.

- **Discusión reiterada**

Este tipo de discusión brinda la posibilidad de mayor actividad por parte de los estudiantes. Se discute en subgrupos de 6 a 8 estudiantes, se les asigna de 10 a 20 minutos para trabajar, se continúa con un plenario, se informan los resultados del trabajo, se discuten cuantas veces sea necesario y al final un miembro del grupo da las conclusiones.

- **Philips 66**

Técnica de dinámica de grupos que se basa en la organización grupal para elaborar e intercambiar información mediante una gestión eficaz del tiempo.

Un grupo grande se divide en subgrupos de 6 personas para discutir durante 6 minutos un tema y llegar a una conclusión. Del informe de todos los subgrupos se extrae después la conclusión general.

- **Mesa redonda**

Se utiliza con el objetivo de dar a conocer los puntos de vista contradictorios de varios especialistas sobre un determinado tema.

- **Discusión panel**

Se reúnen varias personas para exponer sus ideas sobre un determinado tema. La diferencia, con la mesa redonda consiste en que en el panel los especialistas no exponen, sino que dialogan, debaten entre sí el tema propuesto desde el punto de vista de su especialización.

- **Entre dos**

El docente entrega a cada participante un ejercicio de un contenido ya estudiado. Cada estudiante lo resuelve de forma individual. Luego se organizan parejas para intercambiar los trabajos.

- **El dominó matemático**

Sirve para consolidar conocimientos. Se organizan los equipos de cuatro miembros y a cada equipo se le entregan de 4 a 5 fichas. Un jugador se queda con el resto de las fichas y, junto con el maestro, asegura el cumplimiento de las reglas del juego.

- **Cálculo matemático con alternativas**

Con esta técnica se ejercita el cálculo matemático. Se entrega a los estudiantes, ya sea de forma individual o por parejas, un tablero y cuatro fichas. El docente plantea, una a una y en forma oral, las situaciones problemáticas o ejercicios previamente elaborados y que deben tener como característica soluciones múltiples. Los estudiantes auxiliándose del tablero buscan las respuestas correctas. Esto permite estimular las competencias entre las parejas.

- **Numeletra**

Se utiliza para introducir el estudio de un tema. El docente presenta a los estudiantes una pancarta o tablero con el mensaje escondido, les pide que sustituyan cada número por la letra que ocupa ese lugar en el alfabeto. El texto escondido puede ser un pensamiento, frase, pregunta, tema. Una vez descifrado este, se promueve una reflexión sobre el mismo.

- **Componiendo el mundo con el cálculo**

Se organiza el grupo en parejas, o tríos y a cada uno se le entrega un rompecabeza. Se orienta a los estudiantes iniciar las operaciones por la tarjeta cuyo ejercicio comience con el número natural más pequeño, el resultado de dicha operación indicará el número que inicia el ejercicio de la tarjeta dos, y así sucesivamente, hasta quedar colocadas en cuatro columnas y tres filas las 12 tarjetas.

Juego de roles

Se basa en el comprobado efecto que ejerce la actividad lúdica sobre el aprendizaje. A través del juego las personas adquieren, modifican y desarrollan determinadas actitudes y habilidades con mayor facilidad. Esta técnica mejora la empatía y la capacidad de proponer soluciones y resultados desde perspectivas distintas.

- **Técnica de la rejilla**

La técnica de la rejilla es un instrumento de evaluación de las dimensiones y estructura del significado personal. Llamado así por su formato de matriz, en la que se entrecruzan los constructos con los elementos, se dirige a captar la forma en que una persona da sentido a su experiencia haciendo uso de sus propios términos. Pretende captar la forma en la que un individuo organiza la visión de sí mismo y de los demás.

- **Aprendizaje entre iguales**

Consiste en la interacción entre estudiantes en un grado reducido, de manera que cada uno se hace experto desarrollando el rol de tutor. Consiste en la adquisición o mejora de alguna competencia curricular.

Métodos y técnicas participativas para la solución operativa de problemas Prieto (2012):.

- **Grupos nominales**

Se recomiendan para identificar las variables críticas de un problema o situación específica y para establecer prioridades, es decir, para destacar los aspectos más importantes del tema tratado.

- **Tormenta de cerebros**

También conocida como torbellino de ideas o ataque al cerebro. Es recomendada para problemas que requieren un enfoque creativo grupal.

- **Lluvia de ideas por tarjetas**

Es una variante de la tormenta de cerebros que pueden utilizarse para diversos fines, por ejemplo:

- Realizar un diagnóstico de lo que el grupo conoce u opina de un tema específico que se profundizará en el trabajo grupal
- Para elaborar las conclusiones sobre un tema que se haya discutido.
- Para planificar acciones concretas
- Para evaluar trabajos realizados.

- **Demostración**

Se usan generalmente objetos, esquemas, modelos, imágenes y experimentos que los docentes llevan al aula de clases. Sirve para comprender, en el sentido literal de la palabra, durante ella se puede ver, tocar, oler, oír, lo que hace el aprendizaje más aprehensible.

4.1.11 Las TIC y su importancia en Educación

Córdoba (2014), afirma que la tecnología ofrece nuevos enfoques para la enseñanza y por tanto, para el aprendizaje dentro y fuera del aula. La principal motivación para la integración de las TIC en la educación es que promueve en los estudiantes su pensamiento constructivo y les permite al mismo tiempo trascender sus limitaciones cognitivas involucrándolos en ciertas operaciones que por otros medios, tal vez no hubieran podido lograr. (p.3).

Según Lugo (2008), citado por la UNESCO (2013), manifiesta que la introducción de las TIC en las aulas pone en evidencia la necesidad de una nueva definición de roles, especialmente, para los estudiantes y docentes. Los primeros, gracias a estas nuevas herramientas, pueden adquirir mayor autonomía y responsabilidad en el proceso de aprendizaje, lo que obliga al docente a salir de su rol clásico como única fuente de conocimiento. Esto genera incertidumbres, tensiones y temores; realidad que obliga a una readecuación creativa de la institución escolar.

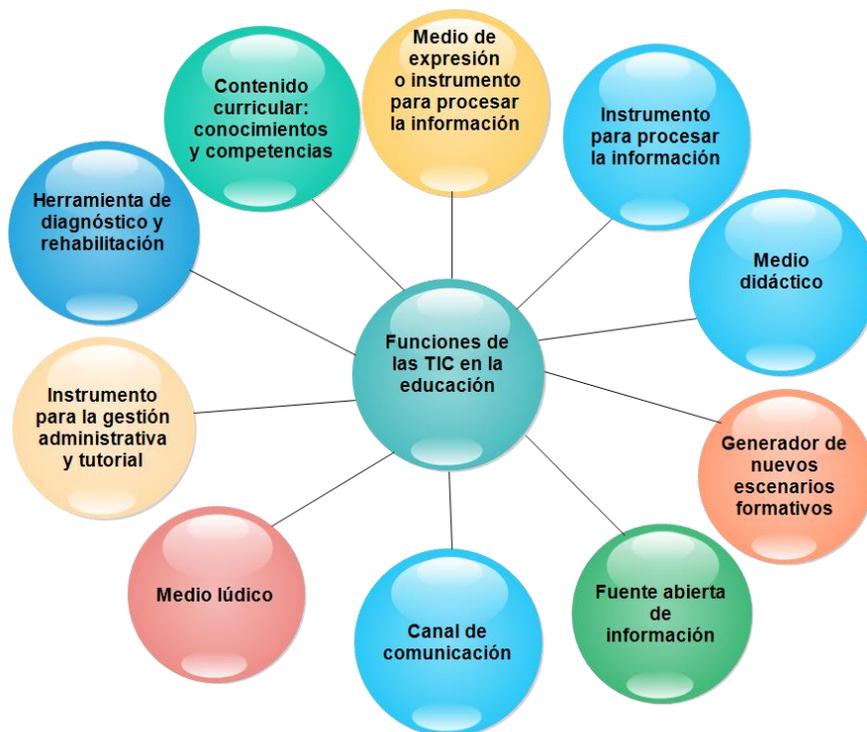
Es clave entender que las TIC no son sólo herramientas simples, sino que constituyen sobre todo nuevas conversaciones, estéticas, narrativas, vínculos relacionales, modalidades de construir identidades y perspectivas sobre el mundo. Una de las consecuencias de ello es cuando una persona queda excluida del acceso y uso de las TIC, se pierden formas de ser y estar en el mundo, y el resto de la humanidad también pierde esos aportes. En el siglo XXI es indispensable saber utilizar tecnologías, que los estudiantes se apropien de los usos y así puedan participar activamente en la sociedad e insertarse en el mercado laboral. En varios países de la región ya se habla del acceso a la tecnología y conectividad como un derecho asociado a un bien básico.

Aprendizaje basado en TIC (ABT)

Serna et al. (2013), consideran que en la actualidad, nuestra sociedad está inmersa en un constante avance tecnológico que pretende ampliar nuestras capacidades físicas y mentales, buscando un desarrollo social altamente sostenible. El concepto de TIC integra tecnologías asociadas con la telemática, multimedia y los medios de comunicación de todo tipo que

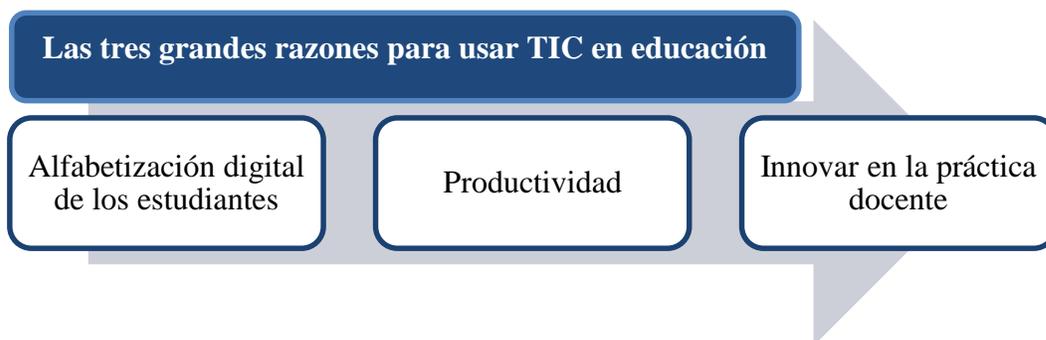
avanza al ritmo continuo del desarrollo científico y en un marco de globalización, provocando una renovación continua del conocimiento y transformando nuestras estructuras económicas, sociales y culturales e incidiendo en casi todos los aspectos de nuestras vidas.

Ilustración 3: Aprendizaje basado en TIC (ABT)



Fuente: Elaboración propia, a partir de (Córdoba, 2014).

Ilustración 4: Razones para usar TIC

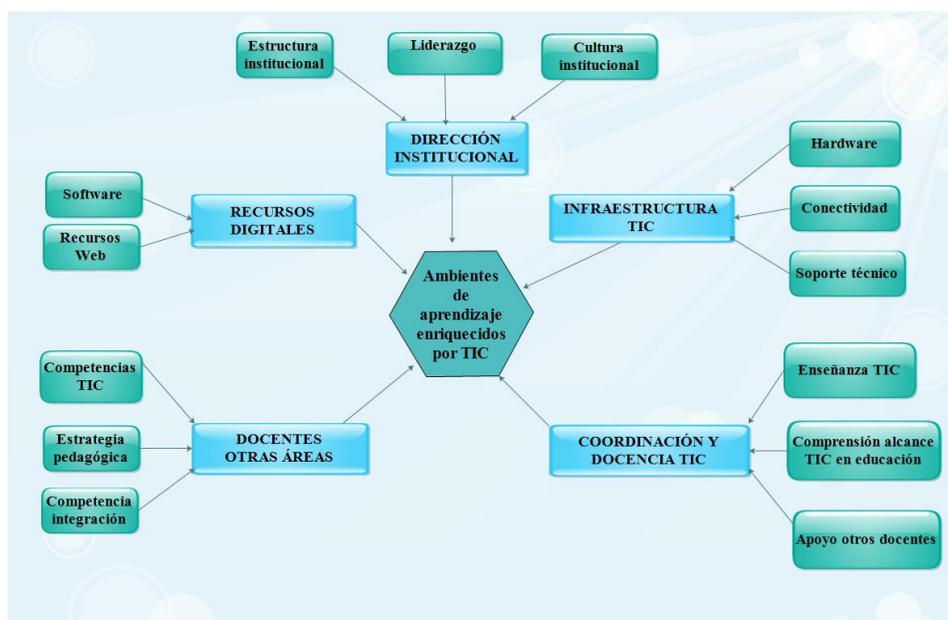


Fuente: elaboración propia

Ambientes de aprendizaje enriquecedor por TIC

Según Ramírez & Burgos Aguilar, (2011), un ambiente de aprendizaje enriquecedor con tecnología, permite ofrecer al educador nuevas formas de enseñar y reflexionar sobre su propia práctica educativa, permitiéndole al estudiante estimular el proceso de aprendizaje. Las TIC tienen ese potencial que permite diseñar distintos escenarios de interacción que se ven reflejados en experiencias significativas en los ambientes de aprendizaje, esto es, cuando dicho ambiente se ha diseñado con una bien definida y clara intención, con el objetivo de estimular el aprendizaje a través de la interacción de diversas formas (alumno-alumno, alumno-profesor, alumno-contenidos).

Ilustración 5: Ambientes de aprendizaje enriquecedor por TIC



Fuente: López Jiménez & Villafañe Rodríguez (2011, p.12).

Las TIC en el aula de Matemáticas

A criterio de Vidal (2006), las Tecnologías de Información y Comunicación aplicadas a la educación son potentes herramientas que permiten afianzar conceptos, definiciones, algoritmos y procedimientos entre otros, de las diversas áreas del conocimiento. De tal manera, que los estudiantes de las nuevas generaciones se acercan a estas con mayor confianza y seguridad, pues los procesos de aprendizaje a partir de herramientas que son

fácilmente manipulables, provocan un rompimiento de los temores que tienen los educandos cuando acceden a diversas informaciones, más aún en disciplinas que son consideradas difíciles.

Particularmente, el aprendizaje de las Matemáticas es considerado complejo a partir de ciertos niveles educativos, debido a sus conceptos, algoritmos, aplicaciones y otros elementos como el lenguaje mismo.

Señala Martínez (2013):

En este sentido, la enseñanza de esta disciplina se ha venido dinamizando durante los últimos años con el uso de diferentes elementos didácticos. Es aquí donde entra en juego el uso de programas computacionales en la enseñanza de la Matemática.

Pero no solo los programas computacionales y especializados en la disciplina son la única herramienta que puede usar el docente en la enseñanza de las Matemáticas, existen además otras herramientas como software básico (office), páginas interactivas, calculadoras, páginas de internet, webpage, entre otros, que pueden ayudar al docente y a los estudiantes a acercarse a la enseñanza de la Matemática. (p. 56).

Al respecto Herrera (2007), manifiesta que la forma y el grado de incluir las TIC dentro de la enseñanza de la Matemática varía dependiendo del nivel educativo y los temas impartidos, debido a que en cada situación propocionan diversas formas de presentar contextos idealizadas y problemáticas, incitando al estudiante a desarrollar estrategias de resolución, ayudándole a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos.

Ello implica, que las TIC no es solo un recurso, una herramienta didáctica de apoyo, sino que para poder incluirlas positivamente en el currículo de las Matemáticas se deben redefinir las formas de cómo aprendemos y enseñamos las Matemáticas con ayuda de las TIC, porque se puede caer en el error de que lo que se está enseñando a los estudiantes es a manejar las herramientas tecnológicas y no los contenidos matemáticos.

De acuerdo a Lugo (2009):

La introducción de las TIC en las aulas está poniendo en evidencia una nueva definición de roles, especialmente, para los alumnos y docentes. Los primeros, gracias a estas nuevas herramientas, están adquiriendo mayor autonomía y responsabilidad en el proceso de aprendizaje, lo que obliga al docente a salirse de su rol clásico como única fuente de conocimiento. Hay incluso una percepción de la superación de las competencias de los

alumnos por sobre la de los docentes. Esto genera incertidumbres y temores; realidad que obliga a una readecuación creativa de la institución escolar. (p.28).

Continúa diciendo que a la universalización del uso de las TIC en términos de igualdad, se suma la necesidad de innovar en la integración de éstas al sistema educativo para lograr aprendizajes de calidad. Es así, que se plantean nuevas barreras por superar, relacionadas con la democratización, la equidad y la calidad; que deben ser puestas en consideración a la hora de medir el éxito en la innovación TIC de los sistemas educativos.

4.1.12 La evaluación de los aprendizajes

La evaluación del aprendizaje debe estar presente durante todo el proceso de la enseñanza, debe merecer toda la atención posible por parte del docente. A través de la evaluación se llega a saber si en las aulas de clases se cumple con la misión, visión institucional y principalmente si se está enriqueciendo la vida del estudiantado.

Para Tobón, Pimienta & García (2010), “la evaluación se refiere a la apreciación cualitativa de los datos recogidos para verificar. Esta apreciación debe estar vinculada a tres puntos importantes: primero, a las posibilidades reales del educando, segundo, a sus reales condiciones de vida y tercero a su efectiva escolaridad. De aquí que deberá tomarse en consideración las aptitudes, condiciones de vida familiar y social y lo que, efectivamente, haya sido incorporado por el proceso del aprendizaje”. (p.3)

Tomando en consideración los planteamientos anteriores, Pimienta (2008), define la evaluación de los aprendizajes como:

El conjunto de productos obtenidos por los estudiantes como resultado de la incidencia de la educación. Estos productos pueden ser mediatos como inmediatos; e incluso algunos de ellos no se manifiestan como conductas observables. (p. 26)

Al respecto Pimienta hace referencia a las siguientes interrogantes:

¿Qué evaluar?

Establece que es injusto evaluar lo que no se ha desarrollado en las sesiones de clases; pero esto sucede con mucha frecuencia.

¿Para qué evaluar?

Se evalúa para algo; pero ese algo finalmente se transformará en decisiones. Si la evaluación no se dirigiera a mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes no tendría sentido.

¿Quién evalúa?

En las clases de forma tradicional quién evalúa es el docente, sin embargo, no solo los maestros deben evaluar; se le debe permitir a los estudiantes emitir juicios acerca de la forma en que se enseña.

¿Cómo evaluar?

La evaluación es necesaria ya que es un acto intencional y anticipado, no cabe la improvisación. Las técnicas más utilizadas son: la observación, encuesta, exámenes y más recientemente, los portafolios. Entre las formas de evaluar se encuentra la heteroevaluación, autoevaluación y coevaluación. Los docentes pueden evaluar a los estudiantes, ellos mismos pueden evaluarse y también pueden evaluarse entre pares. Para cada tipo de evaluación deben diseñarse instrumentos adecuados.

Para concluir se debe llamar la atención sobre la idea de que las variaciones impulsadas en los procesos de evaluación tienen repercusiones en el proceso educativo; con esto se quiere decir que el proceso de enseñanza y aprendizaje se verá reformulado si se ejercen modificaciones en el planteamiento de la evaluación.

CAPÍTULO V

PERSPECTIVA METODOLÓGICA DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se detallan los aspectos asociados con el desarrollo de esta investigación. Se indica la fundamentación metodológica, el paradigma que preside el estudio. Luego se señala el tipo de estudio de acuerdo a la naturaleza que la caracteriza, los métodos de investigación, temporalidad. Asimismo, se presenta la población y muestra, donde se definen los sujetos de investigación, el tipo de muestreo cualitativo que se aplicó (por conveniencia), seguidamente, se da a conocer brevemente el contexto donde se desarrolló esta investigación, y por ende, se muestran las técnicas e instrumentos de recogida de los datos.

Además se describen las distintas etapas del trabajo de campo, los métodos de análisis, validación, confiabilidad, así como el procesamiento y análisis de información recopilada, a partir de las categorías de análisis previamente establecidas. Se acudió a la triangulación de dicha información, garantizando la fiabilidad de los resultados que se obtuvieron en este estudio.

5.1 Enfoques filosóficos

Latorre, del Rincón, & Arnal (2003), afirman que durante las últimas décadas, tanto en las Ciencias Sociales como en las Ciencias de la Educación, han surgido múltiples lenguajes científicos, de pluralidad de posiciones epistemológicas y de nuevas perspectivas de investigación que se engloban bajo la denominación de paradigmas de investigación. Estos son los tres paradigmas de la investigación: el paradigma positivista, el interpretativo y el socio crítico.

Continúa expresando Latorre et al. (2003), que es oportuno destacar, que:

El paradigma positivista también es el paradigma dominante en algunas comunidades científicas, hace uso de la estadística para llevarse a la práctica. El paradigma interpretativo, hace uso de técnicas cualitativas de investigación, engloba un conjunto de corrientes humanístico-interpretativas, comprende e interpreta la realidad. El paradigma sociocrítico una vez que identifica los problemas sociales les da solución, identifica potencial de cambio, analiza la realidad. En las dimensiones conceptual y metodológica existen similitudes con el paradigma interpretativo. (pp.39-43).

El paradigma que dirigió esta investigación fue el naturalista-humanista o interpretativo, teniendo como naturaleza ser dinámico, múltiple, holístico, construido y divergente. Este

tiene como propósito, comprender e interpretar la realidad, los significados de las personas, interacciones y acciones.

Barrantes (2009), enfatiza en la comprensión e interpretación de la realidad educativa desde los significados de las personas implicadas en los contextos educativos. Aquí se requiere que el investigador utilice e interprete dos lenguajes, el propio y el de las personas que le proporcionan la información, a fin de interpretar de forma correcta lo que sucede en el contexto de la investigación.

5.2 Tipo de investigación

Hernández et al. (2014), señalan que:

Los estudios descriptivos buscan especificar propiedades y características importantes de cualquier fenómeno que se analice. Se utilizan en investigaciones con objetivos de tipo exploratorio o descriptivo. Con frecuencia, la meta del investigador consiste en describir fenómenos, situaciones, contextos y sucesos. Con los estudios descriptivos se busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Los estudios descriptivos sirven para analizar cómo es y cómo se manifiesta un fenómeno y sus componentes. (p. 92).

Según la profundidad u objetivo, el alcance de esta investigación es descriptiva, es decir, permite comprender la interpretación y análisis de los hechos, situaciones, vivencias, actitudes predominantes, circunstancias y experiencias en el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática General y en particular de los contenidos de Álgebra, en el primer año de las carreras de Física-Matemática y Psicología, durante el primer semestre de 2017.

Para Latorre et al. (2003), la investigación descriptiva tiene como objetivo central la descripción de los fenómenos. Se sitúa en el primer nivel del conocimiento científico. También utiliza métodos descriptivos como la observación, estudios correlacionales, de desarrollo, entre otros.

5.3 Enfoque de la investigación

Se hace referencia a los dos tipos enfoques históricos de investigación: el cualitativo y cuantitativo.

Según Latorre et al. (2003), la investigación cualitativa se orienta al estudio de los significados de las acciones humanas y de la vida social. Utiliza la metodología interpretativa, su interés se centra en el descubrimiento de conocimientos, el tratamiento de los datos es básicamente cualitativo.

Hernández et al. (2014) consideran que:

El enfoque cualitativo puede concebirse como un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos. Es naturalista porque estudia los fenómenos y seres vivos en sus contextos o ambientes naturales y en su cotidianidad e interpretativa pues intenta encontrar sentido a los fenómenos en función de los significados que las personas les otorgan. (p. 42).

Por tanto, la investigación cualitativa se nutre epistemológicamente de la hermenéutica, la fenomenología y el interaccionismo simbólico. El pensamiento hermenéutico parte del supuesto que los actores sociales no son meros objetos de estudio como si fuesen cosas, sino que también significan, hablan, son reflexivos, pueden ser observados como subjetividades que toman decisiones y tienen capacidad de reflexionar sobre su situación. El pensamiento hermenéutico interpreta, se mueve en significados no en datos, está abierto en forma permanente frente al cerrado positivismo.

Aproximación a la realidad y al objeto de estudio

La metodología cualitativa se interesa por captar la realidad social a través de los ojos, de la gente que está siendo estudiada, es decir, a partir de la percepción que tiene el sujeto de su propio contexto. Explora de manera sistemática los conocimientos y valores que comparten los individuos en un determinado contexto espacial y temporal.

Relación sujeto - objeto

La investigación cualitativa plantea que la realidad no es exterior al sujeto que la examina, existiendo una relación estrecha entre el sujeto y el objeto de conocimiento. En este tipo de

investigación la cientificidad del método se logra mediante la transparencia del investigador, es decir, llevando sistemáticamente y de la manera más completa e imparcial las notas de campo.

En resumen, el punto de partida de una indagación cualitativa es la presencia del investigador en el contexto donde comienza su inducción. Como lo expresa Hernández et al. (2014), la investigación cualitativa se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto. La reflexión es el puente que vincula al investigador y a los participantes. (p.321).

Por otro lado, Latorre et al. (2003), considera que la investigación cuantitativa se centra fundamentalmente en los aspectos observables y susceptibles de cuantificación de los fenómenos educativos, utiliza la metodología empírico-analítica y se sirve de pruebas estadísticas para el análisis de datos. Es la modalidad de investigación que ha predominado en educación.

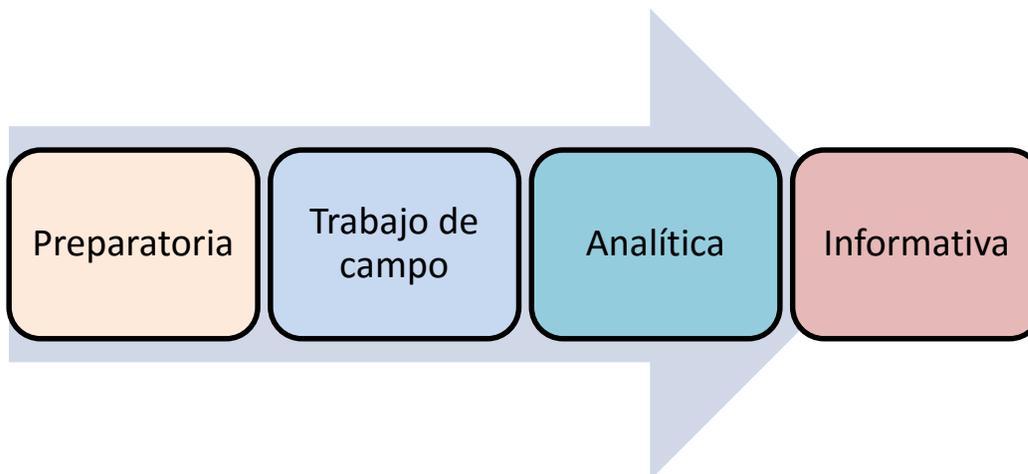
De acuerdo con Hernández et al. (2014), esta investigación es de tipo cualitativa, también se abordan algunos aspectos de índole cuantitativo. Cabe destacar, que el enfoque de mayor predominio y presencia es el cualitativo, debido a que, utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación, además se aplica la lógica inductiva de lo particular a lo general.

En este estudio se partió del enfoque cualitativo en donde se inició con la observación a clases, luego se desarrollaron los grupos focales y entrevistas. Posteriormente, se continuó con el enfoque cuantitativo en donde se aplicó encuesta a estudiantes participantes en este proceso. Aplicar los dos enfoques, permitió como investigadora usar técnicas cualitativas y cuantitativas.

Continúan diciendo que los dos enfoques constituyen un proceso que, a su vez, integran diversos procesos. El proceso cuantitativo es secuencial y probatorio. Cada etapa precede a la siguiente y no se puede brincar o eludir pasos, el orden es riguroso, aunque desde luego, se puede redefinir alguna fase. En cambio, el proceso cualitativo es en espiral o circular, las etapas a realizar interactúan entre sí y no siguen una secuencia rigurosa.

Cabe señalar, que en la recolección de los datos cuantitativos podría involucrarse un instrumento de naturaleza cualitativa como la aplicación de una entrevista abierta; o viceversa, en el levantamiento de datos cualitativos podría utilizarse una herramienta cuantitativa, como por ejemplo, en entrevistas abiertas aplicar un cuestionario estandarizado. En los dos procesos, las técnicas de recolección de los datos pueden ser múltiples. Por ejemplo, en la investigación cuantitativa cuestionarios cerrados, registros de datos estadísticos, pruebas estandarizadas, sistemas de mediciones fisiológicas. En los estudios cualitativos entrevistas a profundidad, pruebas proyectivas, cuestionarios abiertos, sesiones de grupos, biografías, revisión de archivos, observación, entre otros.

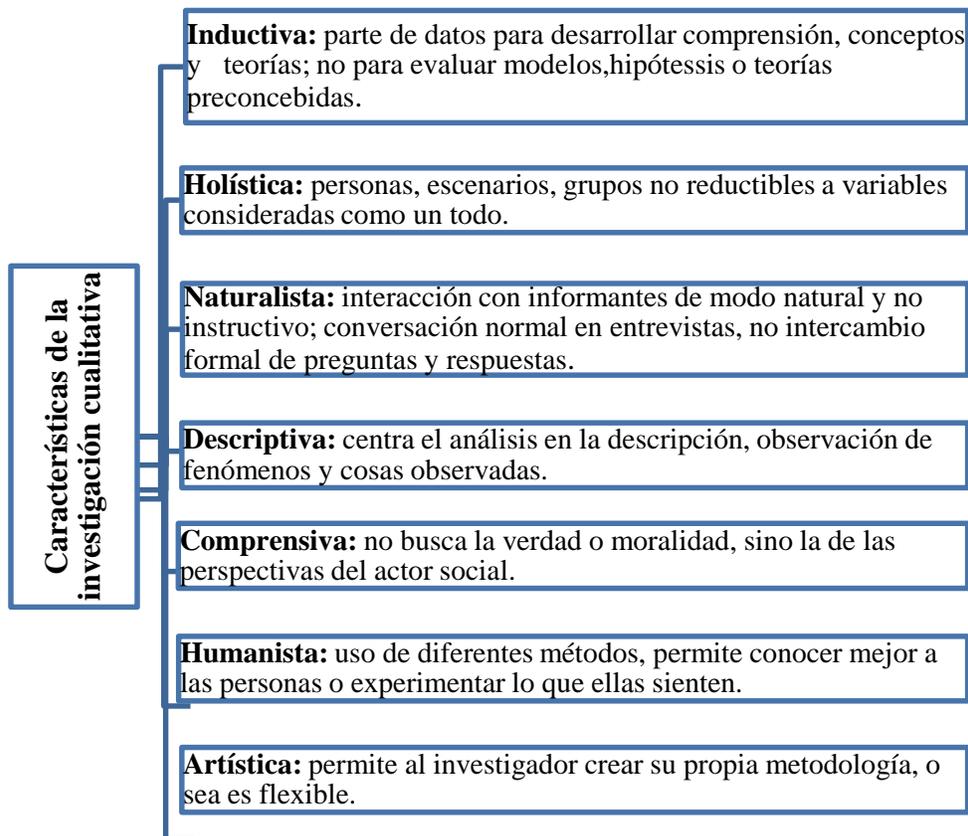
Ilustración 6: Fases y etapas de la investigación



Fuente: elaboración propia

A continuación se presenta un esquema con las características de la investigación cualitativa.

Ilustración 7: Características de la investigación cualitativa



Fuente: Elaboración propia a partir de (Taylor & Bogdan, 2000, pp. 20-23).

5.4 Finalidad de la investigación

De acuerdo con Latorre et al. (2003), la investigación es aplicada, tiene como finalidad primordial la resolución de problemas prácticos inmediatos en orden a transformar las condiciones del acto didáctico y mejorar la calidad educativa. El propósito de realizar aportaciones al conocimiento teórico es secundario. (p.58)

Para Martínez (2007), el objetivo de la investigación aplicada es:

“Aplicar los conocimientos obtenidos al investigar una realidad o práctica concreta para modificarla y transformarla hasta donde sea posible para mejorarla. En Educación este tipo de investigación es especialmente relevante por el interés que tiene tanto para los docentes y educadores, como para los centros e instituciones educativas y responsables de la política educativa, mejorar las prácticas de aprendizaje y de enseñanza, la organización de los centros y sus dinámicas, la implicación de los estudiantes, y otros factores asociados a la consecución de mejores resultados y calidad educativa” (p.21).

Baena (2014), indica que la investigación aplicada, concentra su atención en las posibilidades concretas de llevar a la práctica las teorías generales, y destinan sus esfuerzos a resolver las necesidades que se plantean la sociedad y los hombres.

Fue fundamental el aporte dado por los sujetos involucrados en el trabajo de campo realizado, lo que conllevó a la recopilación de la información para luego ser procesada y analizada.

5.5 Investigación según el contexto

Con base en lo planteado por Baena (2014), la investigación de acuerdo al contexto es no experimental, se caracteriza porque no hay manipulación de la variable independiente, no se asignan al azar los grupos. Solo se observan los cambios que ocurren. Se le ha dividido en Investigación Correlacional o ex post facto, Investigación Descriptiva e Investigación Metodológica. Este tipo de estudio se apoya en información proveniente de entrevistas, cuestionarios, encuestas y observaciones.

5.6 Según el alcance temporal

Liu (2014), citado por Hernández et al. (2014), manifiesta, que este estudio es de tipo transversal. Es decir, que los diseños de investigación transeccional o transversal recolectan datos en un solo momento, en tiempo único. Su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelaciones en un momento dado. Siguiendo esta misma línea, para Latorre et al. (2003), expresa que son investigaciones que estudian un aspecto de desarrollo de los sujetos en un momento dado. (p.60).

De tal forma que, en este estudio se indagó sobre como se estaba llevando a cabo la conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de Álgebra en los estudiantes, se hizo una descripción de las actitudes predominantes, vivencias, emociones, hechos, experiencias y situaciones vividas durante aprendizaje de dicha asignatura, así como se identificó y analizó la interrelación docente-estudiante.

Las investigaciones transeccionales se puede clasificar en estudios transeccionales descriptivos y correlacionales. El propósito de los primeros es la descripción de las características medidas en uno o más grupos. En cambio, los segundos tienen como propósito descubrir el grado de asociación entre dos o más variables medidas en uno o más grupos en un periodo único de tiempo.

Para Martínez (2007):

Los estudios transversales pueden realizarse a la vez con varias realidades y muestras equivalentes que compartan características similares para poder obtener conclusiones más precisas que aumenten la posibilidad de generalizarlas a un mayor número de casos. Por ejemplo, se pueden estudiar a la vez varios grupos de alumnos de un mismo nivel académico y de distintos centros para analizar los factores que influyen con más probabilidad en su adaptación y rendimiento académico. (p. 29).

5.7 Escenario, población y muestra

✓ Escenario

El escenario geográfico donde se realizó la investigación, fue en la UNAN-Managua, FAREM-Estelí.

✓ Población

Para Lepkowski (2008), citado por Hernández et al. (2014), “.Una población es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones”. (p.79).

Para Latorre et al. (2003), “la población es el conjunto de todos los individuos (objetos, personas, eventos, entre otros), en los que se desea estudiar el fenómeno. Estos deben reunir las características de lo que es objeto de estudio”. (p.61).

✓ Muestra

De acuerdo a Rodríguez Gómez & Valdeoriola Roquet (2009) explican que:

Debido a razones prácticas (tiempo, costo y complejidad), salvo en el caso de poblaciones pequeñas, en los procesos de investigación cuantitativa se selecciona una muestra representativa de la población a la cual se quieren generalizar los resultados del estudio. En cambio, en las investigaciones de corte cualitativo el criterio de representatividad de la muestra no es necesario, puesto que éstas no pretenden realizar generalizaciones. (p. 28).

Siguiendo la misma línea para Hernández et al. (2014), “la muestra en el proceso cualitativo, es un grupo de personas, eventos, sucesos, comunidades, sobre el cual se habrán de recolectar los datos, sin que necesariamente sea estadísticamente representativos del universo o población que se estudia. Es decir, que la muestra es no probabilística, conocida también como “guiadas por uno o varios propósitos”, es dirigida a un subgrupo de la población en que la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de las características de la investigación” (p.366).

Asimismo, Hernández et al. (2014), expresan que la elección de las muestras no probabilísticas no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o los propósitos del investigador. El muestreo utilizado fue por conveniencia denominado también intencional, de voluntarios o por oportunidad.

Aquí el procedimiento no es mecánico ni se basa en fórmulas de probabilidad, sino que depende del proceso de toma de decisiones de un investigador o de un grupo de investigadores y, desde luego, las muestras seleccionadas obedecen a otros criterios de investigación. Elegir entre una muestra probabilística y una no probabilística depende del planteamiento del estudio, del diseño de investigación y de la contribución que se piensa hacer con ella.

A continuación se indica los sujetos participantes en el proceso de investigación

Tabla 4: Población y muestra

Población	Muestra
98 estudiantes de las carreras de Física-Matemática y Psicología del departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades que cursan Matemática General en el I semestre 2017.	95 estudiantes de primer año, distribuidos en 49 de la carrera de Física-Matemática, modalidad de profesionalización, 46 de Psicología, modalidad regular.
Cinco docentes que imparten la asignatura de Matemática General.	Dos docentes que imparten las clases en ambos grupos.
Un director de departamento.	Un director de departamento
Dos coordinadoras de la carrera de Física-Matemática y Psicología.	Dos coordinadoras de la carrera de Física-Matemática y Psicología

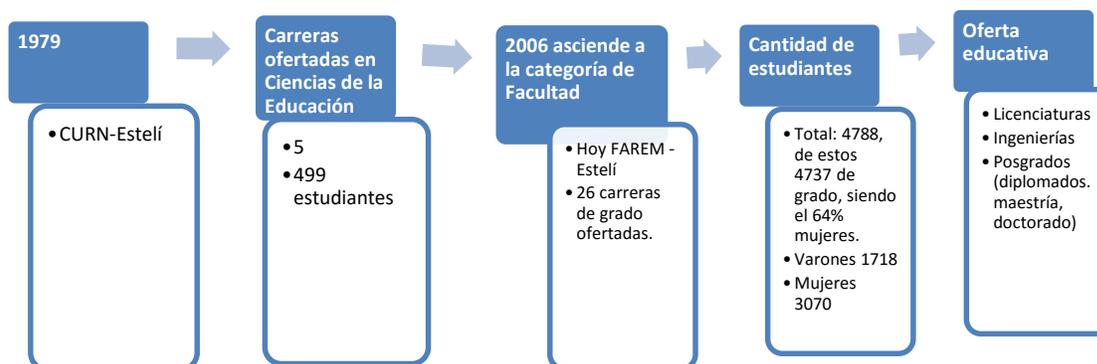
Fuente: elaboración propia a partir de datos de registro académico (Facultad Regional Multidisciplinaria de Estelí, 2017).

5.8 Contexto de la investigación

Este estudio se realizó en la Facultad Regional Multidisciplinaria (FAREM-Estelí)



Se presenta de forma resumida el desarrollo que ha venido experimentado, el período de transición de CURN a FAREM, al igual que el avance en la oferta educativa y crecimiento en la población estudiantil, entre otros aspectos.



5.9 Técnicas e instrumentos de recogida de datos

Hernández et al. (2014), refieren que:

Para el enfoque cualitativo, al igual que para el cuantitativo, la recolección de datos resulta fundamental, solamente que su propósito no es medir variables para llevar a cabo inferencias y análisis estadístico. Lo que se busca en un estudio cualitativo es obtener datos que se convertirán en información de personas, seres vivos, comunidades, situaciones o procesos en profundidad; en las propias formas de expresión de cada uno. (p. 396).

En este mismo sentido, para Latorre et al. (2003), “la técnica de recogida de datos son medios que el investigador utiliza para facilitar el tratamiento de los datos propios de cada investigación” (p.63).

Durante el proceso de la investigación las técnicas e instrumentos que se utilizaron para la recolección de información fueron: análisis documental, consultas de diversas fuentes bibliográficas, observación, entrevista, grupo focal y encuesta.

✓ Análisis documental

Del Rincón Delio, Arnal, Latorre, & Sans, (1995), argumentan que:

El análisis documental puede apoyar a complementar, contrastar y validar la información obtenida con las restantes estrategias. Resulta oportuno resaltar, que “el análisis documental es una fuente de gran utilidad para obtener información retrospectiva y referencial sobre una situación, un fenómeno o un programa concreto”. Es decir, que los documentos son una fuente fidedigna y práctica para revelar los intereses y perspectivas de quienes los han escrito. (p.128).

Continuando con lo expresado por Del Rincón et al. (1995), agrupan los documentos escritos en dos tipos: oficiales y los documentos personales.

Se entiende por documentos oficiales toda clase de documentos, registros y materiales oficiales y públicos disponibles como fuentes de información”. “Los documentos personales se refieren a cualquier relato en primera persona producido por un individuo que describe sus propias experiencias y creencias. (p.129).

En este proceso, los documentos oficiales utilizados fueron:

- Modelo educativo de la UNAN-Managua
- Programa de asignatura
- Planes de clase
- Plan didáctico

- Material complementario asignado a los estudiantes
- Información estadística

✓ **Observación**

La observación, según Hernández et al. (2014), es la estrategia fundamental del método científico. Este método de recolección de datos que consiste en el registro sistemático, válido y confiable de comportamientos y situaciones observables, a través de un conjunto de categorías y subcategorías.

Algunos autores, entre ellos Bisquerra (2009), manifiestan que la observación más cercana al paradigma cuantitativo es aquella en la que los elementos implicados están más controlados y sistematizados empleando generalmente números para la síntesis de lo que se ha observado y por tanto, habrán ciertos instrumentos para la recogida de información cuantitativa que serán más apropiados, pero no exclusivos. Por su parte, la observación utilizada en investigaciones más cualitativas se caracteriza por un menor control y sistematización en la recogida de datos, permitiendo una mayor participación de las interpretaciones y juicios del observador y por tanto, los instrumentos para la recogida de la datos serán otros, pero en este caso tampoco exclusivos.

De tal forma que puede existir observación tanto en investigaciones de tipo más cuantitativo como en el caso de las cualitativas. La observación, como técnica, puede servir para la recogida de información cuantitativa y cualitativa. Pero estas no son excluyentes, es decir, en un mismo proyecto de investigación pueden combinarse la recogida de los dos tipos de datos. Por tanto pueden ser complementarias y no excluyentes.

Por otra parte Behar Rivero (2008), expresa que:

La observación consiste en el registro sistemático, válido y confiable del comportamiento o conducta manifiesta. Puede utilizarse como instrumento de medición en muy diversas circunstancias. Es un método más utilizado por quienes están orientados conductualmente. Puede servir para determinar la aceptación de un grupo respecto a su profesor, analizar conflictos familiares, eventos masivos, la aceptación de un producto, el comportamiento de discapacitados mentales, entre otros. (pp. 68-69).

La observación puede ser participante o no participante. En la primera, el observador interactúa con los sujetos observados y en la segunda no ocurre esta interacción.

Asimismo, Bisquerra (2009), infiere que la observación participante, consiste en observar al mismo tiempo que se participa en las actividades propias del grupo que se está investigando. La observación es un proceso sistemático por el que un especialista recoge por sí mismo información relacionada con ciertos problemas. Así que, la observación participante se fundamenta en la integración del investigador (observador) en el espacio y en la vida cotidiana del objeto de la investigación, con el objetivo de profundizar en el conocimiento del mismo.

El investigador participa de forma activa en la cotidianidad del grupo, asumiendo uno o más roles, e identificándose con él hasta el punto de que el grupo lo considere como uno más. La inmersión en la realidad o hecho a investigar permite un alto grado de comprensión empática del mismo.

Además, Hernández et al. (2014), consideran que la observación no participante el propósito fundamental es explorar y explicar contextos sociales y culturales, ambientes, actividades realizadas por las personas objetos de estudio y el significado de las mismas; comprender afinidades entre personas y los patrones que se desarrollan. En la observación no participante propiamente, el investigador se vale de ella para obtener información sin participar en los acontecimientos de la vida del grupo que estudia, permaneciendo ajeno al mismo.

✓ **Entrevistas**

La entrevista es una técnica cuyo objetivo es obtener información de forma oral y personalizada, sobre acontecimientos vividos y aspectos subjetivos de las personas como las creencias, las actitudes, las opiniones, los valores, en relación con la situación que se está estudiando. En el campo de la investigación cualitativa es una técnica de recogida de información con identidad propia y a la vez complementaria de otras técnicas como la observación participante y los grupos de discusión. Existen distintas modalidades de entrevista, tales como la estructurada, semiestructurada y no estructurada.

Por su parte Bisquerra (2009), expresa que en las entrevistas estructuradas dejan poco margen para que el entrevistado pueda añadir comentarios, realizar apreciaciones o salirse del guion. Las preguntas suelen ser cerradas y permiten que el entrevistado afirme, niegue o bien responda de forma concreta y exacta lo que se pregunta.

En este estudio se usó la entrevista semiestructurada, dado que en referencia a la clasificación anterior Bisquerra, manifiesta que este tipo de entrevista parte de un guion que determina de antemano cuál es la información relevante que se necesita obtener. Por lo tanto, existe una acotación en la información y el entrevistado debe remitirse a ella. Las preguntas, en este formato, se elaboraron de forma abierta lo que permite obtener una información más rica en matices. Es una modalidad que permite ir entrelazando temas e ir construyendo un conocimiento holístico y comprensivo de la realidad.

En relación con esto último la entrevista realizada estuvo dirigida al director de departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades, a las coordinadoras de ambas carreras y a los dos docentes que imparten la asignatura. Se elaboró y aplicó una guía de entrevista para las autoridades y otras para los docentes, con gran similitud. Con el permiso de los informantes fueron grabadas para el posterior análisis de la información.

✓ **Grupo focal**

Para Monge (2011), el grupo focal también denominado “entrevista exploratoria grupal” o “focus group” donde un grupo reducido de seis a quince personas y con la guía de un moderador, se expresan de manera libre y espontánea sobre una temática:

Es una técnica de obtención de información en estudios sociales, particularmente en la investigación cualitativa. Es “focal” porque focaliza su atención e interés en un tema específico de estudio e investigación que le es propio, por estar cercano a su pensar y sentir; y es de “discusión” porque realiza su principal trabajo de búsqueda por medio de la interacción discursiva y la contrastación de las opiniones de sus miembros. (p. 153).

Continúa diciendo Monge, que la técnica de los grupos focales es una reunión de 10 a 15 personas con modalidad de entrevista grupal abierta, en donde se procura que un grupo de individuos seleccionados por los investigadores discutan y elaboren, desde la experiencia personal, una temática o hecho social que es objeto de investigación.

En los grupos focales desarrollados participaron estudiantes de las carreras seleccionadas, y que estaban cursando la asignatura de Matemática General en la Facultad, a fin de establecer una conversación sobre sus conocimientos, al igual que los hábitos de estudio, habilidades, destrezas, actitudes hacia la Matemática, relación con el contexto, la metodología utilizada por los docentes en el desarrollo de la asignatura, entre otros. Para la recopilación de información se usó una guía previamente elaborada, así como la grabación digital y toma de fotografías. Antes de iniciar el grupo focal se le dio a conocer a los participantes el objetivo que se pretendía con el mismo, se expuso claramente el tema principal de discusión, se les explicó que se realizaría filmación del mismo y el porqué de ello.

El grupo focal fue guiado por la investigadora, quien controló el desarrollo del mismo. Tuvo una duración aproximada de 40-50 minutos. De los estudiantes seleccionados no llegaron dos, uno de cada grupo. Como investigadora se había previsto que esto sucediera, por ello se invitó a más estudiantes, pero la meta era de 15 por cada grupo y esta cantidad fue la que estuvo presente.

Durante el grupo focal se creó un ambiente de confianza y se mantuvo una interacción dinámica entre los participantes. Se aseguró que el tema estaba tratado, generando preguntas que permitiera re-direccionar la conversación. De igual manera, se identificaron las personas que participaban más o menos libremente, asegurándose de que éstas no impusiera sus puntos de vista en el grupo.

✓ **Encuesta**

Es una técnica de investigación que consiste en una interrogación verbal o escrita que se les realiza a las personas con el fin de obtener información necesaria para una investigación. Se define como una investigación realizada sobre una muestra de sujetos representativos de un colectivo. Esta técnica es de gran utilidad para el enfoque cuantitativo de la investigación y el tratamiento estadístico de la misma. Permite recopilar información sobre datos generales, opiniones o sugerencias que proporcionen preguntas formuladas sobre los diversos indicadores a explorar a través de este medio. Facilita conocer opiniones, actitudes e intereses

de los sujetos de estudio. En términos generales, esta metodología está especialmente indicada en estudios con objetivos descriptivos.

De acuerdo con Ávila (2006), la investigación por encuesta:

Es un método de colección de datos en los cuales se definen específicamente grupos de individuos que dan respuesta a un número de preguntas específicas. Señala que el método por encuesta resulta adecuado para estudiar cualquier hecho o característica que las personas estén dispuestas a informar. (p. 134).

La principal ventaja del uso de la encuesta es que, dependiendo de la profundidad de la misma, se pueden obtener datos muy precisos; mientras que la desventaja radica en la posibilidad de que los encuestados puedan brindar respuestas falsas, o que los encuestadores puedan recurrir a atajos.

Cabe destacar que en la guía de encuesta se integró un apartado a manera de test a fin de analizar a través de la resolución de los ejercicios indicados los conocimientos y habilidades que tenían los estudiantes. Estos consistieron en reducción de expresiones algebraicas, encontrar el valor numérico de expresiones algebraicas, operaciones con polinomios, productos notables y traducir del lenguaje común al algebraico.

A continuación, se describen los instrumentos y técnicas que se utilizaron para la recolección de datos en la investigación.

Criterios de selección de la muestra

Instrumentos	Criterios de selección de los informantes para la recopilación de datos		Selección de la muestra¹
	Inclusión	Exclusión	
Guía de observación a clases	Estudiantes de primer año de Física-Matemática,	Estudiantes que no estén inscritos en la clase.	Informantes que cumplieran los criterios de inclusión.

¹ Los criterios de selección de las personas participantes en el estudio (autoridades, docentes, estudiantes fueron tomados conforme la metodología cualitativa, a criterios de la investigadora y que permitieran la recopilación de los datos en base a los objetivos del estudio, así como de los instrumentos elaborados. Es así que no se aplicó ningún tipo de muestreo probabilístico. En el caso de la encuesta que es de índole cuantitativo fue aplicado al total de la población.

Instrumentos	Criterios de selección de los informantes para la recopilación de datos		Selección de la muestra ¹
	Inclusión	Exclusión	
	modalidad de profesionalización y Psicología, modalidad regular.		
Guía de entrevista	<p>Director de departamento de los grupos a los cuales pertenecen las dos carreras seleccionadas, con categoría de máster y Licenciado en Matemática.</p> <p>Las coordinadoras correspondan a los grupos de primer año de las carreras de Física-Matemática y Psicología.</p> <p>Docentes que facilitan la clase de Matemática General en el primer año de las carreras de Física-Matemática y Psicología y que sean graduados en Matemática, con categoría mínima de licenciatura.</p>	<p>Directores de otros departamentos.</p> <p>Coordinadores de otras carreras.</p> <p>Docentes que sean de otras carreras, turnos y modalidades.</p>	Informantes que cumplieran los criterios de inclusión.
Guía de grupo focal	<p>Estudiantes de primer año de las carreras seleccionadas.</p> <p>Por primera vez hayan ingresado a la carrera.</p>	Estudiantes pertenecientes a otras carreras, turnos y modalidades.	<p>Informantes que cumplieran los criterios de inclusión.</p> <p>Se especifica que para la selección de los participantes en el grupo focal se trabajó en</p>

Instrumentos	Criterios de selección de los informantes para la recopilación de datos		Selección de la muestra ¹
	Inclusión	Exclusión	
	<p>Por primera vez estén cursando la asignatura.</p> <p>Con niveles de rendimiento alto, medio y bajo.</p> <p>De ambos sexos (con preferencia que la selección de los informantes sea equitativa, o sea mismo número de hombres y mujeres).</p>	<p>Estudiantes que hayan ingresado a la carrera antes del año 2017.</p> <p>Estudiantes que estén cursando la asignatura por segunda o tercera vez.</p> <p>Estudiantes con nivel de rendimiento en la asignatura alto, medio y bajo.</p>	<p>conjunto con los dos docentes encargados de la asignatura de Matemática General en ambos grupos y conforme el listado de control de notas se determinó los estudiantes que conformarían la muestra. Se tomó en consideración que según la literatura los integrantes de un grupo focal es un grupo de personas entre 10 a 15 participantes, de preferencia que sea impar el número de integrantes.</p>
Guía de encuesta	<p>Estudiantes de primer año de las dos carreras seleccionadas.</p> <p>Por primera vez estén cursando la asignatura.</p> <p>Estudiantes que no se hayan trasladado de carrera.</p> <p>Estudiantes presentes en las aulas de clases el día que corresponde la aplicación de la encuesta.</p>	<p>Estudiantes de otras carreras y años que no sean las seleccionadas.</p> <p>Estudiantes que reprobaron en otros cursos la asignatura. (verano, paralelos).</p> <p>Estudiantes de segunda carrera.</p> <p>Estudiantes que pertenecen a otras carreras y modalidades que no son las seleccionadas.</p> <p>Estudiantes ausentes el día y hora de la</p>	<p>Informantes que cumplieran los criterios de inclusión.</p>

Instrumentos	Criterios de selección de los informantes para la recopilación de datos		Selección de la muestra ¹
	Inclusión	Exclusión	
		aplicación de la encuesta.	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5: Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Técnicas e instrumentos de recolección de datos			
Sistema de registro	Procedimiento	Contexto espacial	A quién va dirigido
Análisis documental	Descriptivo	Modelo educativo Programa de asignatura Plan didáctico Planes de clases Información estadística A realizarse en diferentes espacios de la Facultad	Docentes Institución
Observación	Descriptivo	Aulas de clases	95 estudiantes de primer año de Física-Matemática, de Psicología y dos docentes. Las sesiones de clases observadas fueron cinco en primer año de Física-Matemática y seis en primero de Psicología.
Entrevista	Descriptiva-narrativa	Oficinas de director, coordinadoras y docentes	Un director del departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades, dos coordinadoras de carrera. Una de Física-Matemática y otra de Psicología. Dos docentes que imparten la asignatura de Matemática General en primer año de las carreras de Física-Matemática y Psicología. Total: 5
Grupo focal	Descriptiva-narrativa	Sala de medios	30 estudiantes de las dos carreras seleccionadas (15 por cada grupo)
Encuesta	Descriptiva	Aulas de clases	83 estudiantes distribuidos así: <ul style="list-style-type: none"> • 42 de primer año de la carrera de Física-Matemática, curso de profesionalización. • 41 de primer año la carrera de Psicología, curso regular.

Fuente: elaboración propia a partir de datos provenientes de registro académico (Facultad Regional Multidisciplinaria de Estelí, 2017).

Medios de verificación

- Guía de observación a clases
- Fotografías
- Encuestas escaneadas
- Grabaciones (entrevistas y grupos focales)
- Filmaciones (clases, grupos focales)

5.10 Descripción de las etapas del trabajo de campo

Etapa I: Revisión bibliográfica y documental

Se recopiló información teórica, en los diversos documentos y textos que abordan la temática de investigación.

Etapa II: observación a clases

Se realizaron observaciones a clases a los dos grupos de estudiantes de las carreras de Física-Matemática y Psicología. Iniciaron en el mes de abril y concluyeron en junio del presente año, según calendarización de cada plan didáctico elaborado por cada docente en la unidad de Álgebra. Ello permitió tener un criterio claro acerca de la información que se deseaba obtener. Por cada sábado de clases se observó un período de 80 minutos, según horario, en la modalidad regular (Psicología), se observaron dos períodos de clase por cada semana, cada período tuvo una duración de 90 minutos.

Con estas observaciones se pretendió recopilar información con respecto a la conducción del proceso enseñanza-aprendizaje, para ello se elaboró una guía de observación a clases que contenía diferentes aspectos, entre ellos ambientación del aula de clases, estrategias de enseñanza-aprendizaje utilizadas, recursos didácticos, rol del docente, entre otros aspectos. (Guía de observación a clases en anexo).

Etapa III: La encuesta

Se aplicaron encuestas a los estudiantes de los dos grupos sujetos de estudio (Física-Matemática y Psicología), a fin de extraer información relevante sobre la opinión de estos en

el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos de Álgebra como parte de la asignatura de Matemática General. Se utilizó en el proceso de recolección de datos, para agrupar la opinión de los sujetos encuestados. Esta fue dirigida de forma escrita cuyas opiniones fueron de gran interés para la investigación. La encuesta tuvo un total de (16) ítems o preguntas y los resultados se procesaron en el programa SPSS versión 21.

Etapa IV: Los grupos focales o grupos de discusión

Se realizaron dos grupos focales en la que participaron estudiantes de las dos carreras antes indicadas. Cada grupo focal se desarrolló en la respectiva modalidad en que están ubicados los estudiantes. La guía de los grupos focales la constituyeron (9) preguntas, permitiendo a los estudiantes que dieran sus aportes a cada pregunta realizada. En lo que respecta a los grupos focales se le envió a cada estudiante invitación a participar en el mismo (ver carta en anexo).

Etapa V: Entrevistas

Se realizó a partir de una guía prediseñada conteniendo las preguntas que serían formuladas a los entrevistados para obtener la información requerida. En este caso se tuvo la guía de entrevista como instrumento para obtener la información requerida. En total se contó con cinco informantes claves en esta etapa. La entrevista dirigida a docentes estuvo conformada por (10) ítems, y la de las autoridades (director de departamento, coordinadores de carrera), se constituyó por (7) ítems. Ambas entrevistas se estructuraron en tres partes, datos generales, objetivo, desarrollo.

Con la entrevista se pretendió recoger toda la información posible sobre la conducción del proceso enseñanza-aprendizaje, tomando en cuenta la metodología que los docentes aplican en el desarrollo de los contenidos de la unidad de Álgebra.

La información recopilada mediante los instrumentos antes indicados estuvo encaminada al desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos de la unidad de Álgebra, lo que posterior permitió realizar el análisis respectivo y triangular información.

La ejecución de todas estas etapas fue posible gracias a una anticipada comunicación con los diferentes informantes, además se contó con el permiso del director de departamento y se tuvo una comunicación previa con cada uno de los participantes (docentes, grupos de estudiantes), en donde se les explicó el objetivo del estudio.

Resumen de las etapas que comprendieron la investigación

Gráfico 1: Etapas de la investigación



Fuente: Elaboración propia

Métodos de análisis

Para Coheren & Manión (1990) citado por Bisquerra (2009, p.28), manifiestan que los métodos se pueden definir como los diferentes modos o procedimientos utilizados en la investigación para obtener los datos que se analizarán como base para la inferencia, la interpretación, la explicación y la predicción de la realidad.

Bisquerra (2009), expresa que:

Atendiendo a esta pluralidad metodológica se pueden distinguir las siguientes estrategias o métodos en tanto que vías complementarias de acceso al conocimiento: el método descriptivo, método inductivo, el método deductivo y el método científico, concretado en el modelo hipotético-deductivo. (p.29).

Es así, que para la elaboración del presente trabajo de investigación se utilizaron los siguientes métodos:

- ✓ **Método descriptivo**, permitió el desarrollo de cada uno de los componentes de la investigación, ya que fue necesario utilizar la investigación bibliográfica, como libros, documentos normativos, artículos, archivos, internet, con el propósito de disponer de un panorama mucho más amplio del tema de investigación, ello permitió realizar un análisis a profundidad, además se recurrió al método científico ya que se caracterizó por la búsqueda reflexiva, sistemática y metódica.
- ✓ **Método analítico** fue de mucha importancia para el análisis realizado de aspectos concretos de la presente investigación, permitiendo conocer, comprender y aplicar, sobre la base de la descomposición del todo en sus partes.
- ✓ **Método sintético**, una vez analizados los aspectos teóricos, se pudo realizar síntesis que constan en el informe final. De la misma manera, se reunieron las partes separadas en el análisis para llegar al todo, teniendo en cuenta que análisis y síntesis se complementan.

Es así que el método analítico-sintético estudia los hechos, partiendo de la descomposición del objeto de estudio en cada una de sus partes para estudiarlas en forma individual (análisis) y luego se integran dichas partes para estudiarlas de manera holística e integral (síntesis).

- ✓ **El Método inductivo**, cuando se emplea como instrumento de trabajo, es un procedimiento en el que, comenzando por los datos, se acaba llegando a la teoría.

Por tanto, se asciende de lo particular a lo general. Desde la lógica inductiva la observación es la base de la ciencia.

En este método, los pasos que hay que dar son: observación y registro de los hechos, análisis y clasificación de los mismos, derivación inductiva de una generalización a partir de los hechos.

Este método permitió llegar a conclusiones de carácter general sobre la base del análisis de la información descrita en hechos y acontecimientos de carácter particular.

- ✓ **El método deductivo** está basado en el silogismo aristotélico y la dirección que sigue para elaborar teorías va de lo universal o general a lo particular y real, el investigador parte de una teoría o ley general con la finalidad de ampliarla, precisarla o contrastarla con la realidad. Para ello deducen consecuencias lógicas a través de un proceso lógico-deductivo-aplicables a dicha realidad.
Se utilizó para llegar a particularizar y a determinar elementos puntuales en la ejecución del trabajo sobre la base de conceptos generales, leyes y paradigmas.

- ✓ **El método científico** es la acción de aplicar ambas estrategias (la inducción y la deducción) para obtener el conocimiento científico en un mismo proceso denominado *método hipotético-deductivo*. Por lo tanto, el método científico es un proceso sistemático para construir la ciencia y desarrollar el conocimiento científico que incluye dos actividades básicas: el razonamiento lógico (racionalismo) para deducir consecuencias contrastables de una teoría en la realidad, y la observación de los hechos empíricos (el empirismo) para corroborar o modificar lo predicho por la teoría. En este proceso el investigador necesita ir de los datos a la teoría y de la teoría a los datos.

- ✓ **El método estadístico** se empleó para la recolección de datos, tabulación, análisis e interpretación, teniendo en cuenta que el manejo de información es importante para garantizar que la misma sea completa y correcta.

Validación de los instrumentos

La elaboración de los instrumentos para la recolección de datos exige analizar la forma según la función para la cual han sido diseñados como instrumento de medición. Un instrumento bien diseñado debe reunir dos cualidades, la confiabilidad y la validez.

Señala Hernández et al. (2014), que la *confiabilidad* se refiere a la capacidad del instrumento para arrojar datos o mediciones que correspondan a la realidad que se pretende conocer, o sea, la exactitud de la medición así como a la consistencia o estabilidad de la medición en diferentes momentos. A mayor confiabilidad de un instrumento, menor cantidad de errores presentes en los puntajes obtenidos. La confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes. (p. 204).

Martínez (2007), expresa que se puede entender la fiabilidad como:

La precisión y estabilidad de la información, y como una aproximación al análisis y control de los errores que se pueden cometer al recoger información con una técnica dada debido a sus imperfecciones [...], hay que tomar en cuenta que los errores en la recogida de información no solo proceden de las limitaciones de las técnicas, sino también de los factores asociados al propio sujeto que emite la información, por ejemplo, errores de interpretación de la información, falta de sinceridad en las respuestas (p.80).

Por otra parte Monje (2011), expresa que la *validez* se refiere al grado en que un instrumento mide lo que se pretende medir. La forma de garantizar la validez de un instrumento es construirlo una vez que las variables han sido claramente especificadas y definidas, para que estas sean las que se aborden y no otras; también se puede recurrir a la ayuda de personas expertas en el tema para que revisen el instrumento, a fin de determinar si cumple con la finalidad establecida. Todo instrumento debe ser probado en una situación real antes de su aplicación definitiva con el fin de identificar errores o evaluar el tiempo necesario para aplicarlo.

Hernández et al. (2014), indican que otro tipo de validez que algunos autores consideran es la validez de expertos, la que se refiere al grado en que aparentemente un instrumento mide la variable en cuestión. Se encuentra vinculada a la validez de contenido y, de hecho.

La validez y confiabilidad del estudio planteado viene dada por la opinión y análisis de expertos en la materia, quienes dictaminaron si los instrumentos elaborados fueron diseñados con el rigor científico pertinente para obtener los resultados ajustados a lo que persigue la investigación. Las recomendaciones dada a los instrumentos elaborados ya sea por los expertos y/o por el pilotaje, sirvieron de mucho para realizar las mejoras respectivas.

El juicio de expertos

La validez de contenido generalmente se evalúa a través de un panel o un juicio de expertos, y en muy raras ocasiones la evaluación está basada en datos empíricos. En concordancia con esto, Utkin (2005) citado por Escobar & Cuervo (2008), plantea que el juicio de expertos en muchas áreas es una parte importante de la información cuando las observaciones experimentales están limitadas. Esta aseveración es particularmente cierta en el caso de la psicología, donde dicho juicio se ha convertido en la estrategia principal para la estimación de la validez de contenido.

El juicio de expertos se define como una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en este, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones. La identificación de las personas que formaron parte del juicio de expertos es una parte crítica en este proceso.

Skjong y Wentworht (2000), citado por (Escobar & Cuervo, 2008), proponen los siguientes criterios de selección:

- a) Experiencia en la realización de juicios y toma de decisiones basada en evidencia o experticia (grados, investigaciones, publicaciones, posición, experiencia y premios entre otras)
- b) Reputación en la comunidad
- c) Disponibilidad y motivación para participar
- d) Imparcialidad y cualidades inherentes como confianza en sí mismo y adaptabilidad.

También plantean que los expertos pueden estar relacionados por educación similar, entrenamiento, experiencia, entre otros.

De otra parte, el número de jueces que se debe emplear en un juicio depende del nivel de experticia y de la diversidad del conocimiento; sin embargo, la decisión sobre qué cantidad de expertos es la adecuada varía entre autores. Así, mientras Gable y Wolf (1993), Grant y Davis (1997), y Lynn (1986), citados por Escobar & Cuervo (2008), sugieren un rango de dos hasta 20 expertos. Hyrkäs et al. (2003), manifiestan que diez brindarían una estimación confiable de la validez de contenido de un instrumento. Si un 80 % de los expertos han estado de acuerdo con la validez de un ítem este puede ser incorporado al instrumento.

Validación de los instrumentos de investigación

Con base en lo indicado, por Hernández, et al. (2014), Monje (2011), Martínez (2007), sobre la validez y confiabilidad, se seleccionaron los expertos que validaron los contenidos de los instrumentos de investigación (guía de observación, entrevista, grupo focal, encuesta). Entre los criterios tomados para la selección de los expertos es que tuvieran experiencia en educación, en investigación y con sólidos conocimientos en didáctica y en Matemática.

A continuación se detallan los expertos que dieron validez a los instrumentos:

Dra. Natalia Sergueyevna Golovina - especialista en investigación y educación

Dra. Ana Teodora Téllez Flores - amplios conocimientos en didáctica e investigación y especialista en educación e intervención social.

Dra. Graciela Alejandra Farrach Úbeda - especialista en didáctica de la lengua española y en educación e intervención social.

MSc. Sonia Tinoco - especialista en Ciencias de la computación y con amplios conocimientos en educación.

MSc. Gregoria Casco Casco - especialista en didáctica de la lengua española y docente del área de investigación.

MSc. Julia Granera Rugama - docente del área de Matemática, especialidad en Física, actualmente es estudiante del doctorado en Matemática Aplicada.

MSc. Víctor Manuel Valdivia González, - especialista en didáctica específica de la Matemática, con conocimientos en investigación y estudiante del doctorado en Matemática Aplicada.

Cabe señalar, que los instrumentos fueron enviados con anticipación a los expertos y en su mayoría respondieron entre los 8 y 10 días después de recibido. Las observaciones las realizaron a la par de cada ítem. Hubo coincidencia en algunos ítems de los comentarios realizados y en su mayoría se incorporaron la sugerencias dadas, salvo un objetivo que el experto y la investigadora no coincidíamos pero que al ser analizados entre ambos, llegamos a converger en opinión.

La encuesta fue piloteada con estudiantes de diferentes carreras: segundo año de Física-Matemática, estudiantes de las carreras de Administración de Empresas y Contaduría Pública, con el propósito de analizar el nivel de comprensión de la misma, ver los puntos críticos del instrumento y posterior realizar las mejoras. Una de las dificultades encontradas se dio en las preguntas referidas a los recursos didácticos utilizados en el aula de clases y las estrategias utilizadas, debido a que algunos estudiantes no estaban claros, por lo que la investigadora tuvo que intervenir aclarando el contenido de ambas preguntas. Esta dificultad se retomó mejorando la redacción de las preguntas.

5.11 Procesamiento y análisis de la información

Una vez recopilada la información se procedió al análisis y procesamiento de la misma, a partir de la cual fue posible realizar el análisis y discusión de resultados y llegar al planteamiento de las conclusiones que apuntan a esclarecer el problema formulado en el inicio del trabajo. Pero esa masa de datos, por sí sola, no era posible analizarla, ni llegar a alcanzar ninguna conclusión. Es por ello, que se procedió a organizarla, a poner orden en todo ese multiforme conjunto. Estas acciones son las que integraron el procesamiento de los datos.

Expresa Sabino (1992), que lo primero que suele hacerse con el conjunto de los datos obtenidos es dividirlos de acuerdo a un criterio bien elemental, separando de un lado la información que es de tipo numérica de la información que se expresa verbalmente o mediante palabras. Los datos numéricos quedan como tales, cualquiera que sea su naturaleza, y se procesan luego para exponerlos en forma clara y fácilmente asimilable. Se pueden construir cuadros estadísticos, promedios y gráficos ilustrativos, de tal modo que se sinteticen

sus valores y se pueda extraer, a partir de sus análisis, enunciados teóricos de carácter más general. (p.128),

En base a lo expresado por Sabino (1992):

Los datos que se presentan de forma verbal pueden sufrir dos destinos diferentes: se convierten en datos numéricos o quedan como información no cuantificada, cualitativa. Una vez adoptado un criterio frente a cada categoría o subconjunto de datos se pueden abordar, con mayor claridad en correspondencia a los objetivos, las tareas básicas del procesamiento. (p.132).

En lo que respecta al análisis de datos, Bisquerra (2009), señala que constituyen una etapa clave del proceso de investigación, aparece indisolublemente unido a la recogida de la información. El análisis comienza en el mismo momento en que se está pensando en el problema, en las técnicas de recolección de información, en el registro de las notas. No puede reducirse a una etapa o a un paso más de la investigación.

En este sentido, Hernández et al. (2014), expresan que en el proceso de análisis cuantitativo primero se recogen todos los datos y luego se analizan. Indica que “al analizar los datos cuantitativos se deben recordar dos cuestiones: primero, que los modelos estadísticos son representaciones de la realidad, no la realidad misma; y segundo, los resultados numéricos siempre se interpretan en contexto”. Significa entonces, que el análisis se realiza tomando en cuenta los niveles de medición de las variables y mediante la estadística que puede ser descriptiva e inferencial. (p. 270).

En el análisis cualitativo la recolección y el análisis mismo ocurren prácticamente en paralelo, el análisis no es uniforme, es decir que, cada estudio requiere un esquema peculiar. Para Hernández et al (2014), los propósitos centrales de este tipo de análisis consisten en explorar los datos, imponerles una estructura (organizarlos en unidades y categorías), describir las experiencias de los participantes, descubrir los conceptos, categorías, temas y patrones, comprender en profundidad el contexto.

En relación con esto último Sabino (1992), expresa que el análisis se efectúa cotejando los datos que se refieren a un mismo aspecto y tratando de evaluar la fiabilidad de cada información.

Por su parte Monje (2011), indica que a diferencia de los estudios cuantitativos, en la investigación cualitativa se recauda un volumen grande de información de carácter textual, producto de las entrevistas a los informantes, las notas de campo y el material audiovisual o gráfico que se obtiene en el trabajo de campo. El análisis en los estudios cualitativos consiste en la realización de las operaciones a las que el investigador someterá los datos con la finalidad de alcanzar los objetivos propuestos en su estudio. (p. 193).

Para el procesamiento de la información se utilizó:

Microsoft Word 2016		Redacción del documento
Microsoft Excel 2016		Elaboración de gráficos (datos obtenidos de las encuestas).
SPSS version 21		Procesamiento de las encuestas (base de datos).
Indesign		Software orientado a la maquetación del documento.

5.12 Triangulación de información

Según Denzin (1970), es la combinación de dos o más teorías, fuentes de datos, métodos de investigación, en el estudio de un fenómeno singular. El proceso de triangulación permite contrastar datos e informaciones y comprobar si los resultados obtenidos son consistentes. Plantea que existen diferentes tipos de triangulación. (p.177).

- ✓ **De datos:** Se refiere a la confrontación de diferentes fuentes de datos en los estudios y se produce cuando existe concordancia o discrepancia entre estas fuentes.
- ✓ **De investigadores:** la que se origina en equipos interdisciplinarios.
- ✓ **Múltiple:** Se combinan dos o más alternativas de la triangulación.
- ✓ **De fuentes o sujetos:** al contrastar la información extraída o puntos de vista de los miembros de la comunidad estudiada, con los de los informantes claves seleccionados.

Bisquerra (2009), considera que:

La triangulación es una técnica que permite validar los resultados obtenidos durante el trabajo de campo. Consiste en contrastar informaciones a partir de diversas fuentes. Se apoya en una doble lógica: la de enriquecimiento durante la obtención de los datos (desde distintas fuentes de información y a partir de las diferentes técnicas) y la de control de calidad en la interpretación de los mismos, al permitir múltiples lecturas que pueden corroborarse entre observadores. Es un proceso de ampliación y verificación de los resultados, por lo que pretendemos identificar y corregir las limitaciones metodológicas y los sesgos que pueda haber en los datos. (p.339).

Hernández et al. (2014), señalan que “al hecho de utilizar las diferentes fuentes y métodos de recolección se le denomina triangulación de datos”. En este sentido la triangulación da validez de la investigación. La triangulación se puede definir como la combinación de información, será el de controlar el sesgo personal de los investigadores, a fin de garantizar la metodologías en el estudio de un mismo fenómeno. (p. 418).

Una vez que se tuvo toda la información debidamente procesada se procedió a la triangulación de la misma lo que permitió realizar un análisis exhaustivo de la información obtenida. Estos resultados dieron respuesta a los objetivos que fueron elaborados, y permitieron inferir las conclusiones concernientes al estudio realizado. Entre uno y otro instrumento se dieron algunas divergencias, pero al mismo tiempo se complementaron y ello permitió determinar si los resultados obtenidos eran consistentes, verificando así la confiabilidad y validez de la información.

5.13 Categorización

Entre las tareas de reducción de datos cualitativos, las más representativas y habituales es la categorización y codificación, incluso a veces se ha considerado que el análisis de datos cualitativos se caracteriza precisamente por apoyarse en este tipo de tareas. En la metodología cualitativa, los datos recogidos necesitan ser traducidos en categorías con el fin de poder realizar comparaciones y posibles contrastes, de manera que se pueda organizar conceptualmente los datos y presentar la información siguiendo algún tipo de patrón o regularidad emergente.

Para Anguera (1986), con la categorización se pretende una homogeneidad interna entre los diferentes ítems clasificados en cada categoría y una homogeneidad externa entre categorías, cumpliéndose las condiciones de exhaustividad con relación a los aspectos seleccionados

como objetivo (de ahí la gran importancia de su perfecta delimitación) y de mutua exclusividad, que implica garantía de no solapamiento. Es posible que exista una categoría de no clasificable o residual por no apreciarse evidencia de asignación, y en cualquier caso deberá tratarse de, al menos, reducirse a lo largo del proceso de afinamiento progresivo de las categorías.

El sistema de categorías según Guba & Lincoln (1982), citado por Anguera (1986), se trata de la resultante de proceder por ensayo y error, debe considerarse como una entidad dinámica respecto al rango, diversidad y versatilidad de los elementos descritos mediante las técnicas directas e indirecta de recogida de información, así como el nivel de inferencia que se utilice.

Continúa diciendo Anguera que:

La categorización facilita la codificación de los datos registrados y, por consiguiente, propicia una importante simplificación, es imprescindible introducir esta fase, que se refiere al proceso de seleccionar, focalizar, simplificar, abstraer y transformar los datos brutos que aparecen en el trabajo de campo. (p. 32).

Monje (2011), expresa que:

La categorización consiste en la segmentación de elementos singulares, o unidades, que resultan relevantes y significativos desde el punto de vista de nuestro interés investigativo. Las categorías pueden constituirse utilizando una palabra de una idea que sea similar en otras ideas, o creando un nombre en base a un criterio unificador, logrando que al final del proceso todas las ideas estén incluidas en alguna categoría. Cuando se han incluido muchas ideas en una categoría se debe analizar la posibilidad de dividirla en subcategorías para facilitar el análisis posterior. (p. 193).

En correspondencia con lo anterior Hernández et al. (2014), enuncian que la codificación de datos significa asignarles un valor numérico o símbolo que los representa. Es decir, a las categorías de cada ítem o variable se les asignan valores numéricos o signos que tienen un significado.

Al respecto Monje (2011), con base en la reducción y categorización de la información expresa:

Significa que se busca reducir los datos de nuestra investigación con el fin de expresarlos y describirlos de alguna manera (conceptual, numérica o gráficamente), de tal forma que respondan a una estructura sistemática, inteligible para otras personas, y por lo tanto significativa. La reducción de datos es una clase de operación que se realiza a lo largo de todo el proceso de investigación y puede hacerse de distintas formas (conceptual, numérica o

gráficamente, como se indicó), pero que en la investigación cualitativa se refiere más que nada a la categorización y dosificación de los datos. (p. 193).

Ávila (2006, p.104), manifiesta que “La elaboración de códigos debe estar orientada a los objetivos de la investigación” (p.59). Puede elaborarse en los siguientes momentos:

- Antes de comenzar el trabajo de campo
- Durante el trabajo
- Después de terminar el trabajo.

En el análisis documental correspondiente al programa de asignatura, planes de clase, plan didáctico, material complementario asignado a los estudiantes, se procedió a realizar un análisis descriptivo, asumiendo aspectos, tales como la relación entre la planificación (plan didáctico, plan de clase, programa) con lo establecido en el Modelo educativo. El material complementario asignado a los estudiantes se analizó desde el tratamiento dado al mismo desde el punto de vista didáctico-científico-metodológico y la utilidad que se le dio en el desarrollo de las clases.

La información recopilada de las entrevistas aplicadas y grupo focal se procesaron realizando una categorización de las respuestas que permitiera desarrollar una clasificación manejable, con base en los objetivos de la investigación. En lo que concierne a la encuesta se procesó en el programa SPSS versión 21, enfocada exclusivamente a la estadística descriptiva.

Tabla 6: Sistema de categorización

Objetivos Específicos	Dimensión	Definición Conceptual	Categorías	Unidad de análisis (Informantes)	Instrumentos	
					Cualitativos	Cuantitativos
Determinar los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la elaboración de una propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-	Propuesta metodológica	La propuesta metodológica o metodología es un conjunto de procedimientos que guía el desarrollo de una o varias sesiones de clases.	Documentos curriculares Proceso de aprendizaje: Metodologías (tradicionalista, activa participativa) Aprendizaje significativo.	Docentes Estudiantes Revisión bibliográfica	Revisión bibliográfica. Observación a clases, Grupo Focal.	Encuesta aplicada a los estudiantes de ambos grupos.

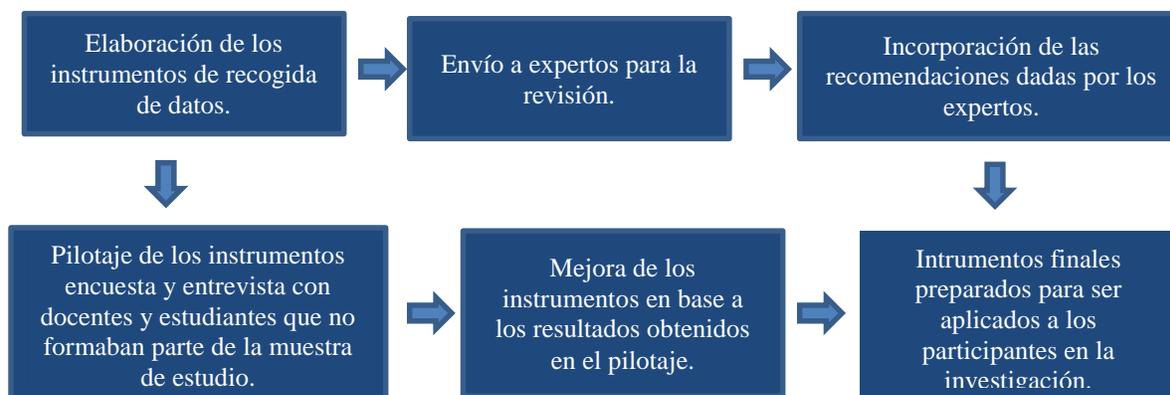
Objetivos Específicos	Dimensión	Definición Conceptual	Categorías	Unidad de análisis (Informantes)	Instrumentos	
					Cualitativos	Cuantitativos
aprendizaje de la asignatura de Matemática General y de forma específica en la unidad de Álgebra.	Proceso enseñanza-aprendizaje	El proceso de enseñanza-aprendizaje se concibe como el espacio en el cual el principal protagonista es el alumno y el profesor cumple con una función de facilitador de los procesos de aprendizaje. Son los alumnos quienes construyen el conocimiento a partir de leer, de aportar sus experiencias y reflexionar sobre ellas, de intercambiar sus puntos de vista con sus compañeros y el profesor. En este espacio, se pretende que el alumno disfrute el aprendizaje y se comprometa con un aprendizaje de por vida.	Rol de docentes Rol del estudiante Motivación			
Describir la conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de la unidad de Álgebra.	Conducción del proceso enseñanza-aprendizaje.	Conjunto de actividades organizadas y planificadas por el docente a fin de asegurar el alcance de los objetivos propuestos.	Programa Plan didáctico Planes de clases. Estrategias metodológicas aplicadas Recursos didácticos	Director de departamento. Coordinadoras de carrera. Docentes que imparten la clase de Matemática General en los dos grupos seleccionados. Estudiantes de ambos grupos.	Revisión documental. Observación a clases. Guía de entrevista. Guía de grupo focal	Encuesta aplicada a los estudiantes de ambos grupos.

Objetivos Específicos	Dimensión	Definición Conceptual	Categorías	Unidad de análisis (Informantes)	Instrumentos	
					Cualitativos	Cuantitativos
Fundamentar las estrategias metodológicas activas que propicien el aprendizaje significativo en la asignatura de Matemática General en la unidad de Álgebra.	<p>Estrategias metodológicas</p> <p>Componentes de la propuesta metodológica</p>	<p>Conjunto de acciones especiales, dinámicas y efectivas para lograr un determinado fin dentro del proceso educativo.</p> <p>La propuesta metodológica constituye un referente para llevar adelante el proceso didáctico y garantizar el aprendizaje. Aquí el docente planifica previamente las actividades que ayudarán a reforzar los aprendizajes. Entre los principales componentes de una propuesta metodológica se pueden mencionar los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Asignatura • Tema • Bloque curricular al que pertenece el tema. • Objetivos que se pretenden alcanzar. • Destrezas <p>¿Qué van a aprender los estudiantes?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Actividades de aprendizaje /proceso metodológico ¿Cómo van a aprender los estudiantes? • En este punto debe tomarse en cuenta algunos aspectos, tales como el 	<p>Aprendizaje cooperativo</p> <p>Resolución de problemas</p> <p>Aprendizaje significativo</p> <p>Programa de asignatura</p> <p>Libros de texto.</p> <p>Metodologías activas-participativas</p> <p>Actividades de aprendizaje.</p> <p>Formas de evaluación.</p>	<p>Director de departamento.</p> <p>Coordinadoras de carrera.</p> <p>Docentes que imparten la clase de Matemática General en los dos grupos seleccionados.</p> <p>Estudiantes de ambos grupos.</p>	<p>Revisión documental.</p> <p>Observación a clases.</p> <p>Guía de entrevista.</p> <p>Guía de grupo focal.</p>	<p>Encuesta aplicada a los estudiantes de ambos grupos.</p>

Objetivos Específicos	Dimensión	Definición Conceptual	Categorías	Unidad de análisis (Informantes)	Instrumentos	
					Cualitativos	Cuantitativos
		<p>conocimiento previo de los estudiantes, la reflexión, conceptualización, aplicación, entre otros.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formas organizativas del proceso de aprendizaje. • Estrategias metodológicas • Recursos • Actividades para la próxima clase. • Actividades de evaluación: • Indicadores de evaluación y las técnicas e instrumentos. <p>O sea debe indicarse como se van a evaluar los aprendizajes.</p>				

Fuente: elaboración propia

Secuencia en la construcción de los instrumentos de investigación



Fuente: elaboración propia

CAPÍTULO VI
RESULTADOS

6.1 Análisis y discusión de resultados

En el presente capítulo se presenta un análisis descriptivo e interpretativo de los resultados obtenidos en el trabajo de campo realizado en esta investigación, siendo fundamentados por la información recopilada producto de los diferentes instrumentos aplicados. Para realizar el análisis de los resultados, se consideró como primer elemento los objetivos específicos propuestos. Se determinaron los criterios para la presentación de datos los que se muestran a través de tablas, gráficos, se tomó en cuenta las categorías delimitadas y la codificación.

Para contrastar la información obtenida, se llevó a cabo la triangulación; que consiste en un procedimiento muy poderoso de contraste, a través de este el investigador interpretativo contribuye a lograr la credibilidad de su estudio, es un control cruzado entre diferentes fuentes de datos: personas, instrumentos, documentos o la combinación de éstos. Los resultados obtenidos son de gran importancia para la investigación, dado que, mediante la información recopilada que provino de los informantes claves permitió dar respuesta a los objetivos siendo justificadas y respondidas de forma didáctica lo que permitió dar credibilidad al tema objeto de estudio.

Al iniciar con el proceso de aplicación de los instrumentos se les informó a los sujetos involucrados en el estudio, el objetivo de la investigación. Se les explicó a los docentes y estudiantes de los dos grupos en donde se observó clases que la información recopilada era de forma exclusiva para la investigación que se estaba realizando y que no tenía carácter evaluativo para las instancias superiores. Cabe aclarar que para las observaciones que se realizaron a las clases, nos auxiliamos de una guía previamente elaborada y de cuaderno a fin de ir realizando las anotaciones sobre el desarrollo de las mismas.

Durante el acompañamiento estuvieron presentes dos compañeros doctorantes de Matemática Aplicada, en los distintos encuentros. Este se realizó fue con el fin de tener diferentes puntos de vista en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Es así que posterior a cada clase observada se analizó la información obtenida por los tres doctorantes, lo que permitió tener una mayor fiabilidad de las anotaciones realizadas.

Posterior a la observación de clases se procedió a realizar las entrevistas y encuestas. En lo que respecta a las encuestas, se le indicó a los grupos de estudiantes que la información era totalmente anónima, es así que en el instrumento no se refleja el nombre de los participantes.

En lo que concierne a los grupos focales se explicó a los participantes lo relativo al consentimiento informado, al igual que se hizo una introducción de lo que se pretendía con el desarrollo de esta técnica, así como el objetivo a alcanzar. En todo momento y en la aplicación de los diferentes instrumentos hubo anuencia de los informantes claves. Todo se desarrolló conforme lo establecido en el plan de actividades.

6.1.1 Resultados obtenidos por objetivo

Para el alcance de los objetivos se usaron ítems de diferentes instrumentos, interactuando uno o más de estos.

Objetivo N°. 1

Está referido a los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la elaboración de una propuesta metodológica. Se procedió a realizar una revisión bibliográfica correspondiente a los temas de la unidad de Álgebra como parte del programa de Matemática General. Entre los aspectos analizados se encontró los tipos de metodología a usar, estrategias metodológicas así como recursos didácticos que son factibles de aplicarse para alcanzar un aprendizaje significativo.

Se analizó el rol de docentes y estudiantes en el desarrollo del proceso de aprendizaje, así como la motivación, en este último son muchos los factores que inciden tal como la habilidad que tiene el docente para la conducción del proceso, el entusiasmo, el interés por la materia, la percepción de su utilidad, es pues que la motivación tiene una influencia importante en el aprendizaje.

En las observaciones realizadas a clases, se hace referencia a los ítems que contribuyeron a dar respuesta a este objetivo, estos son: relación de los contenidos desarrollados con los conocimientos previos de los estudiantes, contextualización de estos, fomento de la

comunicación docente-estudiante, estudiante-estudiante, motivación al estudiantado utilizando diversas técnicas, desempeño del rol de facilitador de procesos.

Se concluye que ambos docentes relacionaban los contenidos abordados con los conocimientos previos, pero muy poco se contextualizaron. La comunicación docente-estudiante en todas las clases observadas fue muy buena. Los docentes estuvieron atentos a dar respuesta a las inquietudes de los estudiantes y atender los trabajos de equipo. Se encontró que en ambos grupos hay interés por la asignatura, pero también se halló lo contrario (desinterés), esto con mayor énfasis en la carrera de Psicología.

Independientemente que la muestra estuvo conformada por un grupo de estudiantes en donde la carrera que estudian es Física-Matemática y la tendencia y creencia indican que el estudiante que selecciona esta carrera es aquel que tiene sólidos conocimientos en Matemática, se encontraron debilidades en el dominio de conceptos fundamentales y que fueron estudiados en el nivel medio, por ejemplo reducir términos semejantes, resolver ecuaciones, entre otros.

En los grupos focales los estudiantes de ambas carreras expresaron que si la mayoría de los docentes del nivel medio, les hubieran explicado los temas de Álgebra como lo han realizado los docentes que actualmente les están facilitando la clase no estarían presentando las dificultades que tienen. Señalaron que el maestro de secundaria aborda los temas muy rápido, les piden que deben aprenderse reglas para la resolución de ejercicios y que los únicos recursos que usan en el desarrollo de las clases es la pizarra y marcador, agregando a ello la cantidad de ejercicios repetitivos que les asignan y que posterior no hay retroalimentación de las dificultades presentadas.

En lo que respecta a la resolución de problemas aplicados a los contenidos de Álgebra en la planificación y desarrollo de las clases, se observó muy poco. Cuando se les preguntó a estudiantes y docentes en la entrevista y grupo focal sobre el uso e importancia de las TIC, manifestaron no haber utilizado estas, pero las consideran que son de gran importancia.

Objetivo N°. 2

Este objetivo estuvo dirigido a la conducción del proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos de la unidad de Álgebra.

Para dar salida a este objetivo se tomó en cuenta las observaciones a clases en su mayoría complementado con ítems de la encuesta, entrevista y grupos focales.

Resultados de la observación a clases de la unidad de Álgebra en los grupos de primer año de Física-Matemática y Psicología (síntesis de aspectos más relevantes)

N°	Aspectos a observar	Descripción
1	Ambienta el aula en relación a la metodología participativa	La ambientación del aula consistió en que los estudiantes estuvieran ubicados en semicírculo, lo que permitió la interacción de los docentes con los estudiantes.
2	Explora los conocimientos previos	Ambos docentes realizan preguntas de control antes de abordar el nuevo contenido. En el caso de la modalidad de profesionalización la clase se subdivide en tres momentos: Preguntas de control de la clase anterior, se responden a inquietudes presentadas por los estudiantes. En el segundo momento se desarrolla el nuevo contenido y un tercer momento es la orientación del trabajo en casa. El docente debe realizar una muy buena planificación y uso adecuado de metodologías para cumplir con los objetivos previstos, el tiempo en el aula de clases es de 80 minutos por cada encuentro (cada ocho días), no así en la modalidad regular en donde el docente se encuentra con los estudiantes dos veces por semana con un fondo de tiempo de cuatro horas por cada semana de clases.
3	Relaciona los contenidos presentados con los conocimientos previos de los estudiantes y la experiencia.	Ambos docentes relacionan los contenidos abordados en cada clase con los conocimientos previos, pero debido a la base que tienen algunos estudiantes le compete al docente hacer la pregunta y responderla él mismo. Se observó que la participación de los estudiantes aunque el maestro realice preguntas es muy poca, esto por lo antes dicho. La primera unidad del programa de Matemática General es la Aritmética y continúan con el Álgebra, sin embargo no se logra la conceptualización de esta. Confunden los casos de factorización, no tienen bien discriminadas las características de cada uno. Al igual que en la resolución de problemas.
4	Se explican los temas con claridad	Los docentes tienen dominio científico de los contenidos que desarrollan, pero en algunos casos no logran desarrollar las actividades del plan por el ritmo de aprendizaje de los estudiantes, sobre todo en la modalidad de profesionalización, que el tiempo

N°	Aspectos a observar	Descripción
		es menor, además del poco hábito de estudio que tienen, algunos estudiantes no se han ambientado a la universidad y a las exigencias de la mismas, llegando en algunos casos a resolver sus deberes al aula de clases, (esto se observó más en el grupo de Psicología).
5	Realiza actividades de aprendizaje que potencien el desarrollo de habilidades cognitivas	Con base en lo observado se concluye que este aspecto se trabajó muy poco, los temas abordados y los ejercicios orientados están más que todo dirigidos a patrones ya definidos.
6	Brinda atención a las inquietudes planteadas por los estudiantes	Ambos docentes estuvieron atentos a dar atención a los estudiantes que lo demandaban en el proceso de desarrollo de las clases.
7	Se fomenta comunicación docente-estudiante, estudiante-estudiante	Sí, hay muy buena comunicación entre ambos
8	Formula preguntas como recurso didáctico	En pocas ocasiones se realiza
9	Motiva al estudiantado utilizando diversas técnicas	Se motiva al estudiantado para que comprendan los contenidos desarrollados, utilizan recursos didácticos (con mayor énfasis en el grupo de Física-Matemática), tales como tarjetas, guías de trabajo, pero el docente lo hace solicitando la integración de ellos, orienta preguntas, algunas de estas las realiza de forma directa, les solicita que se integren a las actividades de la clase. Cuando van a trabajar en grupos generalmente se reúnen por afinidad y en su mayoría los mismos grupos. Muy poco se utilizan diversas dinámicas de integración
10	Desempeña el rol de facilitador de procesos	El docente de la modalidad de profesionalización en su mayoría desempeña el rol de facilitador, pero cuando siente que el tiempo lo absorbe y que no ha concluido con el desarrollo de su plan, o que los estudiantes presentan dificultades en la asimilación del contenido retorna a la clase tradicional. El docente de Psicología guía a los estudiantes a la participación activa en el desarrollo de las clases, pero algunos no están motivados o no realizan las actividades orientadas ya sea en casa o en clase por lo que al final es él quien desarrolla la clase.
11	Uso adecuado de medios didácticos	Los medios didácticos utilizados fueron tarjetas y documentos, ambos los utilizaron bien. Con la salvedad que los documentos no tienen mediación pedagógica ya que son copia de capítulos de libros. Más que todo este último lo usan para orientar los ejercicios a resolver ya sea en trabajos de equipos, en el aula de clases y en casa.

N°	Aspectos a observar	Descripción
12	Utiliza el error del educando como un recurso de aprendizaje	Durante las observaciones a clases realizadas lo observé dos veces con un docente, en donde retomó los errores de los estudiantes para orientar adecuadamente el aprendizaje de la temática que se estaba analizando en el momento.
13	Se contextualizan los contenidos	En parte, algunos ejercicios de Álgebra se abordaron relacionándolos con la Geometría, pero vistos desde el contexto en que se desarrollan los estudiantes, no.
14	Ante las dificultades de aprendizaje los estudiantes, recurren: al docente, a un compañero de clase.	En su mayoría los estudiantes acuden al docente y al compañero de clases que tienen más cercano o el que tiene más dominio del tema. Acuden al compañero de clases sobre todo cuando están trabajando en equipos.
15	Elabora conclusiones de acuerdo a los objetivos	Los docentes al concluir el período de clases hacen las conclusiones respectivas, en el caso de la modalidad de profesionalización, en algunos encuentros el tiempo los absorbió que no se trabajó este aspecto.
16	Orientan asignaciones de trabajo en relación a los contenidos desarrollados	Ambos docentes dan las orientaciones precisas a los estudiantes del trabajo en casa.
17	Se evalúa el proceso de enseñanza-aprendizaje	El proceso de evaluación lo realizan de forma sistemática en el transcurso de la clase, ya sea mediante preguntas orales, trabajos orientados en casa, trabajos realizados en equipo en el período de clases, ejercicios resueltos por los estudiantes en la pizarra, en este último punto no todos los estudiantes pasan a la pizarra, generalmente son los mismos estudiantes que lo hacen. De tal manera, que el docente debe usar estrategias para ir integrando la participación de todos. Cabe señalar que no se observó ninguna rúbrica de evaluación, más que todo evalúa de forma cuantitativa a través de los resultados de las pruebas escritas y trabajos realizados ya sean estos de forma individual y de equipos.

A manera de síntesis, en las observaciones realizadas a clases, los momentos fueron revisión de asignaciones de trabajos en casa de forma plenaria en donde los estudiantes indicaban los ejercicios en los cuales había dificultad, procediendo el docente a realizarlos en la pizarra, luego se explicaba el contenido planificado para el encuentro, realización de algunos ejercicios en grupos y finalmente orientaciones de trabajo en función de la siguiente clase. Por consiguiente, la metodología seguida en las clases fue la misma.



Observación a clase de Matemática, carrera Física-Matemática



Observación a clase de Matemática, carrera Psicología

Sobre la base de este objetivo en las entrevistas realizadas a autoridades expresan que los docentes cumplen con el desarrollo de los contenidos que están orientados en el programa de asignatura.

²E1

“Debido a las dificultades con que vienen los estudiantes de secundaria, los maestros hacen repaso de los contenidos y con mayor énfasis en Álgebra ya que es de generaciones que los alumnos tienen gran rechazo por esta temática, ello ayuda a que los estudiantes consoliden más sus conocimientos, pero no se puede avanzar ni profundizar en los temas tal como lo indica el programa. Aquí es importante resaltar que influye mucho en el conocimiento de los estudiantes el centro de estudio de donde proceden”

E2

“Expresaron que la importancia que tiene la tecnología es que es una herramienta atractiva para los estudiantes, es interactiva. Es una herramienta que la tienen a la mano y están con ella día y noche, esa es una de las cosas que hay que aprovechar, sin embargo no se utiliza”.

E3

“Sean o no estudiantes de la carrera de Matemática, yo creo que más bien influye el nivel con el que ellos salen de la secundaria, no sé si sea el sistema con el que se trabaja en secundaria o el interés que tenga el estudiante. En su mayoría lo estudiado en una clase, ya a la semana se les ha olvidado, ya que no hay un proceso de fijación del conocimiento. De tal forma que la laguna en términos de conocimientos de un estudiante va pasando de maestro a maestro, llegando a un punto que se cierra el proceso, por los niveles de exigencia no pueden continuar así, sobre todo en la carrera de Físico-Matemática en donde cada clase está referida a ir profundizando en los conocimientos matemáticos, además de la relación intermateria que existe, ya cuando el estudiante llega a un segundo, tercer año ya no se pueden dejar pasar estas dificultades y si el alumno no es autodidacta y busca por sus

² La letra E con el número a la par se refiere a las narrativas de las entrevistas y las letras GF a las narrativas de los grupos focales.

propios medios a mejorar, va quedándose retrasado”. Ello implica que durante la conducción del proceso enseñanza-aprendizaje no ha habido un aprendizaje significativo.

E4

Expresan que una de las dificultades grandes que se tiene es que los estudiantes no leen, y por ende se les dificulta la comprensión. *“No es tan fácil cambiar la conducción del proceso enseñanza-aprendizaje pero los maestros debemos buscar estrategias de aprendizaje en la que los estudiantes se involucren, se contextualicen los contenidos.*

E5

Es fundamental el uso de recursos didácticos así como de la tecnología. Son estudiantes que tienen la tecnología a su alcance pero no le dan el debido uso, los docentes debemos asumir el compromiso de conducirlos al uso de la tecnología en beneficio y desarrollo de la asignatura, pero antes los maestros debemos profundizar en el conocimiento de las mismas”

En la entrevista dirigida a los docentes ambos coinciden que es necesario realizar una buena planificación de las clases, en donde se utilicen diferentes estrategias didácticas, recursos didácticos, se contextualicen los temas a fin de que se logre un aprendizaje significativo, pero también es fundamental que los estudiantes lean los materiales de estudio orientados, puedan aclarar sus dudas consultando diferentes fuentes bibliográficas o buscando ayuda personalizada. Se debe hacer uso de los saberes científicos y matemáticos para afrontar los diversos desafíos.

Es así, que para generar cambios duraderos en el saber y la práctica de la profesión docente, tenemos que lograr una cohesión en torno a una nueva visión de la docencia que nos comprometa como docentes de manera protagónica, de tal forma que en la era actual se exige, en esencia, el desarrollo de la capacidad de pensar, de producir ideas y de transformar realidades transfiriendo conocimientos a diversos contextos y circunstancias. Ello representa una ruptura en el sistema educativo, se debe dejar de producir tradicionalmente, desde una perspectiva de transmisión de información, de consumo acrítico de conocimientos.

De aquí que la conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje debe desarrollarse acorde a lo expresado en el modelo educativo, el cual expresa que el enfoque curricular asumido por la UNAN-Managua (2011), es integral, pretendiendo este la formación holística de profesionales que generen cambios sociales, promoviendo la adquisición de saberes significativos pertinentes y relevantes, por lo cual incluye los seis tipos de aprendizajes estratégicos: Aprender a aprender, aprender a hacer, aprender a vivir juntos, aprender a ser, aprender a emprender, aprender a crear. Este último va más allá del aprender a emprender, es aprender a hacer cosas nuevas, diferentes, innovadoras e ingeniosas con el conocimiento y experiencias adquiridas. (pp. 35-36).



Llenado de encuesta por estudiantes

Continuando con los resultados del³ objetivo dos al analizar las encuestas el 41% los estudiantes expresaron que casi siempre comprenden los contenidos de Álgebra, seguido de algunas veces. Cuando se les preguntó a los estudiantes sobre los recursos didácticos utilizados para el desarrollo de los contenidos respondieron en el siguiente

orden: folletos (69), libros de texto (2), guías de aprendizaje (37), calculadora (16), pistas de álgebra (2), videos (2), herramientas tecnológicas (0). Indicaron que además de los señalados en la encuesta, en algunas clases usan hojas de colores, papelógrafo, figuras en cartulina. Con base en estos resultados se constata que hay una estrecha relación entre los que expresaron las autoridades (director, coordinadoras), docentes y estudiantes. Otra pregunta relacionada con la conducción del aprendizaje es que si los docentes orientaban el trabajo en equipo, se encontró que la mayor cantidad de opiniones estuvo concentrada en la categoría de casi

³ El procesamiento de las encuestas realizadas usando SPSS se encuentra en anexos

siempre (33) y algunas veces (37) y siempre (13), conformados los equipos entre tres y más de tres integrantes.⁴

En la pregunta que corresponde a si las clases de Matemática las considera dinámicas y motivadoras, las respuestas fueron variadas, en la categoría de siempre (26) respondieron, casi siempre (20), algunas veces (29) y nunca (8). Ello indica que es urgente tal como se ha expresado en algunas partes de esta tesis y también en base a lo indicado en el modelo educativo que los docentes debemos ser motivadores, y que constantemente se debe estar innovando para que los estudiantes aprendan a aprender y crear.

En la pregunta referida a si los docentes de la asignatura de Matemática General facilitan la participación activa de los estudiantes durante el desarrollo de las clases (encuesta) respondieron que siempre (54), casi siempre (19) y algunas veces (10), aquí debe resaltarse que si los estudiantes participan activamente por qué entonces no hay un aprendizaje significativo.

Con base en las estrategias metodológicas utilizadas por los docentes retomaron las indicadas en la encuesta, allí se les explicaba que podían agregar otras no indicadas, pero ningún estudiante adicionó más. Los resultados fueron los siguientes:

- a. Aprendizaje colaborativo, 42 estudiantes respondieron que se aplica.
- b. Aprendizaje basado en la resolución de problemas, 55 estudiantes manifestaron que se aplicaban en clases.
- c. Grupos de discusión, 24 estudiantes señalaron que se generaron grupos de discusión.
- d. Resolución de guías de estudio, es lo que más utilizan los docentes y se constata con la cantidad de aportaciones (43).
- e. Comprobación de los conocimientos de los estudiantes, 33 dieron respuesta a este inciso, si se analiza es el 40% que opinaron al respecto. Ello implica que se debe fortalecer este aspecto, siendo más facilitador de procesos en vez de asumir la clase solo el docente.

⁴ Preguntas en donde los estudiantes podían seleccionar más de una respuesta, la suma no coincidirá con el tamaño de la muestra.

En la guía de encuesta se les indicaron a los estudiantes resolver los siguientes ejercicios

Reduzca la expresión $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$

Número de estudiantes que lo resolvieron de forma:			
Correcta: 16	Incorrecta: 22	En parte: 21	No lo resolvieron: 24

A continuación se indican algunas de las dificultades encontradas

Procedimientos más comunes realizados por los estudiantes		
Ejercicios	Respuestas	Análisis
Un número positivo con un negativo lo suman así:	$\checkmark = -10x^{2a}y^b + 5x^{2b}y^b = -15x^{2a}y^b$	Como se observa la suma de los dos primeros términos la hizo sin tomar en cuenta el signo que les antecede, de igual manera sumó los exponentes de las variables, indica que no tiene afianzado las leyes de los exponentes.
	$\checkmark = -10 + 5 - 6 + 11 = 0.$	En este caso lo que faltó fue indicar las variables, lo resolvió en parte, tiene la idea de cómo resolverlo.
	$\checkmark = -10x^{2a} + 6x^{2a} - 11x^{2a} - y^b + y^b + y^b = -4x^{2a} - 11x^{2a} - y^{3b}$	Como se observa este ejercicio está totalmente incorrecto, el estudiante no tiene dominio de los términos semejantes ni de la forma en que se reducen, hace cambio de signos en los términos y crea otros como es el caso de y^b .
	$\checkmark = (x^{2a})(2y^b).$	No discriminó la operación indicada.
	$\checkmark 16x^{2a}y^b - 16x^{2a}y^b = 0$	Este estudiante lo resolvió de forma correcta.
	$\checkmark = 20x^2y^6$	No tiene dominio de la reducción de términos semejantes.
	$\checkmark = x^{2a}y^b$	Lo resolvió como que si fueran dos ejercicios independientes, redujo los coeficientes y luego indicó las variables como respuesta.
	$\checkmark (5x^{2a} - x^{2a})(6y^b + y^b)$	Antes de realizar este paso el estudiante agrupó el primer y

Procedimientos más comunes realizados por los estudiantes		
Ejercicios	Respuestas	Análisis
		segundo término y sacó de factor común $5x^{2a}$, luego agrupó el tercer y cuarto término sacando de factor común $5x^{2a}$ y enseguida indicó la respuesta que se presenta.
	$\checkmark = 12x^{2a}y^b$	Esta respuesta no tiene coherencia.
	$\checkmark = -15x^{4a}y^{2b} - 6x^4y^{2b}$	Lo que se interpreta de esta respuesta es que agruparon términos sin tomar en cuenta el signo que precede a cada uno, además sumaron los exponentes.
	$\checkmark = 10x^{2a}y^b$	Sin coherencia, lo único que hicieron fue colocar el primer término.
	$\checkmark = x^{2ab}$	Sin coherencia
	$\checkmark = 16x^{40}y^{2b} + 16x^{40}y^{2b}$ Para llegar a esta respuesta hizo lo siguiente: $\begin{array}{r} -10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b \\ -6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b \\ \hline 16x^{4a}y^{2b} + 16x^{4a}y^{2b} \end{array}$	El ejercicio lo iban resolviendo bien pero fallaron al sumar los dos números negativos lo colocaron como positivo.
A manera de síntesis y analizando las dificultades presentadas los estudiantes no las han logrado vencer, resolvieron el ejercicio sin relacionarlos con lo abordado en Aritmética y en los cursos de Álgebra.		

En el ejercicio

Determine el valor numérico de la expresión $x^4y^2z^3$; si $x = 4, y = 3, z = \frac{1}{2}$, se presentan algunos resultados planteados por los estudiantes en la solución.

Número de estudiante que lo resolvieron de forma:			
Correcta: 17	Incorrecta: 12	En parte: 19	No lo resolvieron: 35, de estos 19 estudiantes son de la carrera de Psicología y 16 de Física-Matemática.
Estudiantes de Psicología	Estudiantes de Física-Matemática	Análisis	
$\frac{b \pm \sqrt{(b)^2 - 4ac}}{2a} =$ $-3 \pm \frac{\sqrt{1}}{8}$	Lo resolvieron como suma, ejemplo $4^4 + 3^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$	Con base en los resultados obtenidos se puede observar que la mayoría de los errores encontrados son de Aritmética.	
$(4)^4(3)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 288$	$(4x)^4(3)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $= 16x^4, 9y^2, \frac{2}{4}z^3$	Los estudiantes tienen grandes dificultades en las leyes de los exponentes, para muchos de ellos un número elevado al cuadrado lo resuelven multiplicando la base por el exponente, igual que en el trabajo con fracciones, siempre están buscando como convertir las fracciones a decimales. Ello obedece a que muchos no dominan el procedimiento para resolver ejercicios cuando tienen números enteros y fracciones. Esto implica también que tienen poco dominio del uso de la calculadora, pues lo pueden resolver de forma directa sin necesidad de antes convertir la fracción a decimal.	
$(4^4)(3)^2(0.5)^3 = 864$	$(4^4)(3)^2(0.5)^3 = 18$	Es necesario reflexionar sobre estos resultados ya que si no se enfatiza en estos errores los estudiantes, seguirán avanzando	
$(4^4)(3)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 258$	$(4^4)(3)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 578$		
$(16)(6)\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{96}{8}$	$(16)(9)\left(\frac{1}{8}\right) = 18$		
$(4)^4(3)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$ $(256)(9)\left(\frac{1}{8}\right)=?$	$(4)^4(3)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 256 + 9$ $+ \frac{1}{8}$ $= 265 + \frac{1}{8}$ $= \frac{266}{8}$		

Estudiantes de Psicología	Estudiantes de Física- Matemática	Análisis
		<p>con estas dificultades, se deben aunar esfuerzos entre estudiantes, docentes y autoridades para que se realicen actividades extra clases dirigidas por monitores para profundizar en esta temática, pero sobre todo se debe hacer conciencia de la responsabilidad que tienen los estudiantes. No se trata de buscar culpables sino soluciones. Mientras el estudiante no asuma su verdadero rol se continuará con estas dificultades tan marcadas. De igual manera los docentes debemos cambiar los estilos de conducir el proceso de aprendizaje.</p> <p>Es preciso analizar que en los dos grupos de estudiantes prevalecen en su mayoría las mismas dificultades. Se cree que el estudiante de Física-Matemática debe tener mayor dominio de los temas, sin embargo la realidad no es esa.</p> <p>Ellos tienen el interés por la carrera, pero tienen debilidades en contenidos básicos ya estudiados, incidiendo en los demás temas que se desarrollan. No hay aprendizaje significativo.</p>

En el ejercicio: Sume el siguiente polinomio $(5x^3 - 3x^2 - 6x - 4) + (-8x^3 + 2x^2 - 3) + (7x^2 - 9x + 1)$, los resultados fueron los siguientes:

Número de estudiante que lo resolvieron de forma:			
Correcta: 17	Incorrecta: 22	En parte: 12	No lo resolvieron: 32 siendo, 17 estudiantes de la carrera de Psicología y 15 de Física-Matemática.

Similar a los resultados de los ejercicios anteriores la mayor dificultad se dio al reducir términos semejantes, suman pero no toman en cuenta el signo, suman los exponentes. Para ellos sumar dos números uno positivo y otro negativo el resultado es negativo o positivo independiente si todos los términos que reducen son positivos o negativos. Suman independiente si son términos semejantes o no. Esto conlleva a concluir que hay falta de análisis antes de resolver los ejercicios, no tienen dominio de la ley de los signos y se adolece de patrones que les permitan que cuando resuelven ejercicios hagan uso de estos y los asocien, caso específico la forma en que se suma y resta en Aritmética.

Al plantearles que resolvieran el siguiente binomio $(x - 4)^3$, los resultados fueron los siguientes:

Número de estudiante que lo resolvieron de forma:			
Correcta: 8 4 de cada carrera	Incorrecta: 23 13 son de la carrera de Psicología y 10 de Física-Matemática	En parte: 20	No lo resolvieron: 32 siendo, 17 estudiantes de la carrera de Psicología y 15 de Física-Matemática.

En su mayoría las dificultades encontradas al resolver el ejercicio $(x - 4)^3$ fueron:

Formas en que los resolvieron	Análisis
$x^3 + 3(x - 4) - 4^3$	Similar a los casos anteriores no discriminan las particularidades de cada ejercicio planteado, además que no tienen dominio de los productos notables.
$x^3 - 4^3$	
$x^8 + 2(x)^2(4)$	
$4x(4x - 1)^3$	

A modos de síntesis, es preocupante que los ejercicios planteados en la encuesta con ítems que exigían un nivel mínimo de conocimientos para un estudiante de primer año de la Universidad, los porcentajes de aciertos hayan sido tan bajos.

El objetivo de este análisis es detallar la problemática encontrada después de examinar los datos obtenidos. Además, confirma que los estudiantes tienen una alta proporción de aprendizajes aparentes, sin contenido significativo. Los errores son el producto o las manifestaciones de la presencia de estos en los conocimientos matemáticos de los alumnos. Los errores y dificultades detectadas en los estudiantes por lo general son siempre los mismos, por ejemplo, en Aritmética, Álgebra y la resolución de ecuaciones.

En el ejercicio con dirección: Expresé las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico, se presentan los resultados.

Resultados				
N°	Lenguaje común	Lenguaje algebraico		
		Correcto	Incorrecto	No lo resolvió
1	Un número cualquiera	20	51	12
2	Un número cualquiera aumentado en 5	17	44	22
3	La diferencia de dos números cualesquiera	10	48	25
4	El doble de un número excedido en 5	25	30	28
5	Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a doce.	20	33	30

Se presentan algunas respuestas dadas por los estudiantes al resolver cada ítems			
N°	Lenguaje común	Lenguaje algebraico	
		Estudiantes de Psicología	Estudiantes de Física-Matemática
1	Un número cualquiera	X, 3y, 12,	125, x, lenguaje común
2	Un número cualquiera aumentado en 5	X +5, a^5 $(3y)^5$	X+5, 5(2), algebraico, 5b,

3	La diferencia de dos números cualesquiera	$x-4, 5x -5x, 1+2,$	$x \neq y, 4x-3x,$ lenguaje común, $3 > 5, 6-4,$
4	El doble de un número excedido en 5	$2x +5, 3^n, 2x +5,$	$2 + 2^5, (2x)^5,$ algebraico, $6^2, 25,$ $2x+5,$
5	Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a doce.	$\frac{2}{3}x - 5 = 12, 2x -5 = 12,$	$\frac{2}{3} - 5 = 12, \frac{3}{2},$ $\frac{2}{3}a - 5 = 12,$

Realizando análisis de los resultados obtenidos y según la revisión de los programas de primaria y secundaria, hasta el séptimo grado los estudiantes solamente han usado las letras cuando se han referido a situaciones, ejemplo; la “t” para representar temperatura, la “l” para representar la longitud o el largo, la “x” como símbolo de unidad patrón de medida y en la utilización de fórmulas; sin embargo estas situaciones no le llevan a comprender que el valor de una variable es totalmente independiente de la letra que la representa o del valor de la posición en el alfabeto o de la inicial de una palabra.

Se debe pensar en una situación distinta que requiera de la simbolización, ejemplo: vamos a simbolizar 40 estudiantes del aula de clase, no se puede asignar a cada uno una letra del alfabeto porque estas no alcanzarían, no se puede asignar a cada uno la letra de la inicial del nombre porque muy probablemente se repetiría y no se podrían distinguir. El problema se extiende y una solución sería pensar en la posibilidad de tomar una variable y asignar un subíndice ejemplo: y_1, y_2, \dots que es la misma letra pero con un distintivo y que de esta forma se estaría ampliando las posibilidades de simbolización.

Es fundamental la visión ampliada del Álgebra como instrumento de modelización matemática que se puede y debe ir construyendo progresivamente desde los primeros niveles educativos. Aunque el cálculo literal, basado en las propiedades estructurales de los conjuntos numéricos se suele iniciar en secundaria, los procesos de simbolización, expresión de relaciones, identificación de patrones, son propios de los primeros niveles de algebrización, y como se ha visto en los resultados obtenidos por décadas los docentes que

facilitamos la asignatura de Matemática en los distintos niveles pueden, y deben iniciarse desde la educación primaria.

Ha como se ha expresado en el marco conceptual de esta tesis al abordarse algunas teorías sobre Álgebra, para adquirir el concepto de variable es necesaria la conjunción de dos procesos: **Generalización y Simbolización**. El primero implica detectar regularidades, diferencias, semejanzas, relaciones y expresarlas de forma verbal; el segundo consiste en la expresión escrita de estas. Por ende, corresponde a los docentes en todos los niveles educativos y de forma interdisciplinaria y transdisciplinaria conjugar objetivos comunes, lenguaje común y actividades que sirvan para resolver una problemática. Para una buena conducción del proceso de aprendizaje es imprescindible cada día ir potenciando la percepción visual, la comprensión lectora, el análisis, dado que si el estudiante no logra desarrollar a profundidad estas habilidades continuarán las dificultades.

A continuación se presentan resultados obtenidos del desarrollo de los dos grupos focales (Física-Matemática y Psicología) ⁵

- ✓ **Pregunta 1:** Las metodologías activas utilizadas por los docentes en el desarrollo de los contenidos de la unidad de Álgebra de la asignatura de Matemática General les permiten comprender con facilidad los contenidos que se abordan en la clase. Explique.



Grupo focal estudiantes de Física-Matemática

⁵ Se aclara que muchas de las respuestas tomadas de los instrumentos aplicados a los informantes se escribieron literalmente.

GF

Los estudiantes manifestaron que algunas veces, sobre todo cuando usan material didáctico y es un tema que recuerdan de secundaria, pero *“los contenidos de Álgebra han sido bien áridos desde que los vimos en secundaria, y tuvimos que aprendernos las reglas de los productos*



Grupo focal estudiantes de Psicología

notables y casos de factorización de memoria, entonces los olvidamos con facilidad y esto nos está afectando ahorita que estamos en la universidad”

GF

Un estudiante expresó “cuando escucho hablar de Álgebra siento que la vida se me complica, el profesor de secundaria cuando dio este tema de álgebra llegaba a la clase y ponía en la pizarra estos son los casos de factorización y productos notables, cópienlos y resuelvan los ejercicios planteados”

Expresaron algunos estudiantes que al llegar a la Universidad se dieron cuenta que estos temas son fáciles ya que la forma en que dieron los contenidos los docentes les facilitó la comprensión, por lo tanto los profesores les dieron el nombre de cada producto notable y a la par iban resolviendo ejercicios, los que posterior les permitía hacer las tareas que les dejaban.

GF

“bueno dice un estudiante, la verdad es que el profesor no lo puede hacer todo, nosotros sabemos que tenemos dificultad pero no buscamos como resolverlas, en la siguiente clase venimos sin las tareas resueltas y le decimos al profesor, no le entendimos a nada, haga usted los ejercicios”, fue muy común escuchar esta frase en los estudiantes de Psicología.

Otros estudiantes de Psicología manifestaron *“decidimos estudiar esta carrera no porque somos malos en Matemática, yo era muy buena, muchos creen que los que optamos por Psicología es porque no nos gusta la Matemática, esta se usa mucho cuando vayamos a*

realizar el análisis de test psicométricos, pero a veces no hago las tareas, sigo a mis compañeros y como nos permiten formarnos en grupo y hacerlos, entonces no me molesto”

GF

Los estudiantes de Física-Matemática indicaron que están conscientes que tienen muchos problemas de análisis y manejo de contenidos, pero la confianza que el docente les dio les ha permitido seguir adelante, *“esperamos que en las otras asignaturas de Matemática nos traten con consideración”*.

De manera general expresaron que cuando los docentes les plantean problemas a resolver, en donde deben plantear sistemas de ecuaciones u otros contenidos tienen grandes dificultades, pues deben comprender e interpretar bien el texto y no tienen muy bien desarrolladas estas habilidades. Indicaron *“en secundaria casi no resolvíamos problemas”*.

- ✓ **Pregunta 2:** Mencione las principales estrategias metodológicas que utilizan los docentes en el aula de clases al momento de facilitar los contenidos de la unidad de Álgebra correspondientes a la asignatura de Matemática General.

GF

A esta pregunta respondieron los estudiantes, *“solución de problemas, grupos de discusión, explicación, trabajo en equipo lluvia de ideas, aprendizaje cooperativo, los trabajos grupales que se realizan se socializan las respuestas pasando estudiantes de diferentes grupos a resolverlos y se aprovecha para aclarar dudas y afianzar”*. Ambos grupos coincidieron en esta respuesta. Expresaron los estudiantes de Psicología que el profesor tiene un grupo en whatsapp en donde les envía videos de Matemática relacionados al tema que están trabajando y esto les ayuda a resolver ejercicios, además que el estudiante que va resolviendo cada ejercicio lo comparte con el grupo y si hay dificultades interactúa el docente y los demás compañeros.

- ✓ **Pregunta 3:** Mencione los principales recursos didácticos utilizados por los docentes en el aula de clases al facilitar los contenidos de la unidad de Álgebra correspondientes a la asignatura de Matemática General.

GF

“En la unidad de Álgebra más que todo las guías de ejercicios que nos llevan los docentes, tarjetas, papelógrafo, la calculadora en menor medida, folletos”

- ✓ **Pregunta 4:** ¿Los docentes de la asignatura de Matemática General orientan trabajo en equipo? Explique cómo lo hacen.

Ambos grupos expresaron que sí, *“en algunas ocasiones llevan tarjetas de colores y nos formamos de acuerdo al color que nos correspondió, otras veces nos formamos por afinidad influyendo aquí los lugares de procedencia sobre todo en la carrera de Física-Matemática. A veces se trabaja en pareja, en otros momentos en grupos de tres hasta ocho estudiantes”*.

GF

Los estudiantes de Psicología expresaron *“cuando los grupos de trabajo son muy grandes uno se atrasa en el trabajo, ya que los estudiantes que no leen antes preguntan mucho y además se conversa más en el grupo, entre menos integrantes hay mejor se trabaja”*.

GF

Los estudiantes de Física-Matemática indicaron *“el trabajo en equipo es muy importante ya que nos permite reforzar conocimientos y como son grupos pequeños nos preguntamos unos con otros, a veces en plenario algunos estudiantes no preguntamos porque nos da pena y entonces nos quedamos con las dudas”*.

- ✓ **Pregunta 5:** ¿Las clases de Matemática General las considera dinámicas y motivadoras? Explique

GF

Ambos grupos respondieron que a veces, *“si le entendemos al tema nos motivamos, pero cuando el tema es complejo nos desconcentramos, aunque los maestros están atentos que si hay dificultades vuelven a explicar”*, los estudiantes de psicología expresaron *“ a veces*

aburre cuando el profesor explica varias veces los ejercicios, pero se debe a que cuando algunos de nuestros compañeros no llegan a clases o no hacen las tareas están preguntando, los demás que ya los hicimos nos distraemos en hacer otros trabajos”.

GF

Los estudiantes de Física-Matemática indicaron *“cuando no se entiende a un ejercicio, no se debe explicar varias veces el mismo, sino que se planteen otros, como grupo buscamos información adicional y compartimos trabajos”.*

- ✓ **Pregunta 6:** Mencionen las principales dificultades que se han encontrado en la asimilación de los contenidos de Álgebra.
 - Desmotivación por la incomprensión de los contenidos.
 - Deficiencia en los contenidos previos
 - El Álgebra la ven muy compleja, aunque se aborda primero la unidad de Aritmética no hay un cambio en el pensamiento del estudiante.
 - Poca aplicación en la vida real, expresan *“no encontramos en la práctica donde aplicar estos contenidos por eso se vuelven áridos, a veces uno que otro ejemplo que se aplica a la geometría”.*
 - El empleo de las ecuaciones para la resolución de problemas, cuesta mucho que los estudiantes comprendan.
 - Pasar del lenguaje común al lenguaje algebraico *“poco entendemos, no interpretamos mucho cómo hacerlo”*

GF

- ✓ **Pregunta 7:** Mencione los recursos TIC utilizados en el desarrollo de la asignatura de Matemática General y en particular para el trabajo con los contenidos de Álgebra y cuál es la importancia del uso de estos en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje?

GF

La respuesta en los dos grupos focales es que no habían utilizado ningún recurso TIC

- ✓ **Pregunta 8:** Mencione los tipos de evaluación que utilizan los docentes para evaluar los contenidos de la unidad de Álgebra.

GF

- Sistemáticos
 - Preguntas directas
 - En la pizarra cuando se resuelven ejercicios
 - Trabajos en casa
 - Trabajos grupales que se resuelven en la clase y se entrega a los docentes
 - Exámenes
- ✓ **Pregunta 9:** Recomendaciones que daría a los docentes que facilitan la asignatura de Matemática General y de forma específica los contenidos de la unidad de Álgebra en función de mejorar la calidad del proceso enseñanza-aprendizaje y de elevar el rendimiento académico.

GF

- Uso de los recursos TIC en Matemática ya que se tendría un aprendizaje motivador.
- Explicación del uso de la calculadora ya que muchos la usan para realizar operaciones básicas.
- Orientar software matemáticos que se pueden descargar desde el celular y permitir el uso de estos en la clase (estudiantes de la carrera de Física-Matemática).
- Aplicar los ejercicios de álgebra al contexto

A continuación se presenta un cuadro resumen de los resultados de los instrumentos aplicados tomando en cuenta los ítems que de una u otra forma tienen más relación.⁶

Matriz de análisis				
Preguntas	Observación a clases	Entrevista a autoridades	Encuesta a estudiantes	Grupo focal
Importancia del uso de metodologías activas-participativas en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje	En las clases observados se constató que los docentes se preocupan por realizar una adecuada planificación para el desarrollo de las actividades a desarrollarse, pero aún falta por incursionar en diferentes tipos de estrategias a utilizar. Es importante hacer énfasis que un factor que incide en el desarrollo de las clases es el tiempo (sobre todo en la modalidad de profesionalización) y de manera particular los conocimientos previos de los estudiantes, porque constantemente se deben abordar contenidos que ya deben ser del conocimiento de los estudiantes.	Los informantes claves se refirieron a esta pregunta indicando que el uso de las metodologías activas en el desarrollo de las clases es muy importante, es decir, permiten tener aprendizajes significativos. El estudiante debe ser el protagonista de su propio aprendizaje y el profesor, un facilitador de este proceso. Cuando los docentes no aplican los métodos activos para motivar las clases los estudiantes no asumen con interés los aprendizajes, por el contrario lo ven como una “obligación” y no se preocupan	Cuando el profesor usa metodologías activas los estudiantes nos sentimos más motivados, hay una interrelación entre ambos y el aprendizaje fluye de una manera más natural, lográndose un aprendizaje significativo.	Cuando los estudiantes somos tomados en cuenta en las clases tenemos mayor interés y por consiguiente se aprende mejor. Cuando no hay motivación en las clases los estudiantes sentimos que estamos por compromiso. No podemos decir que todos los maestros usan metodologías

⁶ Las evidencias de las entrevistas aplicadas a docentes y autoridades así como el resultado de los grupos focales dirigido a estudiantes se encuentran grabados en CD adjunto al documento. El resultado de las encuestas aplicada a los estudiantes se adjuntan escaneadas en CD.

Matriz de análisis				
Preguntas	Observación a clases	Entrevista a autoridades	Encuesta a estudiantes	Grupo focal
		por ir más allá del clásico proceso de aprender.		activas, sobre todo en la clase de Matemática, expresaron los estudiantes “en su mayoría siguen siendo algunas veces tradicionalistas, aunque con algunas mejoras en el uso de ciertas estrategias”.
Estrategias metodológicas utilizadas con mayor frecuencia en el aula de clases al momento de facilitar los contenidos de la unidad de Álgebra	<ul style="list-style-type: none"> • Aprendizaje colaborativo • Aprendizaje basado en la resolución de problemas • Lluvia de ideas • Resolución de guías de estudio • Aclaración de dudas <p>En lo que respecta a esta pregunta hubo coincidencia en los diferentes informantes.</p>			
Principales recursos didácticos que usted utiliza con mayor frecuencia en el aula de clases al facilitar los contenidos de la	<p>En ambos grupos se coincide que se aplican con mayor frecuencia folletos, guías de estudio y la calculadora.</p> <p>En algunos clases se utilizan papelógrafo y tarjetas en las que se presentan los objetivos de la clase y temas a desarrollar</p>			

Matriz de análisis				
Preguntas	Observación a clases	Entrevista a autoridades	Encuesta a estudiantes	Grupo focal
unidad de Álgebra correspondientes a la asignatura de Matemática General.				
Recursos TIC que se han utilizado en el desarrollo de la asignatura de Matemática General y en particular para el trabajo con los contenidos de Álgebra.	<p>Tanto en la observación de clases como en los resultados de los demás instrumentos de recolección de información se concluye que no se usan recursos TIC en el desarrollo de los contenidos de Álgebra.</p> <p>Los estudiantes recomendaron que es fundamental el uso de recursos tecnológicos para el desarrollo de las clases, dado que hay una mejor motivación y comprensión de los temas.</p> <p>Por su parte las autoridades expresaron que el uso de recursos tecnológicos es fundamental para el logro de competencias y que la sociedad actual lo demanda.</p> <p>Docentes expresaron que hay limitaciones para el uso de los recursos TIC, tiempo, equipos y en algunos casos falta de dominio (estudiantes y docentes) de estos.</p>			
Actividades y/o procedimientos de evaluación que utiliza con mayor frecuencia para evaluar los contenidos de la unidad de Álgebra.	<p>Hay coincidencia en ambos grupos que se evalúa mediante pruebas cortas, asignaciones de trabajo en clase y extra clase, preguntas dirigidas y con la participación de los estudiantes en la resolución de ejercicios en la pizarra.</p> <p>Los trabajos en clase y en casa los realizan en grupos de tres a más, planteando los estudiantes que les permite aclarar dudas y retroalimentarse, pero cuando todos los integrantes han realizado un estudio previo de los temas abordados en clase, de ser lo contrario el estudiante que tiene mejor dominio del tema le corresponde la mayor parte.</p>			

Al tercer y último objetivo específico se le da respuesta con documento elaborado de la propuesta metodológica para el desarrollo de contenidos de la unidad de Álgebra, siendo diseñada con base en la investigación bibliográfica realizada en el presente estudio, a los resultados de los instrumentos aplicados para la recolección de información y a la experiencia de la investigadora.

Para concluir con el acápite de análisis de resultados, a continuación se presentan algunas consideraciones:

Dado que los estudiantes conciben el Álgebra como algo abstracto y difícil de entender, es necesario utilizar estrategias activas participativas para que ellos manifiesten interés por el aprendizaje, relacionando los contenidos en la medida de lo posible con el contexto, al igual que seleccionar los recursos adecuados que permitan una mejor interacción de los estudiantes, poniendo de manifiesto sus habilidades matemáticas.

El rol del maestro es muy importante pues es él el encargado de presentar las matemáticas de forma atractiva, usar materiales didácticos disponibles, metodologías de enseñanza, enfocarse en las necesidades e intereses de los alumnos, atención a la diversidad y gestión en el aula, lo que se trabaja en el aula de clases deja un aprendizaje para los alumnos.

Con frecuencia quien dirige y ejecuta el proceso enseñanza-aprendizaje en las aulas de clase es el maestro dejando a un lado la participación y desarrollo del estudiante, lo que se contrapone con el perfil del nuevo currículo, es aquí donde se debe tomar en cuenta que la principal tarea del maestro, es guiar a los estudiantes para que lleguen a sus propios resultados mediante el uso de diferentes estrategias que garanticen logros de aprendizaje significativos.

Cuando el estudiante es sujeto activo de su propio aprendizaje se siente identificado y con el deseo de involucrarse en las tareas dentro del aula, una actitud positiva hacia las Matemáticas es una condición para que se produzca un aprendizaje significativo. Mediante la observación de clases e interacción con algunos estudiantes en el grupo focal se percibió que en su mayoría tienen interés por el aprendizaje, pero no tienen una base sólida de conocimientos y el docente debe tomar en cuenta estos aspectos en la planificación a fin de poder dar la

atención debida y evitar que esas dificultades sigan fluyendo, además que es necesario romper con una serie de tabúes que traen los estudiantes.

Propuesta metodológica

La estructura de la propuesta metodológica contiene:

- Introducción
- Objetivos indicados en la unidad de Álgebra en base al programa de la asignatura de Matemática General
- Bloques de contenidos
- Desarrollo de contenidos
- En el inicio se presentan actividades que permitirá a los estudiantes identificar y recuperar sus experiencias, los saberes y los conocimientos que ya han adquirido a través de su formación, mismos que les ayudarán a abordar con facilidad el tema que se presenta en el desarrollo. Realizarán actividades en donde se introducen nuevos conocimientos, con la finalidad que su aprendizaje sea significativo. Posteriormente se encuentra el momento de cierre, donde integrarán los saberes que realizaron en las actividades de inicio y desarrollo.
- De acuerdo a las características y propósito de las actividades, éstas se desarrollarán de forma individual, equipos, grupos y plenaria.
- Para el desarrollo de los contenidos se utilizarán diferentes recursos tales como: material bibliográfico, tarjetas, calculadora, programas tales como Geogebra, Algebrator; estos son programas dinámicos para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, al igual que Microsoft Matemáticas (antes conocida como Microsoft Math), es un software educativo, diseñado para Microsoft Windows, que permite a los usuarios resolver problemas matemáticos.
- Es fundamental tomar en cuenta la retroalimentación de los conocimientos, en donde los estudiantes podrán participar de forma activa cuando el docente lo indique aclarando dudas y fortaleciendo lo aprendido.
- En la estructura metodológica de la propuesta se señala la relación de figuras que se encontrarán en diversas partes del documento, orientando las actividades que

deben efectuar los estudiantes en cada uno de los contenidos especificando si debe realizarse individual, equipos y grupos.

- Se concluye presentado ejercicios de evaluación y de orientación del deber
- Se destaca la importancia que los estudiantes a la vez que vayan resolviendo las diferentes actividades orientadas logren verbalizar el procedimiento utilizado para resolverlos.

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES

7.1 Conclusiones

En este capítulo se sintetizan las conclusiones respecto a los objetivos planteados y que motivaron la investigación. Se destaca la importancia de este trabajo tanto en su condición de investigación así como de la contribución a la docencia.

En esta tesis se planteó como objetivo general disponer de una propuesta metodológica para el aprendizaje significativo de los contenidos de la unidad de Álgebra como parte de la asignatura de Matemática General en el primer año de dos carreras de la Facultad, para responder a este objetivo construyeron tres objetivos específicos

Con el fin de responder al objetivo **uno** dirigido a determinar los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la elaboración de una propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Matemática General y de forma específica en la unidad de Álgebra, se procedió a llevar a cabo un estudio a profundidad del Modelo Educativo de la UNAN-Managua, en donde están expuestos los fundamentos pedagógicos que orientan el quehacer educativo tales como el pedagógico, curricular y didáctico y el rol que corresponde desempeñar a cada uno de los involucrados en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje.

De igual manera se analizó la correspondencia de los planes didácticos y planes de clases con el programa de estudio y modelo educativo. Aquí se constató que los docentes en su planificación tomaron en cuenta lo indicado en el modelo educativo, retomaron estrategias metodológicas propuestas en el mismo, así como el rol del docente y del estudiante en el aula de clases.

Se realizó revisión documental vinculada con el tema de investigación, en diferentes fuentes, tales como libros, sitios web, artículos científicos, tesis. Ello permitió fundamentar el problema de investigación, justificación, estado del arte, la perspectiva teórica y metodológica de la tesis hasta llegar a la elaboración de la propuesta metodológica.

De acuerdo al objetivo **dos** a través del cual se pretendió describir la conducción del proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos de Álgebra en los dos grupos sujetos de investigación, se concluye que:

El ambiente de trabajo vivido en el aula fue armonioso, la interacción docente-estudiante y a la cual se hace referencia en el modelo educativo conllevó a una buena retroalimentación e interacción, y permitió comprender una vez más que se deben romper las barreras que de alguna manera en las aulas de clases existen cuando se enseña de forma tradicional, debe dejarse a un lado la rigidez y el autoritarismo, enseñando la matemática de una manera flexible y pedagógica para lograr una educación de calidad.

Los docentes se prepararon para facilitar las clases, tienen dominio científico de los temas de Álgebra, pero al consultarles si habían recibido capacitaciones sobre todo en metodología respondieron que no, expresando que los conocimientos que tienen sobre esta temática fue la recibida como estudiante universitario y su auto preparación, también las autoridades reconocieron que en el primer semestre de este año no se les había capacitado a los docentes. Es pues necesario que se tenga constante intercambios de capacitación sobre todo cuando los docentes por primera vez están ejerciendo docencia universitaria.

Los docentes prepararon cierto tipo de material didáctico para el desarrollo de las clases, pero para que este desempeñe su verdadero papel de hacer más dinámica y comprensiva la clase, es fundamental los conocimientos previos de los estudiantes y el estudio constante, así como incorporar otros tipos de materiales didácticas acorde a los temas que se desarrollan. Se constató a través de la observación a clases, encuesta y grupo focal que los estudiantes tienen dificultades en el dominio de temas básicos como es el cálculo oral, el cual no se le da la importancia debida.

En las clases observadas y en la planificación del docente no hay un tiempo destinado para el cálculo oral, siendo una parte fundamental de la Matemática, es decir, permite responder de forma flexible y adecuada a distintas situaciones de la vida cotidiana. El estudiante con frecuencia para realizar una operación aritmética, por ejemplo: $(4) (6)$, hace uso de la calculadora, por lo tanto, se vuelve dependiente de esta y sobre todo del celular.

Resulta oportuno destacar, que el planeamiento didáctico juega un papel fundamental, porque el docente lo debe concebir como un proceso metodológico en donde se resumen las acciones y decisiones previstas para el cumplimiento de las competencias y logros de aprendizaje.

Aunque los docentes hacen grandes esfuerzos por utilizar metodologías activas, se continúa trabajando en parte con el método tradicional (pizarra, cuaderno, esquemas, resúmenes y resolución de ejercicios).

Los docentes proporcionan material de apoyo a los estudiantes (folletos), pero son tomados de capítulos de libros de texto, en donde en la mayoría de los casos tienen como estructura la definición de los temas que se abordan, ejercicios resueltos y propuesta de ejercicios a resolver por los estudiantes, por tanto no están mediados pedagógicamente.

Persisten grandes dificultades en el paso de la Aritmética al Álgebra, los estudiantes lo ven de forma totalmente separada, pero la realidad es que los docentes así la trabajamos, como temas independientes. De aquí que los estudiantes aprendieron estos temas para el momento, constatándose en los resultados obtenidos en los instrumentos aplicados. Ellos manifiestan que lo más complejo de la Matemática es el Álgebra.

Entre Aritmética y Álgebra debe existir una correspondencia, pero la práctica dice que no es así, dado que, se limita el aprendizaje del Álgebra solo como una generalización de la Aritmética olvidando que hacer Álgebra no es solo hacer explícito lo que se encuentra implícito en la Aritmética.

Otro aspecto que hay que señalar y no menos importante, es que se ha perdido la habilidad para expresar formalmente procedimientos o métodos que se emplean para resolver un problema, muchos estudiantes no tienen desarrollado la pericia para simbolizar. Por ejemplo, cuando se le orientó a los estudiantes que resolvieran problemas en el que tenían que plantearse sistemas de ecuaciones, fueron pocos los que asumieron el reto, en su mayoría expresaron que no tenían conocimientos para hacerlo, pero cuando se les indica de forma directa el sistema de ecuación en dos variables algunos lo hacen.

En los ejercicios de productos notables y casos de factorización los estudiantes no logran discriminar cuando se le presentan los ejercicios frente a qué caso están. Algunos se saben de memoria que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, pero cuando se les plantea un ejercicio de la forma $(4x + 3y)^2$, aplican la regla tal como se la aprendieron de manera general, sin tomar en cuenta que los términos de la expresión son diferentes, además que no toman en cuenta la ley de los signos. También se constató que hay grandes dificultades en la aplicación de las leyes de los exponentes. De aquí que es fundamental trabajar a profundidad la modelación matemática así como la discriminación visual.

Sin embargo, algunas estrategias utilizadas por los docentes permitieron que los estudiantes en el tema de los productos notables vincularan el Álgebra con la Geometría, observándose que esto ayudó a comprender mejor las reglas de los productos notables, (caso específico en la carrera de Física-Matemática).

La aplicación de las TIC a los temas vinculados con los contenidos de Álgebra fue nula. De tal manera que no se están potenciando las posibilidades que ofrecen las TIC para lograr un aprendizaje que permita desarrollar competencias existentes en los estudiantes.

La calculadora la utilizan los estudiantes para realizar en su mayoría las cuatro operaciones fundamentales, si no tienen la posibilidad de tener una computadora, pueden hacer sus cálculos desde una calculadora gráfica y ello mejoraría la dinámica de clase, además que da a los estudiantes confianza y facilita la comprensión de los conceptos y funciones matemáticas; profundizando la habilidad de resolver problemas. Esto no quiere decir que los cálculos hechos a papel y lápiz no sean útiles, pero es necesario hacerse un balance. Es importante utilizar la herramienta más apropiada para el trabajo, por esto las calculadoras no representan un obstáculo a la habilidad de los estudiantes para ejecutar procedimientos o manipulaciones algebraicas.

Cuando se les consultó a los estudiantes si tenían dominio de la calculadora expresaron que muy poco, ya que muchos docentes de matemática en secundaria no les permitían el uso en

clase mucho menos en exámenes, este aspecto los docentes tenemos un reto y es enseñar a los estudiantes este recurso.

En suma, la visión que parece tener los estudiantes sobre el Álgebra, está enfocada exclusivamente a la generalización de algunos procesos aritméticos que estudiaron en el nivel secundario.

El Álgebra moderna por su propia naturaleza, exige a los estudiantes a diferencia del Álgebra que se estudia en el nivel secundario actualmente, no solo realizar operaciones con los elementos de un conjunto. Por ejemplo, no se abordaría solo la suma de polinomios, sino además las propiedades que cumple esta adición de polinomios, como por ejemplo la clausura, y no solo quedarse en las reglas para manipular fórmulas y expresiones algebraicas.

Se confirma que el Álgebra no es una temática que guste a la mayoría de los estudiantes, una buena parte de ellos la consideran aburrida, (este planteamiento no solo lo hacen los estudiantes de Psicología, sino que también los de Física-Matemática), sin embargo destacaron que si se ponen con ella no es difícil, debido a que algunos estudiantes lo han comprobado.

Se concluye que en ambos grupos se encontraron estudiantes que manejan muy bien los contenidos, tienen una buena base, pero también hay una buena parte de estudiantes que independiente de la carrera que estudian presentan muchas dificultades en los temas de Álgebra. No existe una gran brecha entre uno y otro grupo en cuanto a conocimientos se refiere, más bien es que los estudiantes de Física-Matemática se preocupan más por el aprendizaje, es decir, que están en la carrera y tienen que tener un buen dominio de los contenidos no solo de la unidad de Álgebra sino de la Matemática en su conjunto.

Por consiguiente, se puede afirmar que el conocimiento que los estudiantes han adquirido en el desarrollo de los contenidos de la unidad de Álgebra es fundamental para las asignaturas siguientes al igual que en su ámbito profesional, con mayor énfasis en la carrera de Física-

Matemática, esto se puede comprobar en los resultados de la encuesta y grupo focal aplicado a los estudiantes en donde manifestaron la importancia de los mismos.

Se concluye que el desempeño de los docentes que participaron en este estudio lo valoran los jefes inmediatos (director y coordinadores de carrera), en su mayoría como buenos y muy buenos, que persisten debilidades pero que se pueden ir mejorando a través de procesos de capacitación, pero que hay otras que provienen del subsistema educativo en que se han venido preparando los bachilleres.

Para el alcance del objetivo **tres** que consiste en fundamentar las estrategias metodológicas activas que propicien el aprendizaje significativo en la asignatura de Matemática General en la unidad de Álgebra, se tomó en cuenta los resultados obtenidos en la recopilación de información, en donde los informantes claves dieron aportes muy valiosos. Fue fundamental haber observado todas las clases correspondientes a esta unidad en ambos grupos, porque logré compenetrarme de las fortalezas y debilidades existentes en el desarrollo y asimilación de los contenidos. Es así que se dispone del material elaborado para que sea utilizado por docentes y estudiantes.⁷

Asimismo, que cada clase, centro educativo y estudiante tienen sus particularidades, por ende, esto es fundamental para hacer de las clases un lugar motivador, interesante, llamativo y sobre todo creativo, donde el estudiante se sienta identificado, así de esa manera se pueden atraer y romper esquemas tradicionales que sólo conllevan al fracaso.

⁷ La propuesta metodológica se presenta en anexo.

CAPÍTULO VIII

RECOMENDACIONES

8.1 Recomendaciones

Concluida la fase del proceso de investigación, se mencionan algunas recomendaciones que se pretende sean útiles en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje en contenidos de Álgebra contemplados en el programa de la asignatura de Matemática General en el nivel universitario.

Es importante que entre los docentes exista un intercambio de experiencias pedagógicas y didácticas, de forma continua, esto con la finalidad de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de forma más efectiva, conllevando a obtener aprendizajes significativos.

Si bien, los docentes de los grupos de Física-Matemática y Psicología aplicaron estrategias metodológicas en el desarrollo de las clases, es necesario vincularlas con otros temas que se orienten en el programa de asignatura, tal es el caso de la Geometría en donde a través de la secuencia de figuras geométricas y de la visualización logren encontrar las regularidades y relaciones, haciéndosele más fácil al estudiante escribir la forma algebraica.

Que la planeación sea más significativa integrando estrategias que busquen involucrar al estudiante de una manera dinámica y atractiva, donde pongan en práctica sus habilidades y destrezas para llegar a sus propios resultados, así como de practicar y desarrollar el razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

Profundizar en las posibilidades que brinda la caracterización de las habilidades matemáticas para el control y evaluación del aprendizaje de los estudiantes.

Plantear ejercicios a los estudiantes, que aparte de dar una solución algebraica, les permita visualizar el problema a través de figuras geométricas.

Con base en las dificultades encontradas en el aprendizaje por los estudiantes en los temas de Álgebra es primordial que el material de estudio que los docentes faciliten contemple acciones organizadas de interacción (mediación pedagógica), con la finalidad de promover y

facilitar los procesos de aprendizaje y que les permita aplicar lo que aprenden a situaciones de su vida cotidiana.

Se debe conducir a que los estudiantes lleguen a su propio aprendizaje, así como generar que se integren al trabajo cooperativo e individual para que sus conocimientos sean compartidos al mismo tiempo que los refuercen.

Emplear las TIC en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de manera que se desarrollen competencias y se contextualice el aprendizaje.

Establecer una relación e integración entre lo propuesto en el programa de la asignatura, el tipo de planeación didáctica, las estrategias utilizadas, el material lúdico a recurrir en cada actividad, la diversidad, la contextualización y por ende, la gestión en el aula para obtener los óptimos resultados.

Debe trabajarse en los estudiantes que expresen y / o justifiquen lo que hacen hasta llegar a que tengan una mayor habilidad verbal, así como en el pensamiento abstracto, estructura visual y espacial.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bibliografía citada

- Aké Tec, L. (2013). *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada: España. Recuperado de goo.gl/rtZzop
- Alarcón, B. (2004). *Libro maestro*. Recuperado de goo.gl/qXh8fJ Noviembre de 2015
- Alvarado, L. & García, M. *Características más relevantes del paradigma socio-crítico*. Revista Universitaria de Investigación, 9(2). Recuperado de goo.gl/T6D3G2
- Anguera, A. (1986). *La investigación cualitativa*. Educar (10), pp 23-50.
- Ardón, G. (2012). *Enseñanza de estrategias de elaboración dentro de la asignatura de Matemática y su influencia en la competencia en la resolución de problemas en alumnos de quinto bachillerato*. (Tesis doctoral). Universidad Rafael Landívar, Guatemala. Recuperado de gl/pChPxT
- Aredo, M. (2012). *Modelo Metodológico en el marco de algunas teorías constructivistas, para la enseñanza aprendizaje de variables reales del curso de Matemática*. (Tesis doctoral). Lima, Perú. Recuperado de goo.gl/j8HUCs
- Argüelles, C. & Morales, J. (2010). *Bases Metodológicas de la Investigación en Matemática*. Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas. Santa Clara. Cuba.
- Ausubel, D. (2000). *The Acquisition and Retention of Knowledge*. Dordrecht. Netherlands: Kluwer. Edición en español: *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. Barcelona, España: Paidós Ibérica.
- Ausubel, D. & Novak, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (2ª ed.). México: Trillas.
- Ausubel, D. (1973). *Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento*. Buenos Aires: Trillas.
- Ávila, Baray, H. (2006). *Introducción a la Metodología de investigación*. Chihuahua, México: Eumed.net. Recuperado de goo.gl/r49sDV
- Baena Paz, G. (2014). *Metodología de la investigación* México: Patria. Recuperado de goo.gl/ycG31
- Barrantes, R. (2009). *Investigación: Un cambio al conocimiento, un enfoque cuantitativo y cualitativo*. San José, Costa Rica: UNEC.

- Barraza, A. (2002). *Constructivismo Social: Un paradigma en formación*. Revista electrónica de Psicología Científica. Recuperado de goo.gl/cK7M3C
- Behar, D. (2008). *Introducción a la Metodología de la Investigación*. México: Shalom. Recuperado de goo.gl/f67m2w
- Bishop, A., Gorgorió, N., Deulofeu, J., G, De Abreu, G., Balacheff, N., & Ruthven, K. (2000). En *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. España: Graó de IRIF, S.L.
- Bisquerra, R. (2009). *Metodología de la investigación educativa* (2ª ed.). España: La Muralla. S.A.
- Cabanne, N. (2008). *Didáctica de la matemática: ¿Cómo aprender? ¿Cómo enseñar?* Buenos Aires, Argentina: Bonum.
- Cabrera Guerra, I. & Vazquez Rosabal, J. (2012). La Educación, un fenómeno social complejo. *Revista Digital Sociedad de la información* (32). Recuperado de goo.gl/6GMjrM
- Cantoral, R., Covián, O., Farfán, R. M., Lezama, J. & Romo, V. A. (2015). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. España: Díaz de Santos . Recuperado de goo.gl/8SF7EP
- Carretero, M. (2005). *Constructivismo y Educación*. México: Progreso, S.A. Recuperado de goo.gl/yNQPg8
- Carvajal, M. (2009). *Fundación académica de dibujo profesional*. Obtenido de goo.gl/OH4HjL
- Castro de Bustamante, J. (2012). *La investigación en educación matemática: Una hipótesis de trabajo*. *Educere*, 11(38), 519-531.
- Coll, C. & Solé, I. (2001). *Aprendizaje significativo y ayuda pedagógica*. *Candidus*, 168(4). Recuperado de goo.gl/sUAG1kcontent_copy
- Córdoba, F. (2014). *Las TIC en el aprendizaje de las Matemáticas*. Buenos Aires. Argentina. Recuperado de goo.gl/3uFpYo
- Del Rincón, D., Arnal, J., Latorre, A. & Sans, A. (1995). *Técnicas de investigación en Ciencias Sociales*. Madrid: Dykinson.
- Deleuze, G. (1987). *Poderes y estrategias*. España: Paidós. Recuperado de goo.gl/ceQWXL
- Delvan, J. (2006). *Aprender en la vida y en la escuela* (3ª. ed.). España: Morata.

- Denzin, N. (1970). *Sociological Methods: a Source Book*. Aldine Publishing Company. Chicago.
- Díaz, F. & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista*. México: McGrawHill. Recuperado de goo.gl/F0sprF
- Díaz, D. & Primero, F. (2009). *El lenguaje matemático y su implicación en el aprendizaje de esta disciplina*. Colombia: Paidós.
- Escobar, J. & Cuervo, Á. (2008). *Validez de contenido y juicio de expertos: Una aproximación a su utilización*. Institución Universitaria Iberoamericana. Recuperado de goo.gl/jRDRwh
- Esquinas, S. (2009). *Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: Del símbolo a la formalización algebraica: Aplicación a la práctica docente*. (Tesis doctoral). Universidad de Computense: Madrid.
- Facultad Regional Multidisciplinaria de Estelí. (2017). *Datos estadísticos*. Base de datos de registro de estudiantes, Estelí.
- Fernández, G. (1997). *Evaluación de las competencias en álgebra elemental a través de problemas verbales*. (Tesis Doctoral). España: Universidad de Granada.
- Flores, R. (2003). *Evaluación Pedagógica y Cognición*. México: McGraw-Hill.
- Franyutti, A. (2006). *Metodología de la Investigación: Un nuevo enfoque*. México: Lases
- Freire, P. (2004). *Pedagogía de la autonomía*. Brasil: Paz y Tierra.
- García, M., Ibarra, A. & Sañudo L. (2012). *Fortalecimiento del aprendizaje del álgebra a través de la indagación conceptual, procesual y situacional de la enseñanza de los contenidos de aritmética*. Recuperado de goo.gl/qRmiYd
- Garriga, M. (2011). *El lenguaje algebraico: Un estudio realizado con alumnos de tercer curso de educación secundaria obligatoria*. (Tesis doctoral). España. Recuperado de goo.gl/kXCU3S
- Gil, D. & Guzmán, M. (1993). *Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura Popular*. Recuperado en goo.gl/t9NJzY
- Gil, M. (2009). Factores que afectan el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana*. Recuperado de goo.gl/Ldiyf2

- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2004). *Didáctica de la Matemática para maestros*. España: GAMI.S.L. Recuperado de goo.gl/p1dk5
- Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Ediciones Paidós, Ibérica, S.A. Recuperado de goo.gl/bbj2Xncontent_copy
- González J., Galindo, M. Gold. & Galindo M. (2004). *Los paradigmas de la calidad educativa*. México. Recuperado de goo.gl/uCW6zV.
- González, O. (2001). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. México: Pax. Recuperado de goo.gl/XLmy9y
- Gutiérrez, F. & Prieto, D. (1996). *Mediación Pedagógica* (3ª ed.). Guatemala: IIME/EDUSAC.
- Guzmán O. (2004). *Tendencias actuales de la educación matemática*. Recuperado de goo.gl/otsEKc
- Hernández, F. & Soriano, E. (1997). *La enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria: Una experiencia didáctica*. España: Universidad de Murcia.
- Hernández, R., Fernandez, C. & Baptista L. (2014). *Metodología de la investigación*. (6ª ed.). México: McGrawm -Hill.
- Herrera K. (2007). *Estrategia didáctica para la elaboración y aplicación de entornos virtuales de aprendizaje en las prácticas de laboratorio de Física para la educación superior*. (Tesis doctoral). Cuba.
- Huapaya, E. (2012). *Modelación usando función cuadrática: Experimentos de enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria*. (Tesis de maestría): Perú.
- Johnson, D., Johnson, R., & Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Labrader, M. & Andreu, M. (2008). *Metodologías activas*. España: UPV.
- Latorre, A., Del Rincón, D. & Arnal, J. (2003). *Bases Metodológicas de la Investigación Educativa*. España: Experiencia. S.L.
- Liu, L. (2014). *Metodología de la Investigación*. México.
- López, E. (2008). *Productos notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita, una propuesta didáctica para el bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades*. (Tesis de maestría). México.

- López I. & Villafañeéz, C. (2011). *Revista electrónica en América Latina especializada en comunicación. Razón y palabra* (74). Recuperado de goo.gl/rtvBzk
- López F. (2007). *Metodología participativa en la enseñanza secundaria*. Madrid, España: Narcea S.A.
- Luengo, Á. (2001). *Formación didáctica para profesores de matemáticas*. Madrid, España: CCS.
- Lugo, T. (2009). La gestión de las TIC en la educación: el desafío de la innovación y la calidad en América Latina. *Ponencia presentada en seminario Buenas Prácticas con TIC*. Universidad de Extremadura. España.
- Mamani, J. (2009). *Hacia un nuevo lenguaje algebraico*. Recuperado de goo.gl/9qaUHA
- Mankiewicz, R. (2005). *Historia de las Matemáticas*. México: Paidós Ibérica, S.A. Recuperado de goo.gl/B38jfb
- Martínez, A. (2013). Cartilla TIC para la enseñanza de la Matemática. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe*. República Dominicana. Obtenido de goo.gl/6U8J6A
- Martínez, A. (2007). *La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación de los centros educativos*. Madrid: FARESO, S. A. Recuperado de goo.gl/ZLE0h
- Méndez, M. (2013). *Enseñanza aprendizaje de las matemáticas*. (Tesis doctoral). Salamanca: España. Recuperado de goo.gl/yzStJA
- Mendoza, J. (1991). *La evaluación y la educación superior. La metafísica de la deficiencia*. México: CISE UNAM.
- Ministerio de Educación. (2011). *Programa de Estudio de Educación Secundaria*. Managua, Nicaragua: Impresión Proyecto PASEN.
- Ministerio de Educación. (2010). *Habilidades y competencias del siglo XXI para los aprendices del nuevo milenio en los países OCDE*. España. Recuperado de goo.gl/mw7zeK
- Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Estrategias y metodologías pedagógicas*. (G. d. "Quédate", Productor, & Universidad Francisco de Paula Santander). Recuperado de goo.gl/Ejitrq

- Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M., & Pérez, M. (1999). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje* (6ª ed.). España. Recuperado de goo.gl/4HmmsM
- Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa*. Neiva. Universidad Surcolombiana. Recuperado de goo.gl/yMCNOx
- Mora, C. (2003). *Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. *Rev. Ped [ONLINE]*, 24(70), 181-272. Recuperado de goo.gl/GGCtHd
- Morales, C. (2014). *Estrategias Metodológicas para contribuir el aprendizaje del Álgebra y Geometría* en el primero de bachillerato del Colegio Nacional Mixto San Joaquín. (Tesis doctoral): Ecuador. Recuperado de goo.gl/Om88hc
- Moreno, M. (2000). *Introducción a la Metodología de investigación educativa* (3ª ed.). México: Progreso.
- Navarro, E. (s.f.). *El proceso de enseñanza aprendizaje en la matemática desde una perspectiva metodológica: Alumnos de sexto grado de primaria aprendiendo álgebra*. (Tesis doctoral): Cuba.
- Palarea, M. (1998). *Adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años*. (Tesis doctoral). Recuperado de goo.gl/WoAUJy
- Parra, D. (2003). *Manual de estrategias de enseñanza-aprendizaje*. Medellín, Colombia: Pregón Ltda.
- Pérez, R. (2009). *El constructivismo en los espacios educativos* (Vol. 5). San José, Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural Centroamérica ,CECC/SICA.
- Pérez, G. (2007). *Investigación cualitativa: Retos e interrogantes*. España: La Muralla. S.A.
- Pierce, R., Stacey, K. & Barkatsas, A. (2007). *A scale for monitoring students attitudes to learning mathematics with technology*. *Computers & Education*. Recuperado de goo.gl/3uFpYo
- Pimienta, P. J. (2007). *Metodología Constructivista: Guía para la planeación docente* (2ª ed.). México: Pearson Educación.
- Pimienta P. J. (2008). *Constructivismo: Estrategias para aprender a aprender* (3ª ed.). México: Pearson Educación.
- Pimienta P. J. (2008). *Evaluación de los aprendizajes. Un enfoque basado en competencias*. México: Pearson Educación.

- Pimienta P. J. (2011). *Estrategias de enseñanza aprendizaje*. México: Pearson Educación.
- Planas, N., Blanco, L., Gutiérrez, Á., Hoyles, C., Krummheuer, G., Llinares, S. & Verschaffel, L. (2012). *Teoría, Crítica y Práctica de la Educación Matemática*. España: Graó. Recuperado de goo.gl/yGz9wG
- Planas, N. & Alsina, Á. (2009). *Educación matemática y buenas prácticas*. Barcelona, España: Graó.
- Prado, L. (2011). *Aprendizaje significativo*. México: Paidós. Recuperado de goo.gl/Kuvzqe
- Prieto, D. (2012). *Aplicación de los métodos y técnicas participativas en la enseñanza de la Matemática en el nivel medio*. Argentina. Recuperado de goo.gl/B2WNK2
- Proyecto JALDA. (s.f.). *Manual de técnicas participativas*. Bolivia. Recuperado de goo.gl/HIxxXP
- Rabino, A., Cuello, P. & de Munno, M. (s.f.). *Tiempo largo y tiempo corto en el aprendizaje del álgebra*. Recuperado de goo.gl/hVYV4A
- Ramírez, S. & Burgos, J. (2011). *Transformando ambientes de aprendizaje en la Educación Básica con recursos educativos abiertos*. México: Crow Quarto. Recuperado de goo.gl/RCD36k
- Red de Educación Matemática de América Central y el Caribe. (2013). *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe*. República Dominicana. Recuperado de goo.gl/VWB8yc
- Rodríguez, D. & Valldeoriola J. (2009). *Metodología de la investigación*. España: Universitat Oberta de Catalunya (UOC). Recuperado de goo.gl/2UgTXy
- Rodríguez, M., Moreira, A., Caballero, M. & García, I. (2008). *La teoría del aprendizaje significativo en la perspectiva de la Psicología cognitiva*. España: Octaedro, S.L. Recuperado de goo.gl/QhHibS
- Sabariago, M. (2004). *El proceso de investigación (parte 2). Metodología de la investigación educativa*. España: La Muralla. Recuperado de goo.gl/mqnVxRL
- Sabino, A. (1992). *El proceso de investigación*. Colombia: Panamericana.
- Sánchez, J. (2002). *Aprendizaje visible y Tecnología invisible*. Santiago de Chile: Dolmen Ediciones S.A.
- Schunk, D. (1997). *Teorías del Aprendizaje* (2ª. ed.). México: Pearson Educación.

- Serna, H. & Díaz, A. (2013). *Metodologías activas del aprendizaje*. Fundación Universitaria María Cano. Recuperado de goo.gl/YdzzR
- Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio didáctico del álgebra. Orígenes y Perspectivas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Silberman, M. (1996). *Aprendizaje activo: 101 estrategias para enseñar cualquier materia*. Argentina: Troquel S.A.
- Socas, M. (2001). *Investigación en Didáctica de la Matemática vía Modelos de competencia. Un estudio en relación con el Lenguaje Algebraico*. Departamento de Análisis Matemático. Universidad de la Laguna. México.
- Stacey, K. (2016). *Enseñanza del álgebra a través de la formalización progresiva*. México. Recuperado de goo.gl/sBiVkpcontent_copy
- Taylor, S. & Bogdan, R. (2000). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación* (3^a ed.). México: Paidós.
- Téllez, A. (2015). *Estrategias metodológicas implementadas en el proceso de aprendizaje de Introducción a la Química, en el primer año de la carrera de Ingeniería agroindustrial y Licenciatura en Turismo Sostenible*. (Tesis doctoral). Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua.
- Tobón, S., Pimienta, H. & García, A. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. México, S. A: Pearson Educación.
- Torp, L. & Sase, S. (2007). *El aprendizaje basado en problemas*. Madrid, España: Amorrortv.
- Torres, E., Avello, L. & Oramas, Á. (1994). *Técnicas participativas de Educadores Cubanos*. Cuba. Recuperado de goo.gl/UQhpou
- Torres, H. & Girón D. (2009). *Didáctica General: Coordinación Educativa y Cultural*. Costa Rica : CECC/SICA. Recuperado de goo.gl/OF3TOj
- UNAN-Managua. (2011). *Modelo educativo, Normativa y Metodología para la planificación curricular*. Managua: Editorial Universitaria. Tutecotzimí
- UNAN-Managua. (2013). Programa de asignatura. *Matemática General*. Managua.
- UNAN-Managua. Registro Central. (2017). *Información estadística de matrícula y aprobación por año en examen de ingreso*. Managua.

- UNESCO. (2013). *Enfoques estratégicos sobre las TIC en Educación en América Latina y el Caribe*. Chile. Recuperado de goo.gl/JJpsVs
- Van Der Sluys, A. (2014). *Aplicación de las estrategias de Aprendizaje-Enseñanza por los profesores de Matemática del nivel primario y secundario del Colegio Monte María para lograr aprendizajes significativos*. (Tesis de pregrado). Universidad Rafael Landívar, Guatemala. Recuperado de goo.gl/Kf4Xjf
- Vargas, L. & Bustillos, G. (1997). *Técnicas participativas para la educación popular* (6^a ed.). Argentina: Lumen-HVManitas.
- Vergnaud, G. (s.f.). *Tiempo largo y tiempo corto en el aprendizaje del álgebra*. Recuperado de goo.gl/hVYV4A
- Vidal Puga, M. (2006). Investigación de las TIC en la educación. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa (RELATEC)*, 5(2). Recuperado de goo.gl/dcyLyj
- Vygotsky, L. (1984). *Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. Infancia y Aprendizaje*. España: Paidós.

ANEXOS



Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua

UNAN-MANAGUA

Doctorado en Matemática Aplicada

Facultad Regional Multidisciplinaria

FAREM- Estelí

Anexo 1: Guía de entrevista a autoridades

(Director de departamento y coordinadores de carrera)

I. Datos generales

Fecha: _____

Nombre del entrevistador: _____

Nombre del entrevistado: _____

Nivel académico del entrevistado: _____

Cargo que desempeña el entrevistado: _____

Objetivo de la entrevista:

El propósito de esta entrevista es recopilar datos sobre la metodología que han venido aplicando los docentes para el desarrollado de la asignatura de Matemática General de forma específica en la unidad de Álgebra.

Los datos suministrados por usted son de gran importancia para el desarrollo de esta investigación, y serán tratados con fines estrictamente académicos.

II. Desarrollo

1. ¿De qué forma valora el cumplimiento de las obligaciones académicas de los docentes que imparten la clase de Matemática en los grupos de primer año de Física-Matemática y Psicología en este primer semestre?
2. ¿Han recibido capacitaciones sobre metodologías activas-participativas los docentes de primer año de Física-Matemática y Psicología? Explique

3. ¿De qué forma los docentes de primer año de Física-Matemática y Psicología aplican en el desarrollo de las clases de Matemática General y en particular de los contenidos de la unidad de Álgebra las metodologías activas-participativas?
4. ¿Considera que las metodologías de enseñanza y los medios didácticos utilizados por los docentes de primer año de Física-Matemática y Psicología para el desarrollo de los contenidos de Matemática General y en particular de la unidad de Álgebra permiten la comprensión de los contenidos de aprendizaje por parte de los estudiantes?
5. ¿Qué recursos TIC utilizan los docentes en el desarrollo de la asignatura de Matemática General y en particular para el trabajo con los contenidos de Álgebra y cuál es la importancia del uso de estos en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje?
6. ¿Qué factores considera que inciden en el desempeño profesional de los docentes que facilitan la asignatura de Matemática General y en particular de la unidad de Álgebra?
7. ¿Cómo valora el desempeño laboral de los docentes de la asignatura de Matemática General? Explique

Se le agradece su apoyo



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua

UNAN-MANAGUA

Doctorado en Matemática Aplicada

Facultad Regional Multidisciplinaria

FAREM- Estelí

Anexo 2: Guía de entrevista a docentes

I. Datos generales

Fecha: _____

Nombre del entrevistador: _____

Nombre del entrevistado: _____

Nivel académico: _____

Cargo que desempeña el entrevistado: _____

Objetivo de la entrevista:

El propósito de esta entrevista es recopilar datos sobre la metodología que se ha venido aplicando para el desarrollado de la asignatura de Matemática General de forma específica en la unidad de Álgebra.

Los datos suministrados por usted son de gran importancia para el desarrollo de esta investigación, y serán tratados con fines estrictamente académicos.

II. Desarrollo

1. ¿Cuál es la importancia del uso de metodologías activas-participativas en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje? Explique
2. ¿De qué forma ha adquirido los conocimientos sobre metodologías activas participativas? Explique
3. ¿Cuáles son las estrategias metodológicas que usted utiliza con mayor frecuencia en el aula de clases al momento de facilitar los contenidos de la unidad de Álgebra correspondientes a la asignatura de Matemática General?
4. ¿Cuáles son los principales recursos didácticos que usted utiliza con mayor frecuencia en el aula de clases al facilitar los contenidos de la unidad de Álgebra correspondientes a la asignatura de Matemática General?

5. ¿Cómo integra en la planificación de sus clases las orientaciones metodológicas sugeridas en el programa de asignatura?
6. ¿Cuáles son las principales fortalezas y /o debilidades encontradas al desarrollar los contenidos de Álgebra?
7. ¿Qué recursos TIC ha utilizado en el desarrollo de la asignatura de Matemática General y en particular para el trabajo con los contenidos de Álgebra? Explique
8. ¿Cuál es la importancia del uso de las TIC en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje?
9. ¿Cuáles son las actividades y/o procedimientos de evaluación que utiliza con mayor frecuencia para evaluar los contenidos de la unidad de Álgebra?
10. ¿Está satisfecho con la forma en que conduce el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de la unidad de Álgebra? Explique.

Se le agradece su apoyo



Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua

UNAN-MANAGUA

Doctorado en Matemática Aplicada

Facultad Regional Multidisciplinaria

FAREM- Estelí

Anexo 3: Guía de encuesta dirigida a estudiantes

I. Datos generales

Fecha: _____

Carrera: _____

Edad: _____ Sexo: _____

Objetivo de la encuesta

La presente encuesta tiene como propósito recopilar información sobre el proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos de Álgebra como parte de la asignatura de Matemática General. Los datos suministrados por usted son de gran importancia para el desarrollo de esta investigación, y serán tratados con fines estrictamente académicos. Se le pide responda con la mayor sinceridad. Su concepto es único, respetable y no se dará a conocer de manera individual. Se le solicita leer de forma cuidadosa cada pregunta antes de dar su respuesta.

II. Desarrollo

1. ¿Qué importancia tienen para Usted los contenidos abordados en la unidad de Álgebra correspondientes a la asignatura de Matemática General?
 - a. Mucha
 - b. Bastante
 - c. Poca
 - d. Ninguna

2. ¿Comprende con facilidad los contenidos de Álgebra abordados y que son parte de la asignatura de Matemática General?
 - a. Siempre
 - b. Casi siempre
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca

3. ¿Cómo valora la metodología utilizada por el docente de Matemática General en el desarrollo de los contenidos de la unidad de Álgebra?
 - a. Excelente
 - b. Muy buena
 - c. Regular
 - d. Deficiente

4. ¿El docente de Matemática General hace uso de diversos recursos didácticos para el desarrollo de la clase? (Puede marcar más de una opción).
 - a. Material de estudio (folletos)
 - b. Libros de texto
 - c. Guías de aprendizaje
 - d. Calculadora
 - e. Pista de álgebra
 - f. Videos
 - g. Herramientas tecnológicas (data show , laptop)

Puede indicar otros no especificados en este ítem

5. ¿El docente de la asignatura de Matemática General orienta el trabajo en equipo?
 - a. Siempre
 - b. Casi siempre
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca

6. ¿Al orientar el docente de Matemática General el trabajo en equipo, por lo general es de?
 - a. 2 integrantes
 - b. 3 integrantes
 - c. Más de tres integrantes
 - d. Ninguno de los anteriores

7. ¿Las clases de Matemática General las considera dinámicas y motivadoras?
 - a. Siempre
 - b. Casi siempre
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca

8. ¿El docente de la asignatura de Matemática General muestra dominio al desarrollar los contenidos de Álgebra?
 - a. Siempre
 - b. Casi siempre
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca

9. ¿El docente de la asignatura de Matemática General facilita la participación activa de los estudiantes durante el desarrollo de las clases?
 - a. Siempre
 - b. Casi siempre
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca

10. Del siguiente listado de estrategias didácticas que se indican seleccione las que el docente de la asignatura de Matemática General utiliza con mayor frecuencia cuando imparte los contenidos de Álgebra. (Puede marcar más de una opción).

- a. Aprendizaje colaborativo
- b. Aprendizaje basado en la resolución de problemas
- c. Grupos de discusión
- d. Resolución de guías de estudio
- e. Comprobación de los conocimientos de los estudiantes

Puede indicar otras no especificados en este ítem

11. ¿Le facilita el docente de la asignatura de Matemática General recursos para que investigue los temas de la unidad de Álgebra?
- a. Siempre
 - b. Casi siempre
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca
12. ¿Le evaluó el docente de Matemática General todos los contenidos abordados en las clases de Álgebra?
- a. Siempre
 - b. Casi siempre
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca
13. ¿En clases, aclara dudas su docente de Matemática General?
- a. Siempre
 - b. Casi siempre
 - c. Algunas veces
 - d. Nunca
14. ¿Cuándo su docente de Matemática General explica, promueve la creatividad?
- a. Siempre
 - b. Casi siempre

c. Algunas veces

d. Nunca

15. ¿Relaciona su docente de Matemática General los contenidos de la unidad de Álgebra con fenómenos de la vida cotidiana?

a. Siempre

b. Casi siempre

c. Algunas veces

d. Nunca

16. Resuelva los siguientes ejercicios que a continuación se le plantean

✓ Reduzca la expresión $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$

✓ Determine el valor numérico de la expresión $x^4y^2z^3$; si $x = 4, y = 3, z = \frac{1}{2}$

✓ Sume el siguiente polinomio $(5x^3 - 3x^2 - 6x - 4) + (-8x^3 + 2x^2 - 3) + (7x^2 - 9x + 1)$

✓ Desarrolle el siguiente binomio $(x - 4)^3$

✓ Exprese las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico

N°	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera	
2	Un número cualquiera aumentado en 5	
3	La diferencia de dos números cualesquiera	
4	El doble de un número excedido en 5	
5	Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a doce	

Se le agradece su apoyo



Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua

UNAN-MANAGUA

Doctorado en Matemática Aplicada

Facultad Regional Multidisciplinaria

FAREM- Estelí

Anexo 4: Guía de grupo focal

Grupo focal a estudiantes de primer año de las carreras de Física-Matemática y Psicología

I. Datos generales

Fecha: _____

Local: _____

Nombre del moderador: _____

Nombre del entrevistado: _____

Participantes: _____

Objetivo del grupo focal:

El presente grupo focal tiene como propósito recolectar información relacionada con el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática General, de forma específica en la unidad de Álgebra.

Los datos suministrados por usted son de gran importancia para el desarrollo de esta investigación, y serán tratados con fines estrictamente académicos.

II. Desarrollo

1. Las metodologías activas utilizadas por los docentes en el desarrollo de los contenidos de la unidad de Álgebra de la asignatura de Matemática General les permiten comprender con facilidad los contenidos que se abordan en la clase. Explique.
2. Mencione las principales estrategias metodológicas que utilizan los docentes en el aula de clases al momento de facilitar los contenidos de la unidad de Álgebra correspondientes a la asignatura de Matemática General.

3. Mencione los principales recursos didácticos utilizados por los docentes en el aula de clases al facilitar los contenidos de la unidad de Álgebra correspondientes a la asignatura de Matemática General.
4. ¿Los docentes de la asignatura de Matemática General orientan trabajo en equipo? Explique cómo lo hacen.
5. ¿Las clases de Matemática General las considera dinámicas y motivadoras? Explique su respuesta.
6. Mencionen las principales dificultades que se han encontrado en la asimilación de los contenidos de Álgebra.
7. Mencione los recursos TIC utilizados en desarrollo de la asignatura de Matemática General y en particular para el trabajo con los contenidos de Álgebra y ¿Cuál es la importancia del uso de estos en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje?
8. Mencione los tipos de evaluación que utilizan los docentes para evaluar los contenidos de la unidad de Álgebra.
9. Recomendaciones que daría a los docentes que facilitan la asignatura de Matemática General y de forma específica los contenidos de la unidad de Álgebra en función de la mejorar la calidad del proceso enseñanza-aprendizaje y elevar el rendimiento académico.

Rúbrica de evaluación de los instrumentos para los expertos

En base a los indicadores que se presentan califique cada uno de los ítems según corresponda:

Se presenta una escala del 1 al 5, en donde el número uno es la menor valoración y el cinco se refiere a la mayor.

1. Totalmente inadecuado
2. Inadecuado
3. Ni adecuado ni inadecuado
4. Adecuado
5. Totalmente adecuado

N°.	Aspectos a evaluar en la entrevista	1	2	3	4	5
1.	El número de preguntas de la entrevista es el adecuado.					
2.	Los temas que se abordan en la entrevista son pertinentes.					
3.	El sentido léxico de las preguntas tiene relación lógica con la dimensión que se está midiendo.					
4.	La redacción de las preguntas se comprende fácilmente.					
5.	El orden de las preguntas tiene una relación lógica.					

6. ¿Considera necesario eliminar alguna pregunta? Indicar el número de la o las preguntas, indicando el porqué.

7. ¿Considera necesario incluir alguna pregunta? Si su respuesta es sí ¿Puede sugerir?

Le agradezco su apoyo

Observación: fue elaborado una rúbrica para cada instrumento, lo que varía en los ítems es el nombre del instrumento.

Anexo 5: Juicio de experto

Estelí, abril del 2017

MSc: _____

Dra. _____

Estimada / o _____

Por este medio me dirijo a usted para hacer de su conocimiento que estoy desarrollando mi tesis doctoral denominada **Propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de Álgebra en la asignatura de Matemática General en la Facultad Regional Multidisciplinaria FAREM-Estelí, UNAN-Managua**, por lo que conoedora de su trayectoria profesional desde lo académico, científico, trayectoria investigativa y valores que lo caracterizan, le solicito la colaboración en emitir su juicio de experto, para la validación de los instrumentos que anexo.

Sus aportes son de extrema importancia para dar validez a los resultados de esta investigación.

Agradeciendo de anticipado su gentil colaboración, me despido de Usted.

Atentamente

María Elena Blandón Dávila

Estudiante del doctorado en Matemática Aplicada

Anexo 6: Descripción de los contenidos de la unidad de Álgebra

	OBJETIVOS	CONTENIDOS	SUBCONTENIDOS
Conceptuales	Comprender que el Álgebra es una generalización de la Aritmética.	Conceptualización del Álgebra como una generalización de la Aritmética	Reseña histórica del Álgebra y su importancia. Definición de Álgebra; Lenguaje común y algebraico. Expresiones algebraicas. Leyes de los exponentes. Operaciones con polinomios.
	Identificar los casos de factorización de acuerdo a sus características	Casos de factorización y sus características	Productos notables. Factorización
Procedimentales	Dominar los distintos métodos de solución para resolver ecuaciones lineales, cuadráticas sistemas de ecuaciones lineales y desigualdades lineales	Métodos de solución para resolver ecuaciones lineales, cuadráticas sistemas de ecuaciones lineales y desigualdades lineales.	Concepto y propiedades Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Métodos para resolver sistemas de ecuaciones y desigualdades.
	Aplicar los conceptos, leyes y axiomas del Álgebra en la resolución de operaciones con polinomios.	Aplicación de los conceptos, leyes y axiomas del Álgebra en la resolución de operaciones con Polinomios.	Aplicación de la definición de Álgebra; Lenguaje común y algebraico, Expresiones algebraicas, Leyes de los exponentes, Productos notables y Factorización en la resolución de operaciones con polinomios.
	Resolver problemas de la vida cotidiana utilizando ecuaciones lineales, cuadráticas y	Resolución de problemas de la vida cotidiana utilizando ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas lineales y desigualdades.	Resolución de problemas de la vida cotidiana utilizando: Los conceptos y propiedades de las Ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita. Los Métodos de solución de sistemas de ecuaciones y desigualdades.

	sistemas lineales y desigualdades.		
Actitudinales	Valorar la importancia del Álgebra, como herramienta para la solución de problemas de su entorno social.	Valoración de la importancia del Álgebra, como herramienta para la solución de problemas de su entorno social.	

Recomendaciones Metodológicas de la Unidad 2:

Cursos presenciales

Para el desarrollo de la unidad de Álgebra y en atención al nuevo Modelo Educativo centrado en el estudiante se recomienda tomar en cuenta algunas propuestas de trabajo que contribuyan a la dinamización del proceso docente educativo. A continuación se enumeran:

- La unidad se debe iniciar haciendo una reseña histórica del Álgebra y su importancia.
- Motivar a los estudiantes mediante el uso de los medios necesarios, adecuados y al alcance que permitan la asimilación y el logro de los objetivos y contenidos.
- Someter la temática de Álgebra a un análisis y discusión amplia facilitada por el/la docente, a través de lluvia de ideas, pruebas diagnósticas que evidencien el aprendizaje teórico práctico.
- En las exposiciones teóricas de los temas a desarrollar se utilizará el tipo de Conferencia Magistral participativa y las clases prácticas se tratarán a través del trabajo cooperativo.
- Se deberá estimular a los estudiantes para el uso correcto de la calculadora como un instrumento auxiliar para agilizar la realización de ejercicios o problemas y garantizar materiales como el papelógrafo y disposición de medios.

- Proponer ejercicios sencillos y aplicaciones de las operaciones algebraicas en problemas con su entorno que permitan relacionar la teoría con la práctica, mediante trabajos grupales.
- Los problemas de ecuaciones lineales, cuadrática y sistema de ecuaciones, deberán estar contextualizados y vinculados a su entorno.
- El docente debe controlar la asistencia en cada sesión de clase.

Cursos por encuentro y/o profesionalización

Las estrategias didácticas propuestas para la modalidad presencial también son válidas para estas modalidades.

En los encuentros se desarrollarán diversas estrategias de aprendizaje que involucren directamente a los/as estudiantes.

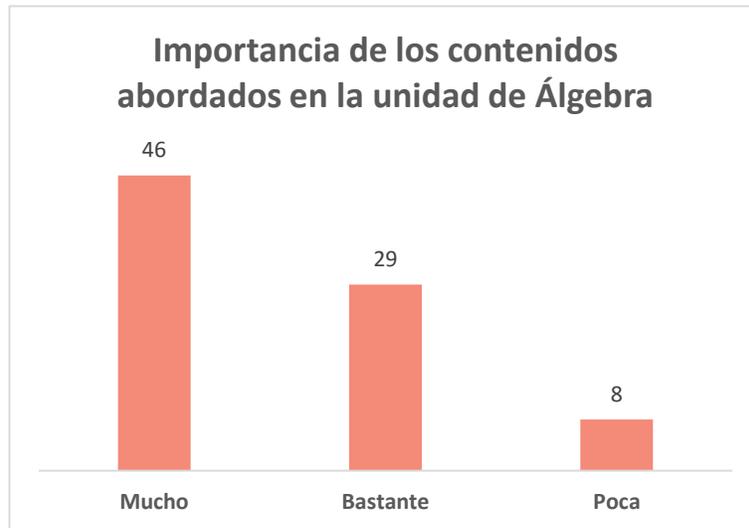
Los/as docentes deberán garantizar material para el desarrollo de los contenidos incluyendo guías de trabajo.

En la modalidad por encuentro o profesionalización deberá asignárseles trabajos grupales o independientes semanales.⁸

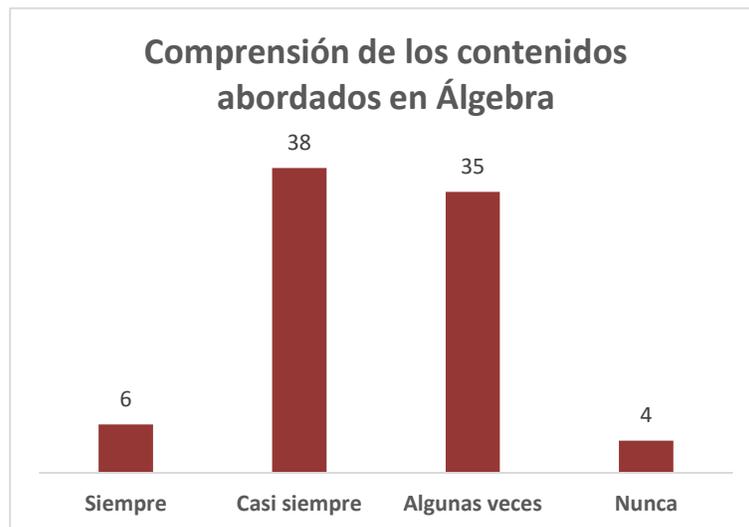
⁸ Tomado del programa de asignatura de Matemática General

Anexo 7: Gráfico de resultados de encuesta realizada a estudiantes
Resultados de la encuesta realizada a estudiantes de primer año de Física-
Matemática y Psicología

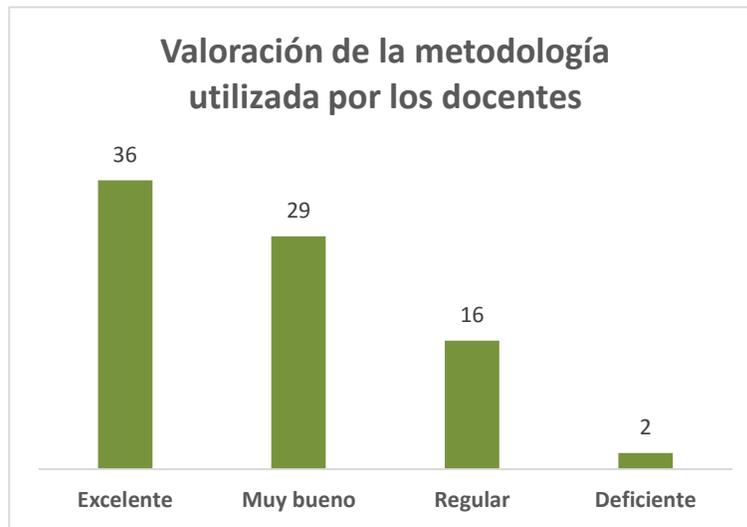
P. 1 ¿Qué importancia tienen para usted los contenidos abordados en la unidad de Álgebra correspondientes a la asignatura de Matemática General?



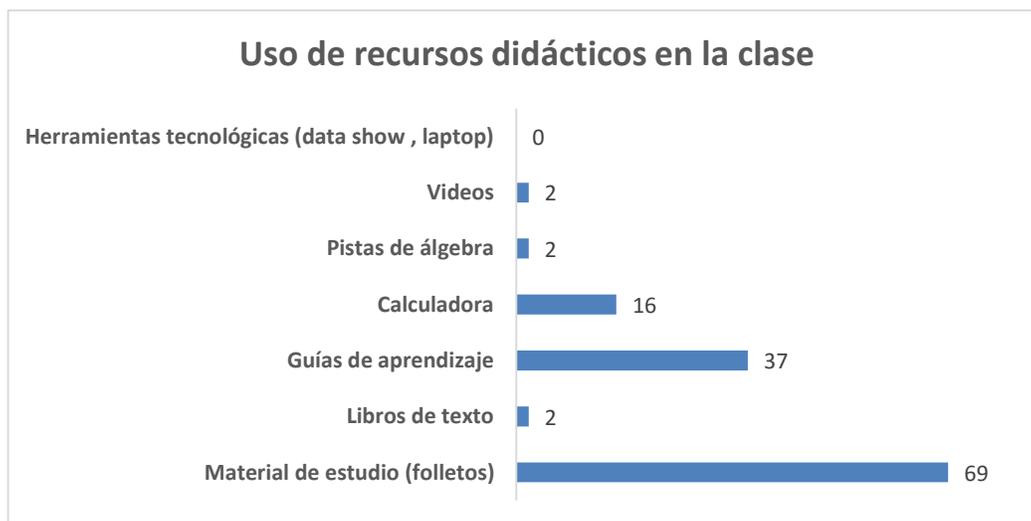
P.2 ¿Comprende con facilidad los contenidos de Álgebra abordados y que son parte de la asignatura de Matemática General?



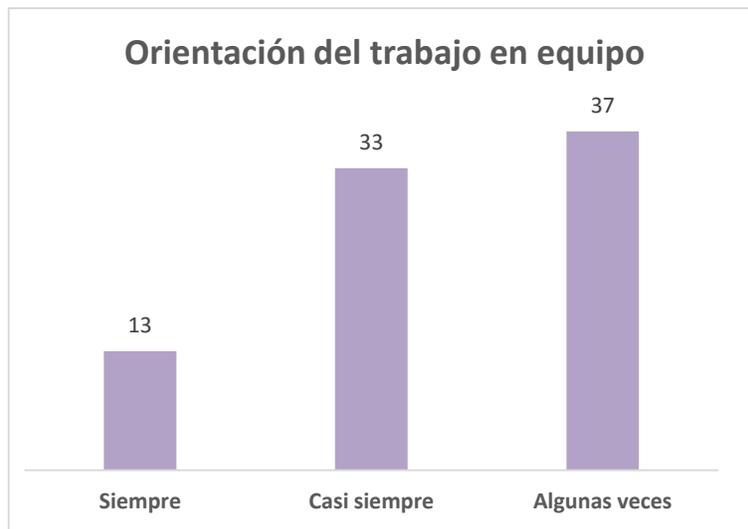
P.3 ¿Cómo valora la metodología utilizada por el docente de Matemática General en el desarrollo de los contenidos de la unidad de Álgebra?



P.4 ¿El docente de Matemática General hace uso de diversos recursos didácticos para el desarrollo de la clase? (Puede marcar más de una opción)



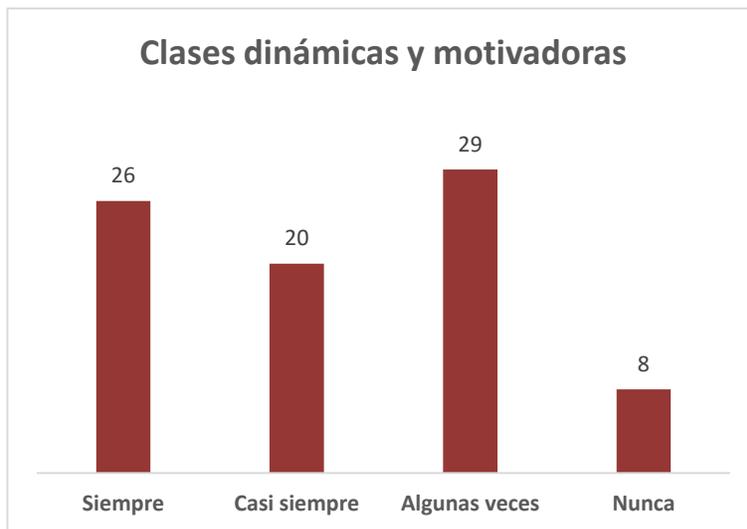
P.5 ¿El docente de la asignatura de Matemática General orienta el trabajo en equipo?



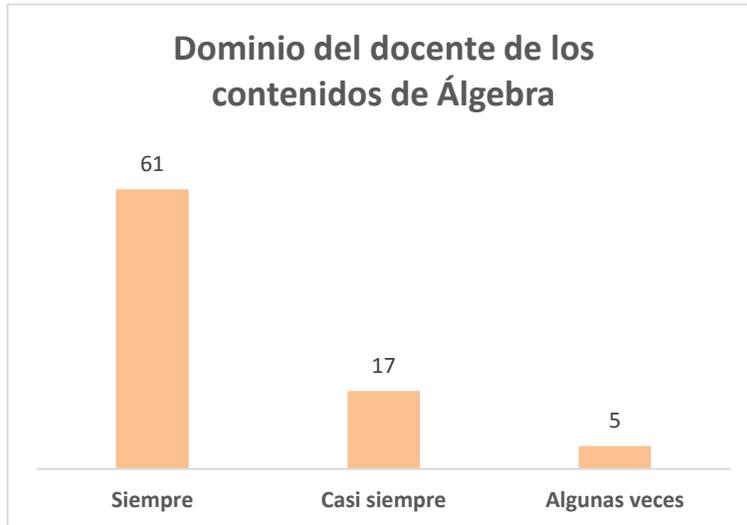
P.6 ¿Al orientar el docente de Matemática General el trabajo en equipo, por lo general es de?



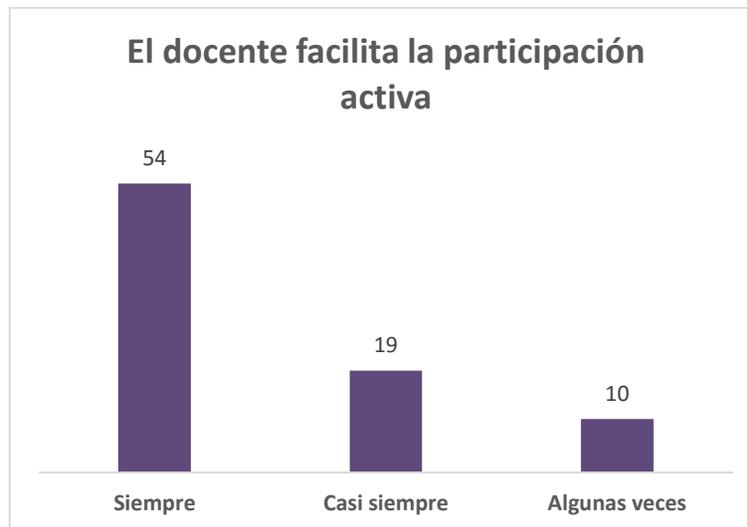
P.7 ¿Las clases de Matemática General las considera dinámicas y motivadoras?



P.8 ¿El docente de la asignatura de Matemática General muestra dominio al desarrollar los contenidos de Álgebra?



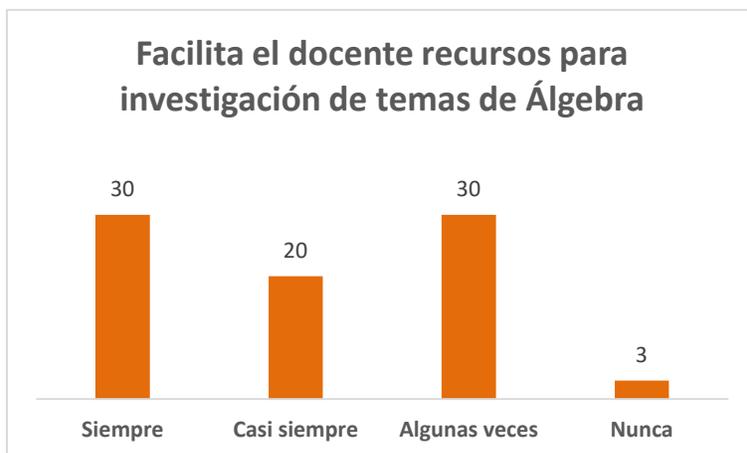
P.9 ¿El docente de la asignatura de Matemática General facilita la participación activa de los estudiantes durante el desarrollo de las clases?



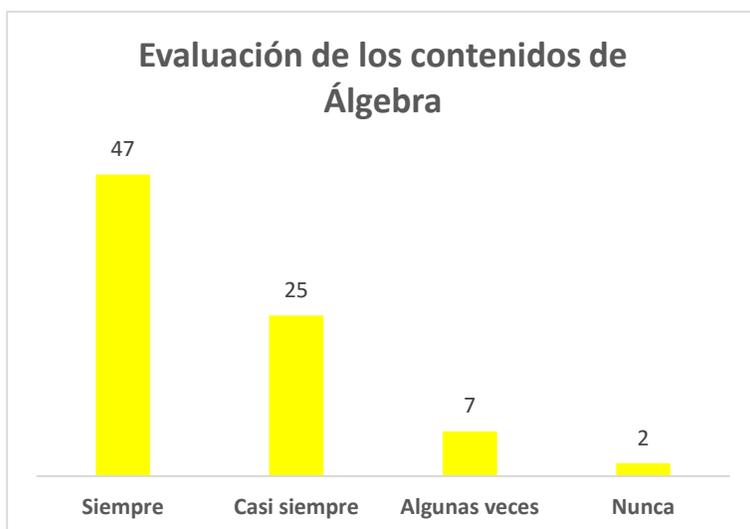
P.10 Del siguiente listado de estrategias didácticas que se indican seleccione las que el docente de la asignatura de Matemática General utiliza con mayor frecuencia cuando imparte los contenidos de Álgebra. (Puede marcar más de una opción)



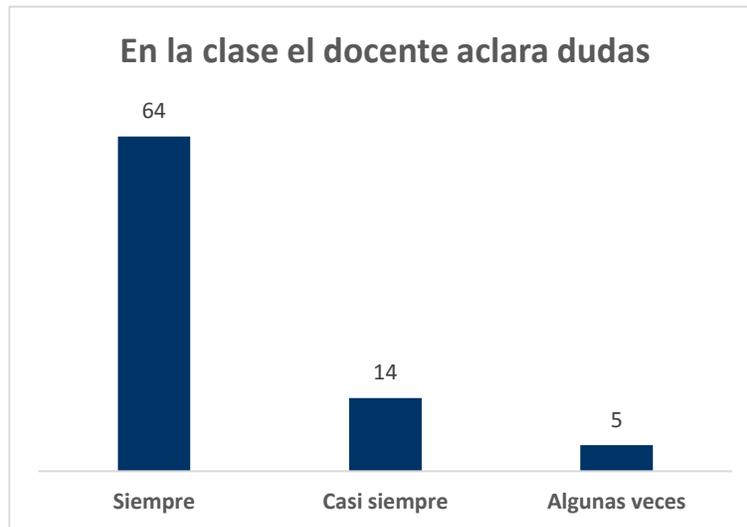
P.11 ¿Le facilita el docente de la asignatura de Matemática General recursos para que investigue los temas de la unidad de Álgebra?



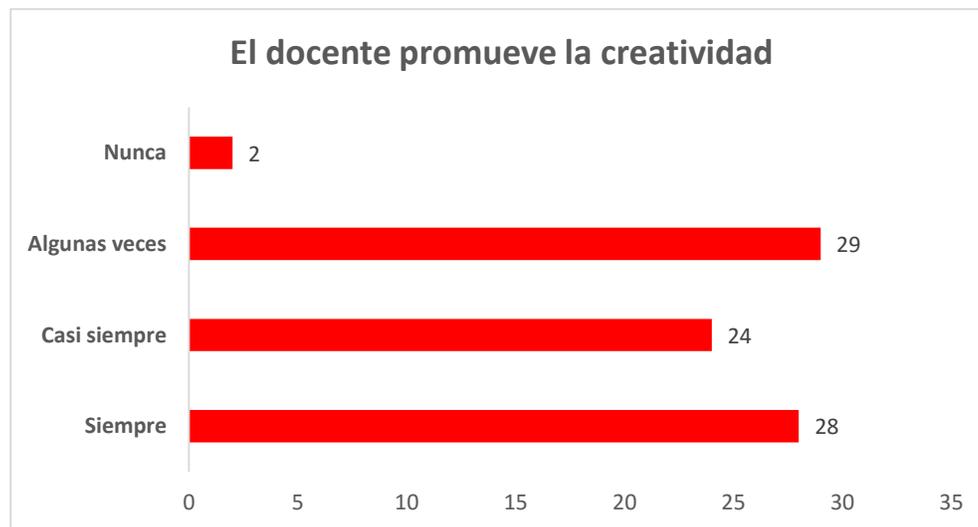
P.12 ¿Le evaluó el docente de Matemática General todos los contenidos abordados en las clases de Álgebra?



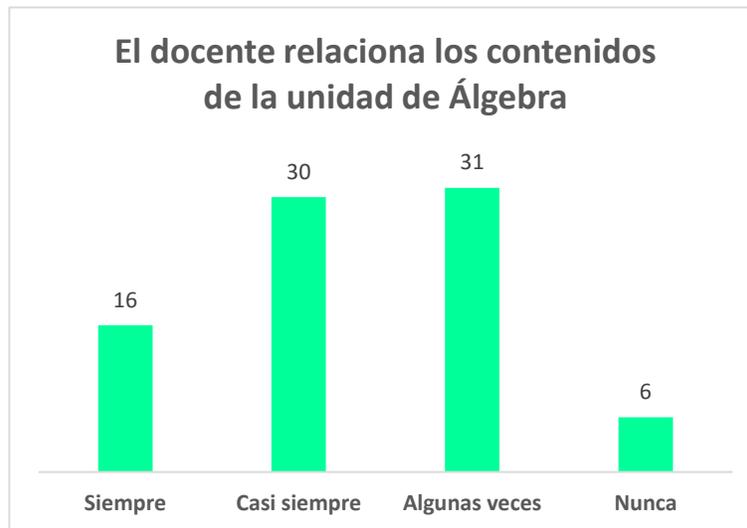
P.13 ¿En clases, aclara dudas su docente de Matemática General?



P.14 ¿Cuándo su docente de Matemática General explica, promueve la creatividad?



P.15 ¿Relaciona su docente de Matemática General los contenidos de la unidad de Álgebra con fenómenos de la vida cotidiana?



Fuente de los gráficos: encuesta a estudiantes

Anexo 8: Evidencias de ejercicios indicados en la encuesta y realizado por los estudiantes de ambas carreras

F-M

16. Resuelva los siguientes ejercicios que a continuación se le plantean

a. Reduzca la expresión $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$

$+ 16x^{4(2)} + y^2 + 16x^{4(2)} + y^2$ En parte + Inc.

b. Determine el valor numérico de la expresión $x^4y^2z^3$; si $x = 4, y = 3, z = \frac{1}{2}$

$(4)^4 (3)^2 (\frac{1}{2})^3$ En parte + correcto

c. Sume el siguiente polinomio $(5x^3 - 3x^2 - 6x - 4) + (-8x^3 + 2x^2 - 3) + (7x^2 - 9x + 1)$

$$\begin{array}{r} 5x^3 - 3x^2 - 6x - 4 \\ - 8x^3 + 2x^2 - 3 \\ + 7x^2 - 9x + 1 \\ \hline \end{array}$$
 Todo + incorrecto

d. Desarrolle el siguiente binomio $(x - 4)^3$

$(x)^3 + (x)(x)(4) + (4)^3 + x^2$ En parte + Inc.
 $I^3 + 3I^2x + 3Ix^2 + x^3$

e. Exprese las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico

Nº	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera	X come + Inc.
2	Un número cualquiera aumentado en 5	z - Inc.
3	La diferencia de dos números cualesquiera	5 4 8 Inc.
4	El doble de un número excedido en 5	No resol.
5	Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a doce	No resol.

F-M

16. Resuelva los siguientes ejercicios que a continuación se le plantean

a. Reduzca la expresión $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$
 $- 5x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b$

En parte + Inc.

b. Determine el valor numérico de la expresión $x^4y^2z^3$; si $x = 4, y = 3, z = \frac{1}{2}$

$(4)^4(3)^2(\frac{1}{2})^3$

En parte + Inc.

c. Sume el siguiente polinomio $(5x^3 - 3x^2 - 6x - 4) + (-8x^3 + 2x^2 - 3) + (7x^2 - 9x + 1)$

No resolví

d. Desarrolle el siguiente binomio $(x - 4)^3$

No resolví.

e. Exprese las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico

Nº	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera	Numeros reales Inc.
2	Un número cualquiera aumentado en 5	No sol.
3	La diferencia de dos números cualesquiera	No sol.
4	El doble de un número excedido en 5	No sol.
5	Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a doce	minimo común múltiplo: Inc.

F-M

16. Resuelva los siguientes ejercicios que a continuación se le plantean

a. Reduzca la expresión $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$

$$16x^{2a}y^b - 16x^{2a}y^b = 0$$

b. Determine el valor numérico de la expresión $x^4y^2z^3$; si $x = 4, y = 3, z = \frac{1}{2}$

$$(4)^2 (5)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = (256)(9)\left(\frac{1}{27}\right) = (2304)\left(\frac{1}{27}\right) = 288$$

c. Sume el siguiente polinomio $(5x^3 - 3x^2 - 6x - 4) + (-8x^3 + 2x^2 - 3) + (7x^2 - 9x + 1)$

$$\begin{aligned} & (5x^3 - 8x^3) + (2x^2 - 3x^2) + (-6x) + (-4 - 3) \\ & -3x^3 + 6x^2 - 9x - 7 \end{aligned}$$

d. Desarrolle el siguiente binomio $(x - 4)^3$

$$\begin{aligned} (x-4)(x-4)(x-4) &= (x^2 - 4x - 4x + 16)(x-4) \\ &= (x^2 - 8x + 16)(x-4) \\ &= x^3 - 4x^2 - 4x^2 + 16x - 4x^2 + 16x + 16x - 64 \\ &= x^3 - 12x^2 + 48x - 64 \end{aligned}$$

e. Exprese las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico

Nº	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera	m
2	Un número cualquiera aumentado en 5	$m + 5$
3	La diferencia de dos números cualesquiera	$m - n$
4	El doble de un número excedido en 5	$2m + 5$
5	Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a doce	$\frac{2}{3}x - 5 = 12$

PS

16. Resuelva los siguientes ejercicios que a continuación se le plantean

a. Reduzca la expresión $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$

$$-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b = 0$$

$$= 0$$

b. Determine el valor numérico de la expresión $x^4y^2z^3$; si $x = 4, y = 3, z = \frac{1}{2}$

$$(4)^4(3)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = (256)(9)\left(\frac{1}{8}\right) = (2304)\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$= 288$$

c. Sume el siguiente polinomio $(5x^3 - 3x^2 - 6x - 4) + (-8x^3 + 2x^2 - 3) + (7x^2 - 9x + 1)$

$$\begin{array}{r} 5x^3 - 3x^2 - 6x - 4 \\ -8x^3 + 2x^2 - 3 \\ \hline 7x^2 - 9x + 1 \\ \hline -3x^3 + 6x^2 - 15x - 6 \end{array}$$

d. Desarrolle el siguiente binomio $(x - 4)^3$

$$x^3 - 3(x)^2(4) + 3(x)(16) + (4)^3$$

$$x^3 - 12x^2 + 48x + 64$$

e. Exprese las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico

Nº	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera	x
2	Un número cualquiera aumentado en 5	$x + 5$
3	La diferencia de dos números cualesquiera	$x - y$
4	El doble de un número excedido en 5	$2x + 5$
5	Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a doce	$\frac{2x}{3} - 5 = 12$

PS

16. Resuelva los siguientes ejercicios que a continuación se le plantean

a. Reduzca la expresión $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$

$$-10x^{2a} + 5x^{2a} - 6x^{2a} + 11x^{2a} - y^b + y^b + y^b - 4x^{2a} - 11x^{2a} - y^{3b}$$

Todo Incorrecto

b. Determine el valor numérico de la expresión $x^4y^2z^3$; si $x = 4, y = 3, z = \frac{1}{2}$

$$4x^4 \cdot 3x^2 \cdot \frac{1}{2}^3 \quad 22x \cdot \frac{1}{6}$$

$$16x \cdot 6x \cdot \frac{1}{6}$$

En Parte Incorrecto

c. Sume el siguiente polinomio $(5x^3 - 3x^2 - 6x - 4) + (-8x^3 + 2x^2 - 3) + (7x^2 - 9x + 1)$

$$(5x^3 + 8x^3) + (3x^2 - 2x^2 + 7x^2) + (4 - 3 + 1)$$

En Parte - Incorrecto

d. Desarrolle el siguiente binomio $(x - 4)^3$

$$(x - 12)$$

Incorrecto

e. Exprese las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico

Nº	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera	$2x$
2	Un número cualquiera aumentado en 5	$x + 5$
3	La diferencia de dos números cualesquiera	$x - 4$
4	El doble de un número excedido en 5	$2x + 5$
5	Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a doce	$\frac{2}{3}x - 5 = 12$

Tod
Correcto
Correcto
Correcto
Correcto

PS.

PS

16. Resuelva los siguientes ejercicios que a continuación se le plantean

a. Reduzca la expresión $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$
 $(5x^{2a}y + 11x^{2a}y^b) (-10x^{2a}y^b - 6x^{2a}y)$

Todo Correcto
 $16x^{2a}y - 16x^{2a}y$
 0

b. Determine el valor numérico de la expresión $x^4y^2z^3$; si $x = 4, y = 3, z = \frac{1}{2}$

Todo Correcto
 $(4)^4(3)^2(\frac{1}{2})^3$
 288

c. Sume el siguiente polinomio $(5x^3 - 3x^2 - 6x - 4) + (-8x^3 + 2x^2 - 3) + (7x^2 - 9x + 1)$

Todo Correcto
 $5x^3 - 3x^2 - 6x - 4 - 8x^3 + 2x^2 - 3 + 7x^2 - 9x + 1$
 $5x^3 - 8x^3 - 3x^2 + 2x^2 + 7x^2 - 6x - 9x - 4 - 3x^3 + 6x^2 - 15x - 6$

d. Desarrolle el siguiente binomio $(x - 4)^3$

Todo Incorrecto
 $x^3 + 3(x)(-4) - (-4)^3$
 $x^3 + 3x - 12 + 64$
 $x^3 + 3x + 52$

e. Exprese las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico

Nº	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera	<i>a Correcto</i>
2	Un número cualquiera aumentado en 5	<i>a⁵ Incorrecto</i>
3	La diferencia de dos números cualesquiera	<i>a - b = c Incorrecto</i>
4	El doble de un número excedido en 5	<i>No R</i>
5	Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a doce	<i>$\frac{2}{3} = 12$ Incorrecto</i>

**Propuesta metodológica para el
proceso de enseñanza-aprendizaje
de la unidad de Álgebra en la
asignatura de Matemática General**

ÍNDICE DE CONTENIDOS

I. MAPA DE LA UNIDAD DE ÁLGEBRA	1
II. ESTRUCTURA METODOLÓGICA DEL MÓDULO	2
III. CONCEPTUALIZACIÓN DEL ÁLGEBRA COMO UNA GENERALIZACIÓN DE LA ARITMÉTICA	6
3.1 Reseña histórica del Álgebra y su importancia	7
3.2 Definición de Álgebra	15
3.3 Lenguaje común y algebraico	16
3.4 Expresiones algebraicas	20
3.5 Leyes de los exponentes	25
3.6 Operaciones con polinomios	30
IV. CASOS DE FACTORIZACIÓN Y SUS CARACTERÍSTICAS	57
4.1 Factorización	58
4.2 Productos notables	58
V. MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA RESOLVER ECUACIONES LINEALES, CUADRÁTICAS, SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES Y DESIGUALDADES	80
VI. BIBLIOGRAFÍA	109

PRESENTACIÓN

En esta propuesta metodológica se abordan los contenidos de la segunda unidad de Álgebra del programa de Matemática General de primer año de la enseñanza universitaria, con el fin que los estudiantes continúen desarrollando sus habilidades y destrezas. Ha sido estructurado de tal forma que facilite el desarrollo y verificación de los aprendizajes obtenidos a través del estudio de los temas que se abordan.

Asimismo, tiene como finalidad apoyar el aprendizaje de los estudiantes, de tal manera, que resolviendo los ejercicios que se presentan, se reafirmarán e identificarán aquellos avances y/o problemáticas que se tienen de uno o más contenidos de la asignatura.

A continuación se aborda cada tema con sus características generales y ejemplos. Dentro de cada ejemplo se especifican los pasos, propiedades y leyes que se aplican en el desarrollo para llegar a la solución correcta.

Se presenta una serie de ejercicios correspondientes a los temas abordados; es importante señalar que para resolver dichos ejercicios, deben haber adquirido los conocimientos, habilidades y actitudes necesarios de los contenidos temáticos estudiados anteriormente. Es por ello que antes de resolver los ejercicios orientados se les pide que consulten tanto los ejercicios resueltos como las indicaciones dadas.

Para el inicio de cada tema se desarrollan actividades que les permitirán identificar y recuperar las experiencias, los saberes, las preconcepciones y los conocimientos que ya han adquirido a través de su formación, mismos que les ayudarán a abordar con facilidad el tema que se presenta en el desarrollo, en donde realizarán actividades que introducen nuevos conocimientos. Posteriormente se encuentra el momento de cierre, donde se integran los saberes que se realizaron en las actividades de inicio y desarrollo.

En las diferentes actividades se consideran los tres momentos, siendo estos los saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales. De acuerdo a las características y propósito de las actividades, estas se desarrollan de forma individual, grupal, equipos y plenario.

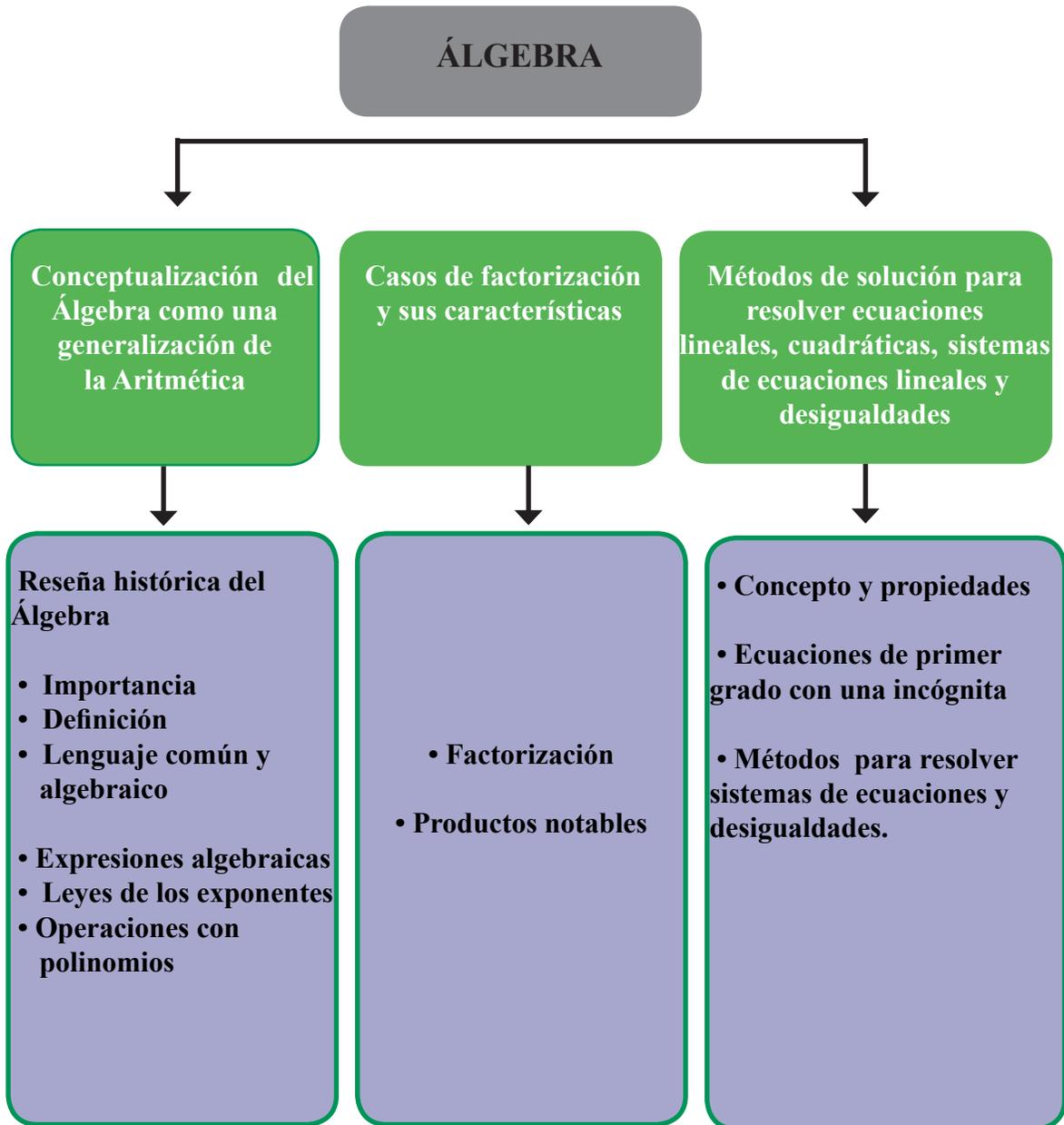
La principal contribución de los estudiantes es que adopten un rol activo y participativo para la

construcción de su propio conocimiento y el desarrollo de competencias.

Este material de estudio es producto del proceso de investigación realizado en el marco de la Tesis doctoral en Matemática Aplicada.

¡ESPERAMOS LE SEA DE UTILIDAD!

MAPA DE LA UNIDAD DE ÁLGEBRA



Fuente: elaboración propia en base al programa de asignatura

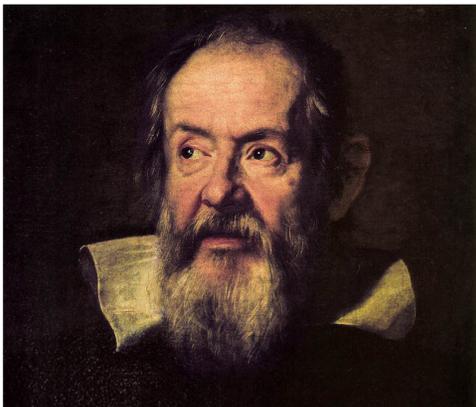
ESTRUCTURA METODOLÓGICA DEL MÓDULO

La propuesta metodológica está estructurado en un orden lógico, tomando en cuenta la secuencia de los contenidos indicados en el programa de asignatura de Matemática General. Contiene un diagnóstico por cada tema abordado, se presenta la introducción a cada contenido, ejercicios de cada tema resueltos paso a paso, ejercicios a resolver tanto individual como en equipos o grupos de trabajo. Se plantean las actividades en que los estudiantes compartirán en plenaria los resultados a los que llegaron posterior a la realización de las actividades orientadas. Se presentan ejercicios extra clases para que sean resueltas por los estudiantes, previo las indicaciones dadas en cada uno de los casos.

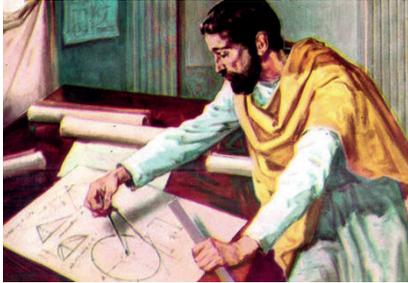
A continuación, se indica la relación de figuras que se encuentran en diversas partes del documento.



Matemático cubano Aurelio Ángel Baldor de la Vega



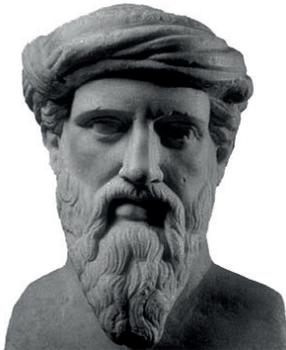
Astrónomo y físico italiano Galileo Galilei



Euclides, el padre de la geometría, matemático y geómetra griego que vivió en Alejandría



Arquímedes Célebre y prestigioso matemático griego



Pitágoras nació en Grecia, demostró el conocido Teorema de Pitágoras

A continuación se indican las figuras:

Actividades



Individual

Actividades



Equipos

Actividades



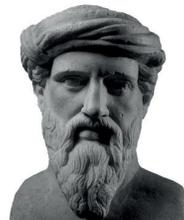
Grupos

Actividades



Plenaria

Actividades



Evaluación

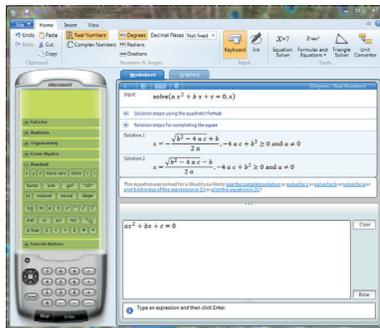


Software interactivo



Algebrator
Programa de enseñanza de matemática disponible para estudiantes.

Microsoft Mathematics



Microsoft Matemáticas (antes conocida como Microsoft Math), software educativo, que permite resolver problemas matemáticos



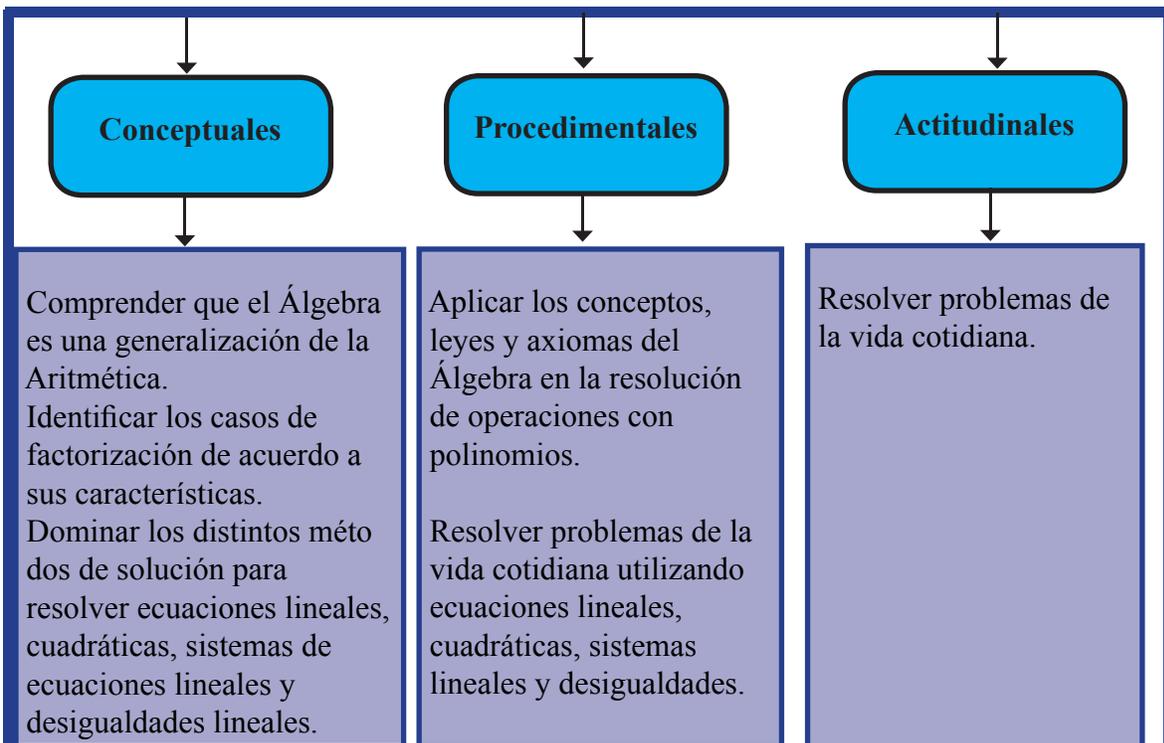
Es una aplicación con la que se realizan operaciones matemáticas.



Calculadora on-line Wiris.
En el siguiente enlace encontrarán un manual para el trabajo con esta calculadora en red.
<http://www.wiris.net/jcyl/wiris/es/index.html>

Con las imágenes indicadas se indentificarán las actividades dentro del texto a realizarse de forma individual, en equipos, grupal y plenaria.

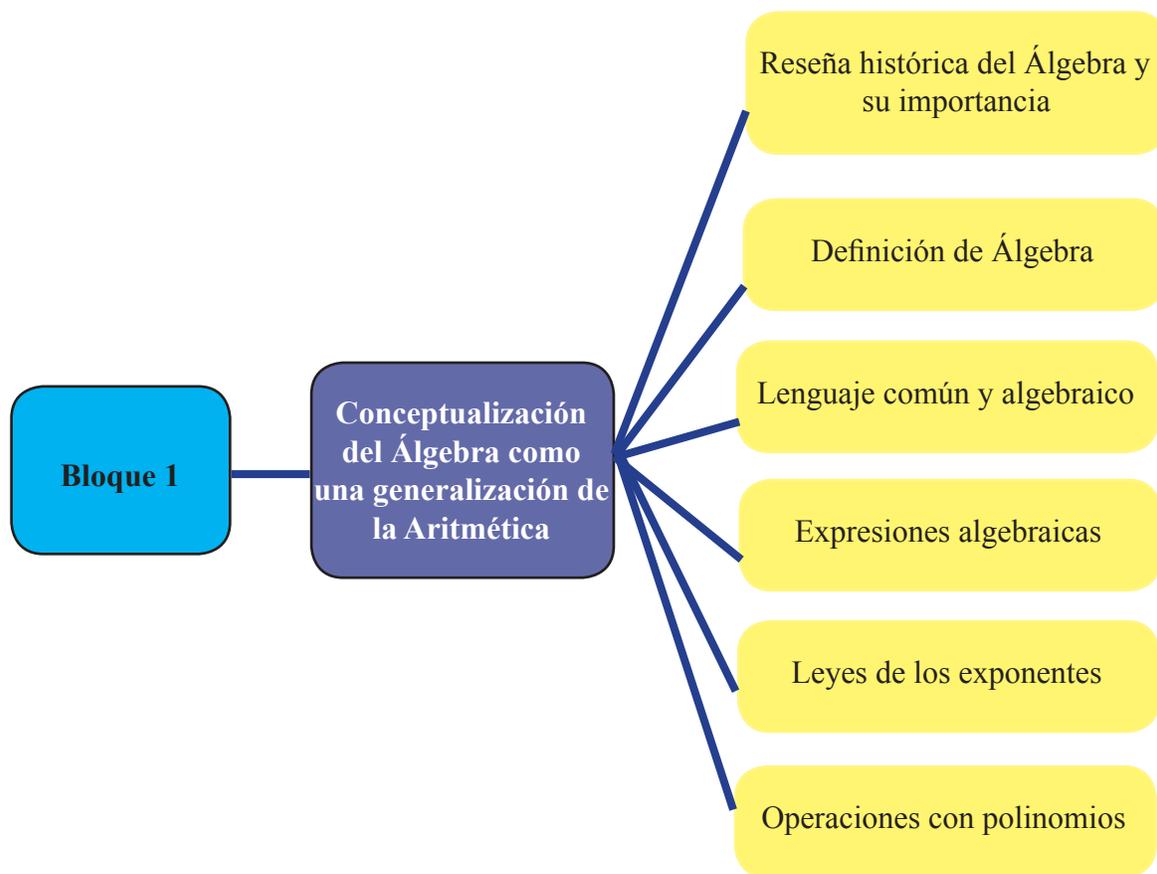
OBJETIVOS



BLOQUE 1

Al concluir este bloque podrán realizar actividades en las que podrán:

- Tener conocimientos sobre la historia del Álgebra, así como su importancia.
- Traducir expresiones del lenguaje natural al lenguaje algebraico y viceversa.
- Identificar los tipos de expresiones algebraicas y realizar operaciones con ellas
- Describir expresiones verbales mediante formas algebraicas y viceversa.
- Utilizar un lenguaje algebraico básico que permita establecer relaciones entre variables, verificar propiedades numéricas y representar situaciones de la vida cotidiana.
- Reconocer términos semejantes y reducirlos aplicando cuando sea necesario la propiedad de las operaciones y la convención del uso de paréntesis.
- Bosquejar y resolver problemas básicos mediante el planteamiento de expresiones algebraicas de aplicación de la vida cotidiana.



Reseña histórica del Álgebra y su importancia

El hombre tratando de explicar fenómenos de la naturaleza, como la forma, medida y diámetro de la tierra, la velocidad del aire, la temperatura de un cuerpo, la fuerza del agua, la epidemia que ocasiona una enfermedad mortal, la simulación de eventos físicos y químicos por mencionar algunos, ha diseñado expresiones matemáticas que han servido como base para modelar dichos fenómenos a través de la simplificación de cálculos que deben realizarse frecuentemente a los que denominamos fórmulas.

Una fórmula matemática es una expresión matemática que contiene operaciones entre varias cantidades que describe un cálculo específico para resolver problemas. En una fórmula matemática encontramos símbolos, letras y números que representan cantidades numéricas y operaciones que lleven al resultado buscado, las letras se llaman variables y los números constantes.

El Álgebra es la rama de la matemática que considera el uso de símbolos, como las letras y números, para representar cantidades y realizar operaciones con ellas. Por esto, las variables se denominan variables algebraicas.

Ejemplo $C = \frac{5}{9} (F - 32)$, donde usamos letras, en lugar de palabras).



A lo largo de la historia, esta ciencia ha ido evolucionando gracias a las contribuciones de las diferentes civilizaciones y culturas, de las que hemos heredado numerosos testimonios.

El Álgebra tal como se conoce hoy, con los numerosos símbolos que en ella se usan y los diferentes signos con que se indican las operaciones, es relativamente moderna, pues comienza en el siglo XVI y alcanza su completo desarrollo en el XVII.

El origen del Álgebra hay que buscarlo en Babilonia y en Egipto hace unos 4000 años. Cabe señalar, que en el siglo XVI a.C. los egipcios desarrollaron un álgebra muy elemental con la finalidad de poder resolver problemas cotidianos que tenían que ver con la repartición de víveres, de cosechas y de materiales. Para ello, disponían de un método para resolver ecuaciones de primer grado que se llamaba el método de la falsa posición. Destaca el *papiro de Rhind*, en el que había una serie de problemas planteados en cuya resolución se comenzaron a utilizar las primeras estrategias algebraicas. Cabe señalar que al número desconocido que se quería obtener le llamaban “**montón**”. Uno de

los problemas más representativos y famosos de dicho papiro es el número 24, que establece lo siguiente:

“Calcula el valor del montón, si el montón y un séptimo del montón es igual a 19”

Por otra parte, hacia el siglo II a.c. aproximadamente, los matemáticos chinos escribieron el libro *“Arte del cálculo matemático”*, en el que plantearon diversos métodos para resolver ecuaciones de primer y segundo grado, así como sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas. Estos, gracias a su ábaco ya tenían la posibilidad de representar números positivos y negativos.

Se afirma, que el precursor del Álgebra moderno fue Diofanto de Alejandría, matemático griego, quien publicó su gran obra *“Ars magna”* en la que se trataron de una forma rigurosa no sólo las ecuaciones de primer grado, sino también las de segundo. Introdujo un simbolismo algebraico muy elemental designando la incógnita con un signo que es la primera sílaba de la palabra griega arithmos (número). Los problemas de Álgebra que propuso prepararon el terreno de lo que siglos más tarde sería la teoría de ecuaciones.



Otro matemático ilustre fue Mohammed ibn-Musa **Al-Jwarizmi**, que vivió aproximadamente entre los años 780 y 850 y fue miembro de la Casa de la Sabiduría. A este matemático, debemos el término álgebra, que proviene del título del libro *“Al-jabr w'al-muqabalah”*, que significa ciencia de la trasposición y de la simplificación.

La resolución de las ecuaciones de segundo grado tiene dos orígenes distintos, uno aritmético usado por los babilónicos y otro geométrico utilizado por los griegos. Uno de los problemas más significativos encontrados en textos antiguos es el siguiente:

“Obtén el lado de un cuadrado si su área menos su lado es igual a 870”



Evidentemente, hoy en día, con los conocimientos que tenemos, este problema no ofrecería ninguna dificultad para un alumno de secundaria. Esta afirmación se traduciría a lenguaje algebraico, planteándose la ecuación: $x^2 - x = 870$

Los babilónicos llegaron a la solución mediante procesos aritméticos de suma, resta y producto. Hay que tener en cuenta que los babilonios no conocían los números negativos. Varios siglos más tarde, los griegos resolvieron este problema y otros similares mediante la utilización del método de aplicación del área.

También es digno de mención, el matemático alemán Johann Widmann D Eger, quien escribió por primera vez, en 1489, los símbolos + y - para sustituir las letras p y m que eran las iniciales de las palabras plus (más) y minus (menos) y que hasta entonces se utilizaban para representar la suma y la resta respectivamente. Señalar que los símbolos para la multiplicación (x) y para la división (:), los introdujo William Oughtred en el año 1657.

Al igual que en la Aritmética, las operaciones fundamentales del Álgebra son adición, sustracción, multiplicación, división y cálculo de raíces. La palabra Álgebra es de origen árabe, la cual proporciona operaciones simbólicas para la solución sistemática de ecuaciones lineales y cuadráticas. Así, en su forma más general, se dice que el Álgebra es el idioma de las Matemáticas.

Actividad
Hallar los 25 valores de las casillas



Cuadrado mágico algebraico

Actividad:

En este cuadrado mágico 5 x 5, donde aparecen todos los números del 1 al 25 y cuyo número mágico es 65, se ha sustituido los números de las 25 casillas por letras. Para ayudarse a encontrar las cantidades que representan cada letra, se dan una serie de relaciones entre ellas.

$$C + S = 19$$

$$A + B = 20$$

$$I + J = 21$$

$$L + M = 22$$

$$Q + S = 23$$

$$C + G = 24$$

$$E + P = 25$$

$$C + D = 26$$

$$F + G = 27$$

$$D + Y = 28$$

$$H + T = 29$$

$$V + L = 30$$

$$O + J = 31$$

$$H + V = 33$$

$$O + T = 33$$

$$M + S = 26$$

Encuentre los 25 valores de las casillas

A	B	C	D	E
F	G	H	I	J
K	L	M	N	O
P	Q	R	S	T
U	V	W	X	Y

Pista

Observen que $F + G = 27$ y que $I + J = 21$

Como $F + G + H + I + J = 65$

Se deduce que $H = 17$

Así sucesivamente pueden encontrar los demás valores.

Una vez que encontraron los resultados de las letras, verifiquen la solución en el cuadrado mágico que a continuación se indica.

13	7	1	25	19
4	23	17	11	10
20	14	8	2	21
6	5	24	18	12
22	16	15	9	3

De entrada

Recordemos

Jerarquización de operaciones

Al efectuar operaciones con dos o más operaciones distintas es indispensable saber en qué orden se pueden realizar, esto significa que hay operaciones con distinta jerarquía y propiedades para poder realizar estas operaciones.

Cuando realizamos operaciones con los números debemos tener claro que solo podemos realizar una operación a la vez, de modo que es necesario saber cuál es el orden correcto para realizar todas las operaciones que aparezcan en una misma expresión. Este orden se denomina jerarquía de las operaciones o regla de prioridad. Esta jerarquía establece un orden de importancia para ejecutar las operaciones.



Leopold Kronecker

Matemático alemán defendía que la aritmética debía estar fundada en los números enteros prescindiendo de los irracionales e imaginarios.

La regla o jerarquía indica que:

Primero: Se deben realizar las operaciones que aparezcan encerradas entre símbolos de agrupamiento como paréntesis (), llaves { }, corchetes []. Si dentro de un agrupamiento hay otro, se debe evaluar el agrupamiento más interno.

Segundo: Si no hay operaciones agrupadas, se realizarán todas las potencias o raíces en la expresión.

Tercero: Si no hay operaciones agrupadas, ni potencias o raíces, se evaluarán todas las multiplicaciones o divisiones de la expresión.

Cuarto: Las últimas operaciones que se deben evaluar, a falta de las anteriores, son las sumas o restas que haya en la expresión.



Actividad

a) Realicen las siguientes operaciones sin calculadora

$$(6-4) + (3-1) + (3-4) =$$

$$(2) + (2) + (-1) = 2 + 2 - 1 = 3$$

Pasos a seguir para resolver

Paso 1: Resolviendo las operaciones que están dentro del paréntesis

Paso 2: Realizando sumas o restas según sea el signo

b) Ahora veamos el siguiente ejemplo:

$$3(5 - 3) + 3(3 - 6) + (5 - 10) =$$

$$3(2) + 3(-3) + (-5) =$$

$$6 - 9 - 5 = -8$$

Pasos a seguir para resolver

Primero deben resolver las operaciones que están dentro del paréntesis

Después multipliquen los números que están a la izquierda del paréntesis, multiplicando los signos Y por último sumen o resten según el signo.

c) A continuación se le presenta el siguiente ejemplo

$$\begin{aligned} & \{3[4(2 - 3) + 5(10 - 4) + (7 - 9) + 6] + 3(4-5)\} \\ & = \{3 [4(-1) + 5(6) + (-2) + 6] + 3(-1)\} \\ & = \{3 [-4 + 30 - 2 + 6] - 3\} \\ & = \{3 [30] - 3\} = \{90 - 3\} = 87 \end{aligned}$$

Recordando			
+	y	+	Se suma y queda +
-	y	-	Su suma queda -
+	y	-	Se resta y queda el signo del número mayor
-	y	+	

d) Describan algebraicamente las siguientes expresiones verbales

- El triple de un número
- El doble de un número aumentado en cuatro
- El producto de dos números
- El cociente de dos números



En plenario realizar la puesta en común de los ejercicios trabajados en equipo



¿Qué me falta por afianzar? Debo escribirlo en este cuadro

Definición de Álgebra



Actividad
de inicio

Estimados estudiantes, se les pide que en el siguiente recuadro construyan un dibujo en donde representen los conocimientos que tienen sobre el Álgebra.





Una vez realizado el dibujo, en plenario expondrá cada grupo sus ideas y luego realizarán una puesta en común, para llegar a la definición de Álgebra.

Analizadas las ideas presentadas por los grupos de estudiantes se define en conjunto con el maestro que:

El álgebra es la parte de la matemática que estudia a la cantidad en su forma más general obteniendo generalizaciones sobre el comportamiento operacional de los números. Estudia de esta manera, funciones numéricas; para lo cual se emplea números, letras y signos de operación.

**“El Álgebra es muy generosa.
Siempre nos dice más de lo
que le preguntamos”
D’Alembert**

Puede definirse de una manera más sencilla. Decimos que *el Álgebra es la rama de las matemáticas en la que se usan letras para representar relaciones aritméticas. Es la parte de la matemática que tiene por objeto generalizar todas las cuestiones que se pueden proponer sobre las cantidades. El concepto algebraico de cantidad es mucho más amplio que el aritmético, las cantidades* no se representan solamente por números que expresan valores determinados, sino que las cantidades se representan, mediante letras que pueden expresar cualquier valor que se les asigne. Al igual que en la Aritmética, las operaciones fundamentales del álgebra son adición, sustracción, multiplicación, división y cálculo de raíces.



**Lenguaje común y
algebraico**

**Actividades
de
desarrollo**

El lenguaje algebraico es una representación de las operaciones básicas en las que se utilizan números y letras.

El lenguaje algebraico utiliza una combinación de números y letras relacionados por los signos de las operaciones con el fin de expresar información.

Veamos los siguientes ejemplos:

“El doble de un número”

Se puede plantear la siguiente pregunta: ¿Por qué 12 es el doble de 6? La respuesta es que $(2)(6) = 12$, de tal forma que es válido plantear que:

$2x$ representa el doble de un número

“El triple de un número”

En relación a lo anterior lo representaremos como: $3x$

“El doble de un número más tres unidades”

Se puede representar como $2x + 3$

“La mitad de un número”

Se puede representar como $\frac{x}{2}$

Ejemplo

En la figura se observa una pintura de forma rectangular y su marco a dos centímetros de los lados del lienzo. Como no se conoce la longitud de los lados del lienzo, se escogen letras a y b para designarlos.

Las expresiones $2 \cdot (a + b)$ y $a \cdot b$ representan el perímetro y el área del lienzo, respectivamente. Por su parte, el área del marco en lenguaje algebraico es:

$$(a + 4) \cdot (b + 4) - a \cdot b$$

Ahora analicemos el proceso a la inversa, es decir, transformaremos una expresión algebraica al lenguaje común: $2x + 3y$

Se tiene un dos junto a la variable x , como se trabajó anteriormente, nos referimos al doble de un número. El término $3y$ representa el triple, por lo que en lenguaje coloquial la expresión anterior queda definida como:

“El doble de un número más el triple de otro”

$3(x - y)$, su representación verbal sería: “el triple de la diferencia de dos números”

$\frac{xyz}{6}$, su expresión verbal sería “la sexta parte del producto de tres números”

$x + 7$, su expresión verbal sería: “un número aumentado en 7”



Resolver



$x - 2$, su expresión verbal sería

El triple de un número menos cuatro

Un número incrementado en cuatro

Si se presentaron dificultades en la resolución de los ejercicios ¿Cómo las superaron?

Cierre



Aplico lo
estudiado

Instrucción: En la siguiente tabla traduzcan al lenguaje algebraico, las proposiciones verbales que se les presentan.

Proposiciones verbales	Lenguaje algebraico
Un número incrementado en 5	
Dos veces un número	
Un número disminuido en 5	
A 8 se le aumenta un número	
Un octavo de un número	
Tres veces un número aumentado en dos	
La diferencia de los cuadrados de dos números	
La cuarta parte del cubo de un número	

De entrada: Me familiarizo con el tema

Expresiones algebraicas

Recordando lo estudiado en los cursos anteriores



¿Qué es una expresión algebraica?



El símbolo de radical lo introdujo por primera vez el matemático alemán Christoph Rudolff en 1525

De ejemplos de expresiones algebraicas

Una vez que los estudiantes han dado respuesta a las preguntas anteriores realizar la puesta en común en plenario, en donde se aclararán las inquietudes, si es que existen.

Desarrollo

Expresión algebraica

Es el conjunto de números y letras unidos entre sí por los signos de operación de la suma, la resta, la multiplicación, la división, la potenciación y la radicación.

Ejemplo:

Son expresiones algebraicas las siguientes:

i. x

ii. $10x$

iii. $3x^2 + 6y^2 + 9z^2$

iv. $\frac{3x^5 + 7\sqrt{x^2 - 5xy^4}}{3x^2y - 3xy^7}$

v. $4x^{-3} + 7y^{-9} + 12z^{-4}$

No son expresiones algebraicas

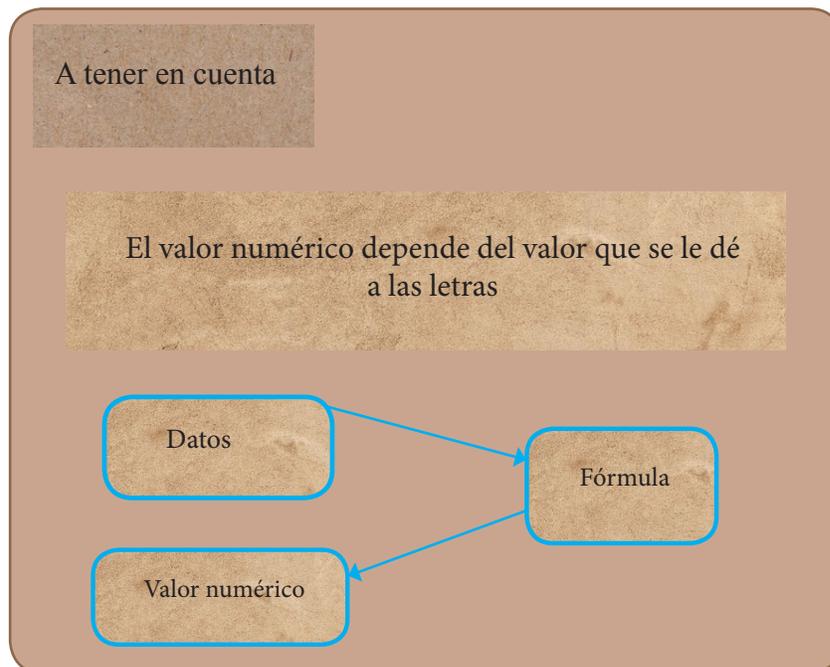
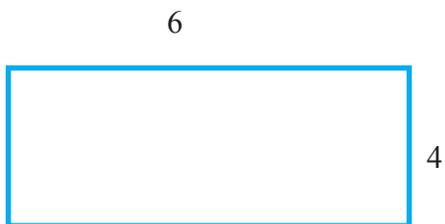
- i. 5^x
- ii. $\log_a x$
- iii. $\text{sen } x$

Valor numérico de una expresión algebraica

El valor numérico de una expresión algebraica es el número que se obtiene al sustituir las letras por números determinados y hacer las operaciones indicadas.

Ejemplo:

El área de cualquier rectángulo de lados a y b se calcula mediante la expresión $A = a \cdot b$
Sea el siguiente rectángulo con lados 4 unidades de ancho y 6 unidades de largo, su área es:
 $A = 6 \cdot 4 = 24$ Unidades cuadradas.





Cierre
Tome en cuenta
lo estudiado

Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican.

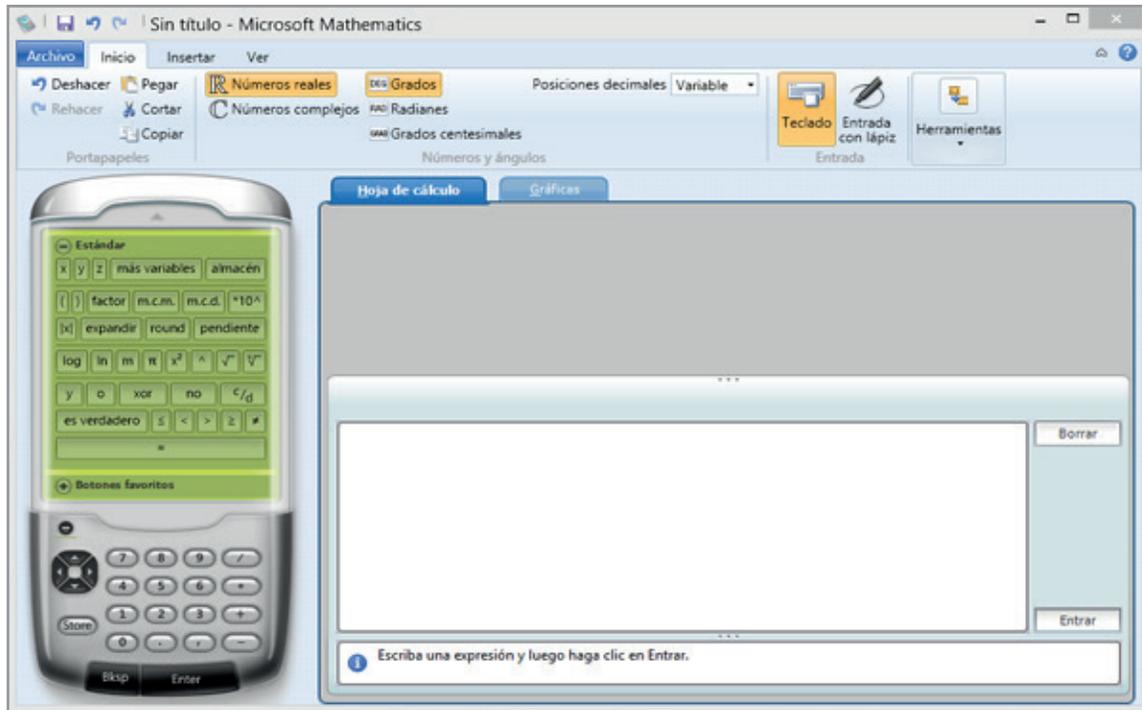
- a. $x^2 - x$, para $x = 3$
- b. $4x - 5$, para $x = 1$
- c. $3z^2 - 10$, para $z = 2$
- d. $20 - 2rt^2$, para $r = 1, t = 5$

Una vez realizado los ejercicios pueden verificar los resultados en cuadro adjunto

a. 6	b. -1	c. 2	d. -30
------	-------	------	--------

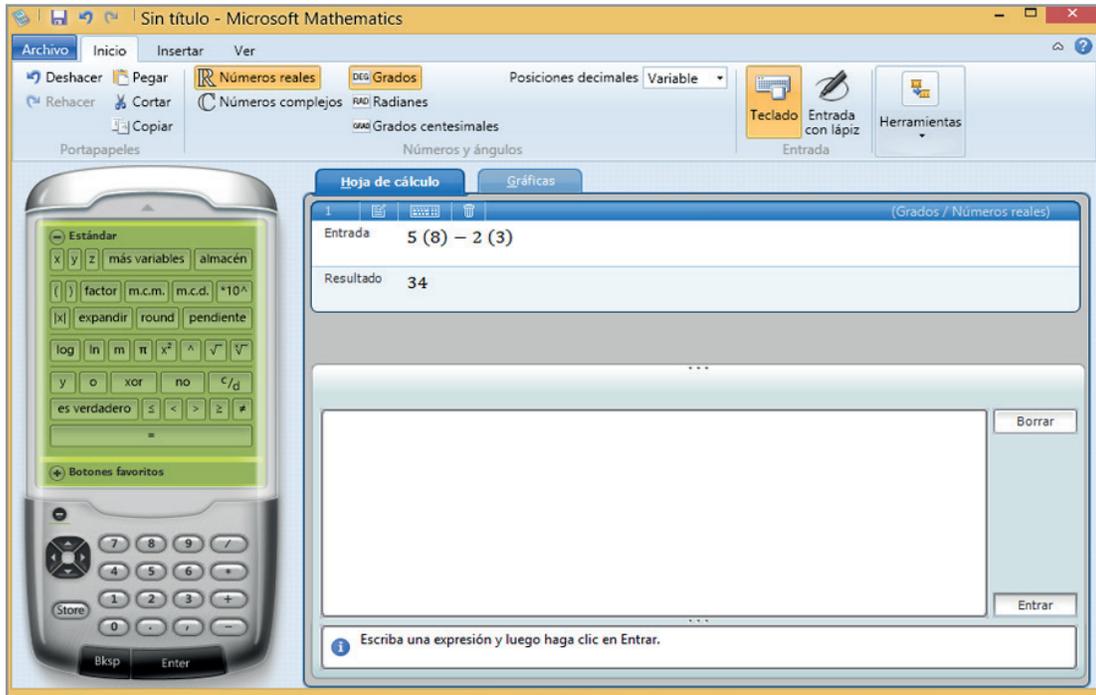
Pueden hacer uso de Microsoft Matemáticas para verificar los resultados. Para ello deben realizar la instalación en su computadora o celular.

Le dan clic en el ícono y aparece la siguiente pantalla



En este recuadro escriben el ejercicio a resolver y se le da enter. Ejemplo Hallar el valor numérico de la siguiente expresión algebraica $5x - 2y$, para $x = 8$, $y = 3$ Pueden escribirse los números y símbolos desde el teclado de la PC, o utilizando el mouse y digitalizar los números y símbolos que necesita. También puede hacer uso de la calculadora que se encuentra en la parte izquierda.

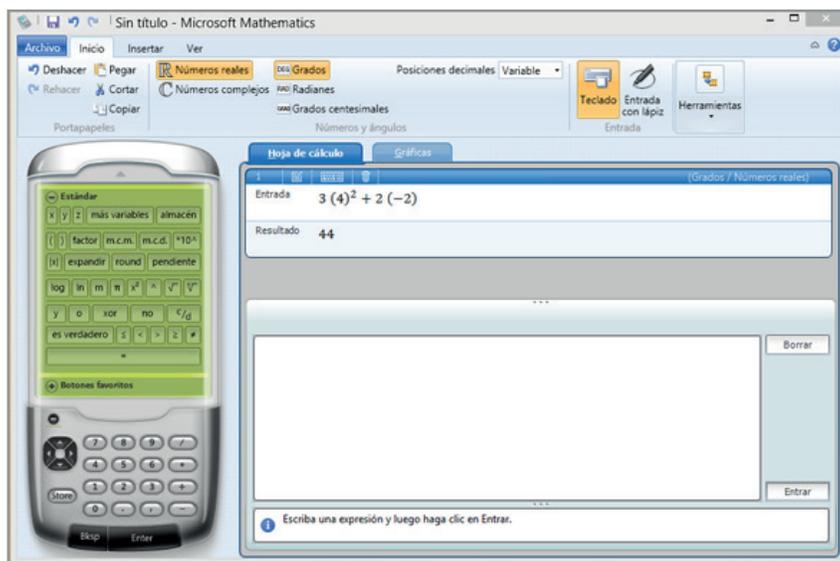




Resolver $3x^2 + 2z$, para $x = 4$, $z = -2$

Pueden ir grabando cada ejercicio que resuelvan dándole un nombre, se ubica en archivo y le da **guardar como**. En el caso de resolver otro ejercicio le da *archivo nuevo* e introduce el ejercicio, cuando la variable tiene exponente como en este caso escriben $3x$ y marcan en la calculadora de la izquierda el símbolo $^$ y a continuación escriben el valor numérico que le corresponde al exponente, luego le da **enter**.

A continuación se presenta



Leyes de los exponentes



A continuación se plantean los siguientes ejercicios, los cuales deben resolver



$$x^4 \cdot x^2 =$$

$$\frac{x^7}{x^4} =$$

$$9^0 =$$

$$(a \cdot b)^3 =$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^3 =$$

$$(y^2)^3 =$$

“Las Matemáticas no son un recorrido prudente por una autopista despejada, sino un viaje a un terreno salvaje y extraño, en el cual los exploradores se pierden a menudo”

W.S. Anglin

Pueden usar Microsoft Matemáticas para resolverlos o la calculadora



Una vez que los estudiantes tengan resueltos los ejercicios y hayan compartido los resultados en plenaria se procede a trabajar con la teoría de los exponentes.

La teoría de los exponentes tiene por objeto estudiar todas las clases de exponentes que existen y las relaciones que se dan entre ellos.

La operación que permite la presencia del exponente es la potenciación y se define como:

La operación que consiste en repetir un número llamado base, tantas veces como factor, como lo indique otro llamado exponente; al resultado de esta operación se le denomina potencia y se representa así:

$$\text{potencia} = (\text{base})^{\text{exponente}}$$

Leyes que rigen a los exponentes

Multiplicación de potencias de bases iguales

Se escribe la base común y como exponente se escribe la suma de ellos.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ejemplo

$$x^5 \cdot x^4 = x^{5+4} = x^9$$

$$2^{m+3} \cdot 2^{m+4} \cdot 2^{4-2m} = 2^{m+3+m+4+4-2m} = 2^{11} = 2048$$

División de potencias de bases iguales

Se escribe la base común y como exponente se escribe la diferencia de dichos exponentes.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{x^{10}}{x^6} = x^{10-6} = x^4$$

$$\frac{x^{12}}{x^{-3}} = x^{12+(-3)} = x^{15}$$

Exponente cero

Toda cantidad diferente de cero, con exponente cero es igual a la unidad. Así:

$$a^0 = 1, \text{ donde } a \neq 0$$

Ejemplo

$$5^0 = 1$$

$$3^6 \cdot 3^0 = 3^6 = 3$$

$$3^{2^0} + 2^{6^0} + 9^{7^0} = 3^1 + 2^0 + 9^0 = 3 + 2 + 9 = 14$$

Exponente negativo

Toda cantidad diferente de cero, elevada a un exponente negativo, es igual a una fracción cuyo numerador es 1 y el denominador es igual a la misma expresión pero con el signo del exponente cambiando a positivo, Así:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ donde } a \neq 0$$

Ejemplos

$$x^{-5} = \frac{1}{x^5}$$

$$\frac{a^{-2}}{b^{-5}} = a^{-2}b^5 = \frac{1}{a^2} \cdot b^5 = \frac{b^5}{a^2}$$

Potencia de un producto

Es igual a elevar cada factor a dicha potencia

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Ejemplo

$$(a \cdot b)^5 = a^5 \cdot b^5$$

$$x^4 y^4 = (xy)^4$$

Potencia de un cociente

Se eleva tanto el numerador como el denominador a dicha potencia

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x^3}{y^3}$$

El valor de la perseverancia



Andrew Wiles

Matemático británico que en 1993 logró demostrar el célebre Teorema de Fermat (formulado en 1637) que establece que la ecuación $a^n + b^n = c^n$

con a, b enteros,

$a, b > 0$ y $n \geq 3$ no tiene solución. Tuvieron que pasar más de 300 años para que este teorema pudiera ser demostrado.

Potencia negativa de un cociente

Se invierte el cociente y la potencia se transforma en positiva. Luego puede procederse como en el caso anterior.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$
$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$$

Potencia de potencia

Se escribe la misma base y el nuevo exponente es igual al producto de los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Ejemplo

$$(x^2)^3 = x^{(2) \cdot (3)} = x^6$$

$$(x^{-3})^{-4} = x^{12}$$

Raíz de una potencia

Se escribe la base y como nuevo exponente, la división del exponente de la potencia entre el índice del radical.

$$\sqrt[n]{m^p} = m^{\frac{p}{n}}$$

Ejemplo

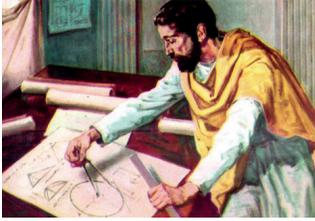
$\sqrt[3]{7}$ aplicando la ley tendremos $7^{\frac{1}{3}}$, si observamos el número 7 es la base, 1 es el exponente de 7 y 3 es el índice de la raíz.

Importante

La raíz cuadrada de -1 no existe en el conjunto de los números reales ya que no existe, un número real b que cumpla que

$$b^{-1} = -1$$

En efecto, todo número real elevado al cuadrado da un número positivo o cero.



Estimados estudiantes

Se les presentan los siguientes ejercicios los cuales deben resolverlos en grupos de tres estudiantes. La formación de los grupos se hará según orden de lista.

Se les pide que realicen lectura de las propiedades de los exponentes. Si tienen dudas deben consultar los ejercicios resueltos.

A continuación se presentan los ejercicios a resolver

1) $6^0 =$

2) $4^{-1} =$

3) $x^2x^3 =$

4) $\frac{x^4}{x^2} =$

5) $(x^2)^3 =$

6) $(xy)^3 =$

7) $\left(\frac{x}{y}\right)^2$

8) x^{-3}

9) $\sqrt[3]{x^2}$

Operaciones con polinomios

De entrada



Para abordar este contenido hay que recordar las expresiones algebraicas.

Utilizando la técnica lluvia de ideas, los estudiantes pasarán a la pizarra y escribirán lo que recuerdan de las expresiones algebraicas, ello permitirá familiarizarse con el tema.

Posteriormente se les presentarán tarjetas a los estudiantes conteniendo expresiones algebraicas en donde los colocarán en la pizarra, luego se analizarán destacando sus semejanzas y diferencias.

Recordando:

Expresión algebraica

Es toda expresión en la que se combinan, por medio de operaciones algebraicas, varios números, ya sean constantes o variables.

$$2x$$

$$3y$$

$$6ab$$

$$a + b$$

$$2^a - 3b$$

$$3^a + 4xy^2$$

$$7ab$$

$$a^2 b^3 c$$

$$x^{-2}y$$

$$5x^3$$

$$5x^2y$$

$$2m^4n^3$$

Concluido el análisis realizado por los estudiantes y aclarando inquietudes que ellos tengan se procederá a desarrollar el tema.



Desarrollo



Notación polinómica

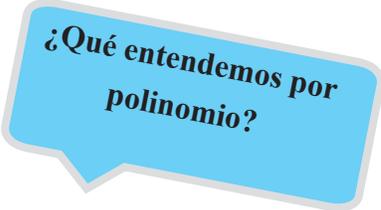
Notación polinómica es la representación de un polinomio, mediante sus variables y constantes.

Se denomina variable a toda magnitud que cambia de valor, generalmente se les representa por las últimas letras del abecedario; x , y , z , etc.

Se denomina constante a toda magnitud que tiene un valor fijo, no cambia su valor; generalmente se les representa por las primeras letras del abecedario: a , b , c , etc.



Polinomio



¿Qué entendemos por polinomio?

Observemos el siguiente ejemplo:

$$P(x,y) = 4x^2 + 5y^2 + 7$$

Los estudiantes describirán cómo está conformado. (Pueden retomarse los ejemplos estudiados en la actividad de inicio).

Se llegará a concluir que un polinomio es una expresión que consta de más de un término general. Se representa de la siguiente manera:

$P(x, y)$, se lee “polinomio en x , y ”, donde P es el nombre genérico, (x, y) son las variables x é y . Por lo tanto $P(x, y)$, significa que el polinomio es de nombre P y de variables x , y .

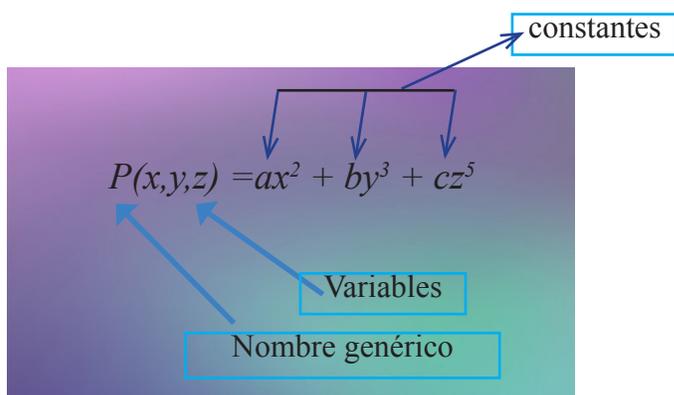
Ejemplos:

$$P(x) = 5x^3 + 6x^2 + x - 1$$

$$P(x,y,z) = 4x^3 + 7xy + 6z^2$$

$$P(x) = 4x^3 + 5x^2 + 7x$$

En general se tendrá



Valor numérico de un polinomio

Es el valor que toma dicho polinomio, cuando se reemplaza en él valores asignados a sus variables.

Ejemplo. Sea el polinomio $P(x,y) = x^2 + y^2 - 5$, hallar $P(2,4)$

Se reemplazan los valores de x e y, así:

$$P(2,4) = 2^2 + 4^2 - 5 = 4 + 16 - 5 = 15$$



Cambio de variable de un polinomio

Es la expresión que se obtiene al cambiar la variable del polinomio por otra.

Ejemplo: sea el polinomio:

$$P(x) = 4x^2 + 5x + 6$$

Calcular $P(y + 1)$



Se reemplaza x por y+1; así

$$P(y + 1) = 4(y + 1)^2 + 5(y + 1) + 6$$

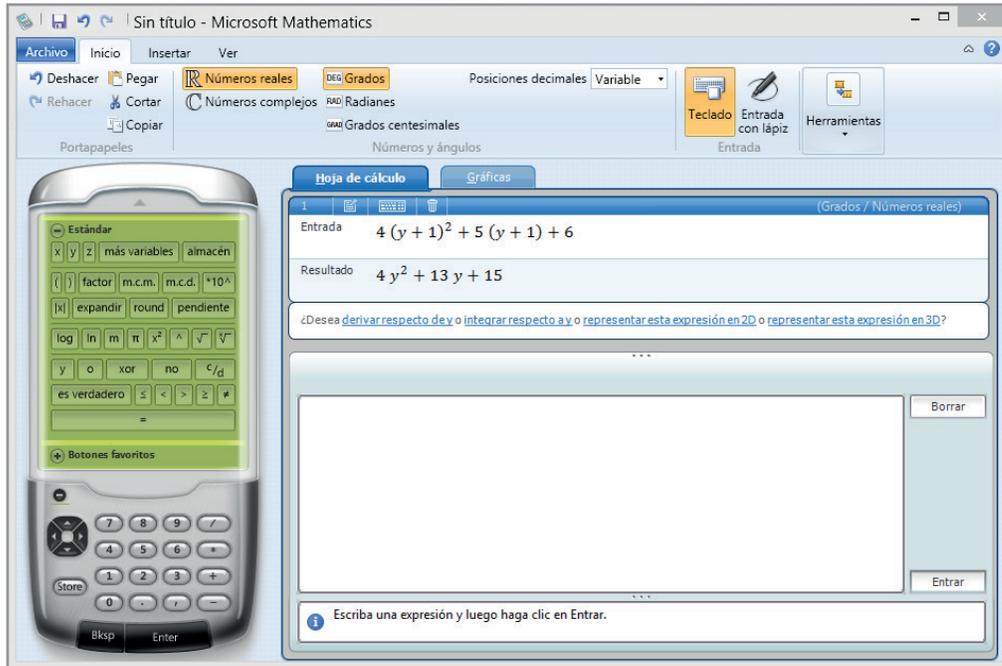
Efectuando operaciones se tiene

$$P(y + 1) = 4(y^2 + 2y + 1) + 5y + 5 + 6$$

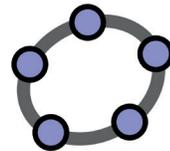
$$P(y + 1) = 4y^2 + 8y + 4 + 5y + 5 + 6$$

$$P(y + 1) = 4y^2 + 13y + 15$$

Comprobando el resultado

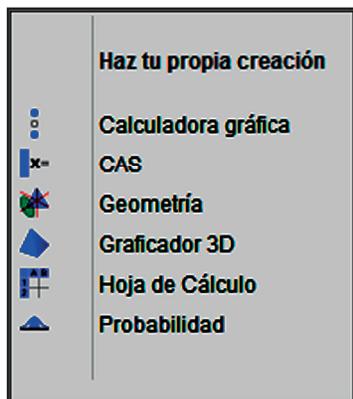


La verificación a este ejercicio también la pueden realizar utilizando Geogebra que es un software interactivo similar a Microsoft Matemáticas, lo primero que deben hacer es instalarlo en su computadora o celular, la descarga de este software es gratuita.

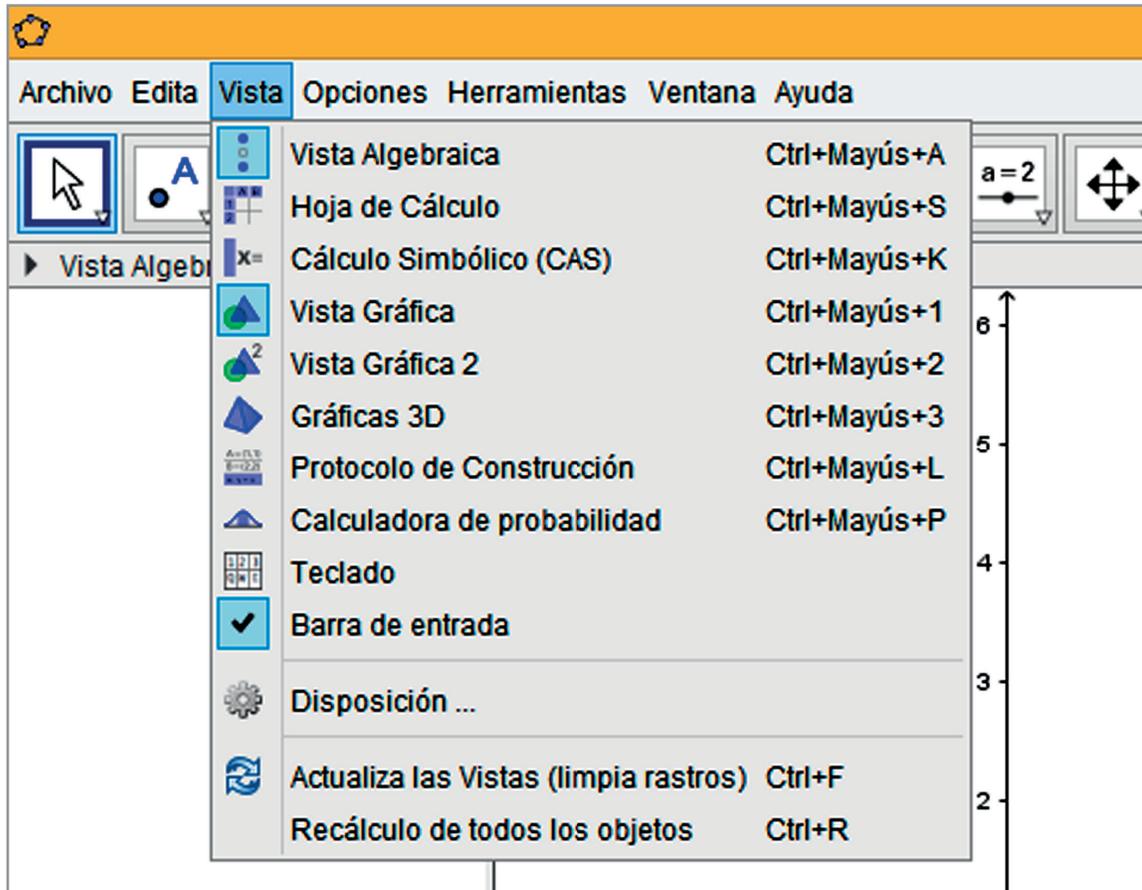


GeoGebra

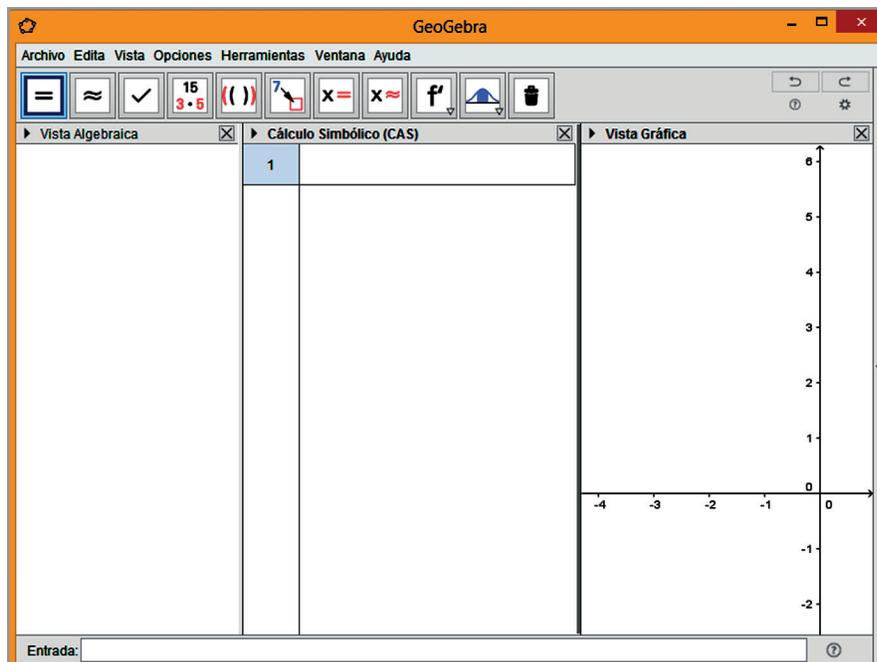
Una vez instalado le dan clic en el ícono de Geogebra, luego les aparece la siguiente ventana.



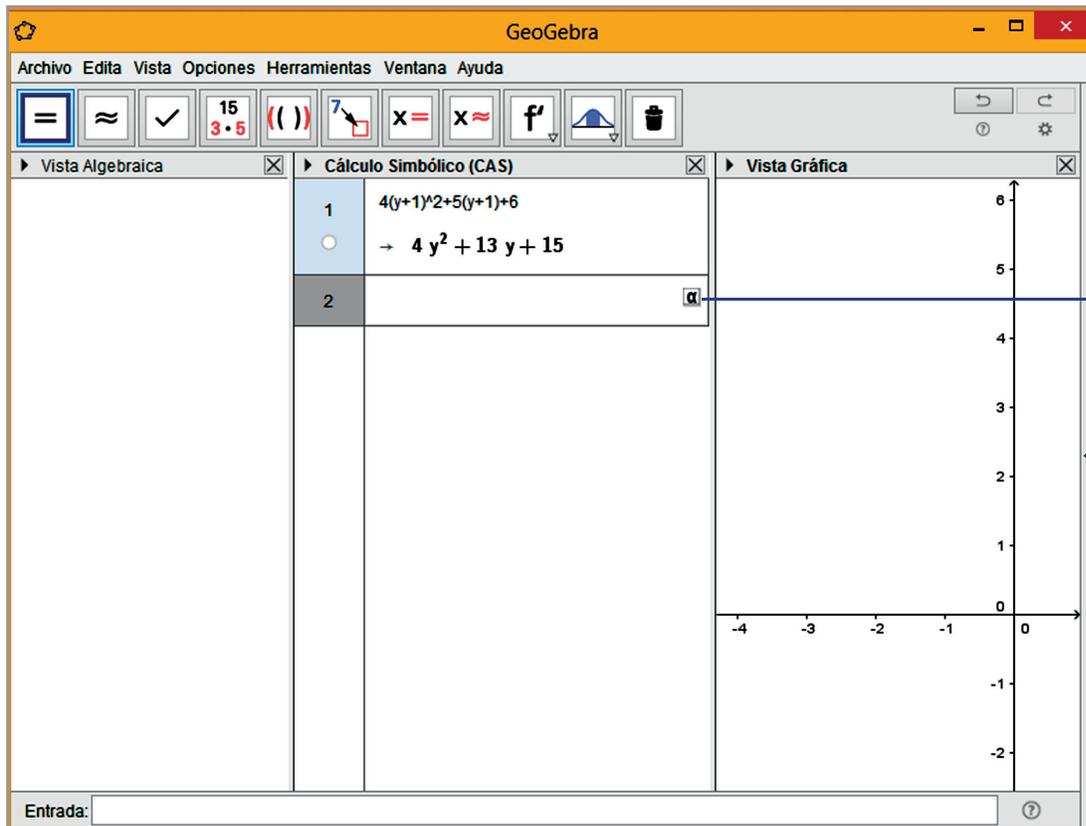
Le dan clic en vista, se despliega la siguiente ventana



Ahora se le da clic en cálculo simbólico (CAS), que significa calculadora.
 Se les despliega la siguiente ventana



En la primera fila introducen los datos, para insertar símbolos se ubican en la parte derecha donde aparece este símbolo



Una vez que se ha resuelto el ejercicio se le da guardar.

GeoGebra lo pueden utilizar para resolver diferentes tipos de ejercicios, se les invita a que lo practiquen.

Un **polinomio** es una expresión algebraica que se compone de dos o más términos. Estos se componen de tres elementos esencialmente: coeficientes (a_n), variables (x) y exponentes ($)^n$, n representa el grado del polinomio con una variable, es decir, el grado lo define el exponente mayor de la variable que está elevada.

Ejemplo:

$3x^3 + 2x^2 - 3x + 4$, es un polinomio de tercer grado

$7x^2 - 3x + 1$, es un polinomio de segundo grado

Para el caso de que existan dos o más variables, el grado lo determinará la suma mayor de los exponentes de cada término.

Ejemplo

$2x^3y^4 + 2x^2y^2 + 2x^4 - 2y^2 + 2x - 3$, es de séptimo grado

$4x^2y^3 + 2x^2zy^2 + x^4 - 5y^2 + 2x + 15$, es de quinto grado

Recordando
Términos semejantes:
son aquellos que tienen la misma parte literal, o dicho de otra forma, aquellos que tengan las mismas letras y con igual exponente.

Sumar y restar polinomios puede sonar complicado, pero en realidad no es muy distinto de sumar y restar números. Cualquiera de los términos que tengan las mismas variables con los mismos exponentes puede ser combinado.

Ejemplo

Sumando polinomios

Sumar polinomios implica combinar términos. Los términos semejantes son monomios que contienen la misma variable o variables *elevadas* a la misma potencia. Los siguientes son ejemplos de términos semejantes y no semejantes:

Monomios	Términos	Explicación
$3x$ $14x$	Semejante	Las mismas variables con los mismos exponentes.
$16xyz^2$ $-5xyz^2$	Semejante	Las mismas variables con los mismos exponentes.
$3x$ $5y$	No semejante	Distintas variables con los mismos exponentes
$-3z$ $-3z^2$	No semejante	Las mismas variables con diferentes exponentes

Ejemplo

Resolver $(-5x^2 - 10x - 7y + 2) + (3x^2 - 4 + 7x)$	Reagrupar usando las propiedades conmutativa y asociativa Combinar términos comunes Solución
$(-5x^2 - 3x^2) + (-10x + 7x) - 7y + (2 - 4)$	
$-2x^2 + (-3x) - 7y - 2$	
$-2x^2 - 3x - 7y - 2$	

Resolver $(8x^2 + 4x + 12) + (2x^2 + 7x + 10)$	Reagrupar usando las propiedades conmutativa y asociativa Sumar términos comunes Solución
$(8x^2 + 2x^2) + (4x + 7x) + (12 + 10)$	
$10x^2 + 11x + 22$	
$10x^2 + 11x + 22$	

Hasta ahora, hemos sumado polinomios leyendo de izquierda a derecha sobre la misma línea. Algunos estudiantes prefieren organizar su trabajo verticalmente, porque les es más fácil asegurarse que están combinando términos semejantes. El proceso de sumar los polinomios es el mismo, pero el arreglo de los términos es diferente. El ejemplo de abajo muestra este método “vertical” de sumar polinomios.

Ejemplo

Resolver $(3x^2+2xy-7)+(7x^2+4xx+8)$	
$\begin{array}{r} 3x^2+2xy-7 \\ 7x^2-4xy+8 \\ \hline 10x^2-2xy+1 \end{array}$	<p>Escribir un polinomio debajo del otro</p> <p>Combinar términos comunes poniendo atención en los signos.</p>
$10x^2-2xy+1$	Solución

Multiplicación de un polinomio por un monomio

Se multiplica cada término del polinomio por el término del monomio, respetando la regla de multiplicación de los signos.

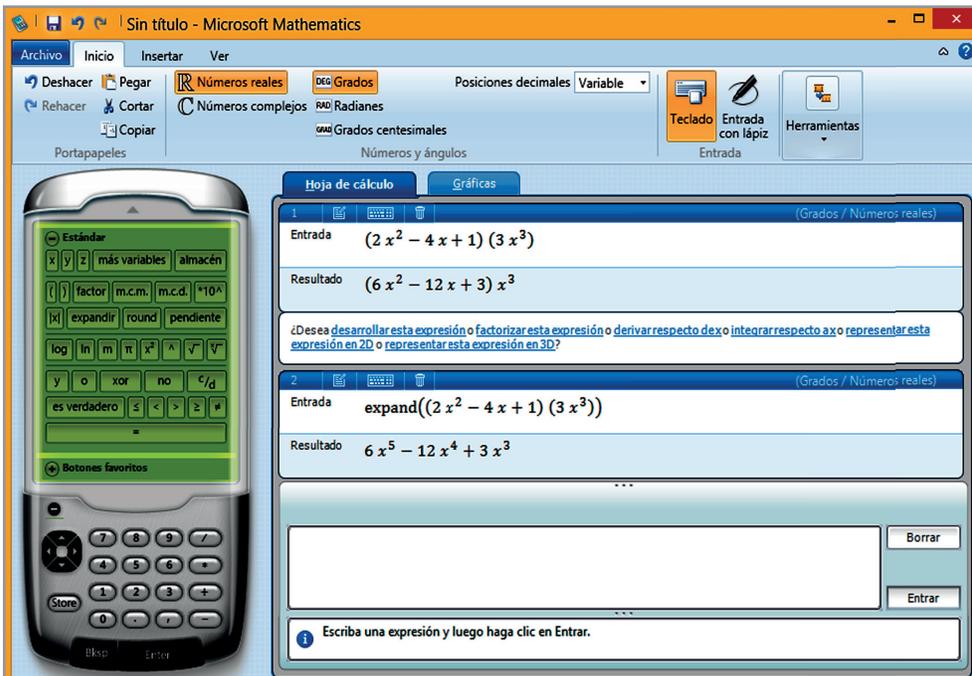
Ejemplo

$$(2x^2 - 4x + 1)(3x^3) = 6x^5 - 12x^4 + 3x^3$$

Se multiplica cada término del polinomio por el monomio.

Recuerde que para multiplicar se suman los exponentes.

Puede comprobar el resultado



Multiplicación de polinomios

Ejemplo

Multiplicar $(2x^2 - 4x + 2)(3x^3 - 2x)$	
$6x^5 - 4x^3 - 12x^4 + 8x^2 + 6x^3 - 4x$	Se debe multiplicar cada término del primer polinomio por cada término del segundo polinomio, luego se reducen los términos semejantes, respetando la regla de multiplicación de los signos.
$6x^5 - 12x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 4x$	Ordenando y reduciendo términos semejantes.
$6x^5 - 12x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 4x$	Solución

Multiplicar $(3x^2y - 2xy + 3y)(xy + 2y)$	De forma vertical
$ \begin{array}{r} 3x^2y - 2xy + 3y \\ \underline{ xy + 2y} \\ 3x^3y^2 - 2x^2y^2 + 3xy^2 \\ + 6x^2y^2 - 4xy^2 + 6y^2 \\ \hline 3x^3y^2 - 4x^2y^2 - xy^2 + 6y^2 \end{array} $	<p>Se multiplica por xy</p> <p>Se multiplica por $2y$</p> <p>Se adiciona</p>
$3x^3y^2 + 4x^2y^2 - xy^2 + 6y^2$	Solución

Multiplique polinomios usando Geogebra

Cuando usen Geogebra pueden multiplicar expresiones algebraicas, usando la ventana de cálculo simbólico (CAS)



The screenshot shows the GeoGebra CAS interface. The menu bar includes Archivo, Edita, Vista, Opciones, Herramientas, Ventana, and Ayuda. The toolbar contains various mathematical symbols and functions. The main workspace shows two input fields. Field 1 contains the expression $(5x^2+6x-4)(3x-2)$ and the result $\rightarrow 15x^3 + 8x^2 - 24x + 8$. Field 2 is empty. A text box with three arrows pointing right contains the following instructions:

- ➔ Ubicarse en la ventana CAS o cálculo simbólico.
- ➔ Al lado derecho del número 1, escribir la expresión que se quiere resolver, es decir los polinomios que se desean multiplicar.
- ➔ Para hallar el valor de la multiplicación se da clic en $(())$ y luego se obtendrá el valor final de la multiplicación.

At the bottom, there is an 'Entrada:' field.

U s a n d o
T I C S

Se les recomienda que utilicen los siguientes link

http://www.vitutor.com/ab/p/a_6.html para practicar la multiplicación de polinomios

http://www.vitutor.com/ab/p/a_6e.html para resolver ejercicios de forma interactiva, les aparecerá esta pantalla y podrán resolver los ejercicios.

Ejercicios interactivos de multiplicación de polinomios

• **Dados los polinomios $A(x) = -4x^3$, $B(x) = 8x^3 - 6x^2 + 2x - 3$, $C(x) = 2x^6 - 5x^5 + 7$, $D(x) = 9x + x^6 - 3x^5 + 3$, realiza las operaciones que se indican a continuación:**

1 $7 \cdot B(x) = \text{[] } x^3 - \text{[] } x^2 + \text{[] } x - \text{[]}$

2 $A(x) \cdot B(x) = - \text{[] } x^6 + \text{[] } x^5 - \text{[] } x^4 + \text{[] } x^3 + \text{[] } x^2 + \text{[] } x + \text{[]}$

3 $B(x) \cdot C(x) = \text{[] } x^9 - \text{[] } x^8 + \text{[] } x^7 - \text{[] } x^6 + \text{[] } x^5 + \text{[] } x^4 + \text{[] } x^3 - \text{[] } x^2 + \text{[] } x - \text{[]}$

4 $-2B(x) \cdot C(x) = - \text{[] } x^9 + \text{[] } x^8 - \text{[] } x^7 + \text{[] } x^6 - \text{[] } x^5 + \text{[] } x^4 - \text{[] } x^3 + \text{[] } x^2 - \text{[] } x + \text{[]}$

5 $-2B(x) \cdot D(x) = - \text{[] } x^9 + \text{[] } x^8 - \text{[] } x^7 + \text{[] } x^6 - \text{[] } x^5 - \text{[] } x^4 + \text{[] } x^3 + \text{[] } x^2 + \text{[] } x + \text{[]}$

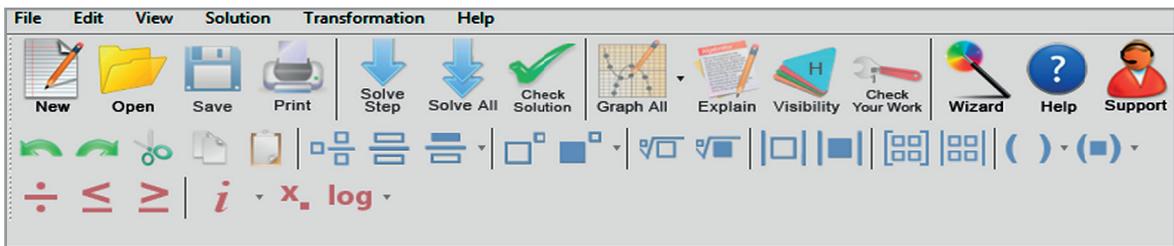
Si tienes dudas puedes **consultar la teoría**

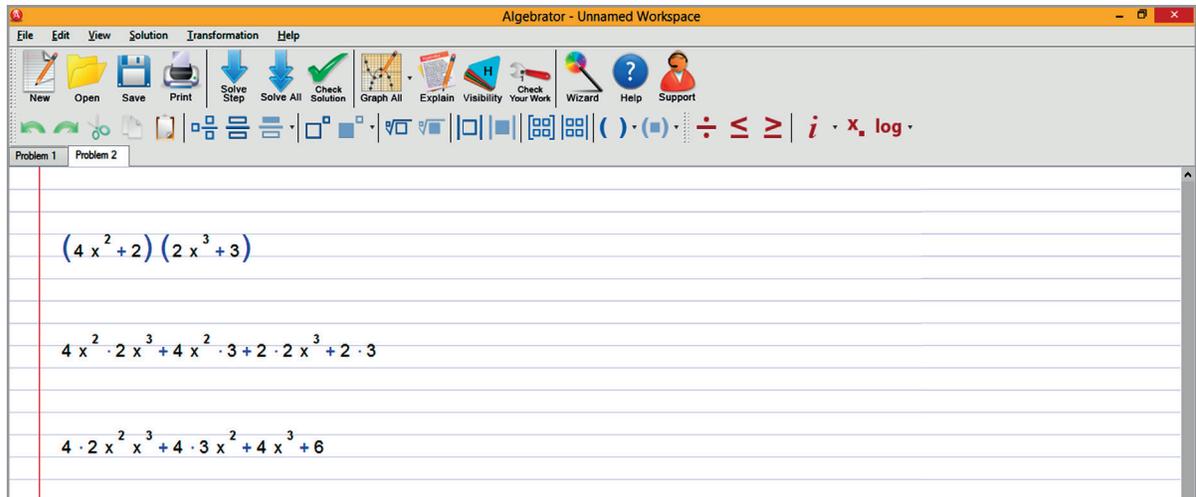
Puntuación:



Usando Algebrator para resolver operaciones con polinomios

Barra de entrada de Algebrator





Para trabajar con Algebrator igual que en Geogebra y mathematica primero deben instalarlo en su computadora o celular, es totalmente gratuito.

Para iniciar el uso de Algebrator, le damos clic en **File New Worksheet**

La ventana principal del Algebrator está dividida en 5 secciones. Primero la barra de menú

File Edit View Solution Transformation Help

Y a continuación el desglose de los mismos

SECCIÓN FILE

New worksheet (Ctrl+N): Crea una nueva hoja de trabajo enseguida de la hoja principal. Se pueden hacer varias hojas y guardalas como un solo documento.

Open recent: Es para mostrar los documentos usados recientemente.

Open (Ctrl+O): Es para abrir un documento de Algebrator.

Close: Cierra todo el documento de Algebrator.

Save (Ctrl+S): Guarda el documento hecho en Algebrator

Save as...: Guarda el mismo documento pero si es que le cambiamos o modificamos algo al original o simplemente lo guardamos con otro nombre.

Export worksheet as MathML: MathML es un código usado para crear herramientas matemáticas en internet.

Print (Ctrl+P): Para imprimir el documento

Exit: Para salir del documento, cerrando el programa.

SECCIÓN EDIT

Undo (Ctrl+Z): Para deshacer cambios.

Redo (Ctrl+Y): Para rehacer cambios.

Cut (Ctrl+X): Para cortar datos en la hoja de ejercicios.

Copy (Ctrl+C): Para copiar datos en la hoja de ejercicios.

Paste (Ctrl+V): Para pegar datos copiados en la hoja de ejercicios.

Preferences: Nos permite configurar la letra, el color, la presentación que tendrá la hoja de ejercicios, así como el texto a introducir.

SECCIÓN VIEW

En esta sección podemos ocultar o mostrar las barras de herramientas estándar, editor, matemática y la avanzada, o si lo preferimos, resetear la barra de herramientas.

SECCIÓN SOLUTION

Esta sección ya está implicada dentro de la barra estándar, es para resolver paso por paso, resolver todo directo, graficar, checar la solución, explicar los pasos y checar el trabajo. Viene un apartado especial de resolver por que corresponde a mostrar otro método de solución de los ejercicios, también configurable en la sección de ajustes de la misma sección.

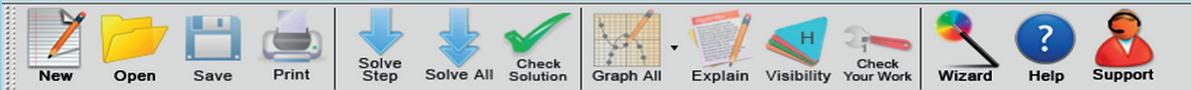
SECCIÓN TRANSFORMATION

Esta sección es similar al menú solución, con la diferencia que aquí podemos hacer conversiones entre los pasos.

SECCIÓN HELP

Por último, la sección help cuenta con una sección donde podemos examinar videos creados por la compañía del software donde nos muestra cómo podemos introducir datos, aunque todo es de manera intuitiva, conforme vayan leyendo la guía se darán una idea de cómo ir introduciendo los datos dentro del programa para obtener el resultado deseado. Para finalizar, nos quedan las barras de herramientas.

Barra de herramientas estándar. Esta barra de herramientas forma parte del menú solution con la diferencia que aquí está incluido en forma de iconos y además de eso, incluye la herramienta Visibility que sirve para visualizar la cantidad de pasos que deseamos mostrar al momento de simplificar una expresión o resolver una ecuación.



Barra de herramientas editor y matemática. La primera consiste en las herramientas básicas de edición, copiar, cortar y pegar texto. La segunda tiene que ver con la forma en cómo vamos a incluir las expresiones en nuestra hoja, muy similar a la forma en cómo se introducen en el editor de ecuaciones de word.



Barra de herramienta avanzada. Esta barra incluye las expresiones de logaritmo e, pi, la función seno, coseno y tangente.



Vistas las herramientas, el siguiente paso es crear nuestros ejercicios en la hoja de trabajo. La hoja de trabajo es similar a como si tuviéramos un cuaderno a rayas.

Para colocar términos, tenemos a disposición todo nuestro teclado de la computadora, y podemos colocar operandos como suma (+), resta (-), multiplicación (*) y división (/), así como paréntesis, corchetes y llaves. Vamos a los ejercicios.

Algebrator nos ayuda a simplificar expresiones, factorizar y resolver ecuaciones, así como también graficar y colocar ejercicios de geometría y trigonometría. Vamos por partes.

Para simplificar expresiones. Por ejemplo

$a + \{-2b - [3 + (5a - 2b) - (7a + 2)]\}$. La expresión se coloca así como está, pero con la observación de que al momento de colocar un paréntesis, corchete o llave, se coloca también el cierre del mismo. La expresión debe quedar de la siguiente forma:

$$a + \left\{ -2b - [3 + (5a - 2b) - (7a + 2)] \right\}$$

Para simplificar/solucionar la expresión, tenemos dos opciones



Solve step y solve All, ambas opciones son válidas, con la diferencia que una es paso por paso y la otra da el resultado final. Si se pone la visibilidad en all, mostrará todos los pasos.

Visibility	Check Your Work	Wizard	Help

None - Show only answer

Low - Show a few steps

Medium - Show standard steps

High - Show lots of steps

All - Show every step

Por lo que el resultado deseado será

$a + \left\{ -2b - [3 + (5a - 2b) - (7a + 2)] \right\}$
$a + \left\{ -2b - [3 + 5a - 2b - 7a - 2] \right\}$
$a + \left\{ -2b - [5a - 7a - 2b + 3 - 2] \right\}$
$a + \left\{ -2b - [-2a - 2b + 1] \right\}$

$$a + \{-2b + 2a + 2b - 1\}$$

$$a + \{-2b + 2b + 2a - 1\}$$

$$a + \{2a - 1\}$$

$$a + 2a - 1$$

$$3a - 1$$

Si queremos colocar una división, usamos los iconos



El primero es para poner una fracción impropia, la segunda, una fracción normal y el tercer icono es para modificar la fracción. Análogamente sucede lo mismo con los iconos de las raíces y los valores absolutos



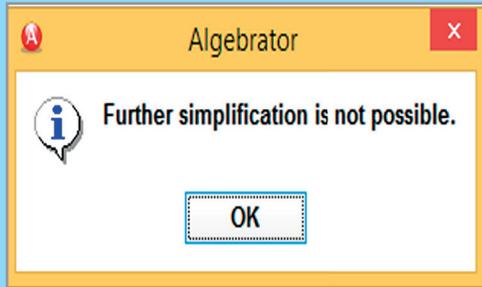
Cómo se observa, el colocar expresiones algebraicas no es ningún problema, se colocan de la misma manera que las escribimos en el cuaderno y al momento de indicarle al programa que simplifique la expresión le hacemos clic en **solve step** y/o **solve all**.

Nota: el programa no puede realizar completamente una división inexacta de un polinomio entre otro polinomio o simplemente no la simplifica, por ejemplo:

$$\frac{4x^3 - 5x^2 + 6x + 1}{4x^2 - 5x + 6}$$

$$x + \frac{1}{4x^2 - 5x + 6}$$

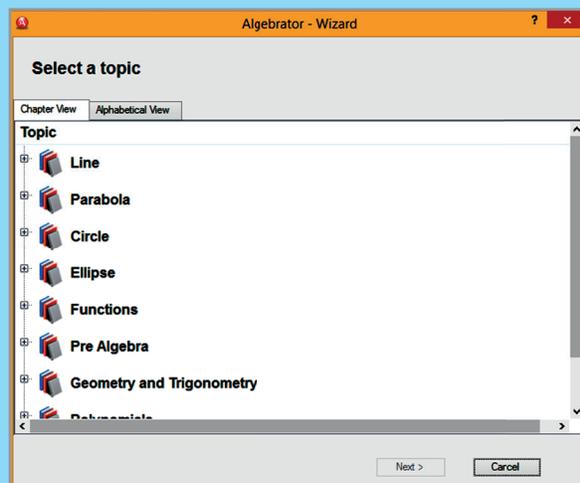
Sabemos que el resultado de la división es el segundo renglón, pero si colocamos la expresión en el programa y le damos **solve all**, nos aparecerá una leyenda que indica “**Further simplification is not possible**”, que indica que una simplificación detallada ya no es posible, así que solo resolverá algunas divisiones de polinomio sobre polinomio.



Para finalizar las instrucciones del uso de Algebrator, está el icono Wizard el cual se encuentra en la barra de herramientas estándar.



Podemos colocar una hoja de trabajo si lo deseamos sobre el documento que ya tenemos, yendo a **File -> New worksheet** o le damos en **close**, nos pedirá si se desea guardar los cambios, es a criterio de cada quien, si desean guardarlos (para evaluación, podemos pedir a los estudiantes que lo guarden) y ya indicamos el lugar y el nombre y listo. Creamos un nuevo documento con **File -> New worksheet** y ya le hacemos clic en Wizard y nos mostrará una ventana de la siguiente forma



Por ejemplo, si le damos en el signo de suma (+) al lado de **Line**, mostrará un submenú, el cual mostrará diversas opciones, por ejemplo, si queremos obtener el punto medio entre dos puntos (Midpoint of a line joining two points) y le hacemos clic en **Next**

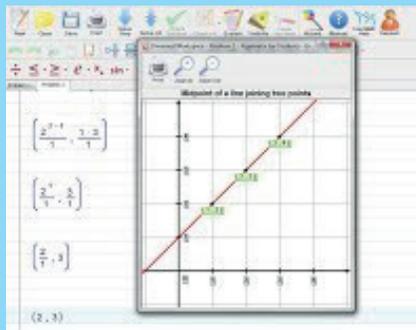
Midpoint of a line joining two points			
x_1		y_1	
x_2		y_2	

Nos pedirá colocar los datos. Como ejemplo, consideraremos los puntos (1, 2) y (3, 4), sabemos que el resultado matemático lo obtenemos con las fórmulas lo cual nos dará el punto (2, 3). Si lo hacemos con el programa, colocamos los datos como corresponden.

$$X = \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2$$

$$Y = \frac{Y_1 + Y_2}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

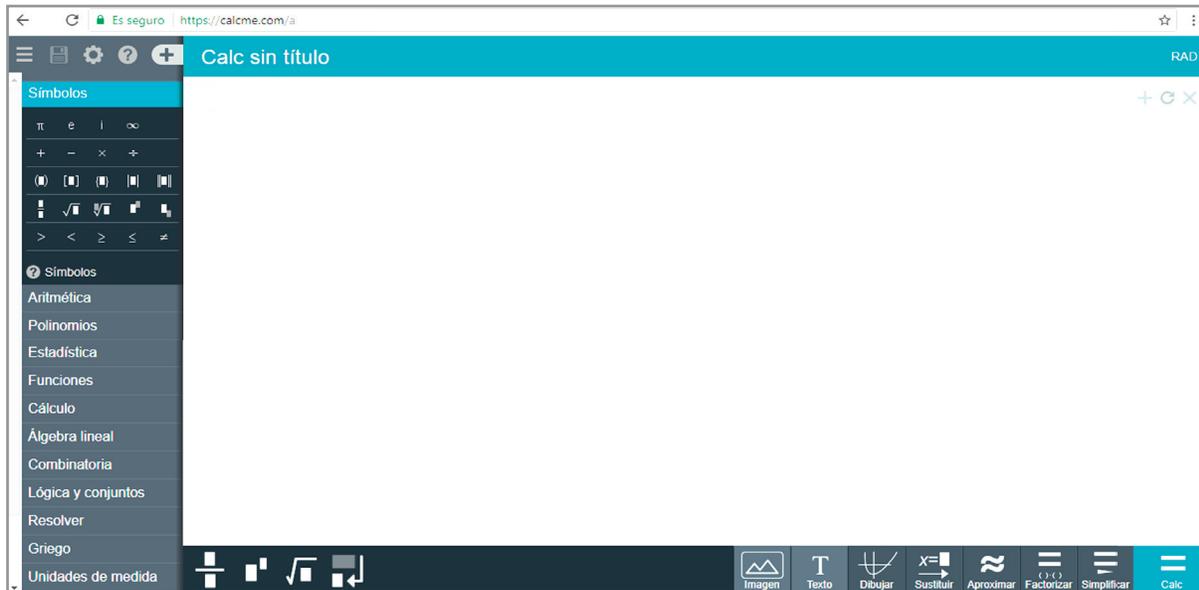
Y luego le damos en **solve all**, y nos mostrará el resultado matemático y nos abrirá una ventana con el resultado gráfico.



Como se observará, el icono **Wizard** ofrece diversas opciones para obtener un resultado deseado.

De igual manera para comprobar los resultados de los ejercicios que realicen pueden utilizar la **calculadora on-line Wiris**.

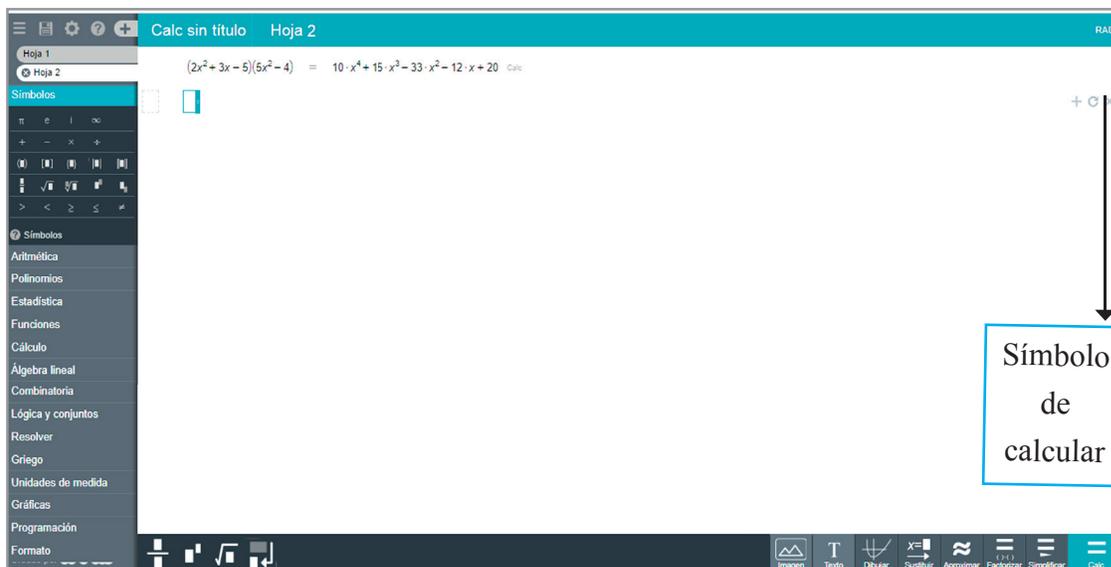
Le dan clic en Wiris y les aparecerá la siguiente venta



Luego le dan clic en la segunda línea y se ingresa el ejercicio que desea resolver



En la parte izquierda les aparece un cuadro que contiene los símbolos que ustedes podrán utilizar, es similar a la calculadora de mano, solo van con el mouse dando clic en cada símbolo. Posteriormente le dan clic en calcular.

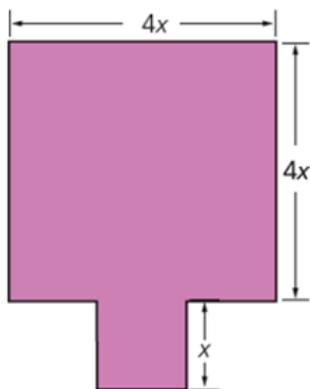


También puede acceder desde este link <https://masmates.net/2014/10/27/usando-algebrator/> a la calculadora Wiris



En grupos de trabajo resuelvan los siguientes ejercicios

1) Encontrar la superficie de la siguiente figura:



2) $(2a^3 - 3a^2b + 4ab^2 - 2b^3)(3a^2 + 4ab - 5b^2)$

3) $(5x^2 - 7x + 3) + (-5x^2 + 2x)$

4) $(2x^2 + 3)(x + 1)$

5) Un lado de un rectángulo se representa con el polinomio $x + 3$ y el otro lado, con el polinomio $3x + 1$. A partir de esta información determine.

➡ El área del rectángulo en términos de x .

➡ El área del rectángulo si x es igual a 2cm .



En plenaria un grupo irá presentando los ejercicios en la pizarra, en donde realizarán la puesta en común. Si persisten dificultades de forma conjunta el docente y estudiantes las aclararán.

Se les recuerda hacer uso de las herramientas TICS para verificar los resultados. (Geogebra, Matematicas, Algebrator, WIRIS)

División de polinomios

División entre monomios

Explorando

Natalia hizo un mantel rectangular cuya área se expresa como $4x^2$ y se sabe que el largo del rectángulo es $2x$. ¿Cuál es el ancho del mantel?

Para encontrar el ancho del mantel, se aplica la fórmula del área del rectángulo y en esta se reemplazan los datos planteados. Se debe observar que $A = \text{largo} \cdot \text{ancho}$



$2x$

$2x$

$$4x^2 = (2x) \cdot (\text{ancho})$$

Como hay que encontrar el ancho del mantel, se necesita dividir las dos cantidades conocidas, se obtiene:

$$\frac{4x^2}{2x} = 2x$$

Después, se simplifican las cantidades enteras y se restan los exponentes. Por lo tanto el ancho del mantel es $2x$

Para dividir un polinomio por un monomio, se divide cada término del polinomio entre el monomio. Hay que tener en cuenta que se debe simplificar las cantidades enteras y aplicar la ley de los cocientes para exponentes.

A recordar

Regla de multiplicación de los signos

$$(+)(+) = +$$

$$(+)(-) = -$$

$$(-)(+) = -$$

$$(-)(-) = +$$

Ejemplos

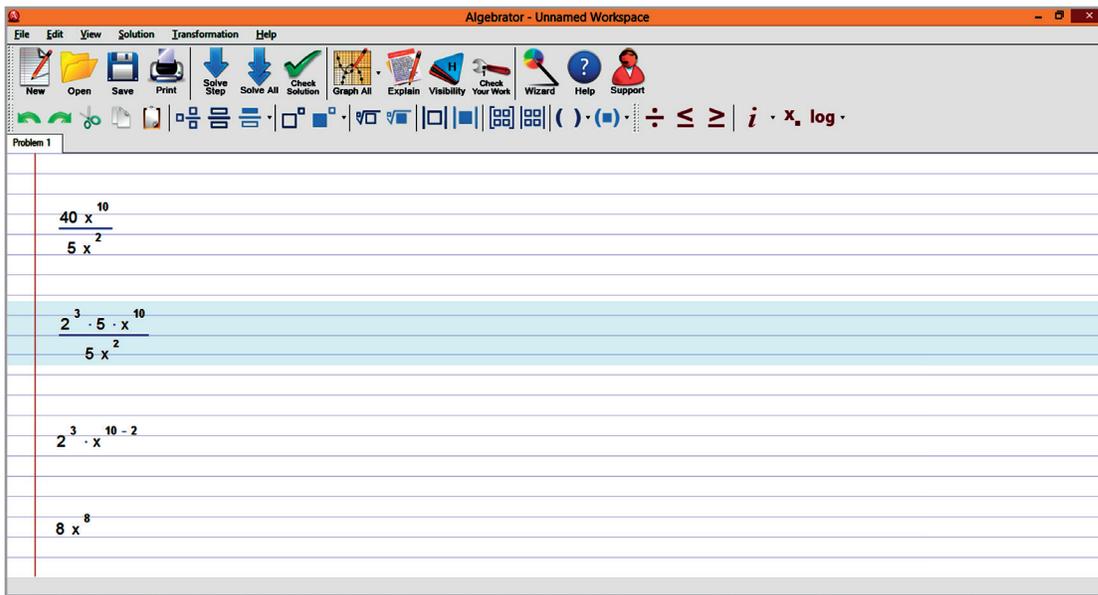
Dividir un monomio entre otro monomio

$$\frac{40x^{10}}{5x^2}$$

A continuación se indican los pasos

$\frac{40x^{10}}{5x^2}$	
$\frac{40x^{10}}{5x^2} = 8 \frac{x^{10}}{x^2}$	Se simplifican las cantidades enteras
$8x^{10-2} = 8x^8$	Se aplica la ley de los cocientes para exponentes
$8x^8$	Solución

Compruebe usando Algebrator



$\frac{4x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 8x^2}{4x^2}$	
$\frac{4x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 8x^2}{4x^2}$ $= \frac{4x^5}{4x^2} - \frac{6x^4}{4x^2} + \frac{12x^3}{4x^2} - \frac{8x^2}{4x^2}$ $x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x - 2$	<p>Se expresa cada término del polinomio, dividiéndolo por el monomio dado y teniendo en cuenta la regla de los exponentes.</p>
$x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x - 2$	Solución

Divida $8x^4 - 3x^3$ entre x^2
 El resultado de la división es $8x^2 + 3x$

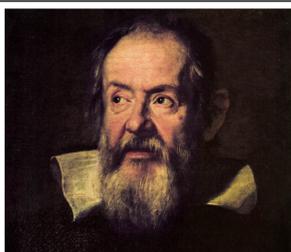
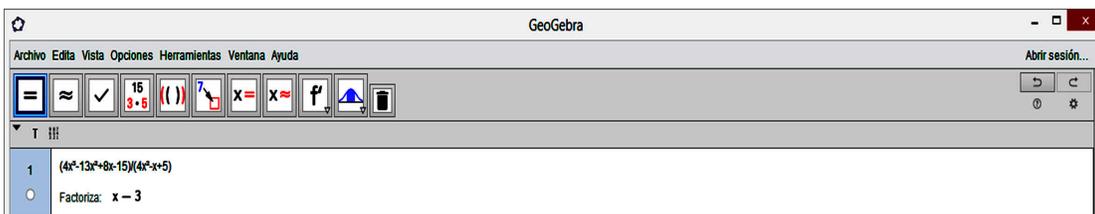
$$\begin{array}{r}
 \cancel{8x^4} - 3x^3 \quad | \quad x^2 \\
 \underline{-8x^4} \\
 - 3x^3 \\
 \underline{ - 3x^3} \\
 0
 \end{array}$$

Debe tenerse en cuenta que en la división de polinomios, si el residuo de la división es cero, se llama exacta. De lo contrario, se afirma que es una división inexacta.

División entre polinomios

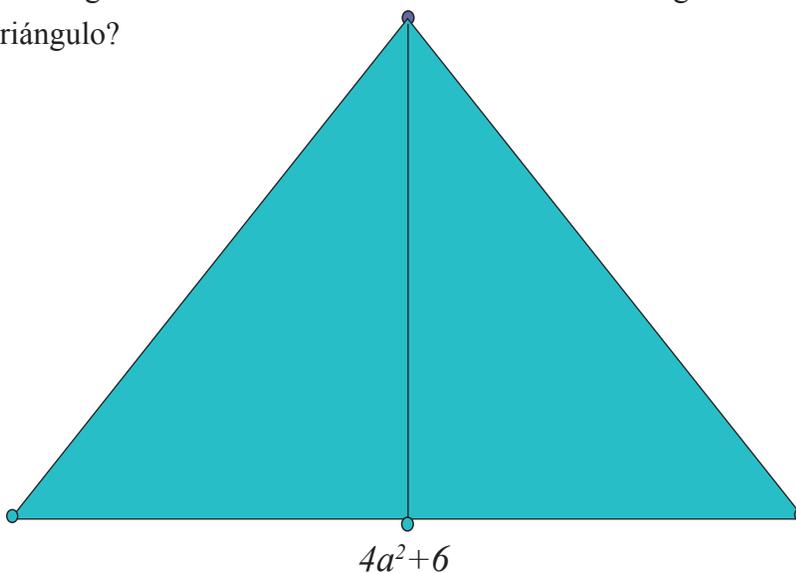
Resolver $(4x^3 - 13x^2 + 8x - 15) \div (4x^2 - x + 5)$

Una vez que lo resuelvan en su cuaderno pueden verificar usando Geogebra, o cualquier otra aplicación.



Resolver los siguientes ejercicios

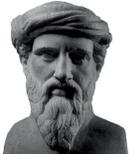
- El área del triángulo es $2a^3 + 8a^2 + 3a + 12$. Si su base es igual a $4a^2 + 6$, ¿Cuál es la altura del triángulo?



- El área del rectángulo es $5x^4 + 3x^3 + 17x^2 + 9x + 6$. Si la longitud de su base es igual a $5x^2 + 3x + 2$. ¿Cuál es la altura del rectángulo?



$$5x^2 + 3x + 2$$

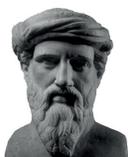


Indique en los siguientes términos el coeficiente, exponente y la literal

	x^3	$-6x^4$	$4m^2n^3$	$\frac{3}{5}a^2b$	5	x
Coeficiente						
Literal						
Exponente						

Describe las siguientes expresiones algebraicas mediante expresiones verbales

Lenguaje algebraico	Lenguaje común
$5x+3y$	
$\frac{2x}{3}$	
$\sqrt[3]{2x}$	
$2(a+b)$	



Autoevaluación ✓

Indique si el resultado de las siguientes operaciones es correcto (C) o incorrecto (I)

Ejercicios	Respuesta
$(7x + 6)(2x) = 14x + 6x^2$	()
$x(3x^3 + 2y^2) = 3x^4 + 2xy^2$	()
$(2x - 1)(2x + 1) = 4x^2 + 1$	()
$(x + 1)(x + 1) = x^2 + 1$	()

Resolver

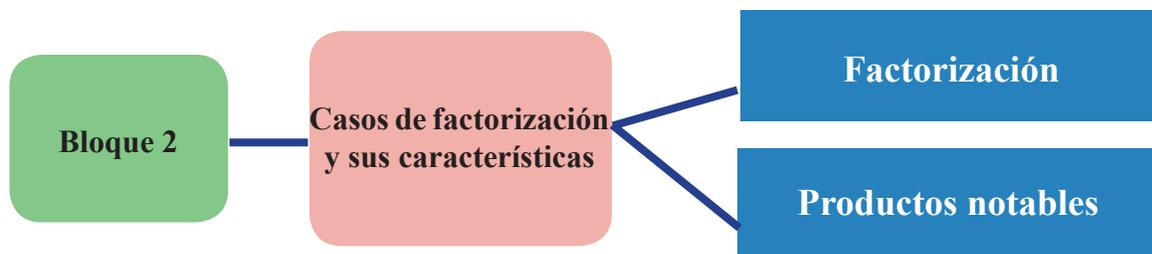
Resolver los siguientes ejercicios	Respuesta
$3y + \{ - 5x - [- y + (9x - y - x)] \}$	
$(x^2y^3)(x^3)$	
$(- 2x)(x^2 - 4x + 3)$	
$(6x^2y + 9x^2y^2 - 5xy^3) \div (6xy)$	

Pueden comprobar los resultados haciendo uso de Algebrator, Geogebra, Matematicas, WIRIS.

BLOQUE 2

Al concluir este bloque lograrán realizar actividades en las que podrán:

- Aportar a la conceptualización de la idea de factorización de polinomios y productos notables.
- Identificar los casos de factorización de acuerdo a sus características.
- Factorizar polinomios utilizando productos notables.
- Bosquejar y resolver problemas utilizando la factorización y productos notables en la aplicación de la vida cotidiana.
- Utilizar de forma adecuada los medios tecnológicos para realizar cálculos y como ayuda en el aprendizaje.
- Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas mostrando confianza en las propias capacidades para resolverlos, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos manipulativos y útiles de las matemáticas.



Factorización y productos notables

Introducción

Factorización de polinomios

En distintas áreas de la Matemática, la factorización juega un rol de enorme importancia en el tratamiento de los objetos de estudio.

En Matemática, específicamente en Álgebra, factorizar un objeto significa descomponerlo como un producto de otros objetos de la misma naturaleza. En particular, factorizar un polinomio consiste en expresarlo como un producto de otros polinomios; cada polinomio en el producto es un factor del polinomio original.

En el estudio de esta temática los conocimientos, habilidades y experiencias adquiridas en los temas precedentes, son de gran utilidad, en particular, el estudio de los polinomios.



Francois Vieta

Matemático francés
1540- 1603

En su estudio sobre los fundamentos del Álgebra introdujo un sistema de notación que hacía uso de letras en las fórmulas algebraicas

Inicio

En este bloque podrán realizar factorizaciones básicas como: factor común, diferencia de cuadrados perfectos y trinomio cuadrado perfecto. Desarrollar o factorizar polinomios, utilizando productos notables.

Recordando

Factorizar un número consiste en expresarlo como producto de sus factores

La siguiente actividad propuesta tiene como intención recuperar información que previamente se estudió en el bloque uno y que se ocupará en el desarrollo de este nuevo bloque.



De forma individual

1) Analice con detalle los siguientes ejercicios y al obtener la solución, anoten las respuestas en los espacios correspondientes.

a. $(x + 2)(x + 5) =$

b. $(x - 1)(x - 4) =$

c. $(x + 7)(x - 3) =$

d. $(x + 8)(x + 8) =$

ii) Reflexionando en el desarrollo de los resultados.

a) ¿Qué pueden observar en el desarrollo de los ejercicios?

b) ¿Hay términos semejantes? ¿Se pueden simplificar?

c) ¿Existe una relación entre la suma o resta de los términos semejantes?



Una vez concluido el trabajo de forma individual deberán realizar la puesta en común en grupos y luego en plenario donde se aclararán las inquietudes existentes.



Desarrollo

Factor común

Se debe tener en cuenta que el factor común de un polinomio puede estar constituido solamente por un número, por una variable o por un término con parte literal y numérica.

Debe tenerse en cuenta ¿Qué es un monomio? ¿Qué es un binomio?

¿Cuántos términos tienen un trinomio?

Formule un ejemplo para cada caso

Ejercicio

Factorizar los siguientes polinomios por factor común

a) $14x^4y + 7xy^2 + 21xy$

b) $24x^2 + 12xy$

Una vez que los realicen de manera individual, constaten el resultado con las respuestas dada a continuación.

Recordando
Propiedad distributiva
 $a(b + c) = ab + ac$
 $a(b - c) = ab - ac$

a) $(7x + y + 3)(2x^2)$

b) $(4 + x)(12x)$

Ejercicio

Factorizar el polinomio $6mxy + 6mz$

Por estar $6m$ en ambos términos se puede escribir $6mxy + 6mz = 6m(xy + z)$

El primer factor de la parte derecha es $6m$, el factor común de los términos del polinomio.

$$6mxy + 6mz = (xy + z) \leftarrow 6mxy + 6mz$$

Factor común

El otro factor se halla dividiendo el polinomio original entre $6m$, o bien tachando $6m$ en cada término

Factorizar la expresión $(x - 1)x + (x - 1)3$

En este caso el factor común

$$(x - 1)x + (x - 1)3$$

Se extrae $(x - 1)(\quad)$

Reservando espacio después de el para escribir la suma de los otros factores, $x, 3$ de los productos $(x - 1)x + (x - 1)3$

Finalmente se obtiene

$$(x - 1)x + (x - 1)3 = (x - 1)(x + 3)$$

Se observa que el segundo factor de la derecha se halla dividiendo la expresión de la parte izquierda entre $(x - 1)$



Niels Henrik Abel

1802- 1829

Matemático Noruego

Fue uno de los más grandes algebristas del siglo XIX. Demostró el teorema General del Binomio

$$(x - 1)x + (x - 1)3$$



$$x + 3$$

Factor común Polinomio

Cuando el factor común es un polinomio el procedimiento para factorizar es similar al caso en que dicho factor es un monomio.

Ejercicio

Factorizar $12(x + 2)^2 (y - 3) + 14(x + 2) (y - 3)^2$

- Aquí el máximo común divisor de los coeficientes 12 y 14 es 2.
- Los polinomios que aparecen como factores comunes tomados con su menor exponente son $(x + 2)(y - 3)$.
- El producto indicado de los resultados obtenidos en 1 y 2 es $2(x + 2)(y - 3)$. Este es el factor común a extraer.
- Eliminando el factor común $2(x + 2)(y - 3)$ del polinomio original. El polinomio resultante será el segundo factor de la factorización del polinomio dado.
- Por consiguiente, el polinomio $12(x + 2)^2 (y - 3) + 14(x + 2)(y - 3)^2$ ya factorizado es igual a

$$\frac{12}{2} \frac{(x+2)^2}{(x+2)} \frac{(y-3)}{(y-3)} = 6(x+2)$$
$$\frac{14}{2} \frac{(x+2)}{(x+2)} \frac{(y-3)^2}{(y-3)} = 7(y-3)$$

Suma de los cocientes

$$6x + 12 + 7y - 21 = 6x + 7y - 9$$

$$2(x + 2)(y - 3)(6x + 7y - 9)$$

El factor $(6x + 7y - 9)$ es el cociente de la división del polinomio dado entre el factor $2(x + 2)(y - 3)$.

Algunas veces es necesario agrupar los términos del polinomio para obtener un factor común.

Factorización de la diferencia de cuadros perfectos

Una diferencia de cuadrados, como su nombre lo indica, es una expresión de la forma

$$a^2 - b^2$$

Ejercicio

Factorizar $4x^2 - 81y^2$

En este caso

$$4x^2 - 81y^2$$

Es una diferencia de cuadrados pues:

- $4x^2$, es el cuadrado de $2x$ porque $(2x)^2 = 4x^2$
- $81y^2$, es el cuadrado de $9y$ porque $(9y)^2 = 81y^2$
- La expresión dada es la resta de $4x^2$ y $81y^2$



Indique cuáles de las siguientes expresiones son diferentes de cuadrados perfectos

1. $25m^2 - 81n^2$ →
2. $144s^2 - 100h^4$ →
3. $144x^6 - 200y^2$ →
4. $25a^2 + 9b^2$ →

Nota

Se les pide que observen el video relacionado con la factorización de diferencia de cuadrados

www.e-sm.net/8smt05

Resuelva

Un centro vacacional diseñó un modelo de piscina que tiene dos secciones. Si el área de la zona de adultos se puede expresar como $x^2 - 144$. ¿Cuáles son las expresiones algebraicas para las dimensiones de esta zona?. A continuación, se presenta la siguiente figura.



Factorización de suma o diferencia de cubos

Ejercicio

Considere los siguientes productos indicados	Indique ¿Qué tienen de común los productos indicados?
1. $(5x + 2y)(25x^2 - 10xy + 4y^2)$	
2. $(3x + 7y)(9x^2 - 21xy + 49y^2)$	
3. $(6m + n)(36m^2 - 6mn + n^2)$	

La suma de dos cubos equivale al producto de dos factores: el primero, un binomio formado por las raíces cúbicas de los términos; el segundo, un trinomio cuyos términos son el cuadrado de la primera raíz menos el producto de las raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

La diferencia de dos cubos equivale al producto de dos factores: el primero, un binomio formado por la diferencia de las raíces cúbicas de los términos; el segundo, un trinomio cuyos términos son el cuadrado de la primera raíz más el producto de las raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

La factorización de la suma de dos cubos se expresa así:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

La factorización de la diferencia de dos cubos se expresa así:

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Para factorizar la suma $x^3 + 27$ se sigue el siguiente proceso	
1. Se extra la raíz cúbica el primer término	Para x^3 es $\sqrt[3]{x^3} = x$
2. Se extrae la raíz cúbica del segundo término	Para 27 es $\sqrt[3]{27} = 3$
3. Se expresa la suma de cubos como el producto de la suma de las raíces por la suma de los cuadrados de las raíces menos su producto.	$(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$

Para factorizar la suma $x^3 - 8$ se sigue el siguiente proceso	
1. Se extra la raíz cúbica el primer término	Para x^3 es $\sqrt[3]{x^3} = x$
2. Se extrae la raíz cúbica del segundo término	Para 8 es $\sqrt[3]{8} = 2$
3. Se expresa $x^3 - 8$ como el producto de la diferencia de las raíces $(x - 2)$ y la suma de los cuadrados de las raíces más el producto de las mismas, es decir $(x^2 - 2x + 4)$	$(x - 2)(x^2 - 2x + 4)$

Usando algebrator

Factorizar $216m^3 - 125n^3$

The screenshot shows the Algebrator software interface with the following steps for factorizing $216m^3 - 125n^3$:

- Initial expression: $216 m^3 - 125 n^3$
- Prime factorization of coefficients: $2^3 \cdot 3^3 \cdot m^3 - 5^3 \cdot n^3$
- Grouping into cubes: $(6 m)^3 - (5 n)^3$
- Applying the difference of cubes formula: $(6 m - 5 n) \left[(6 m)^2 + 6 m \cdot 5 n + (5 n)^2 \right]$
- Substituting the prime factors back into the binomial: $(6 m - 5 n) \left[((2 \cdot 3) m)^2 + 6 \cdot 5 m n + 5^2 \cdot n^2 \right]$
- Simplifying the binomial: $(6 m - 5 n) \left[(2 \cdot 3 m)^2 + 30 m n + 25 n^2 \right]$
- Final prime factorization of the binomial: $(6 m - 5 n) \left(2^2 \cdot 3^2 \cdot m^2 + 30 m n + 25 n^2 \right)$
- Final simplified result: $(6 m - 5 n) \left(4 \cdot 9 m^2 + 30 m n + 25 n^2 \right)$
- Final simplified result: $(6 m - 5 n) \left(36 m^2 + 30 m n + 25 n^2 \right)$

Factorizar $27x^3 + 64y^3$

GeoGebra

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda

= ≈ ✓ 15 () 7 x = x ≈ f

T

1 $27x^2+64y^2$

Factoriza: $(3x + 4y)(9x^2 - 12xy + 16y^2)$

2

Nota: para factorizar se da clic donde aparece

15
3 • 5

Entrada: ?

Factorización de trinomios cuadrados perfectos

El área de la pintura de Van Gogh está determinada por la expresión

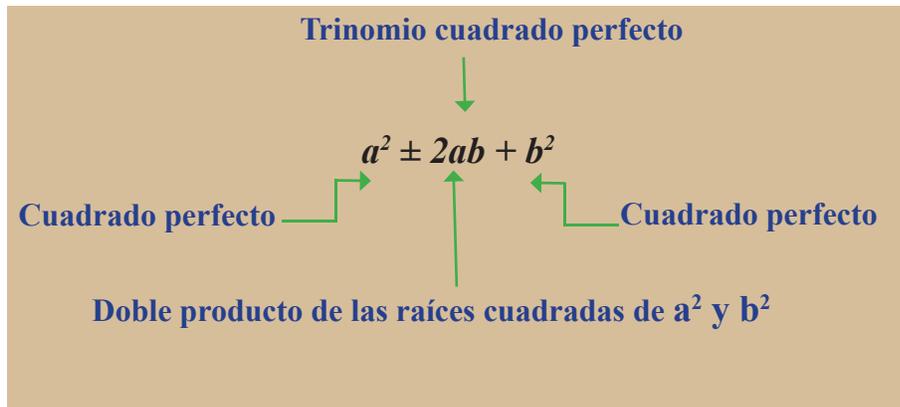
$$x^2 - 16x + 64$$

¿Cuál es la longitud de los lados de la pintura si se sabe que es cuadrada?



Para determinar los lados de la pintura se factoriza la expresión del área. En este polinomio hay tres términos.

El primero y el último son cuadrados perfectos y el valor central equivale al doble del producto de las raíces cuadradas del primero y tercer término; por ello se llama trinomio cuadrado perfecto.



Un trinomio cuadrado perfecto se factoriza como un binomio al cuadrado, de la siguiente manera:

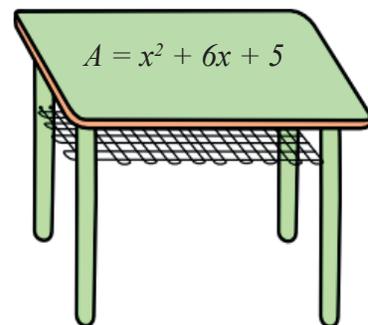
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Al factorizar la expresión del área de la pintura se obtiene que:

$$x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$$

El área de la superficie plana de un modelo de mesa rectangular está dada por la expresión $x^2 + 6x + 5$.
 ¿Cuáles serán las expresiones algebraicas para las medidas de sus lados? (Ver figura)



Factorización del trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Factorizar el polinomio $x^2 + 8x + 15$

Como se puede observar b es 8 y c es 15, se deben buscar dos números cuya suma sea 8 y su producto sea 15. O sea se buscan dos factores de 15 tales que su suma sea igual a 8. Los posibles factores junto con su suma, se muestran a continuación

a	1	15	3	5
b	15	1	5	3
a + b	16	16	8	8

Factores positivos
de 15:

1,3,15
 $3 \cdot 5 = 15$

Los números buscados son los de la cuarta columna.

Luego $x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$

Pueden tomarse también los valores de la quinta columna, resulta la misma factorización solo que los factores aparecen escritos en otro orden.

$x^2 + 8x + 15 = (x + 5)(x + 3)$

Observación:

Cuando el coeficiente de x y el término independiente sean positivos, se puede omitir aquellos pares (a, b) que difieren solo en el orden.

Recuerde que el link es <https://masmates.net/2014/10/27/usando-algebrator/>



Factorización de la forma $ax^2 + bx + c$

Multiplique $(2x + 5)(4x + 7)$

En el resultado obtenido ¿Cuál es el coeficiente del término cuadrático?

¿Cuál es el término constante?

¿Qué relación hay entre él y los términos constantes 5 y 7, de los binomios factores?

¿Cuál es el coeficiente del término lineal?

“La Matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles”

René Descartes

Resolver el siguiente ejercicio usando Algebrator

The screenshot shows the Algebrator software interface. The menu bar includes File, Edit, View, Solution, Transformation, and Help. The toolbar contains icons for New, Open, Save, Print, Solve Step, Solve All, Check Solution, Graph All, Explain, Visibility, Check Your Work, Wizard, Help, and Support. Below the toolbar, there are two tabs labeled Problem 1 and Problem 2. The main workspace shows the following steps:

$$(2x + 5)(4x + 7)$$
$$2x \cdot 4x + 2x \cdot 7 + 5 \cdot 4x + 5 \cdot 7$$
$$2 \cdot 4xx + 2 \cdot 7x + 20x + 35$$
$$8x^{1+1} + 14x + 20x + 35$$
$$8x^2 + 14x + 20x + 35$$
$$8x^2 + 34x + 35$$

El resultado de multiplicar $(2x + 5)(4x + 7)$ es $8x^2 + 34x + 35$

Por tanto, el coeficiente del término cuadrático es 8

El término constante es 35

Relación entre el y los términos constantes (**conteste**)

El coeficiente del término lineal es 34



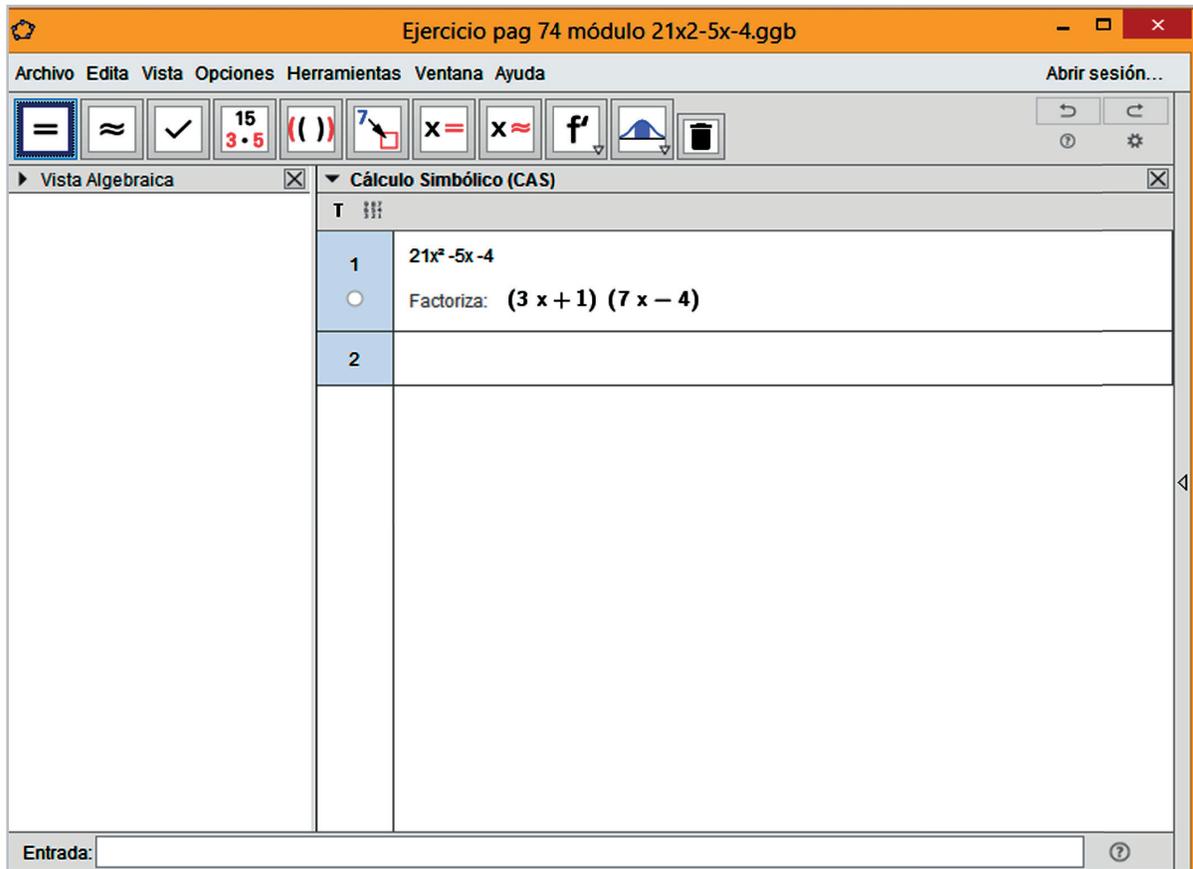
En grupos resuelvan los siguientes ejercicios

Pueden usar la aplicación que consideren conveniente

1. $21x^2 - 5x - 4$

2. $10x^2 - 13x - 30$

3. $4m^2 - 29m + 7$



Los productos notables son regularidades que se pueden calcular sin necesidad de aplicar el algoritmo de la multiplicación.

En diferentes literaturas pueden encontrar también que productos notables es el nombre que reciben aquellas multiplicaciones con expresiones algebraicas, fáciles de reconocer y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, sin verificar la multiplicación, y que cumplen ciertas reglas fijas. Su aplicación simplifica y sistematiza la resolución de muchas multiplicaciones habituales.



Para abordar los productos notables se les pide que de forma individual ingresen al siguiente link y resuelvan los ejercicios orientados.

<http://www.aulafacil.com/cursos/110673/ciencia/matematicas/fracciones-monomios-polinomios-algebra/productos-notables>

Posteriormente a la realización de los ejercicios indicados en el link consultado, ingresar al curso interactivo en línea sobre productos notables, a continuación se indica el link:

http://www.eneayudas.cl/productosnotablescurso1/factorizacin_de_la_diferencia_de_dos_cuadrados.html

Les aparecerá la siguiente pantalla

The screenshot shows a web browser window with the URL www.eneayudas.cl/productosnotablescurso1/producto_de_dos_binomios_con_trmino_comn.html. The page title is 'CURSO INTERACTIVO EN LÍNEA SOBRE PRODUCTOS NOTABLES'. The main content area is titled 'Producto de dos binomios con término común' and contains the following text:

Texto de estudio

El desarrollo del producto de dos binomios con término común es:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Demostración:

$$\begin{aligned}(x + a)(x + b) &= x^2 + xb + ax + ab \\ &= x^2 + bx + ax + ab \\ &= x^2 + ax + bx + ab \\ &= x^2 + (a + b)x + ab\end{aligned}$$

Ejemplo:

$$(x + 4)(x + 3) = x^2 + (4 + 3)x + 4 \times 3 = x^2 + 7x + 12$$

At the bottom of the page, it says: 'Obra publicada con Licencia Creative Commons Reconocimiento No comercial Compartir igual 4.0'

← → C www.eneayudas.cl/productosnotablescurso1/factorizacion_de_la_diferencia_de_dos_cuadrados.html ☆ ⋮

CURSO INTERACTIVO EN LÍNEA SOBRE PRODUCTOS NOTABLES « Anterior Siguiente »

PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN	Factorización de la diferencia de dos cuadrados
Objetivos y requisitos	
Producto de dos binomios con término común	
Cuadrado de la suma de dos términos	
Cuadrado de la diferencia de dos términos	
Factorización de trinomios	
Producto de la suma de dos términos por su diferencia	
Factorización de la diferencia de dos cuadrados	
Ejemplos 6	
Ejercicios 6	
Cubo de la suma de dos términos	
Cubo de la diferencia de dos términos	
Factorización de la suma de dos cubos	
Factorización de la diferencia de dos cubos	
Examen	

Texto de estudio

La factorización de la diferencia de dos cuadrados es:

$$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

Ejemplo:

$$x^2 - 49 = x^2 - 7^2 = (x + 7)(x - 7)$$

Obra publicada con [Licencia Creative Commons Reconocimiento No comercial Compartir igual 4.0](#)

« Anterior Siguiente »

Se presentan dos pantallas para dos tipos de ejercicios diferentes, ustedes deben dar clic a cada caso de producto notable y factorización, así como a los ejemplos y ejercicios.



Posterior al trabajo realizado de forma individual, ya sea en casa o clase, se reunirán en plenaria para comentar sobre el trabajo que realizaron y la experiencia obtenida.

En el siguiente recuadro deberán realizar sus comentarios y aportes

Una vez que se estudiaron los productos notables de forma independiente se presenta el siguiente resumen.

Productos Notables (resumen)		
$a(b + c) =$	$ab + ac$	Factor Común
$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ $(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$	$a^2 + 2ab + b^2$ $a^2 - 2ab + b^2$	Cuadrado de un binomio
$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$ $(a - b)^3 = (a - b)(a - b)(a - b)$	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	Cubo de un binomio
$(a + b)(a - b)$	$a^2 - b^2$	Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades o (binomios conjugados)
$(x + a)(x + b)$	$x^2 + (a + b)x + ab$	Producto de la forma $(x + a)(x + b)$
$(ax + b)(cx + d)$	$acx^2 + (ad + bc)x + bd$	Producto de la forma $(ax + b)(cx + d)$
$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$	$a^3 + b^3$ $a^3 - b^3$	Suma y diferencia de cubos
$(a + b + c)^2$	$a^2 + b^2 + c^2$ $+ 2ab + 2ac + 2bc$	Trinomio al cuadrado
$(a - b - c)^2$	$a^2 + b^2 + c^2$ $- 2ab - 2ac + 2bc$	
$(a + b + c)^3$	$a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b$ $+ 3a^2c + 3b^2c$ $+ 3b^2a + 3c^2a$ $+ 3c^2b + 6abc$	Trinomio al cubo



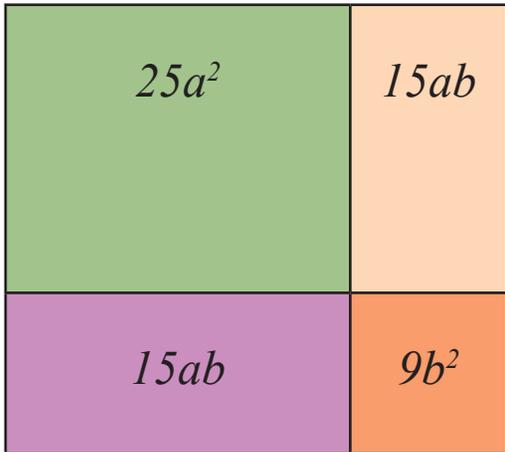
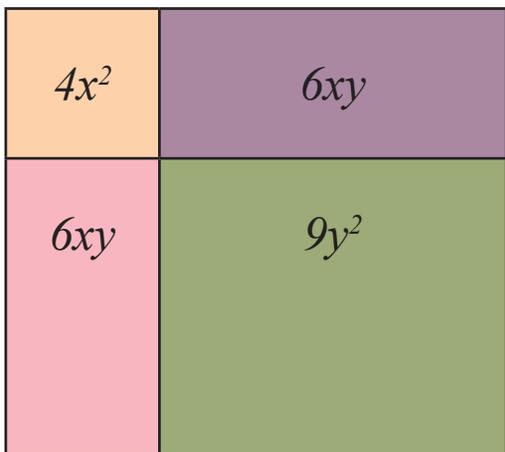
Cierre

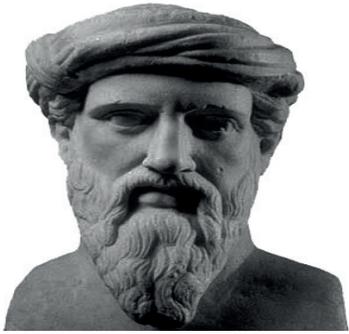
Resuelva

Coloque en los paréntesis la o las expresiones algebraicas que permitan factorizar los polinomios.

Factorización	Productos
() ()	$k^2 + 2k$
() ()	$8m^2 - 40m$
() ()	$2x^2 - 10x$
() ()	$3a^3 - 6a^2 + 12a$
() ()	$16 - 49a^2b^2$
() ($p + 2$)	$p^2 + 40p + 100$
($7m - 9$) ()	$49m^2 - 81$
() ($4m + 5$)	$12m^2 - 13m - 5$

Encuentre el polinomio que expresa el área de las figuras





De forma individual y en casa se les pide que ingresen al link que a continuación se indica y resuelvan los ejercicios planteados. Luego en plenaria discutan los resultados.

<https://www.geogebra.org/b/F6kDyFnJ#material/AvcasbB>

Les aparecerá la siguiente pantalla



Le dan clic en la parte superior donde está el número dos y aparece la siguiente pantalla:

Productos notables - Geogebra

Es seguro | <https://www.geogebra.org/b/F6kDyFnJ#material/Ebq3MNSv>

Geogebra < 2. >

Producto de dos binomios con término común (visualización geométrica)

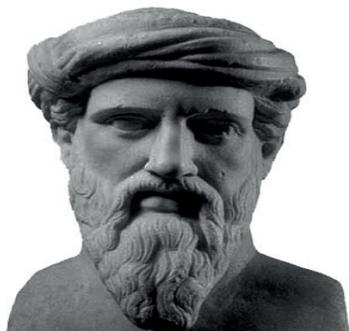
Reinicie la actividad haciendo click en "Reiniciar" (abajo a la derecha). Visualización geométrica del producto de dos binomios con término común. Para ver más ejemplos haga click en "Nuevo ejemplo".

PRODUCTOS NOTABLES
Producto de dos binomios con término común

Observe el rectángulo mayor, y compruebe que:
 $(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$

Nuevo ejemplo

Y así sucesivamente hasta llegar a la última pantalla. Se encontrarán con una serie de ejercicios que permitirá afianzar lo estudiado.



Factorizar los siguientes polinomios

1. $4x^2 - 8x + 4$

2. $x^2 - 2x + 1$

3. $x^2 - 16$

En los ejercicios a resolver puede utilizar cualquier aplicación que considere conveniente

Resuelva

1. $(x - 5)^3$
2. $(x^2 - 9)$
3. $(x + 2)^2$
4. $8x^3 + 27$
5. $8x^3 - 27$

Se sugiere consultar los siguientes link sobre los temas estudiados

<http://www.aplicaciones.info/algebra/alge09.htm>

Les aparecerá una pantalla de este tipo en donde podrán realizar cálculos interactivos.

A. Contesta con una de estas letras: a, b, c. (Si la letra toma el color rojo la respuesta es acertada)

1. Halla el cuadrado de este binomio: $(x + y)^2 =$ a. $x^2 - xy + y^2$ b. $x^2 + 2xy + y^2$ c. $x^2 + xy + y^2$	<input type="radio"/> a <input type="radio"/> b <input type="radio"/> c
2. Resuelve: $(c + d)^2 =$ a. $c^2 + 2cd + d^2$ b. $c^2 - 2cd + d^2$ c. $c^2 + cd^2 - d^2$	<input type="radio"/> a <input type="radio"/> b <input type="radio"/> c
3. Halla el cuadrado de este binomio: $(y + z)^2 =$ a. $y^2 - 2yz + z^2$ b. $y^2 + 2yz^2 + z^2$ c. $y^2 + 2yz + z^2$	<input type="radio"/> a <input type="radio"/> b <input type="radio"/> c
4. Resuelve este cuadrado de un binomio: $(a + b)^2$ a. $a^2 + 2ab + b^2$ b. $a^2 - 2ab + b^2$ c. $a^2 + 2ab^2 + b^2$	<input type="radio"/> a <input type="radio"/> b <input type="radio"/> c
5. Resuelve: $(m + n)^2 =$ a. $m^2 - 2mn - n^2$ b. $m^2 + 2mn + n^2$ c. $m^2 + 2mn^2 + n^2$	<input type="radio"/> a <input type="radio"/> b <input type="radio"/> c
6. Halla el cuadrado de este binomio: $(e + f)^2$ a. $e^2 - 2ef + f^2$ b. $e^2 + 2ef^2 + f^2$ c. $e^2 + 2ef + f^2$	<input type="radio"/> a <input type="radio"/> b <input type="radio"/> c

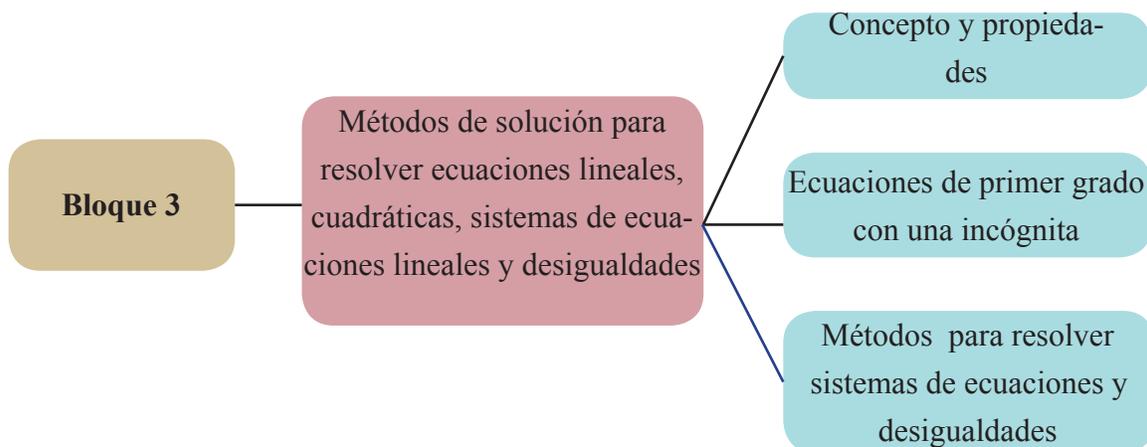
Otro link sugerido es el siguiente:

<https://www.intermatia.com/ejercicios.php>

Bloque 3

Al concluir este bloque realizarán actividades en las que podrán:

- Dominar los distintos métodos de solución para resolver ecuaciones lineales, cuadráticas sistemas de ecuaciones lineales y desigualdades lineales.
- Identificar, plantear y resolver problemas de ecuaciones, sistemas de ecuaciones de primer, segundo grado y desigualdades lineales, especificando las soluciones.
- Emplear los recursos aportados por las tecnologías actuales para obtener y procesar información, facilitar la comprensión de fenómenos dinámicos, ahorrar tiempo en los cálculos y servir como herramienta en la resolución de problemas.
- Expresarse verbalmente y por escrito en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, comprendiendo y manejando términos, notaciones y representaciones matemáticas.



Métodos de solución para resolver ecuaciones lineales, cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales y desigualdades.

Evaluación diagnóstica

Lea detenidamente los siguientes planteamientos y reflexione sobre el procedimiento que le permita obtener las soluciones. Realice el trabajo en orden y limpieza.

En el siguiente cuadro mágico la suma de las línea horizontales (**renglones**), verticales (**columnas**) y diagonales, es igual a $12a - 18b$. Encuentre los binomios faltantes y verifique que efectivamente cada línea suma $12a - 18b$.

Deben rellenar los cuadros que están en amarillo		
$2a - 3b$		$18a - 15b$
$20 - 18b$	$4a - 6b$	
		$6a - 9b$

Dado $A = 5ab + 4b^2 - 2$, $B = Bab - 6a^2 - 6a + 12$ y $c = -6a + 3b^2$, realice las siguientes operaciones.

a) $2A - B =$

b) $(A)(C) - (B)(C) =$

c) $(B - A)C =$

Llena los espacios vacíos de la siguiente tabla:

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El doble de la suma de las edades de Virginia y Alan	
La semidiferencia de los cuadrados de dos números.	
	$\sqrt{x^2 - 4x}$
La edad de Jesús es el triple de la edad de su hijo aumentada en 4 años.	
	$\frac{(x + y)^3}{4}$
El cociente de la suma de dos números y la diferencia	

Introducción

Los sistemas de ecuaciones lineales ya fueron resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud, anchura, área o volumen, sin que tuviera relación con problemas de medida. Un ejemplo tomado de una tablilla babilónica plantea la resolución de un sistema de ecuaciones en los siguientes términos:



$$1/4 \text{ anchura} + \text{longitud} = 7 \text{ manos}$$

$$\text{Longitud} + \text{anchura} = 10 \text{ manos}$$

Las ecuaciones son igualdades algebraicas que, al sustituir las letras por ciertos valores, se convierten en igualdades numéricas.

En nuestra notación el sistema es:

Anchura: x

Longitud: y

Manos: t

$$x + 4y = 28t$$

$$x + y = 10t$$

Restando la primera ecuación de la segunda se obtiene: $3y = 18t$

Luego:

$$y = 6t$$

$$x = 4t$$

Las soluciones de una ecuación son los valores que pueden tomar las incógnitas, de manera que al sustituirlos en la ecuación se satisface la igualdad.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
La diferencia entre un numero y su anterior	
La suma entre un numero par y el triple del siguiente par	
El cociente entre un numero y su mitad	
La raíz cubica del cuadrado de la suma de dos números	
Las tres quintas partes de un numero aumentado en un cuarto	
El producto de dos números aumentado en cinco	

Inicio

Muchos problemas prácticos precisan de la resolución simultánea de varias ecuaciones lineales para encontrar las soluciones comunes a todas ellas. En geometría, las rectas y planos se interpretan como soluciones de ecuaciones lineales, de modo que, la determinación de las posiciones relativas de rectas y planos equivale a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

Se debe tener en cuenta que en toda ecuación se identifican dos miembros: el primero al lado izquierdo del signo igual (=) y el segundo, al lado derecho.



Ejercicio

Del problema que se presenta a continuación, complete la siguiente tabla de acuerdo a lo que se le solicita y responda a las siguientes preguntas.

**La suma de la edad actual de Rosario y la edad que tenía hace 10 años es de 36 años
¿Qué edad tendrá Rosario dentro de 5 años?**

a) En la siguiente tabla proponga edades para Rosario de acuerdo a lo que se indica en ella.

Edad actual de Rosario	Edad que tenia Rosario hace 10 años	Suma de las edades	Edad que tendrá Rosario dentro de 5 años

b) Generalizando el problema, nombre con una letra la edad de Rosario, y encuentre una expresión algebraica para las edades restantes que aparecen en la tabla.

c) Usando las expresiones del inciso b, escriba la ecuación que modela la edad que Rosario tendrá dentro de 5 años.

d) Resuelva la ecuación y responda a la pregunta del problema arriba indicado.

Luego participen en plenaria y realicen la puesta en común.



Desarrollo

1. ¿Dé un ejemplo de una ecuación lineal en la variable x ?
2. Escriba una ecuación lineal en la variable y .
3. ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal en una variable?
4. ¿Cuál de los siguientes números es solución de la ecuación $3x - 6 = 0$
 - a) 2
 - b) 1
 - c) $\frac{1}{2}$
 - d) 3

Se llega a concluir entonces, que los valores que verifican una ecuación se denominan soluciones de la ecuación y forman el conjunto solución de dicha ecuación

Ejemplo

Incógnita

$$\underbrace{x+7}_{\text{Primer miembro de la igualdad}} = \underbrace{8}_{\text{Segundo miembro de la igualdad}}$$

Utilizando Geogebra

Ejercicio pag 88 del módulo $x + 7 = 8$.ggb

Archivo Editar Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda

1 $x + 7 = 8$

Resuelve: $\{x = 1\}$

2

Para obtener el conjunto solución se le da clic en

x =

La solución de una ecuación es reemplazar el valor obtenido en la misma y comprobar que haga cierta la igualdad.

Verificación

Verificar una ecuación es reemplazar el valor obtenido en la misma y comprobar que haga cierta la igualdad.

En el ejercicio anterior $x = 1$, entonces $1 + 7 = 8$

Recordando
La forma básica de una ecuación lineal es $ax + b$

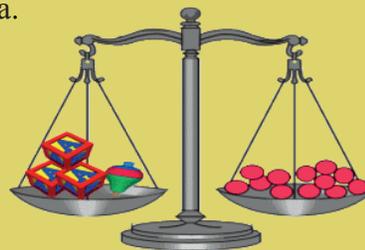
Una ecuación de primer grado con una incógnita (también llamada ecuación lineal) es una expresión de la forma $ax + b = c$, donde a, b y c son números reales y el exponente de la incógnita x es 1.

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones

Para obtener una ecuación equivalente a otra dada, se aplican las siguientes propiedades:

- ➔ Si a los dos miembros de una ecuación se le suma o resta el mismo número o una misma expresión algebraica, se obtiene otra ecuación equivalente.
- ➔ Si los dos miembros de una ecuación se multiplican o dividen por un número distinto de cero (0), se obtiene otra ecuación equivalente.

Una ecuación se puede visualizar como una balanza en equilibrio. Cada miembro de la ecuación correspondería a un platillo de la balanza.



Ejercicio

Las ecuaciones $3x + 10 = 25$ y $5x = 25$, son equivalentes pues ambas tienen como solución el valor de $x = 5$. Se observa que $3 \cdot 5 + 10 = 25$ y $5(5) = 25$

Resolver una ecuación quiere decir **despejar** la incógnita dejando la literal con coeficiente 1 en uno de los miembros de la igualdad y los valores constantes en el otro

Ejercicio

Resuelva la ecuación $3x + 5 = 12$

Afirmaciones	Razones
$3x + 5 = 12$	Hipótesis
$3x + 5 - 5 = 12 - 5$	Propiedad de la resta de la igualdad
$3x = 7$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad
$\frac{3x}{3} = \frac{7}{3}$	Propiedad de la división de la igualdad
$x = \frac{7}{3}$	Simplificación a ambos lados de la igualdad

Utilizando Geogebra

The screenshot shows the Geogebra software interface. The title bar reads "Ejercicio pág 90 del módulo 3x + 5 = 12.ggb". The menu bar includes "Archivo", "Edita", "Vista", "Opciones", "Herramientas", "Ventana", and "Ayuda". The toolbar contains various mathematical symbols and tools. The main workspace shows a list of objects:

- 1 $3x + 5 = 12$
- Resuelve: $\left\{ x = \frac{7}{3} \right\}$
- 2

At the bottom, there is an "Entrada:" field with a cursor and a small icon.

Utilizando Algebrator

The screenshot shows the Algebrator software interface. The menu bar includes File, Edit, View, Solution, Transformation, and Help. The toolbar contains icons for New, Open, Save, Print, Solve Step, Solve All, Check Solution, Graph All, Explain, Visibility, Check Your Work, Wizard, Help, and Support. Below the toolbar, there are tabs for Problem 1 and Problem 2. The main workspace displays the equation $\frac{3x}{3} = \frac{7}{3}$ and its solution $x = \frac{7}{3}$.

Resuelva la ecuación $2(3x - 4) - 5(x + 1) = 6x - (1 - 2x) + 4$

The screenshot shows the Algebrator software interface with the equation $2(3x - 4) - 5(x + 1) = 6x - (1 - 2x) + 4$ entered. The software has performed several steps to solve the equation:

$$2(3x - 4) - 5(x + 1) = 6x - (1 - 2x) + 4$$

$$(2 \cdot 3x - 2 \cdot 4) - (5x + 5) = 6x - (-2x + 1) + 4$$

$$(6x - 8) - (5x + 5) = 6x + 2x - 1 + 4$$

$$6x - 8 - 5x - 5 = 8x + 3$$

$$x - 13 = 8x + 3$$

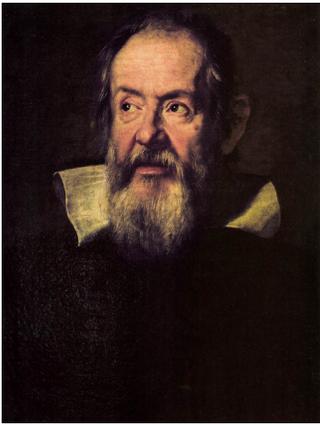
$$-7x = 16$$

$$\frac{7x}{7} = -\frac{16}{7}$$

$$x = -\frac{16}{7}$$

Ecuaciones de primer grado con la incógnita en más de un término

Cuando la ecuación tiene la incógnita en más de un término, se reducen términos semejantes para llegar a resolver una ecuación de la forma general $ax+b=c$



Ejercicio

Resolver la ecuación $x + x + 1 = 11$	
$x + x + 1 = 11$	Se agrupan las incógnitas y los términos independientes.
$x + x = 11 - 1$	Se reducen los términos semejantes
$2x = 10$	Se simplifica dividiendo entre 2
$x = 5$	Solución

Ejercicio

Resolver la ecuación $4(x + 2) - 7(x - 2) = x + 6$	
$4(x + 2) - 7(x - 2) = x + 6$	Se parte de la ecuación
$4x + 8 - 7x + 14 = x + 6$	Se aplica la propiedad distributiva
$-3x + 22 = x + 6$ $-3x - x = 6 - 22$	Se reducen términos semejantes
$-4x = -16$ $x = 4$	Se simplifica dividiendo entre 4
$x = 4$	Conjunto solución



Resuelva la ecuación- $\frac{2}{5} (10x - 5) + 6 = 4 (x - 2)$

File Edit View Solution Transformation Help

New Open Save Print Solve Step Solve All Check Solution Graph All Explain Visibility Check Your Work Wizard Help Support

Problem 1 Problem 5 Problem 6

$$-\frac{2}{5}(10x-5)+6=4(x-2)$$

$$-\frac{2(10x-5)}{5}+6=4(x-2)$$

$$-\frac{2((2 \cdot 5)x-5)}{5}+6=4(x-2)$$

$$-(2(2x-1))+6=4(x-2)$$

$$-(2 \cdot 2x-2)+6=4(x-2)$$

$$-(4x-2)+6=4(x-2)$$

$$-4x+2+6=4(x-2)$$

$$-4x + 8 = 4(x - 2)$$

$$-4x + 8 = 4x - 4 \cdot 2$$

$$-4x + 8 = 4x - 8$$

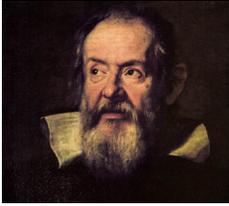
$$-8x = -16$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{16}{8}$$

$$x = \frac{2^4}{2^3}$$

$$x = 2^{4-3}$$

$$x = 2$$



Resuelva

La edad de Josefa excede en 3 años la edad de Estela. La edad de María es la mitad de la edad de Estela. La suma de las tres edades es 93 años.

¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa el enunciado anterior?

a) $(x + 3) + x + \frac{x}{2} = 93$

b) $(x - 3) + x + \frac{x}{2} = 93$

c) $\left(\frac{x}{2} + 3\right) + x + \frac{x}{2} = 93$

d) $\left(\frac{x}{2} - 3\right) + x + \frac{x}{2} = 93$

Se entiende por **despejar** dejar sola la incógnita o literal con coeficiente 1 en uno de los miembros de la igualdad de una ecuación.

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita

Ecuación de segundo grado: es toda ecuación en la cual una vez simplificada, el mayor exponente de la incógnita es 2.

Veamos algunos ejemplos.

$$4x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x^2 + 11x + 24 = 0$$

También podemos decir que una ecuación de segundo grado es toda ecuación de la forma

$$Ax^2 + BX + C = 0$$

Las ecuaciones de segundo grado pueden ser de dos formas: completas e incompletas.

Las ecuaciones completas de segundo grado son de la forma $Ax^2 + BX + C = 0$, que tienen un término en x^2 , un término en x , y un término independiente de la x .

Las ecuaciones incompletas de segundo grado son las ecuaciones de la forma $Ax^2 + C = 0$, estas carecen o le falta el término en x o de la forma $Ax^2 + C = 0$ que carecen o le falta el término independiente.

Ejemplo

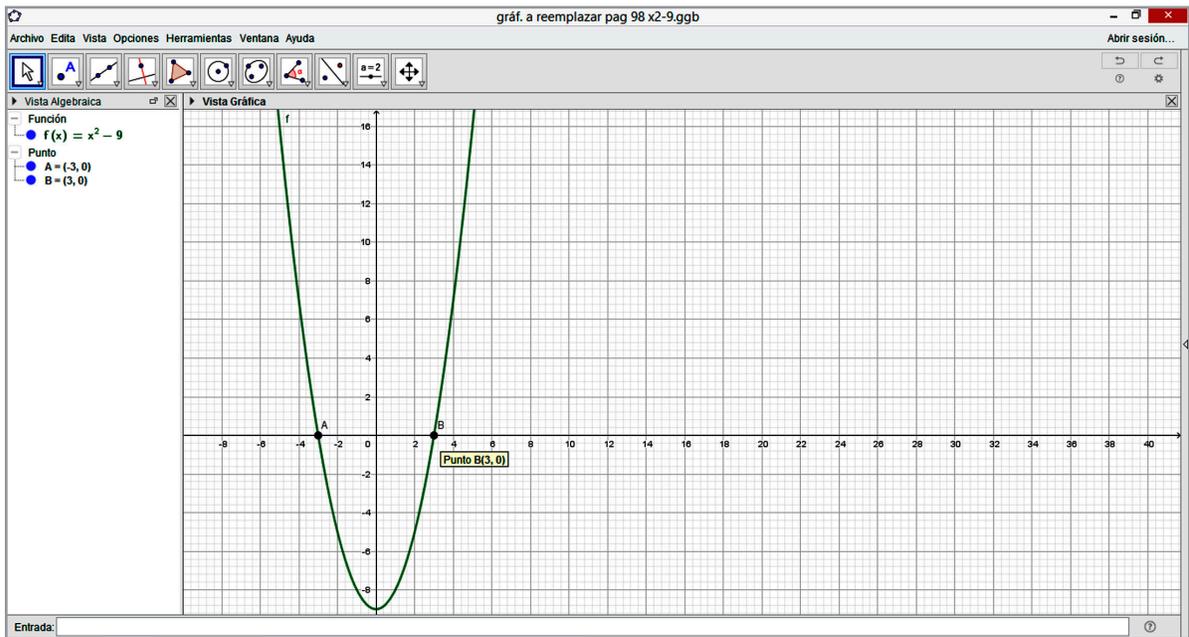
$$x^2 - 9 = 0$$

$$3x^2 + 5x = 0$$

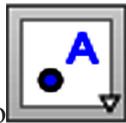
Fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Graficamento

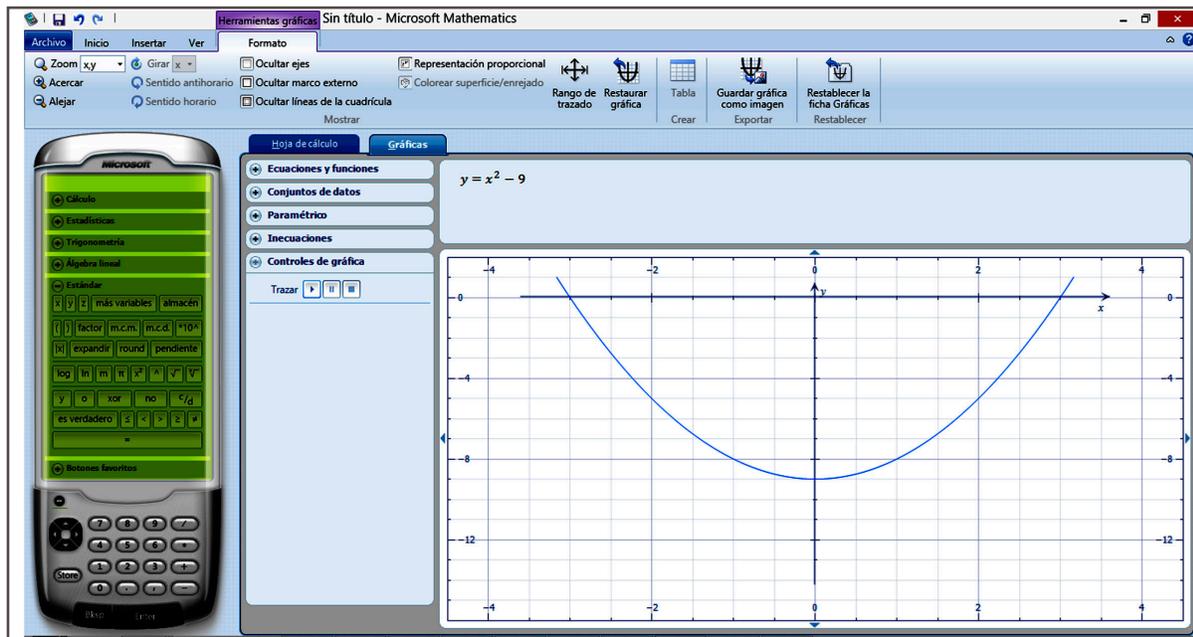


Las raíces de $x^2 - 9$ son $(-3, 0)$ y $(3, 0)$



Este ícono en donde se observa un punto acompañado de la letra A permite seleccionar la opción nuevo punto y marca un punto cualquiera del eje de abscisas. Verán como se ha creado un punto A y en la ventana algebraica se muestran sus coordenadas. Se selecciona la herramienta de desplazar y mueve el punto creado

Usando Matematicas



En el ícono que dice controles de gráfico dar clic y se va moviendo este recuadro hasta llegar a los interceptos.

Conjunto solución $\{-3, 3\}$

Sistemas de ecuaciones lineales $2x \ 2$

Métodos algebraicos



Resolver el sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 & \text{ec. 1} \\ x - y = 1 & \text{ec. 2} \end{cases}$$

Por sustitución	Por igualación	Por suma o resta
<p>Consiste básicamente en despejar una de las incógnitas de una de las ecuaciones y sustituir (como su nombre lo indica) su valor en la otra ecuación, quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece, tal como se procedió en los ejercicios anteriores.</p>	<p>Consiste en despejar de ambas ecuaciones la misma incógnita, después se igualan (como su nombre lo indica) los resultados obtenidos, quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece, tal como se procedió en los ejercicios anteriores.</p>	<p>Consiste en igualar los coeficientes numéricos de una de las dos incógnitas procurando que queden con signo contrario para que se puedan eliminar, después se suman o restan los términos semejantes de las ecuaciones obtenidas (de allí el nombre del método), quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece, tal como se procedió en los ejercicios anteriores.</p>
<p>También pueden utilizar el método de determinantes para resolver sistemas de ecuaciones.</p>		

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 & \text{ec. 1} \\ x - y = 1 & \text{ec. 2.} \end{cases}$$

Se despeja la letra más sencilla en cualquier ecuación.

Despejando x en la segunda ecuación se tiene

$$x = 1 + y, \text{ esta sería la ecuación } 3$$

Como ya despejamos x pasamos a reemplazar en la ecuación 1

Esto significa que el valor de la letra $y = 2$

$$2x + 3y = 12 \text{ (sustituyendo)}$$

$$2(1 + y) + 3y = 12$$

$$2 + 2y + 3y = 12$$

$$2 + 5y = 12$$

$$5y = 12 - 2$$

$$5y = 10$$

$$y = 10 / 5$$

$$y = 2$$

“Los números gobiernan el mundo”
Pitágoras

El último paso es reemplazar el valor de y , se puede hacer en cualquiera de las dos ecuaciones, en este caso lo haremos en la ecuación I .

$$x = 1 + y$$

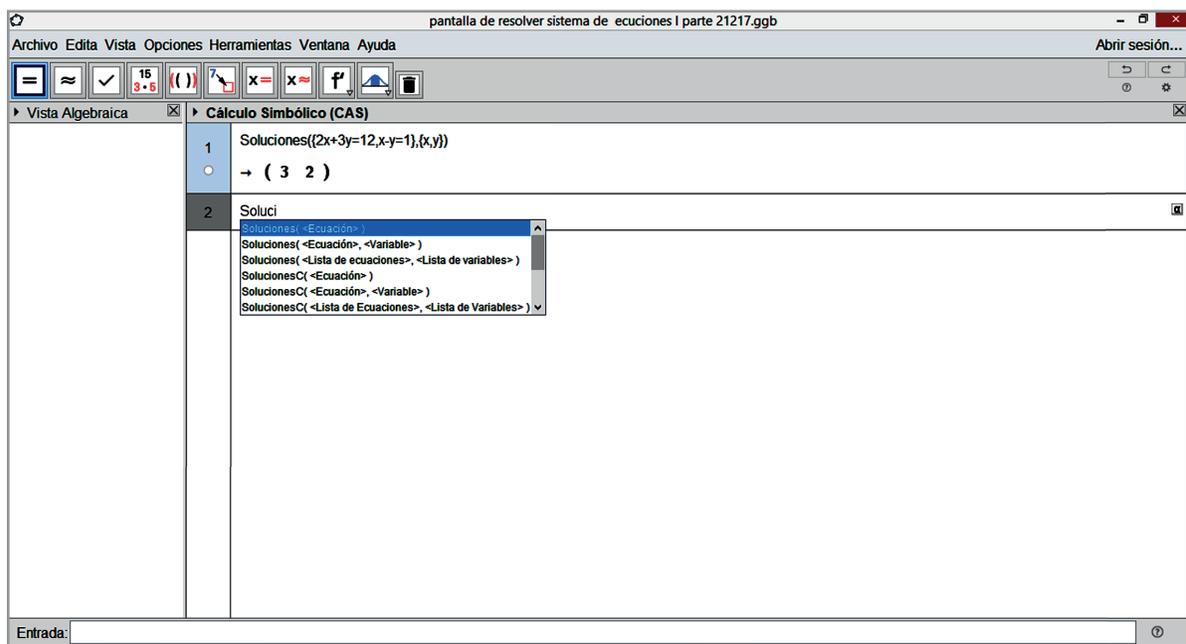
$$x = 1 + 2$$

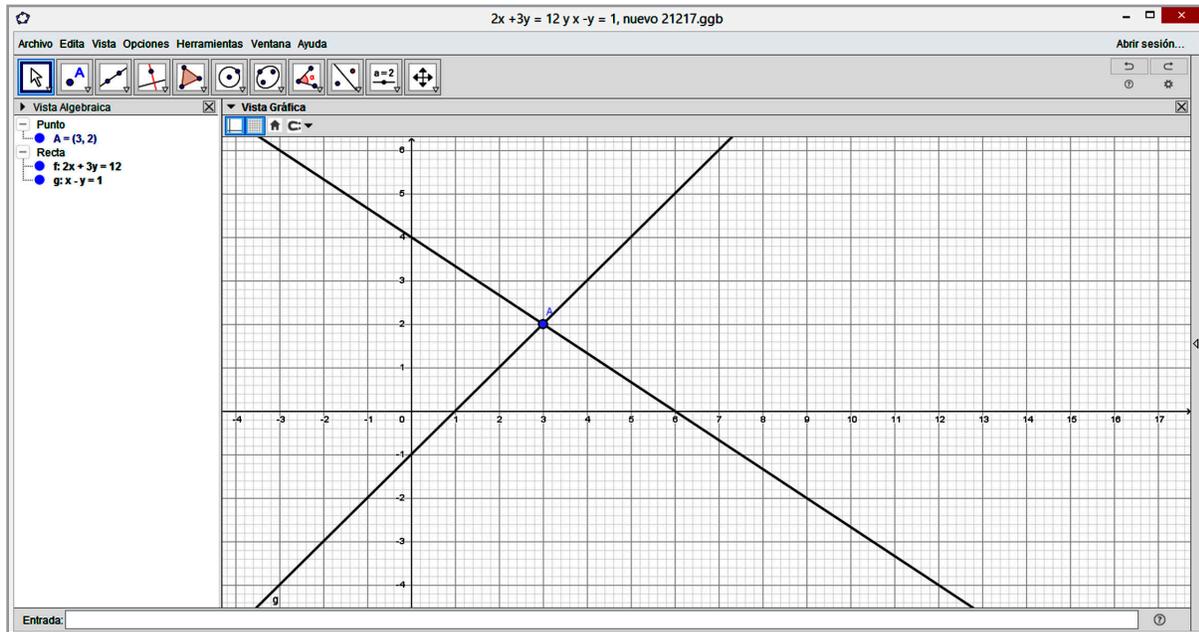
$$x = 3$$

Conjunto solución (3, 2), $x = 3$, $y = 2$

Comprobando en Geogebra

Para encontrar el conjunto solución de la ecuación escribe en la línea la palabra solución y se le despliega el cuadro que aparece a continuación, entonces le da clic en la segunda línea e ingresa la ecuación deseada.

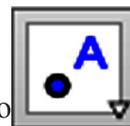


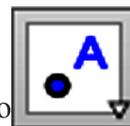


Recuerden el significado del punto en el gráfico

Procedimiento para graficar en Geogebra

- 1) Se ingresa la primera ecuación y se da enter, se tiene graficada la primera recta.
- 2) Se hace lo mismo con la segunda ecuación.
- 3) Una vez que se tienen las dos rectas representadas gráficamente, se busca el punto de intersección de las dos rectas, que va a coincidir con la solución del sistema de forma analítica.



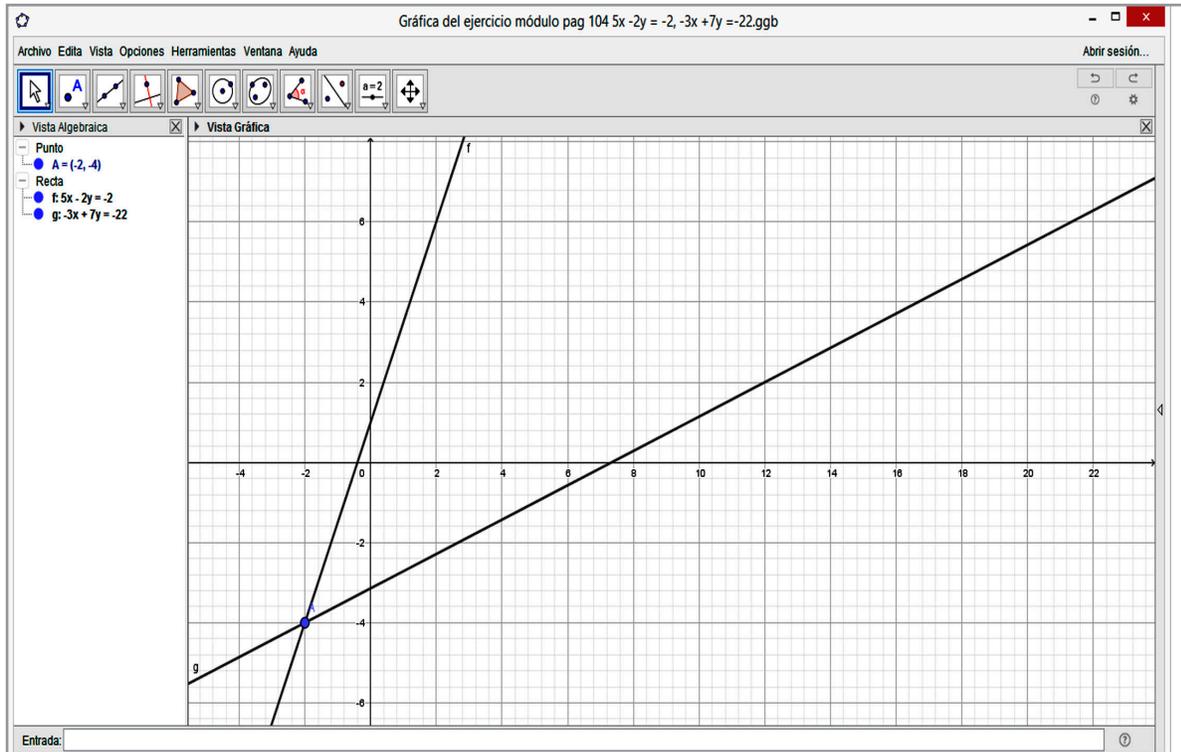
- 4) Para encontrar la intersección de las dos rectas se da clic en el ícono , luego se le da en intersección de dos rectas (intersección de dos rectas).
- 5) Se hace clic en la primera recta y luego en la segunda y da el punto **A**. El punto **A** tiene de coordenadas **3** en **x** y **2** en **y**. Esta es la solución del sistema de ecuación lineal en dos incógnitas en forma analítica.
- 6) Gráficamente se puede visualizar que las dos rectas se cortan en el punto (3,2)
- 7) En vista utilizar la cuadrícula y se visualiza mejor las coordenadas del punto **A**.

Nota: si se presenta alguna dificultad para graficar en Geogebra pueden consultar el siguiente link
<https://www.youtube.com/watch?v=j6Zuc>



Graficar:

$$\begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ -3x + 7y = -22 \end{cases}$$



Recuerden el significado del punto en el gráfico

A continuación se les indica el siguiente link <http://math2me.com/playlist/algebra>
Le dan clic donde dice Álgebra, luego clic en ecuaciones. En este link encontrarán ejercicios de los diferentes temas antes estudiados, los que pueden resolver.

También pueden ingresar desde www.math2me.com

De igual manera pueden ingresar a <https://www.matesfacil.com/ESO/Ecuaciones/resueltos-problemas-sistema.html>

Desigualdades lineales

Para recordar y reflexionar

“No hay rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real”

Nikolay Lobachevsky

Rosa de 15 años es menor que su hermano de 20 años, la relación entre las edades la expresamos con ayuda del símbolo $<$, escribiendo $15 < 20$, pueden ser lo contrario $20 > 15$

Se denomina desigualdad a la comparación que se establece entre dos expresiones reales, mediante los signos de relación $<$, $>$, \leq , \geq

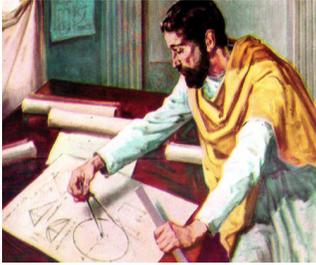
Siendo, a y b números reales:

$a > b$ *a mayor que b*

$a < b$ *a menor que b*

$a \geq b$ *a mayor que b*

$a \leq b$ *a menor que b*



En equipos resolver las siguientes desigualdades

$$3x + 1 > 2$$

GeoGebra

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda

Abrir sesión...

Vista Algebraica Cálculo Simbólico (CAS)

1	$3x+1>2$
<input type="radio"/>	Resuelve: $\left\{x > \frac{1}{3}\right\}$
2	$3(x-1)\leq 9$
<input type="radio"/>	Resuelve: $\{x \leq 4\}$
3	

Entrada: Internet Explorer

Resolver $9x - 3 < 2x - 5$

The screenshot shows the Algebrator software interface with the following components:

- Title Bar:** Algebrator - Unnamed Workspace
- Menu Bar:** File, Edit, View, Solution, Transformation, Help
- Toolbar:** Includes icons for New, Open, Save, Print, Solve Step, Solve All, Check Solution, Graph All, Explain, Visibility, Check Your Work, Wizard, Help, and Support.
- Problem 1:** A workspace with a vertical red line on the left and horizontal blue lines for text entry.
- Solution Steps:**
 - Initial inequality: $9x - 3 < 2x - 5$
 - Subtraction step: $7x < -2$
 - Division step: $\frac{7x}{7} < -\frac{2}{7}$
 - Simplified inequality: $x < -\frac{2}{7}$
 - Final solution set: $x \in \left(-\infty, -\frac{2}{7}\right)$ labeled as "Conjunto solución".

Cierre
Tome en cuenta lo estudiado

Se recuerda hacer uso de software para resolver los ejercicios planteados

Con ayuda de los ejercicios antes resueltos y usando las aplicaciones que considere conveniente, resuelva los siguientes ejercicios:

- 1) Encontrar el conjunto solución de $x^2 + 4x + 3 = 0$

Recordando la fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- 2) Encontrar el conjunto solución de:

$$20 - 7x = 6x - 6$$

$$7x + 2 = 10x + 5$$

$$6x - 5 = 8x + 2$$

$$4x + 4 + 9x + 18 = 12(x + 2)$$

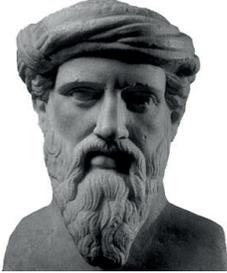
- 3) Resuelva el siguiente sistema de ecuación y graficar haciendo uso de geogebra y wiris

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$



“Espejo precioso”
Chino
Chu Shih-Chieh fue el último y más importante matemático chino del período Sung (960-1279). Su obra más importante fue SSu-yüan yü-Chieh o “Espejo Precioso de los Cuatro Elementos”. En este libro se estudian ecuaciones y sistemas hasta de grado 14

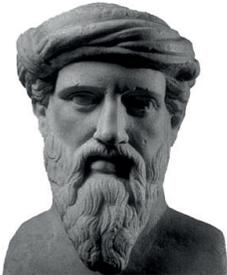
- 4) Encuentre el conjunto solución de la siguiente desigualdad
 $3(x + 1) < 2 + 5x$



Autoevaluación

Responda las siguientes preguntas

1. ¿Qué es una ecuación?
2. ¿Qué significa resolver una ecuación?
3. Enumere los tipos de ecuaciones estudiados
4. ¿Qué entiende por desigualdad lineal?



Coevaluación

1. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $x - 5 = 16$

b) $-2x + 4 = 12$

c) $(x - 1)(x + 3) = (x + 2)(x - 3)$

2. La edad de Lucrecia aumentada en 15 es igual a 54. Determine la edad de Lucrecia.
3. El producto de un número disminuido en uno y el mismo número aumentado en 2, equivale al producto del mismo número disminuido en 3 y su conjugado. ¿Cuál es el número?
4. Construya un problema en el que aplique las desigualdades lineales

Bibliografía

- Alem, J. (1990). *Nuevos juegos de ingenio y entretenimiento matemático*. Barcelona, España: Gedisa.
- Boyer, C. (2007). *Historia de la matemática*. España: Alianza Editorial.
- Centeno, J. (1997). *Matemáticas: cultura y aprendizaje*. España: Síntesis.
- Departamento de Creación Editorial de Lexus Editores. (2008). *Manual de preparación Pre-Universitaria Álgebra*. Perú: Lexus. Obtenido de <https://goo.gl/F8nFV9>
- Departamento de Pedagogía. (2007). *Álgebra* (2a ed.). Bogotá, Colombia: Trilce.
- Díez, C., Ariza Gómez, E., Breña Valle, V., Fernández García, J., Morales Alquicira, A., Narro Ramírez, A. E., . . . Rendón Trejo, A. (2001). *Álgebra Básica*. Soluciones con el paquete Mathematica. México: Servicios y publicaciones grande.
- Dirección General de Materiales y Métodos Educativos de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal. (2001). *Matemáticas: Libro para el maestro* ((2a ed.). México: McGrawm -Hill. Obtenido de <https://goo.gl/CdCQnb>.
- Gavilán, P. (1999). *Álgebra en secundaria*. España: Narcea. Obtenido de <https://goo.gl/3WJ-V2E>.
- Godino, J.(2004). *Matemática para maestros: Manual para el estudiante*. España: GAMI, S.L. Obtenido de <https://goo.gl/w8h1vr>
- Ministerio de Educación. (2016). *Matemática noveno* (1a. ed.). Ecuador: SMEcuaediciones.
- Sada, M. (2007). *Productos notables con Geogebra*. Obtenido de <https://goo.gl/ayKavZ>.