UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA
FAREM MATAGALPA

SEMINARIO DE GRADUACIÓN
Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Matemática

Tema
Resolución de problemas en Geometría Plana, aplicando el método de Polya, ciclo básico de secundaria, departamento Matagalpa, segundo semestre 2017.

Subtema
Resolución de problemas con teorema de Pitágoras aplicando el método de Polya, noveno grado, turno matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre, 2017.

Autor
Br. Jorge Luis Herrera García

Tutor
MSc. Rudys de Jesús Martínez

Enero, 2018

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA

FAREM MATAGALPA

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Matemática

Tema

Resolución de problemas en Geometría Plana, aplicando el método de Polya, ciclo básico de secundaria, departamento Matagalpa, segundo semestre 2017.

Subtema

Resolución de problemas con teorema de Pitágoras aplicando el método de Polya, noveno grado, turno matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre, 2017.

Autor

Br. Jorge Luis Herrera García

Tutor

MSc. Rudys de Jesús Martínez

Enero, 2018

Tema:

Resolución de problemas en Geometría Plana, aplicando el método de Polya, ciclo básico de secundaria, departamento Matagalpa, segundo semestre 2017.

Subtema:

Resolución de problemas con teorema de Pitágoras aplicando el método de Polya, noveno grado, turno matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre, 2017.

Dedicatoria

Le dedico este seminario primeramente a Dios, que por su gran misericordia me ha dado la vida y la salud para estar aquí y así poder dar este gran paso; un triunfo en mi vida profesional y una nueva oportunidad de seguir alcanzando metas.

A mis padres Antonio Enrique y Martha Isabel, que siempre han estado cerca de mí para ayudarme cuando más lo he necesitado y me han enseñado a luchar para cumplir mis metas, sin rendirme hasta saborear la victoria.

A mi esposa Paola Steffi quien ahora es mi apoyo, a mis hijos Adela Guadalupe y Mateo Rafael quienes son mi inspiración para seguir adelante y cumplir toda meta que me propongo, con la esperanza de ser ejemplo para ellos y que se sientan orgullosos de tener un buen padre, preparado profesionalmente.

A los seres que ya no están físicamente y que el día de hoy no me acompañan, pero que fueron parte importante de mi formación para ser la persona que hoy soy.

Jorge Luis Herrera García

Agradecimiento

A Dios por darme la vida, salud, fuerza y sabiduría para alcanzar cada una de las metas que me he propuesto, por ser mi impulso espiritual, y quién renueva mi la voluntad para seguir adelante.

A mis padres, por todo el sacrificio que han hecho por mí desde que nací hasta el día de hoy y por el que seguirán haciendo; por tenderme la mano aun cuando se les hiciese difícil. Por su gran amor hacia mí, sin esperar algo a cambio.

Y a todos los profesores que he tenido durante mi vida escolar que comenzó aproximadamente hace 20 años, hasta los que hoy me han acompañado para llegar aquí, por haberme formado en valores cívicos y morales, en actitudes y en conocimiento.

También agradezco a la comunidad del centro educativo, Instituto Nacional Eliseo Picado, al director y subdirector del centro por permitirme y ayudarme en el desarrollo de la investigación, a los colaboradores con ésta, por su comprensión, buen recibimiento y amabilidad, cuando me hice presente en el lugar y por su disposición en lo que requerí.

Jorge Luis Herrera García

Carta aval

Por este medio avalo la entrega para su debida defensa ante el tribunal examinador del informe final del seminario de graduación para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Matemática, que lleva por nombre:

Resolución de problemas en Geometría plana aplicando el método de Polya ciclo básico de Secundaria departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.

Resolución de problemas con el teorema de Pitágoras, aplicando el método de Polya, noveno grado, turno matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre 2017.

Autor

Br. Jorge Luis Herrera García. N° Carné: 13062711

Considero que el informe final reúne los requisitos básicos establecidos en el Reglamento de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-Managua, se ha cumplido con la metodología propuesta para desarrollar el seminario, así mismo la estructura obedece a lo contemplado en la normativa de la Universidad.

MSc. Rudys de Jesús Martínez

Tutor

UNAN Managua, FAREM Matagalpa

ÍNDICE

Dedicatoria i
Agradecimiento ii
Carta aval iii
Resumen vi
I. Introducción 1
II. Justificación 4
III. Objetivos 5
IV. Desarrollo de subtema 6
4.1 Resolución de problemas con teorema de Pitágoras 6
4.1.1 Concepto de enseñanza 6
4.1.2 Concepto de aprendizaje 6
4.1.2.1 Tipos de aprendizaje 7
4.1.2.1.1 Aprendizaje significativo 8
4.1.3 Transposición didáctica 9
4.1.4 Contrato didáctico 10
4.1.5 Resolución de problemas 11
4.1.5.1 Concepto de ejercicio 11
4.1.5.2 Concepto de resolución de problemas 11
4.1.5.3 Diferencia entre resolución de problemas y ejercicio 12
4.1.5.4 Importancia de la resolución de problemas 14
4.1.5.5 Contextos de Problemas de la Resolución Problemas 16
4.1.5.5.1 Contexto real 16
4.1.5.5.2 Contexto Realístico 16
4.1.5.5.3 Contexto Matemático 17
4.1.5.5.4 Contexto Manipulativo y/o Recreativo 17
4.1.5.6 Factores que influyen en la resolución de problemas 18
4.1.5.6.1 Creencias 18
4.1.5.6.2 Actitudes 19
4.1.5.6.3 Emociones 19
4.1.6 Teorema 20

4.1.6.1 Generalidades 20
4.1.6.1.1 Triángulo rectángulo 20
4.1.6.1.1.1 Elementos del triángulo rectángulo 21
4.1.6.1.1.1.1 Segmentos del triángulo rectángulo 21
4.1.6.1.1.1.2 Ángulo recto del triángulo rectángulo 22
4.1.6.2 Teorema de Pitágoras 23
4.1.7 Modelos Matemáticos para la Resolución de Problemas 27
4.1.7.1 Allan Schoenfeld 28
4.1.7.2 Mason, Burton y Stacey 29
4.1.7.3 Miguel de Guzmán 30
4.2 George Polya 31
4.2.1 Aportes de George Polya 31
4.2.2 Concepto de método de Polya 33
4.2.3 Fases del Método de Polya 34
4.2.3.1 Primera fase: Comprender el problema 34
4.2.3.2 Segunda fase: Concebir un plan 34
4.2.3.3 Tercera fase: Ejecución del plan 35
4.2.3.4 Cuarta fase: Visión retrospectiva 35
4.3 Propuesta sobre resolución de problemas con Teorema de Pitágoras aplicando el Método de Polya 37
4.3.1 Introducción de la propuesta 37
4.3.2 Objetivos de la propuesta 37
4.3.3 Resolución de problemas con el Teorema de Pitágoras 38
V. Conclusiones 58
VI. Referencias 59
Anexos

Resumen

En este trabajo se desarrolla la resolución de problemas en Geometría Plana, aplicando el método de Polya, ciclo básico de secundaria, departamento Matagalpa, segundo semestre, 2017, debido a la relevancia que tiene una unidad como la Geometría en la vida cotidiana.

Abordándose como subtema la resolución de problemas con Teorema de Pitágoras aplicando el método de Polya, noveno grado, matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre, 2017; donde se enfatiza que todo contenido debe de tener su aplicación.

Esta investigación tiene como propósito analizar la resolución de problemas en Geometría Plana, aplicando el método de Polya, ciclo básico de secundaria, departamento Matagalpa, segundo semestre 2017, debido a que esta unidad es una de las afectadas continuamente, por encontrarse al final de los programas que corresponden a los diferentes grados de educación y por esto normalmente es ignorada por investigadores.

El desarrollo de esta investigación se hace esencial debido a que la resolución de problemas en este contenido específico, es necesaria y se puede decir que casi exigida, para poder generar en el estudiante un conjunto de habilidades y destrezas dentro de la Matemática y en su vida personal, que formen un verdadero aprendizaje significativo, el cual debe ser el centro de todo proceso educativo.

Como conclusión principal, se obtuvo que la resolución de problemas con teorema de Pitágoras aplicando el método de Polya, no se llevó a cabo en el nivel escogido ya que en el desarrollo de la clase no se aplicó el método de Polya.

I. Introducción

La Matemática es una disciplina que contribuye a desarrollar las habilidades, destrezas y capacidades de analizar y comprender todo fenómeno y situaciones de la vida cotidiana. Además, constituye un lenguaje y marco indispensable para diferentes ciencias que hacen uso de algunos campos Matemáticos y objetos de saber, razón por la cual debe considerarse como un área prioritaria en el estudio de los distintos niveles de la educación.

Este trabajo investigativo que aborda resolución de problemas con teorema de Pitágoras, aplicando el método de Polya, noveno grado, matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre, 2017; posee los siguientes aspectos: un enfoque cuantitativo, con algunos elementos cualitativos, la información recopilada a través de diferentes técnicas de recolección de datos, se procesó y permitió el análisis de las variables en estudio, resolución de problemas con Teorema de Pitágoras y método de Polya.

Se tomó como tema de la investigación la resolución de problemas con teorema de Pitágoras, aplicando el método de Polya, noveno grado, matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre, 2017, razón por la cual se ha consultado en bibliografías que posee la biblioteca de la UNAN FAREM Matagalpa, con la finalidad de recopilar alguna información relevante a este contenido.

En dicha biblioteca, se encontraron seminarios de Kraudy y Hernández (2013) en su seminario "Modelos de resolución de problemas de ecuaciones lineales con una variable, octavo grado, Instituto Nacional de la Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2013" concluyeron que, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de ecuaciones lineales con una variable, no se resolvieron problema de aplicación.

Además, se encontró un seminario de Granados y Laguna (2013), titulado "Modelos de resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas, noveno grado, Colegio Waswalí Abajo, Matagalpa, segundo semestre, 2013" y concluyeron que, durante el proceso enseñanza y aprendizaje de ecuaciones cuadráticas se resolvieron solamente ejercicios, debido a que en su totalidad los estudiantes encuestados contestaron que sólo resolvieron ejercicios. Estas investigaciones mencionadas no tienen una relación cercana a la investigación en estudio ya que se desarrollan en la unidad de Álgebra.

El tipo de investigación es descriptiva, y con la información recopilada se describió la forma con la que se desarrolló la resolución de problemas con Teorema de Pitágoras aplicando el método de Polya.

El diseño fue no experimental, de corte transversal, ya que únicamente se describió la resolución de problemas con teorema de Pitágoras y método de Polya, el cual se realizó en el segundo semestre del 2017, debido a que en ese tiempo se logró estudiar la temática de interés de acuerdo a los objetivos planteados.

Se aplicó el método teórico en la búsqueda de antecedentes, fundamentación documental teórica, según el punto de vista de distintos autores sobre la temática. Se realizó análisis entre lo que expresaron las personas encuestadas y la entrevistada. Además, se aplicó el método empírico en la recolección de datos, aplicando la entrevista a la docente respectiva y las encuestas a los estudiantes del año académico correspondiente.

La población total en estudio, correspondió a 258 estudiantes de noveno grado, distribuidos en seis secciones, además de una docente de Matemática, donde la muestra respectiva fue de 73 estudiantes los cuales fueron seleccionados al azar de manera que todos y cada uno de ellos tuvieran la misma probabilidad de participar en la recolección de datos. Esta muestra fue seleccionada a través de la ecuación $n = \frac{Npq}{(N-1)D+pq}$, donde $D = \frac{B^2}{4}$ es una constante que depende del valor que tome B; $p = 0.5$ es la probabilidad de éxito, $q = 0.5$ la probabilidad de fracaso, $B = 10\% = 0.1$ el margen de error y la población conocida $N = 258$.

Los ítems de los instrumentos primeramente fueron planteados en la operacionalización de variables y luego se agregaron a dichos instrumentos, los cuales fueron la encuesta a los estudiantes seleccionados de noveno grado y la entrevista a la docente de Matemática, correspondiente de impartir clase a dichas secciones.

Con los datos obtenidos de la aplicación de los instrumentos, se elaboraron tablas de resultados para procesar la recolectada a través del cálculo electrónico de la aplicación tecnológica IBM SPSS editor de datos.

Para la base científica de trabajo investigativo se consultaron textos existentes en la biblioteca de la UNAN FAREM Matagalpa, textos propios de los estudiantes otorgados por el estado y textos en existencia en la biblioteca departamental, Biblioteca Central, además de algunos libros de autores extranjeros obtenidos de páginas de internet.

II. Justificación

El teorema de Pitágoras abordado, en el ciclo básico, noveno grado, en la unidad de Geometría Plana para triángulos rectángulos, se seleccionó para esta investigación porque se considera una parte fundamental en los estudiantes que cursan su secundaria con lo que respecta a la resolución de problemas. Esto, se debe a que permiten al estudiante un aprendizaje significativo y al docente mejoras en el proceso de enseñanza aprendizaje, sin embargo a causa del poco tiempo y disponibilidad de los docentes no se aborda la resolución de problemas en las temáticas.

La importancia de resolver problemas con teorema de Pitágoras aplicando el método de Polya, es que permite que se familiaricen con el proceso, tanto docentes como estudiantes, siendo esta tarea de gran ayuda debido a la manera práctica y continua de su aplicación

Hoy en día, muchos de los estudiantes egresados de secundaria optan por hacer el examen de admisión en universidades públicas, donde deberán resolver ejercicios y problemas. Si estos no están familiarizados con la aplicación de los contenidos, los resultados son negativos para los educandos, lo que limita su preparación como futuros profesionales del país.

Esta investigación, beneficia a docentes de la disciplina de Matemática y estudiantes de secundaria, del Instituto Nacional Eliseo Picado, porque les permitirá enriquecer sus conocimientos y reconocer la relación con su entorno, además servirá de referencia bibliográfica para futuras investigaciones que involucren la resolución de problemas sobre el teorema de Pitágoras y la aplicación del método de Polya.

III. Objetivos

GENERAL:

Analizar la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas con el teorema de Pitágoras, noveno grado, matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre 2017.

ESPECÍFICOS:

1. Identificar la resolución de problemas con Teorema de Pitágoras aplicando el método de Polya en noveno grado.
2. Describir la aplicación de la resolución de problemas con teorema de Pitágoras aplicando el método de Polya en noveno grado.
3. Proponer ejemplos sobre resolución de problemas con Teorema de Pitágoras con la aplicación del método de Polya en noveno grado.

IV. Desarrollo de subtema

4.1 Resolución de problemas con teorema de Pitágoras

4.1.1 Concepto de enseñanza

Según Rotger (1978), expresa en su libro sobre pedagogía, que la enseñanza es aquella actividad que se lleva a cabo organizando y esquematizando las situaciones, que se realizan dentro del aula por el docente y en pro de los estudiantes, de forma que estos reaccionen produciendo estímulos a lo que ven y sienten y así, puedan actuar por su cuenta y se interesen por lo enseñado.

Además, la enseñanza no se desarrolla únicamente dentro del aula, sino fuera de ella, ya sea en sus hogares, bibliotecas o por medio de sus celulares, aquí la motivación del estudiante es indispensable.

Estos son capaces de llegar a formar hábitos donde se genere enseñanza por su propia cuenta, guiado por los estímulos que se han generado dentro del aula y que proporcionan a cada uno un deseo de auto enseñanza, el cual puede ser o no saciado.

4.1.2 Concepto de aprendizaje

El concepto sobre aprendizaje es comúnmente uno de los más utilizados dentro de evaluaciones, talleres y aulas de clase; definido como “el conjunto de actividades que se realizan para lograr modificaciones en su conducta” (Eggen, 2006, p.218). Por esto, se debe tomar en cuenta que los estudiantes están aprendiendo desde el momento que interactúan con las cosas que los rodean. También, es necesario mantener su participación activa dentro de toda actividad planteada o desarrollada en el aula.

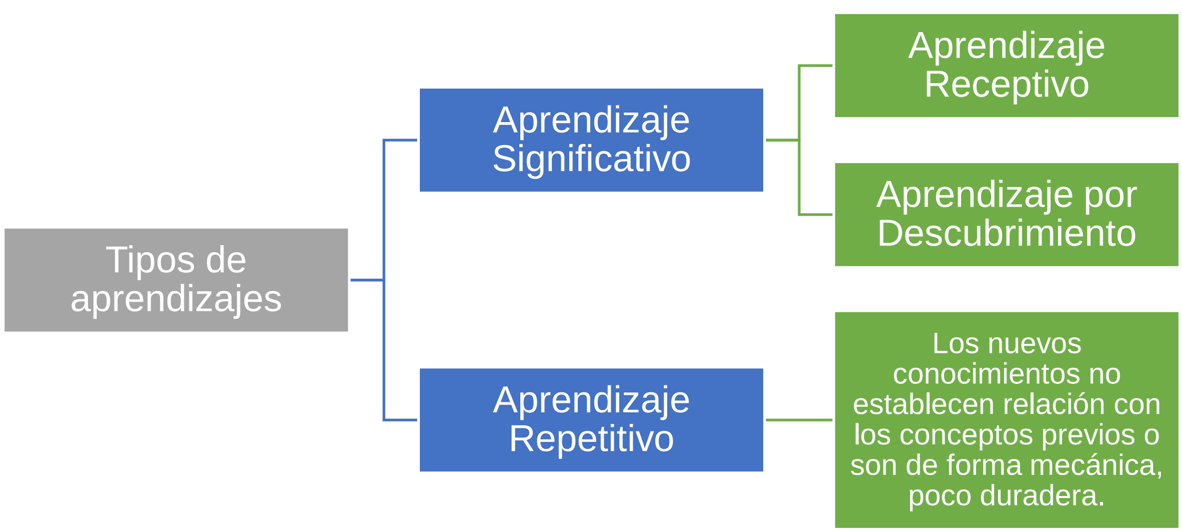
Entonces, es correcto lo planteado por Eggen (2005), donde aclara que el proceso de enseñanza aprendizaje es aquel proceso mediante el cual se van adquiriendo o modificando habilidades, es decir que si ya se conoce lo que se estudia se modifica, sino se adquiere. Esto se aplica a destrezas, conocimientos, conductas o valores de todos los involucrados.

Asimismo, es necesario mencionar que para llevar a cabo el proceso, los involucrados necesitan de estrategias, métodos y medios que conlleven al conocimiento.

La docente entrevistada expresó, que es el proceso que desarrollan docente y estudiante dentro del aula, por medio del cual los discentes crean sus conocimientos y se desarrollan habilidades que serán de gran ayuda en su vida cotidiana. Es por esto que mediante el proceso se logran ventajas, ya que, con la interacción docente-estudiante, se crea fácilmente lo que tanto busca en este proceso, como lo es el aprendizaje. Por tanto, el docente tiene conocimiento de lo que es proceso enseñanza aprendizaje.

4.1.2.1 Tipos de aprendizaje

Figura 1: Tipos de aprendizajes



Fuente: Elaboración propia

Torres y Girón (2009), exponen que el aprendizaje significativo puede ser adquirido por dos vías, ambas de gran importancia; una de ellas es formándose a través de un aprendizaje receptivo, donde los contenidos se presentan acabados y la segunda vía es por un aprendizaje por descubrimiento o conocido también como constructivista, donde el aprender es de manera autónoma, dándoles la capacidad a los estudiantes de juzgar y actuar críticamente dentro y fuera del aula, tratando de crear un sentido de “aprender a aprender”.

Para la docente que fue entrevista, el más importante es el aprendizaje significativo, ya que, como la palabra lo indica, el aprendizaje debe tener un significado para el estudiante, para que sirva de base a un futuro contenido que se le enseñe, por tanto, la aportación es acertada porque el aprendizaje significativo es aquel se enfoca en aprender correctamente, desarrollar habilidades y actitudes en el estudiante y sobre todo que vincule lo viejo aprendido con lo nuevo a aprender.

4.1.2.1.1 Aprendizaje significativo

Ausubel define como aprendizaje significativo a “aquella posibilidad de establecer vínculos sustantivos y no arbitrarios entre lo que hay que aprender y lo que hay que saber” (Solano, 2002, p.73). En otras palabras, aprendizaje significativo es darle sentido a todos los conocimientos que ya se poseen y esto únicamente se logra a partir de lo que ya se conoce, en este caso sobre Matemática.

En este momento, es donde toman gran importancia los conocimientos previos, debido a que la materia exige el dominio de conocimientos anteriores para aplicarlos a nuevos aprendizajes. Si en un determinado momento el estudiante no relaciona lo que ya conoce con lo que se le está enseñando, difícilmente aprenderá lo que se le presenta, lo que probablemente ocasionará una dificultad para él, de cara a los contenidos que vendrán en un futuro.

Para Dewey (1992) citado por Torres y Girón (2009), expresa que todo ser humano aprende haciendo, lo que significa que aprende practicando, de manera que así debe actuar en todos los ámbitos de su vida, ya según que ellos, la puerta del conocimiento es la experiencia y como su formación es constante se aprovecha la experiencia como saber acumulado.

Para la docente que se entrevistó aprendizaje significativo es, aquella capacidad que los estudiantes tienen de relacionar los conocimientos previos, que sirven como cimiento a los conocimientos nuevos sobre un nuevo contenido que se le ha enseñado, así los aprendizajes tienen gran duración y permiten la obtención de futuros conocimientos.

4.1.3 Transposición didáctica

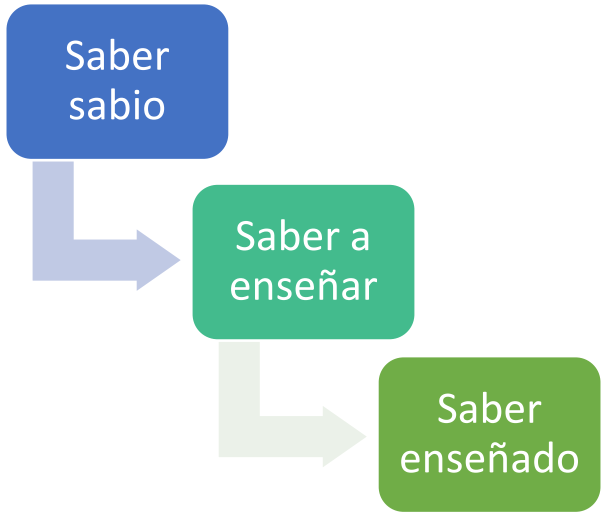
La transposición didáctica se aplica cuando "un contenido del saber que haya sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza". (Chevallard, 1985, p.45)

Claramente para Chevallard, transposición didáctica es un proceso en donde se relacionan el saber sabio, el saber a enseñar y el saber enseñado, mejor entendido como el trabajo que el objeto de saber a enseñar, el docente, realiza al transformar el saber sabio, objeto de saber, y adaptarlo al saber enseñando, los estudiantes. Así los elementos del saber sabio pasan al saber enseñado.

Por esto, no debe olvidarse la importancia que tiene dentro del proceso enseñanza aprendizaje, donde su papel es vital para alcanzar verdaderamente el ansiado aprendizaje significativo en los estudiantes.

Así la relación que hay entre los diferentes saberes de la transposición didáctica, se puede expresar mediante la siguiente figura.

Figura 2: Transposición didáctica



Fuente: Elaboración propia

Cuando se le consultó al docente, este expresó que a veces los contenidos son demasiado científicos y es necesario enseñárselo a los estudiantes de la forma más sencilla para que lo entienda y no haya ninguna confusión, debido a esto, se puede deducir, que revisa los contenidos y realiza transformaciones si es necesario, para adaptar la información antes de transmitirla a los estudiantes.

4.1.4 Contrato didáctico

Contrato didáctico es “describir y explicar las obligaciones o normas no explícitas que rigen las interacciones entre el profesor y los alumnos en el aula de matemáticas (en general de una disciplina específica). El contrato didáctico regula los derechos y obligaciones del profesor y los alumnos”. (Godino, 2003, p.72)

Para el autor, contrato didáctico es aquello que va a regular el comportamiento, las actitudes, las actividades, las evaluaciones y las obligaciones que no están ligadas a la disciplina específicamente, que sean acordadas por docentes y estudiantes dentro del aula, con el objetivo principal de colaborar en el proceso enseñanza aprendizaje.

Debido a esto, se puede entender que el docente si conversa con sus estudiantes y juntos llegan a acuerdos donde ambos sean beneficiados, ya que expresó, que en muchas ocasiones es necesario, porque permite en el aula un ambiente de confianza, da lugar a la participación por parte de los estudiantes y permite que haya tranquilidad en todo el salón, lo cual es necesario para obtener un proceso de enseñanza aprendizaje óptimo y positivo.

4.1.5 Resolución de problemas

4.1.5.1 Concepto de ejercicio

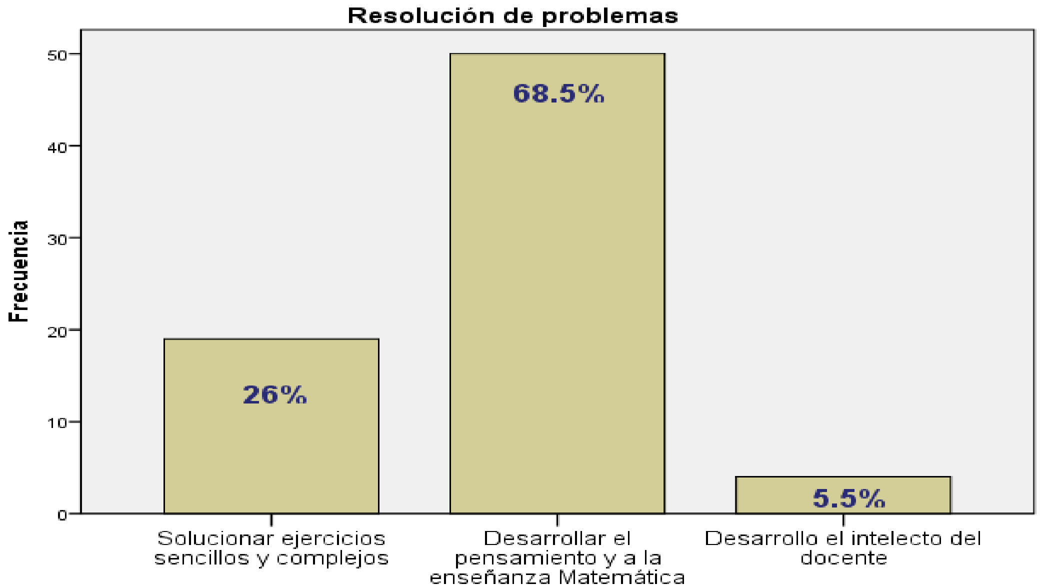
Borasi (1986) citado por Cruz (2006), denomina ejercicios a todas aquellas tareas que pretenden desarrollar o aplicar algún tipo de algoritmo siempre y cuando se encuentre en un texto. Cuando aparecen todos los datos necesarios para obtener la solución, entonces la tarea se denomina problema con texto pero sólo para diferenciar de alguna manera un ejercicio creado de la imaginación propia, en otras palabras en contexto ficticio, de uno sacado de un libro de texto que puede pertenecer a cualquier contexto.

En cambio, Dwyer y Elligett (1970), hacen entre analogía la práctica de ejercicios matemáticos y un cantante (que hace un ejercicio físico al cantar); donde explican que ambos tienen las mismas características en sus acciones; al practicar continuamente uno para desarrollar la precisión en el tono y el otro para mantener e incrementar sus habilidades.

4.1.5.2 Concepto de resolución de problemas

Cruz (2006), indica que resolución de problemas en Matemática es una práctica que potencia el desarrollo del pensamiento y la enseñanza de la Matemática, con la posibilidad de proporcionar actitudes para enfrentar los retos de la ciencia, así como los de la vida cotidiana. Situaciones como estas son realmente difíciles de encontrar en la práctica educativa, por constituir verdaderos dilemas para la enseñanza de la Matemática y por su complejidad.

Gráfico 1



Fuente: Resultado de la investigación

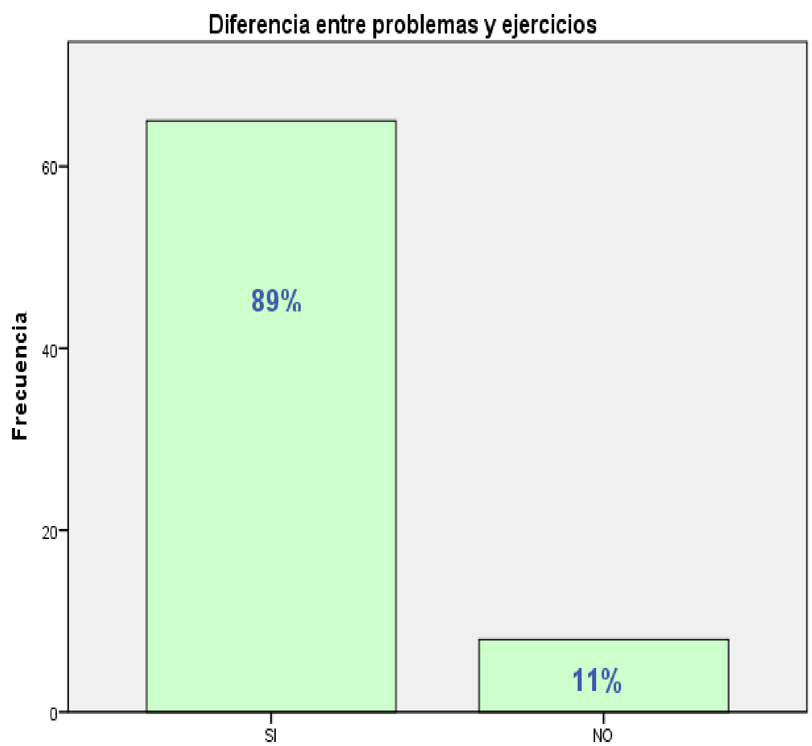
Como se puede observar cuando se preguntó sobre resolución de problemas a los encuestados, un 68.5% de la muestra contestaron correctamente, mientras que un 31.5% marcaron la respuesta equivocada. Por tanto, se puede decir que si tienen conocimiento sobre lo que significa resolución de problemas y lo que envuelve dicha actividad, así como conceptos básicos, conocimientos previos, habilidades y destrezas matemáticas. (Ver gráfico 1)

4.1.5.3 Diferencia entre resolución de problemas y ejercicio

Según Cruz (2006), ejercicio es únicamente una versión trivializada de problemas, una confusión de conceptos a veces para estudiantes como para los docentes, una simple aplicación de algoritmos conocidos de antemano; también puede llevar a una simple repetición de conocimientos o a una actividad mecánica, la cual no ayuda al desarrollo del estudiante y la resolución de problemas consiste en el proceso de ataque, en el abordaje del mismo por parte del sujeto, aunque no se disponga como resolverlo, se entenderá que si se encuentra enfrascado en hallar una respuesta, se encuentra resolviendo el problema.

Los encuestados, cuando se les preguntó si sabían diferenciar un problema de un ejercicio, 89% contestaron que sí y por lo expuesto anteriormente por el autor, es correcto pensar, que realmente saben reconocer y diferenciar uno de otro, debido a la sencillez del ejercicio y lo complejo del problema. (Ver gráfico 2)

Gráfico 2



Fuente: Resultado de la investigación

Mientras que la docente expresó, que ambas benefician, debido a que antes de llegar a resolver problemas, los estudiantes deben de pasar por una etapa de familiarización, la cual se logra con la solución de ejercicios. Aunque resalta que la resolución de problemas permite el desarrollo de actitudes y habilidades en el estudiante, que con los ejercicios no se logran.

4.1.5.4 Importancia de la resolución de problemas

Polya, explica la importancia de la siguiente forma “un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad”. (Cruz, 2006, p.71)

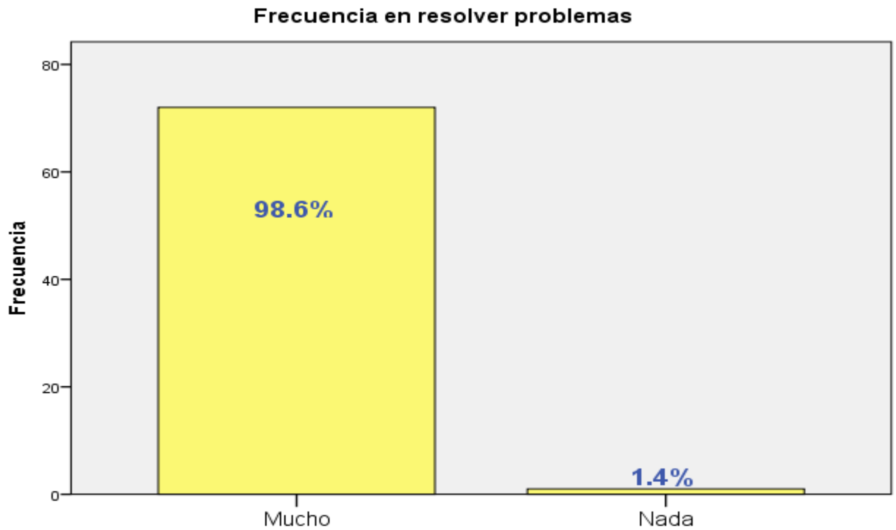
De esto, se deduce que si el docente sólo resuelve ejercicios, está obstaculizando el desarrollo intelectual y no permite al mismo tiempo que los estudiantes aprendan a resolver situaciones que signifiquen verdaderos retos para ellos. Mientras que si le plantea problemas adaptados a su entorno y ayuda a solucionarlos, les otorgará recursos para su desarrollo académico, intelectual y profesional.

Por otra parte, para Royo (1953) citado por Blanco (2015), el resolver problemas tiene tal importancia, que hay quienes se preguntan si lo principal de la Matemática y su enseñanza, no debe centrarse en la resolución de problemas matemáticos, en lugar de utilizar el libro de texto que generalmente está basado en ejercicios, que no ayudan al desarrollo del pensamiento y que enfrasca a los estudiantes en operaciones algorítmicas.

Por tanto, hacer de los problemas un suplemento en la formación escolar, indica un grave fallo de la enseñanza de la Matemática que impide el desarrollo de aspectos como el “poder” y el “pensar”, actitudes indispensables para el aprendizaje.

Los estudiantes encuestados, expresaron casi en su totalidad con un 98.6% que resolvieron problemas frecuentemente, por esto se reflexiona si para su docente, la parte principal de la Matemática es realmente el crear un sentido crítico y de razonamiento, en donde el poder y el pensar son los objetivos, a como lo expresó el autor anteriormente. (Ver gráfico 3)

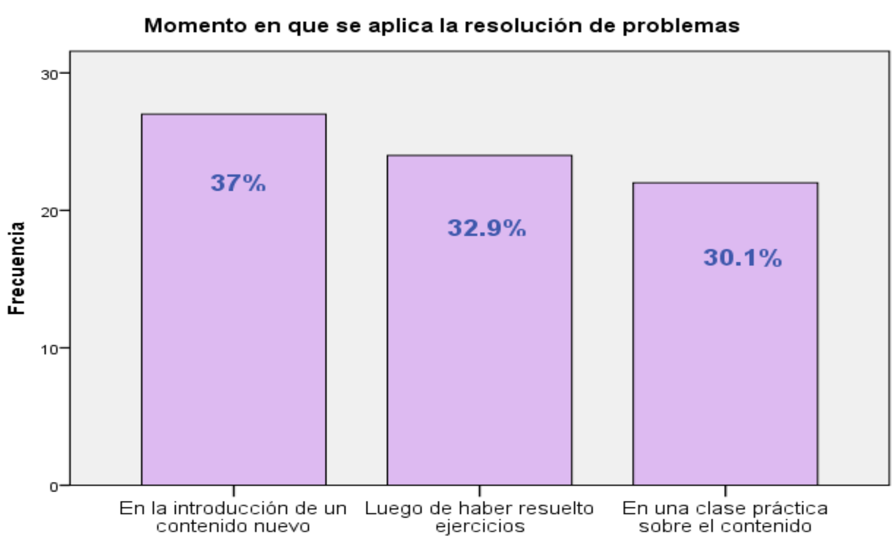
Gráfico 3



Fuente: Resultado de la investigación

También dieron respuesta, al momento en que normalmente los resolvían; la cual fue muy pareja, un 37% expresó resolverlos en la introducción un contenido, un 32.9% luego de haber resuelto ejercicios y un 30.1% en clases prácticas, por lo que se comprende que el docente no es repetitivo en cuando resolver y probablemente motive al estudiante con la resolución de problemas en diferentes momentos de la clase. (Ver gráfica 4)

Gráfico 4



Fuente: Resultado de la investigación

Asimismo, cuando se le preguntó a la docente, expresó que es importante porque convierte en autodidacta al estudiante, el cual ayuda a desarrollar el razonamiento Matemático e intelectual del estudiante.

4.1.5.5 Contextos de Problemas de la Resolución Problemas

Para Blanco (2015), cuando se presenta un problema se enmarca en un contexto que pueda reflejar algo real, ficticio o lúdico donde se trata de dar sentido y lograr la aplicación de los conceptos Matemáticos, estos contextos son el real, el realístico, Matemático y el manipulativo y/o recreativo por medio de herramientas tecnológicas.

4.1.5.5.1 Contexto real

Se trata de partir de una situación real y que tenga que ver con el entorno de los estudiantes; una situación que se podría tomar en cuenta es el aula de clase, sin importar la forma que tenga dicha aula, y calcular su superficie, con esto se obtiene una actividad abierta, la cual no sugiere ningún procedimiento único o que esté previamente determinado. El plantear problemas a los estudiantes con situaciones de la vida real está sugerida continuamente en los currículos de educación.

4.1.5.5.2 Contexto Realístico

Este caso es parecido al anterior, se parte de algo real, del entorno de los estudiantes, pero con la utilización de la imaginación, se puede tomar siempre en cuenta el aula de clase, pero esta vez se puede suponer que tiene una forma diferente a la que tiene en realidad, si es cuadrada se puede suponer que es rectangular, por eso este contexto se conoce como realístico.

4.1.5.5.3 Contexto Matemático

Este contexto, es una invitación implícita al procedimiento que viene sugerido por la estructura de los enunciados y los ejemplos puestos en el tema del libro, en este caso el texto incluye de manera muy explícita las variables de la expresión para calcular lo que se pide y excluye toda referencia a una situación real o simulada y sólo establece un contexto Matemático. De forma que, si se pide encontrar una medida de un lado, o superficie, o volumen de una piscina rectangular, sería un claro ejemplo de este contexto.

Este contexto, suele ser complicado para la gran mayoría, debido a que algunos problemas exigen un aumento en el esfuerzo para resolverlos. Constantemente se ignoran por su alto grado de dificultad, lo que genera un bloqueo mental cuando se presenta en el aula un ejemplo de estos.

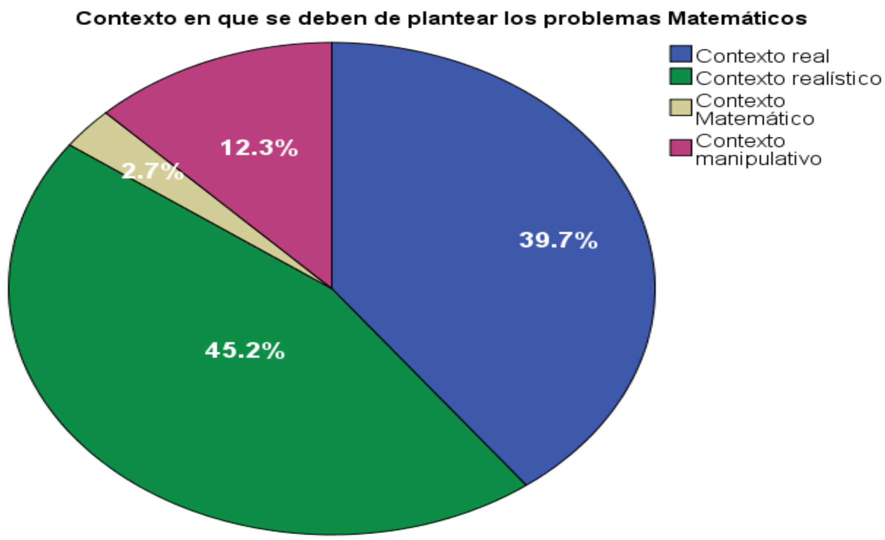
4.1.5.5.4 Contexto Manipulativo y/o Recreativo

El contexto manipulativo, se refiere a recursos manipulativos y tecnológicos que sugieren múltiples actividades para trabajar la Matemática, de tal manera que los estudiantes sean capaces de construir diferentes cuerpos al mismo tiempo que la actividad sea recreativa. Se puede utilizar un geoplano, tangram o diferentes aplicaciones tecnológicas.

Cada una de las actividades que se puedan desarrollar, mostrarán novedades cognitivas y afectivas en la manera en que los estudiantes aborden su actividad, así como una mejor y mayor motivación a utilizar procedimientos menos algorítmicos.

Cuando se dirigió una pregunta con relación a los diferentes contexto en que se deberían de plantear los problemas, se les explicó brevemente a los estudiantes en qué consistía cada una de las opciones que se plasmaron en la encuesta, y estos respondieron en su mayoría que debe de ser en el contexto realístico con 45.2% individuos, seguido del real con 39.7%, lo que genera una idea para ellos de poder resolver problemas que sean relacionados con lo que se encuentra a su alrededor. (Ver gráfica 5)

Gráfico 5



Fuente: Resultado de la investigación

Mientras que la docente, expresó que se deben de plantear en el contexto real, lo que, ayuda a alcanzar un aprendizaje significativo.

4.1.5.6 Factores que influyen en la resolución de problemas

4.1.5.6.1 Creencias

Para Llinares citado por Blanco (2015), expresa que los estudiantes han adquirido una cultura escolar tecnológica que condiciona toda la forma en que abordan las tareas Matemáticas y su aprendizaje, creando en ellos ideas como que la enseñanza sólo consiste en exponer y proporcionar información, que el aprendizaje se consigue mediante la repetición y que el rol del docente es presentar los procedimientos de forma clara y concisa.

4.1.5.6.2 Actitudes

Según Blanco (2015), indica que toda creencia sobre la Matemática, influye en los sentimientos que con el tiempo afloran hacia la materia positiva o negativamente, dependiendo de las experiencias que tengan los involucrados, a tal grado que los predispone a actuar de modo consecuente.

A partir de lo anterior, se pueden distinguir dos tipos de actitudes: una es la actitud Matemática que se refiere a las capacidades cognitivas generales que son importantes en tareas Matemáticas y la otra es la actitud hacia la Matemática, donde predomina el componente afectivo y afecta directamente el interés, la satisfacción o la curiosidad, de tal manera que todo puede llevar al rechazo, la negación, la frustración o el evitar la tarea Matemática.

4.1.5.6.3 Emociones

Las emociones aparecen como respuesta a un suceso, interno o externo, que tiene una carga de significado positiva o negativa para la persona, así al afrontar una tarea Matemática, surgen dificultades que en algunas situaciones llevan a la frustración de las expectativas personales, otra dificultad es la ansiedad que actúa de forma negativa en las actividades de aprendizaje en Matemática.

El aporte de la docente colaboradora, especialista en Matemática, fue relacionado con la parte mental y la emocional, donde aclaró que estas emociones son fundamentales en la resolución de problemas. Si se mantienen ambas positivas, se logrará un aprendizaje Matemático debido al optimismo con que el estudiante enfrentará la situación, en cambio, si ambas se mantienen negativas, el estudiante no alcanzará dicho aprendizaje y se frustrará como lo explicó el autor anteriormente, lo que probablemente lo llevará a un fracaso que podría extenderse a todos los ámbitos de su vida.

4.1.6 Teorema

4.1.6.1 Generalidades

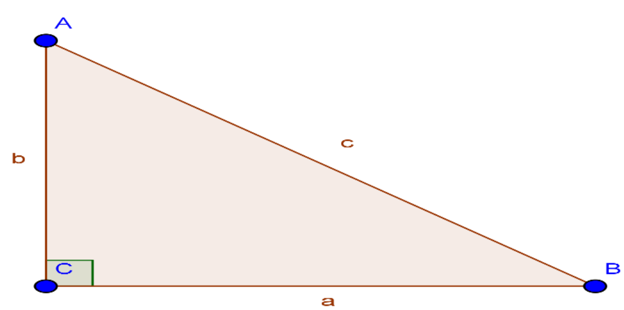
El contenido teorema de Pitágoras, es uno de los contenidos de la unidad de Geometría para noveno grado, la cual necesita el conocimiento de los estudiantes en conceptos básicos que se han estudiado con anterioridad, en séptimo y octavo grado, por lo cual se hace una breve introducción de algunos de ellos.

Ausubel, plantea que "aquella posibilidad de establecer vínculos sustantivos y no arbitrarios entre lo que hay que aprender y lo que hay que saber" (Solano, 2002, p.73) es una forma clara de aprender correctamente y darle sentido a los conocimientos de la Matemática, que en muchas ocasiones quedan olvidados por el simple hecho de enseñarla de forma repetitiva, llevando al estudiante a no desarrollar su intelecto.

4.1.6.1.1 Triángulo rectángulo

Rich (1991), explica que un triángulo rectángulo es aquel que posee un ángulo interno que mide exactamente 90° y a como se aprecia en la figura 3 el $\angle C$ es el ángulo recto, por tanto, este tipo de triángulo es el único que permite la aplicación de Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas y solución de ejercicios.

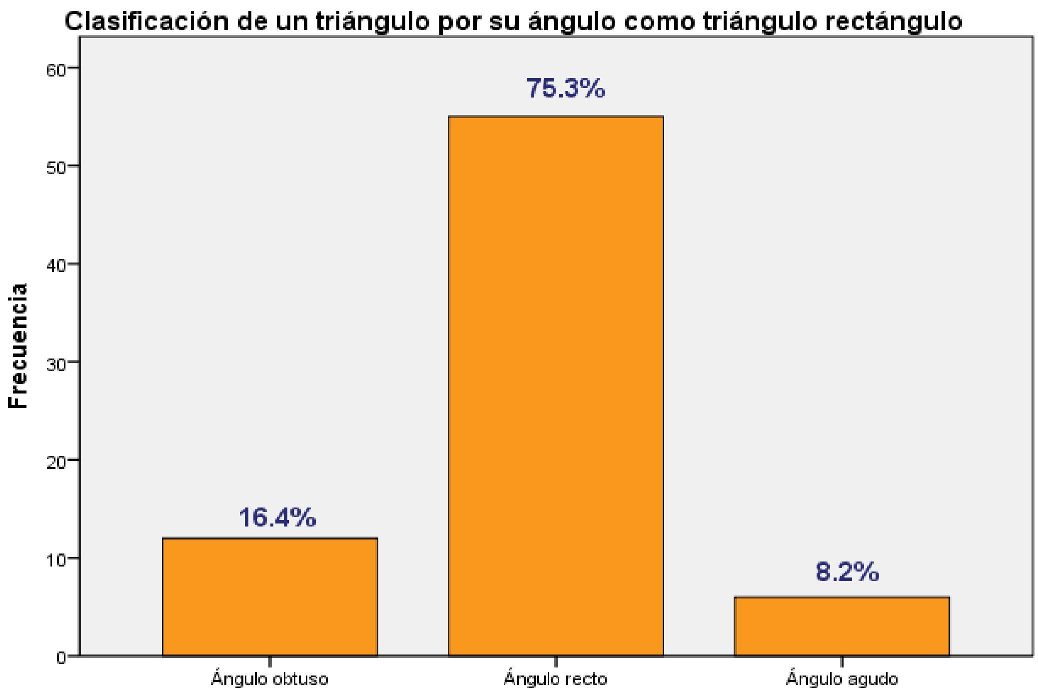
Figura 3: Triángulo rectángulo



Fuente: Elaboración Propia

Cuando se cuestionó sobre el tipo de ángulo que posee un triángulo rectángulo para que se clasifique como triángulo rectángulo, la respuesta fue de 75.3% de individuos que acertaron al marcar que un ángulo recto, aunque es preocupante ver que hay quienes creen que en el interior del triángulo rectángulo hay un ángulo obtuso o ángulo agudo. (Ver gráfico 6)

Gráfico 6



Fuente: Resultado de la investigación

4.1.6.1.1.1 Elementos del triángulo rectángulo

4.1.6.1.1.1.1 Segmentos del triángulo rectángulo

Si se considera ΔOMS un triángulo, se designan los segmentos con los siguientes nombres:

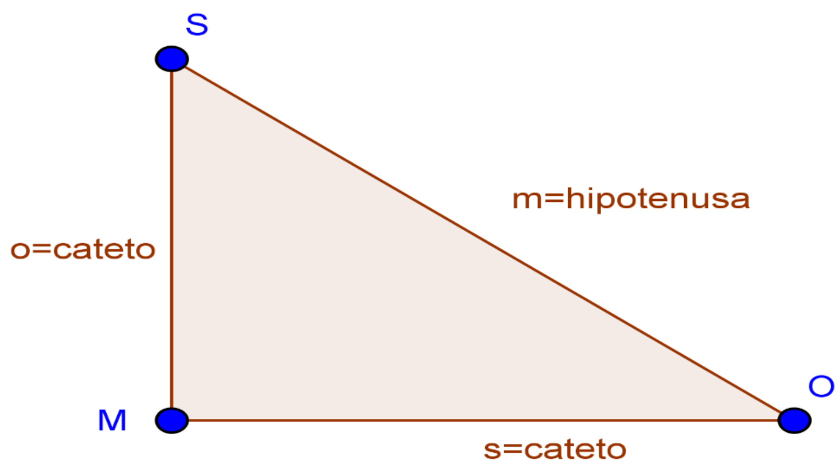
Según los autores la enciclopedia de Grupo Océano (2013) si se considera un triángulo ΔOMS, se designan los lados de dicho triángulo como segmentos componentes del triángulo, pero al mismo tiempo les dan nombre especifico a cada uno de ellos los cuales se definen a continuación.

$\overline{OS}$ = hipotenusa

$\overline{OM}$ = cateto

$\overline{MS}$ = cateto

Figura 4: Segmentos del triángulo rectángulo

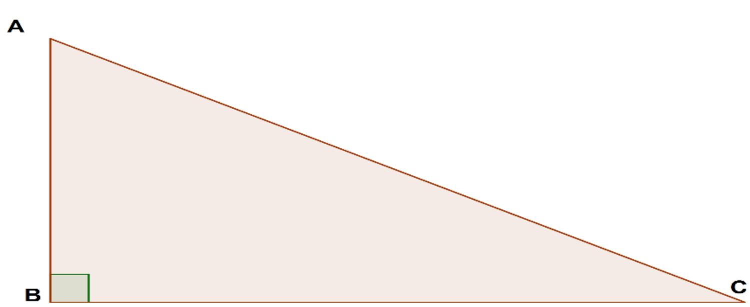


Fuente: Elaboración Propia

4.1.6.1.1.1.2 Ángulo recto del triángulo rectángulo

Para Sáenz, Gutiérrez y Sequiera (2001), un ángulo recto de un triángulo rectángulo es aquel que mide exactamente 90° y que aquellos lados que lo forman se conocen como lados perpendiculares.

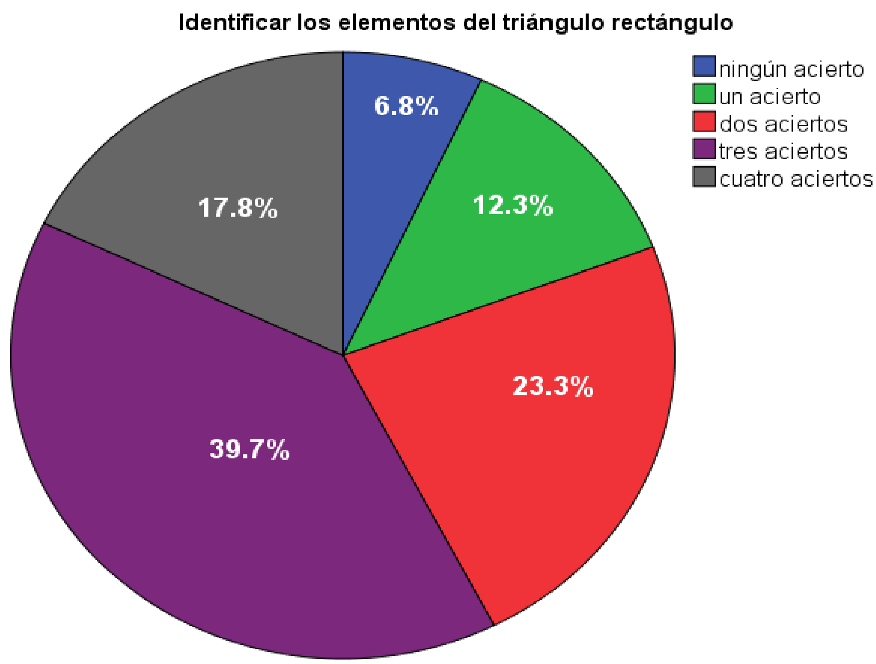
Figura 5: Ángulo recto del triángulo rectángulo



Fuente: Elaboración propia

En la encuesta se pidió identificar los elementos del triángulo rectángulo, obteniéndose que 39.7% estudiantes tuvieron 3 aciertos, seguido de dos aciertos con 23.3%, pero lo sorprendente es que 6.8%, no tuvieran ningún acierto cuando se conoce que se han resuelto problemas y que para llevar a cabo dicha actividad es necesario utilizar estos conocimientos previos. (Ver gráfico 7)

Gráfico 7



Fuente: Resultado de la investigación

4.1.6.2 Teorema de Pitágoras

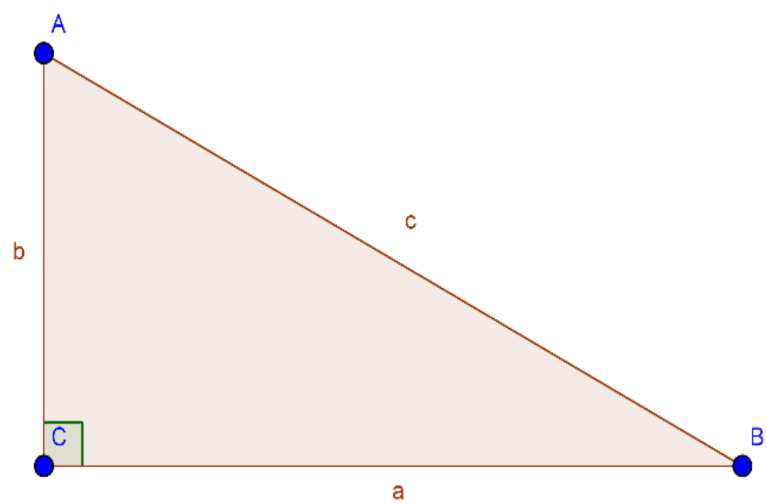
Pitágoras expresa que “en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos” (Pérez, 2014, p.214). Por lo cual, es necesario conocer todos y cada uno de los elementos que componen un triángulo rectángulo, para poder comprender el teorema de Pitágoras, donde se deja claro que la ecuación inicial tiene la igualdad entre la hipotenusa al cuadrado y la suma de los cada uno de los catetos elevados al cuadrado.

Teorema de Pitágoras y sus despejes

$$a^2 + b^2 = c^2, \text{ así:}$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow \text{hipotenusa}$$
$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \rightarrow \text{cateto}$$
$$b = \sqrt{c^2 - a^2} \rightarrow \text{cateto}$$

Con estas ecuaciones se pueden calcular cualquiera de las longitudes de los lados de un triángulo.

Figura 6: Representación del teorema de Pitágoras

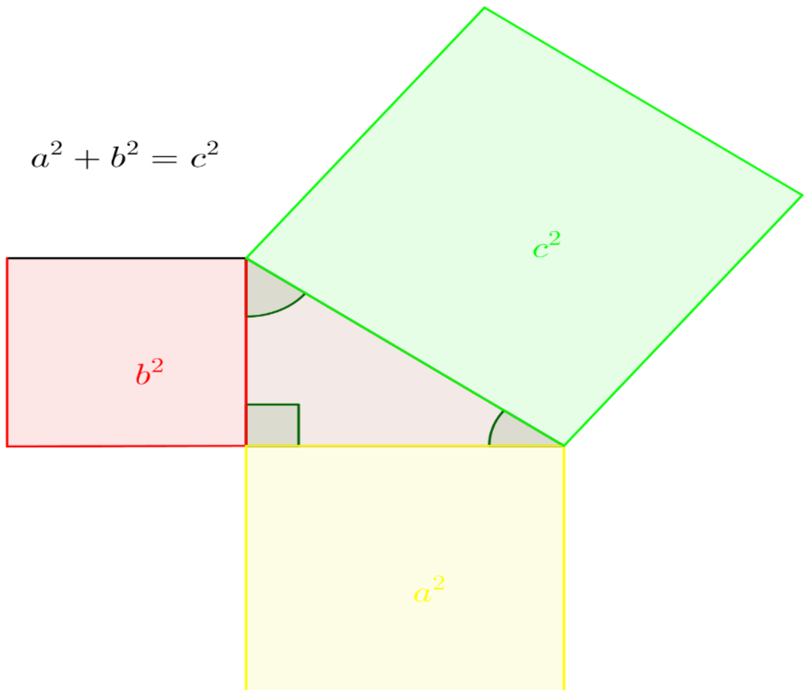


Fuente: Elaboración Propia

Asimismo, el teorema de Pitágoras se puede enunciar de distintas formas, una de ellas es en términos de área, la cual da origen al teorema y se hace de la siguiente manera “el área del cuadrado del lado congruente con la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual que la suma de las áreas de los cuadrados de los lados congruentes con los catetos de dicho triángulo” (Perry, 2000, p.154).

Sin duda alguna, la aportación del autor es relevante para la investigación, porque con ella se puede explicar claramente el porqué de que la ecuación del teorema de Pitágoras, sus lados deben ser elevados al cuadrado para que la igualación sea equivalente. Así, no hay razón para cuestionar el origen del teorema ni la validez de este. Además, cabe destacar que si es necesario utilizar la ecuación del teorema, bajo el término de área, es permitido hacerlo.

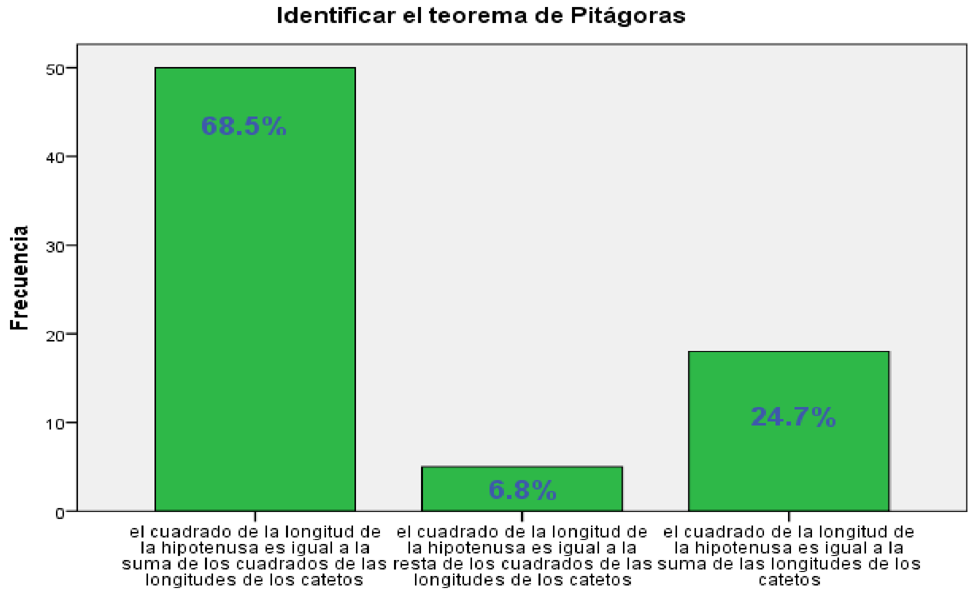
Figura 7: Teorema de Pitágoras enunciado en términos de área



Fuente: Elaboración propia

En la encuesta, a los participantes se les pidió identificar el teorema de Pitágoras dentro de los diferentes enunciados que se plantearon como posibles respuestas, resultando que un 68.5% de ellos eligieran correctamente la respuesta, por lo cual, se puede deducir que tienen conocimiento del contenido y que dominan la parte teórica del este. Sin embargo, esto no permite confirmar si los estudiantes son capaces de aplicarlo correctamente cuando la situación lo amerite. Mientras que se contabilizó que 31.5% de los estudiantes se equivocaron al contestar dicho ítem. (Ver gráfico 8)

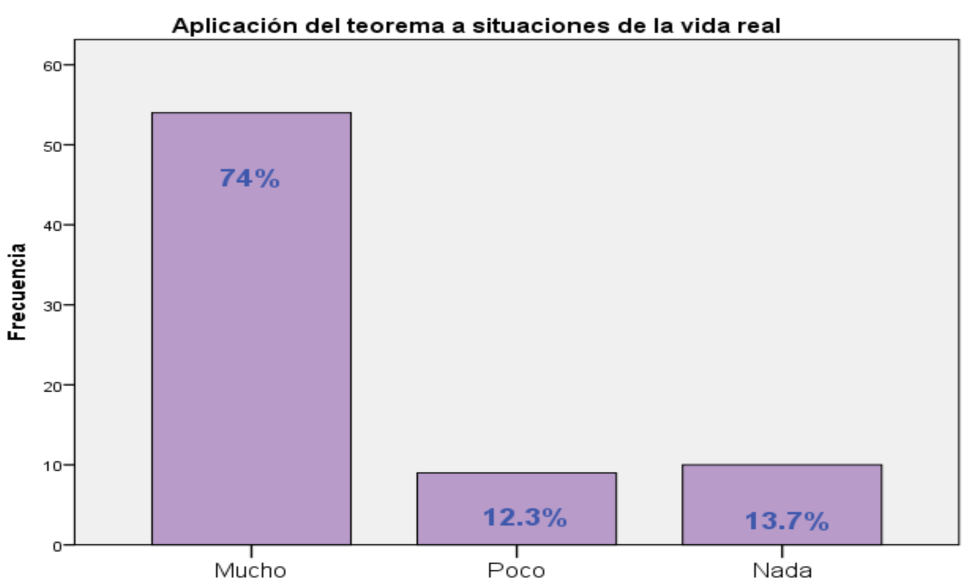
Gráfico 8



Fuente: Resultado de la investigación

Ellos, también respondieron que el teorema de Pitágoras, es bastante aplicable a situaciones de la vida real que se viven a diario, con un 74%, mientras que un 26% de los encuestados piensa que el teorema no es importante en la convivencia con el entorno. (Ver gráfica 9)

Gráfico 9



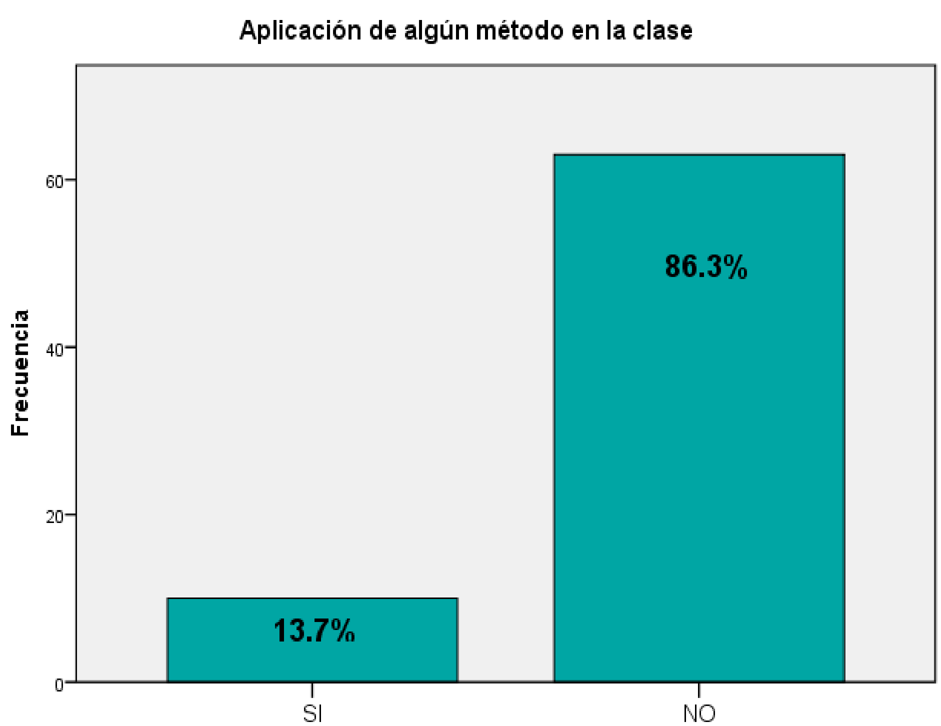
Fuente: Resultados de la investigación

4.1.7 Modelos Matemáticos para la Resolución de Problemas

González (2009), indica que un modelo Matemático, es el que describe teóricamente un objeto que existe fuera del campo de la Matemática. Es decir, que son las herramientas capaces de demostrar por medio de patrones la existencia de un algo, que dentro de la Matemática como tal no existe.

Para los participantes, es una incógnita si la docente aplica algún método para desarrollar la clase con teorema de Pitágoras. Estos respondieron en un 86.3% que no sabían si en el desarrollo de los contenidos de Matemática, la docente aplicaba algún método que le permitiera resolver los problemas planteados de una forma más sencilla, aunque un 13.7% de estudiantes dicen saber, que aplica algún método, sin conocer cual exactamente. Sin embargo, no es posible asegurar si en el desarrollo de la clase no se aplica un método, ya que para estudiantes puede ser difícil identificarlos. (Ver gráfico 10)

Gráfico 10



Fuente: Resultados de la investigación

4.1.7.1 Allan Schoenfeld

Para Blanco (1996), la mayoría de los Matemáticos reconocen en las estrategias de Polya, los métodos que ellos mismos utilizan generalmente y aclara que esto no es fácil para todo aquel que no tiene experiencia en aplicarlas. Schoenfeld elaboró también una lista de estrategias para utilizar:

Primera fase: Análisis y comprensión

- Dibujar un diagrama.
- Examinar casos especiales.
- Simplificar usando simetría o "sin pérdida de generosidad".

Segunda fase: Diseño y planificación de una estrategia

- Planificar soluciones jerárquicamente.
- Explicar que se está ejecutando y por qué y que se hará con el resultado de esa operación.

Tercera fase: Exploración de soluciones

- Considerar una variedad de problemas equivalentes
    - Reemplazar algunas condiciones por otras equivalentes
    - Combinar elementos del problema de diferentes formas
    - Introducir elementos auxiliares
    - Reformular el problema
- Considerar leves modificaciones del problema original
    - Elegir sub metas
    - Eliminar o relajar una condición e intentar después imponerla
    - Descomponer el problema y trabajar caso a caso
- Considerar amplias modificaciones al problema original
    - Examinar problemas análogos
    - Explorar el papel de una sola variable o condición dejando el resto fijo

- Explotar algún problema similar, intentando sacar partido tanto del resultado como del método de resolución

Cuarta fase: Verificación de la solución

- Usar test o criterios específicos
  - ¿Se usan todos los datos pertinentes?
  - ¿Es razonable?
  - ¿Resiste ensayos de simetría, análisis dimensional o cambios de escala?
- Usar test o criterios generales
  - ¿Se puede llegar a la solución de otra manera?
  - ¿Puede quedar concreta en casos particulares?
  - ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
  - ¿Se puede utilizar para generar algo conocido?

4.1.7.2 Mason, Burton y Stacey

Según Gutiérrez (2002), Mason identifica únicamente tres fases en el proceso formulado para resolver problemas y son:

Primera fase: Abordar el problema
En esta primera fase plantea cuestionar tres preguntar:

- ¿Qué es lo que sé?
- ¿Qué es lo que quiero?
- ¿Qué es lo que puedo usar?

Segunda fase: Resolver el problema

En esta fase, se trata de dar solución al problema por medio de convencer, justificar y cómo reaccionar ante posibles dificultades.

Tercera fase: Evaluar el proceso

Para esta fase, Mason plantea la revisión y análisis de la solución, revisar las operaciones resueltas, reflexionar acerca de todas las ideas y momentos más importantes del proceso completo y llevar el problema a contextos más amplios.

4.1.7.3 Miguel de Guzmán

Según González (2009), para resolver todo problema en Matemática se puede seguir el siguiente modelo de Miguel de Guzmán:

Primera fase: Familiarización

- Comprender el enunciado.
- Idea clara de los datos que intervienen, las relaciones entre ellos y lo que se pide.
- Ser capaces de contar el problema con nuestras palabras.

Segunda fase: Estrategias

- Encontrar formas de abordar el problema
- Estrategias Generales: Iniciar por algún caso fácil, experimentar y buscar regularidades, hacer figuras, esquemas y diagramas; escoger un lenguaje o notación adecuados; buscar semejanza; empezar por el final; suponer que no es posible.

Tercera fase: Llevar adelante la estrategia

- Seleccionar la estrategia que parece más viable.
- Llevar adelante la estrategia con decisión, confianza, orden y sosiego.
- Asegurarse de haber llegado a la solución, no quedarse a medias.
- Apuntar ideas nuevas que puedan surgir sin que te desvíen del camino trazado.
- Revisar la idoneidad de la estrategia elegida si no prospera.

Cuarta fase: Revisión y consecuencias

- En este paso, es muy importante tener un buen protocolo de problema: tener escritos los datos del problema, las ideas, pasos, las conclusiones, los problemas.
- Revisión: ¿era adecuada la estrategia, se ha seguido correctamente, la solución está de acuerdo con el problema?
- Consecuencias: ¿hay otra forma de resolver, permite generalizar conclusiones, interesan variaciones del problema?

La docente colaboradora, cuando se le preguntó si tenía conocimientos sobre modelos de resolución de problemas, contestó que sí, que conocía el método de Polya y el de Guzmán pero que el más conocido es el método de Polya, ya que es el más utilizado en los libros que ha leído, aunque destaca que son parecidos en sus formas para resolver problemas.

4.2 George Polya

4.2.1 Aportes de George Polya

Según Cruz (2006), en el año de 1945 el matemático y pedagogo húngaro George Polya publica el libro "How to solve it" donde expone que existen algunas reglas generales, capaces de prescribir detalladamente la más útil disciplina del pensamiento, que no son conocidas, sin embargo, si tales reglas pudieran ser formuladas, indica que ellas no serían muy útiles. Al mismo tiempo planteó que para la resolución de problemas existen cuatro fases, no pasos, las cuales se le conocen en la actualidad como método de Polya.

Aunque para algunos matemáticos estudiosos, estas fases tuvieron su origen mucho antes de la publicación del libro (how to solve it); ellos creen que fue aproximadamente en 1931, cuando Polya se preparó para una conferencia hecha en Zurich, bajo el título de "Como buscar la solución de problemas Matemáticos", en la cual hizo mención por primera vez de las fases que el día de hoy se conocen.

También en el libro, agregó una serie de ideas heurísticas bajo el apartado de "Breve Diccionario de Heurística" que tienen gran importancia en la resolución de problemas, las cuales se utilizan mayormente en la segunda fase del método. A pesar del gran valor didáctico de la obra, en esa época no tuvo un gran impacto debido a que la enseñanza de las Matemáticas estaba basada en un aprendizaje repetitivo.

Tiempo después, para 1954 publicó "Mathematics and Plausible Reasoning" (Matemática y Razonamiento Verosímil), donde hace un estudio de los ejemplos históricos sobre la invención Matemática y denomina la disciplina como una ciencia del descubrimiento, desde un punto de vista empirista. Además, la obra tiene una serie de problemas para que el lector desarrolle habilidades.

Cabe destacar que ambos libros tuvieron su auge para 1965, cuando se generó una revolución en la enseñanza de las ciencias, debido al lanzamiento de un cohete al espacio por parte de la desaparecida Unión Soviética, generando el deseo de otros países como Estados Unidos de conquistar el espacio.

Más tarde, escribió su libro Mathematical Discovery, dividido en dos tomos uno en 1962 y el otro en 1965, donde analizó la estructura de la Matemática y la naturaleza del descubrimiento matemático. Al igual que su obra predecesora, proponía una lista de problemas resueltos, donde proporciona técnicas que conducen hacia una nueva concepción sobre la Matemática con un aprendizaje constructivista o aprendizaje por descubrimiento.

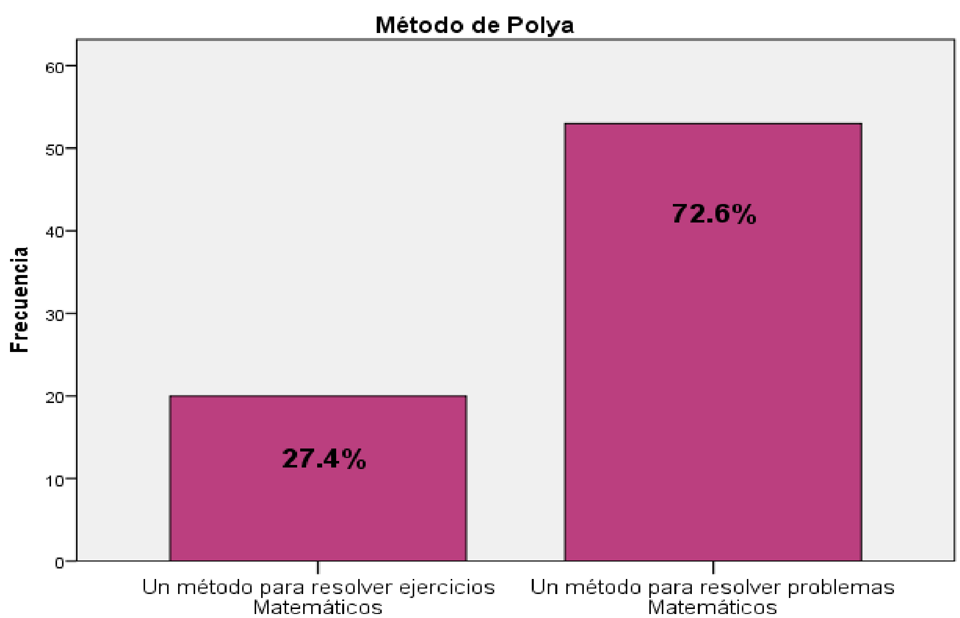
Cuando se le preguntó a la docente, sobre George Polya y sus aportes a la Matemática, compartió algunas ideas sobre él y se puede deducir que si tenía conocimiento de quién fue Polya y cuál fue el mayor aporte que hizo como matemático, como lo es el método para solucionar problemas matemáticos.

4.2.2 Concepto de método de Polya

Según Gutiérrez (2002), este es un método que se utiliza para dar solución a problemas Matemáticos, ésta es la más grande aportación de George Polya en la enseñanza de la Matemática que consta de cuatro fases para resolver problemas, en la cual incluye un sinnúmero de ideas heurísticas.

En esta ocasión, cuando a los estudiantes se les interrogó sobre el método de Polya, que un 72.6% de ellos contestó correctamente a la interrogante eligiendo que este era un método para resolver problemas matemáticos. Mientras que un 27.4% de ellos lo hicieron equivocadamente, lo que permite deducir que si bien los estudiantes saben para que se utiliza el método de Polya aunque no lo conozcan a profundidad, hay quienes todavía no tienen conocimiento alguno sobre este y para que se utiliza. (Ver gráfico 11)

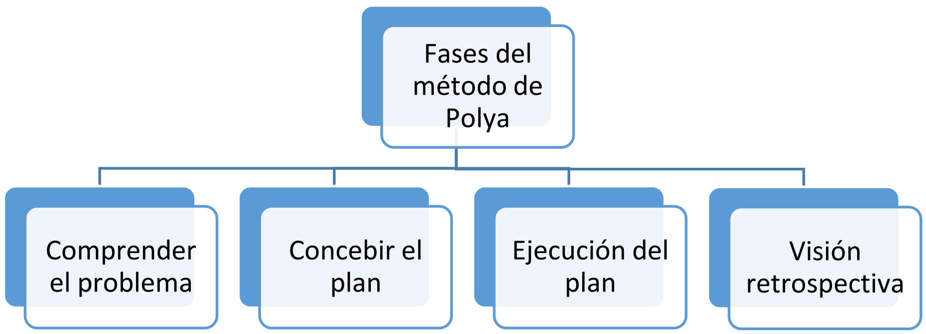
Gráfico 11



Fuente: Resultado de la investigación

4.2.3 Fases del Método de Polya

Figura 8: Fases del método de Polya



Fuente: Elaboración propia

4.2.3.1 Primera fase: Comprender el problema

Es necesario plantearse algunas interrogantes como:

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a que quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

4.2.3.2 Segunda fase: Concebir un plan

Se pueden usar algunas de las siguientes estrategias (recuerda que una estrategia es un artificio ingenioso que conduce a una meta planteada)

- Ensayo error
- Usar una variable
- Buscar un patrón

- Hacer una lista
- Resolver un problema similar más simple
- Hacer una figura
- Hacer un diagrama
- Usar un razonamiento directo
- Usar un razonamiento indirecto
- Usar las propiedades de los números
- Resolver un problema equivalente
- Trabajar hacia atrás
- Usar casos
- Resolver una ecuación
- Buscar una fórmula
- Usar un modelo
- Usar un análisis dimensional
- Identificar sub-metas
- Usar coordenadas
- Usar simetría

4.2.3.3 Tercera fase: Ejecución del plan

- Implementar una de las estrategias que escogiste hasta dar solución completamente el problema, hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso o camino.
- Concede un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito utiliza otra estrategia sugerida o haz a un lado el problema por un momento, puede que al retomarlo notes algún error.
- No tengas ningún miedo de volver a iniciar, puede suceder que un comienzo con otra estrategia conduzca al éxito.

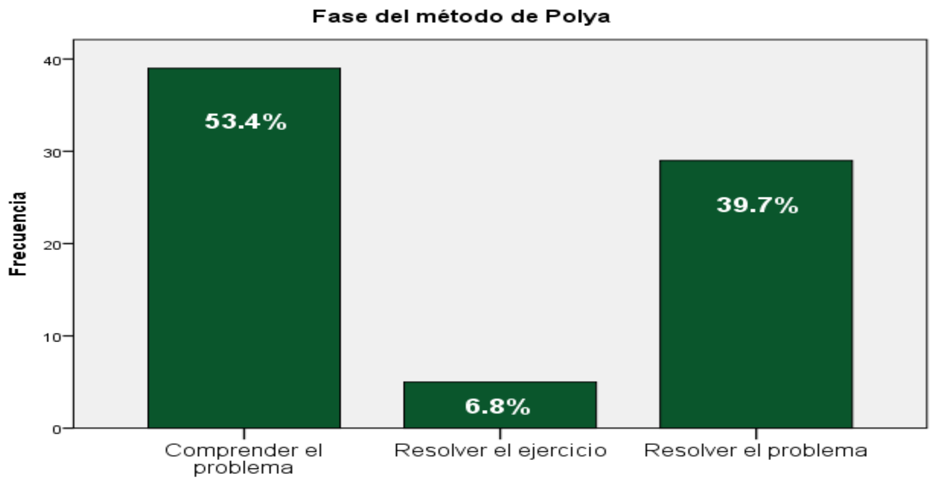
4.2.3.4 Cuarta fase: Visión retrospectiva

- ¿Es tu solución correcta?
- ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

- ¿Encuentras una solución más sencilla o fácil?
- ¿Puedes ampliar tu solución a un caso general?

De acuerdo con lo planteado por el último autor que se citó y lo que respondieron los encuestados sobre las fases del método, se deduce que la mayoría de los estudiantes conocen por lo menos la fase de comprender el problema ya que un 53.4% eligió este inciso, que era la respuesta correcta, y un 46.6% marcó la respuesta incorrecta. (Ver gráfico 12)

Gráfico 12



Fuente: Resultado de la investigación

Mientras la docente, contestó que el método de Polya es para solucionar problemas y que consta de cuatro fases ordenadas de manera lógica, por lo que no se pueden resolver problemas aplicando Polya, utilizando todas sus fases desordenadas; he aquí la importancia de seguir las fases una a una y no ignorar la secuencia que conlleva a dar solución a un problema.

Además, agregó sobre su situación y por qué no aplicó el método para desarrollar el contenido teorema de Pitágoras. Según lo que compartió, fue debido al poco tiempo que tenía disponible y que es consciente que para poder resolver problemas se necesita un tiempo razonable para cada fase, sin describir cómo aplica el método.

4.3 Propuesta sobre resolución de problemas con Teorema de Pitágoras aplicando el Método de Polya

4.3.1 Introducción de la propuesta

Esta propuesta está elaborada para dar a conocer la forma de resolver problemas Matemáticos, sin importar los diferentes contextos en que se puede encontrar y el nivel de dificultad que puedan tener. Siempre que haya una persona que desee desarrollar sus conocimientos y adquirir destrezas y habilidades Matemáticas que van más allá de la simple aplicación de algoritmos, se le debe de dar la oportunidad de hacerlo.

Las propuestas sobre resolución de problemas en Matemática, son raramente abordadas debido a diferentes razones, sin embargo, si se ha encontrado algunos antecedentes que indican un posible interés en la actualidad de desarrollar propuestas sobre resolución de problemas y hacerlo en un contenido en específico, al igual que la presente en este trabajo.

Cabe destacar, que esta es la primera vez que se aborda una propuesta sobre la resolución de problemas con teorema de Pitágoras aplicando el Método de Polya, que pueda servir de ejemplo a docentes y estudiantes, por lo cual el propósito de ésta investigación ha sido desde el inicio crear una, donde se plantean las pautas a seguir para desarrollar el contenido y llevarlo a la aplicación.

4.3.2 Objetivos de la propuesta

General:
Resolver problemas relacionados al Teorema de Pitágoras aplicando el Método de Polya

Específicos:

1 Describir la resolución de problemas aplicando el método de Polya
2 Identificar la utilidad del teorema de Pitágoras en la vida diaria

4.3.3 Resolución de problemas con el Teorema de Pitágoras

Problema 1
(Elaboración Propia)

Una cuerda de 15 metros se encuentra sujeta a una pared vertical, de modo que la parte inferior de la cuerda se encuentra a 9 metros de esa pared. Calcula la altura, en metros de la pared.

Primera fase: Comprender el problema

- ¿Entiendes todo lo que dice?

El problema es claro y sencillo de entender, ya que está planteado en el contexto realístico, el cual se asemeja a la realidad. Además, lo hace un solo requisito y es hallar la altura de la pared.

- ¿Hay suficiente información?

Hay información necesaria para resolver el problema, la medida de la cuerda y la distancia de la pared a la parte inferior de la cuerda. Pero, para resolver el problema, son necesarios algunos conocimientos previos sobre perpendicularidad, ángulo recto, punto, distancia, altura y el principal, teorema de Pitágoras.

- ¿Sabes a qué quieres llegar?

Se desea llegar a encontrar el valor de la incógnita que se presenta en este problema, como lo es **b**, pero se debe hacer énfasis que no siempre el triángulo se nombrará ΔABC y que en otra oportunidad puede representarse con otras letras.

- ¿Cuáles son los datos?

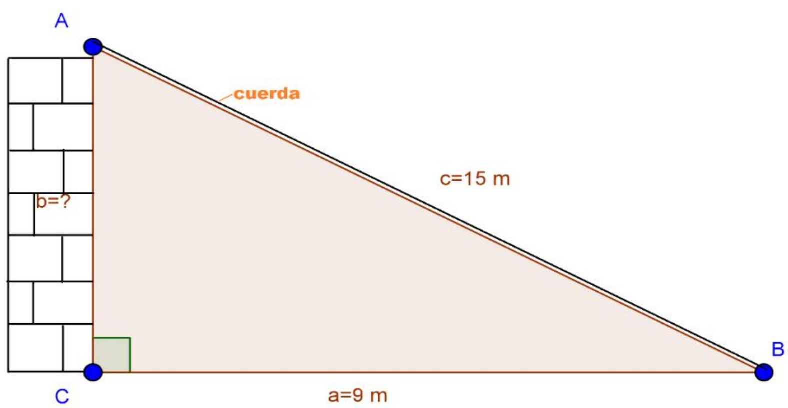
El problema presenta los siguientes datos, 9 m es la distancia entre la pared y la parte inferior de la cuerda o cateto y 15 m es la hipotenusa que se forma al fijar la cuerda a la pared y el suelo.

Segunda fase: Concebir un plan

- Usar una variable

En este problema, se toma como variable la altura de la pared y se representa con la letra **b** ya que la pared es el opuesto al punto **B**, donde la cuerda está fijada al suelo. Asimismo, se les puede dar variables a la cuerda o hipotenusa **c**, que es la opuesta al punto **C** y **a** al otro cateto o distancia entre la parte inferior de la cuerda y la pared, que está opuesta al punto **A** donde se unen la cuerda y la pared.

- Elabore una gráfica



- Buscar una fórmula

Se busca una fórmula, en este caso la ecuación del teorema de Pitágoras, ya que se conoce que se forma un triángulo rectángulo y lo que desea hallar es el valor de unos de los lados del triángulo (cateto).

Tercera fase: Ejecución del plan

- Implementar una de las estrategias que escogiste hasta dar solución completamente el problema

Aquí, se resuelve la ecuación que se escogió, que fue el teorema de Pitágoras.

$Cateto\ =\ \boldsymbol{b}, cateto\ =\ \mathbf{9}\ \boldsymbol{m}\ e\ hipotenusa\ =\ \mathbf{15}\ \boldsymbol{m}$

Aplicando el teorema de Pitágoras

$\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}} + \boldsymbol{b}^{\mathbf{2}} = \boldsymbol{c}^{\mathbf{2}}$

Como lo que se busca es encontrar el valor de la incógnita **b**, se despeja el teorema de forma que esté expresado en función de **b** y se obtiene:

$\boldsymbol{b} = \sqrt{\boldsymbol{c}^2 - \boldsymbol{a}^2}$

Se sustituyen los valores de **c** y **a** que el problema los da y se elevan al cuadrado

$\boldsymbol{b} = \sqrt{(\mathbf{15}\boldsymbol{m})^{\mathbf{2}} - (\mathbf{9}\boldsymbol{m})^{\mathbf{2}}}$

Se restan las cantidades que se encuentran dentro de la raíz

$\boldsymbol{b} = \sqrt{\mathbf{225}\boldsymbol{m}^{\mathbf{2}} - \mathbf{81}\boldsymbol{m}^{\mathbf{2}}}$

Se aplica la raíz cuadrada al resultado de la resta

$\boldsymbol{b} = \sqrt{\mathbf{144}\boldsymbol{m}^{\mathbf{2}}}$

Y finalmente, se obtiene el valor del cateto **b**

$\boldsymbol{b} = \mathbf{12}\boldsymbol{m}$

Cuarta fase: Visión retrospectiva

- ¿Es tu solución correcta?

Para responder esta pregunta, se debe de comprobar si la respuesta satisface verdaderamente la ecuación, entonces se procede a sustituir en la ecuación inicial del teorema de Pitágoras, todos los valores conocidos.

$\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}} = \boldsymbol{b}^{\mathbf{2}} + \boldsymbol{c}^{\mathbf{2}}$

$(\mathbf{15}\boldsymbol{m})^{\mathbf{2}} = (\mathbf{9}\boldsymbol{m})^{\mathbf{2}} + (\mathbf{12}\boldsymbol{m})^{\mathbf{2}}$

$\mathbf{225}\boldsymbol{m}^{\mathbf{2}} = \mathbf{81}\boldsymbol{m}^{\mathbf{2}} + \mathbf{144}\boldsymbol{m}^{\mathbf{2}}$

$\mathbf{225}\boldsymbol{m}^{\mathbf{2}} = \mathbf{225}\boldsymbol{m}^{\mathbf{2}}$

Y con esto, se comprueba que la aplicación del teorema de Pitágoras, es correcta y que la respuesta si satisface la ecuación.

R= la altura de la pared es de $12m$.

Problema 2

(Elaboración propia)

Si una pelota que se encuentra a 12 metros de altura, rueda sobre una pendiente $\overline{PQ}$ y en su traslado ha recorrido una distancia horizontal de 35 metros. ¿Cuál es la distancia que separa a los puntos **P** y **Q** en metros?

Primera fase: Comprender el problema

- ¿Entiendes todo lo que dice?

Es entendible, ya que se este problema se encuentra planteado en un contexto real; donde se quiere conocer únicamente la distancia que hay desde el punto **P** hasta el punto **Q.**

- ¿Hay suficiente información?

Sí, existe la información necesaria para resolver el problema, el problema describe claramente la situación y da la altura en que se encontraba la pelota y la distancia horizontal que esta recorrió. Para dar solución al problema se deben tomar en cuenta algunos conceptos como perpendicularidad, ángulo recto, distancia, punto de referencia, punto y teorema de Pitágoras.

- ¿Sabes a qué quieres llegar?

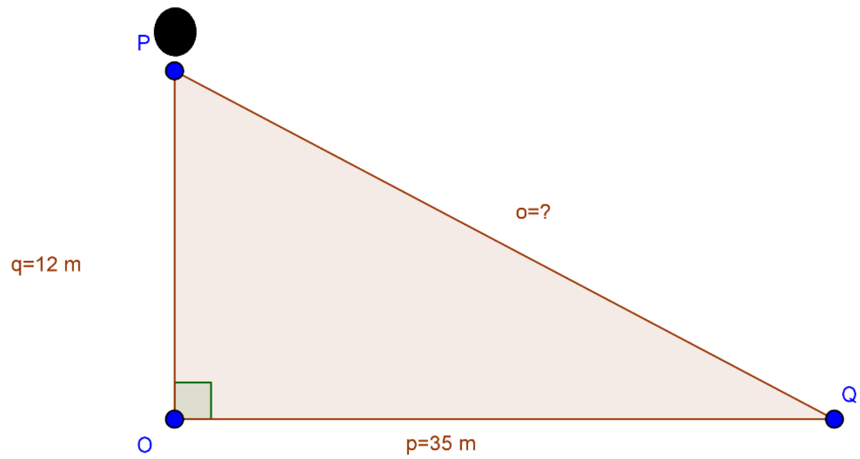
Se desea llegar a conocer la distancia que recorrió la pelota desde el punto **P** hasta el punto **Q**; y en este caso en particular se comprueba que el triángulo no siempre se nombra igual, ya que en esta ocasión es ΔOPQ.

- ¿Cuáles son los datos?

Los datos que este problema presenta son la altura a la que se encontraba inicialmente la pelota que es de 12 metros, la distancia horizontal que recorrió la pelota durante su descenso y lo que se desea conocer, que es la distancia recorrida desde **P** a **Q**.

Segunda fase: Concebir un plan

- Elabore una gráfica



- Usar una variable

En esta ocasión, se tomará como variable la distancia desde el punto **P** hasta el punto **Q** y se denominará **m**, también se le dará una variable a los otros datos como **p** a la distancia horizontal recorrida y **q** a la altura en que encontraba la pelota inicialmente.

- Buscar una fórmula

Se busca una fórmula, en este caso la ecuación del teorema de Pitágoras, ya que se conoce que se forma un triángulo rectángulo y lo que se desea hallar es el valor de unos de los lados del triángulo (hipotenusa).

Tercera fase: Ejecución del plan

- Implementar una de las estrategias que escogiste hasta dar solución completamente el problema

En este caso, se procede a resolver la ecuación que escogió, que fue el teorema de Pitágoras.

$cateto\ =\ \mathbf{12\ m}$

$cateto\ =\ \mathbf{35\ m}$

$hipotenusa\ =\ \boldsymbol{o}$

Aplicando el teorema de Pitágoras

Como lo que se busca encontrar es el valor de la hipotenusa representada por **o**, entonces utilizamos la ecuación para encontrar la hipotenusa

$\boldsymbol{o^2 =\ p^2 + q^2}$

Se sustituye los valores de **p** y **q** que el problema los da y se eleva al cuadrado dichos valores

$\boldsymbol{o^2 =\ (35m)^2 + (12m)^2}$

Se suman las cantidades resultantes de las potencias

$\boldsymbol{o^2 = 1225m^2 + 144m^2}$

Se obtiene el resultado de la suma

$\boldsymbol{o^2 =\ 1369m^2}$

Se despeja **o** y se le aplica la raíz al segundo miembro

$\boldsymbol{o = \sqrt{1369m^2}}$

Se obtiene el valor de la hipotenusa **o**

$\boldsymbol{o =\ 37m}$

Cuarta fase: Visión retrospectiva

- ¿Es tu solución correcta?

Para responder esta pregunta, se debe de comprobar si la respuesta satisface verdaderamente la ecuación, entonces se procede a sustituir en la ecuación inicial del teorema de Pitágoras, todos los valores conocidos.

$\boldsymbol{o^2 = p^2 + q^2}$

$\boldsymbol{(37m)^2 = (35m)^2 + (12m)^2}$

$\boldsymbol{1369m^2 = 1225m^2 + 144m^2}$

$\boldsymbol{1369m^2 = 1369m^2}$

Con esto se comprueba que la respuesta encontrada si satisface la ecuación del teorema de Pitágoras.

R= la distancia que separa a los puntos **P** y **Q** es $37m$.

Problema 3

(Elaboración propia)

Una escalera de 6 pies, se encuentra apoyada contra una pared que mide 4 pies de altura. Encuentre ¿a qué distancia de la pared, se encuentra la parte inferior de la escalera y también cual es el área comprendida entre la escalera, la pared y el suelo?

Primera fase: Entender el problema.

- ¿Entiendes todo lo que dice?

Se entiende fácilmente, ya que se este problema se encuentra planteado en un contexto realístico; se quiere conocer la distancia que hay desde la pared hasta la parte inferior de la escalera y cuando se halla encontrado ese valor, se procederá encontrar en área comprendida.

- ¿Hay suficiente información?

Sí, existe la información necesaria para resolver el problema, este describe claramente una situación que se puede encontrar a diario, donde se desea saber que distancia hay entre un objeto y otro; además de encontrar el espacio comprendido entre los objetos. Para dar solución al problema se deben tomar en cuenta algunos conceptos como longitud, perpendicularidad, ángulo recto, distancia, punto, área, triángulo y teorema de Pitágoras.

- ¿Sabes a qué quieres llegar?

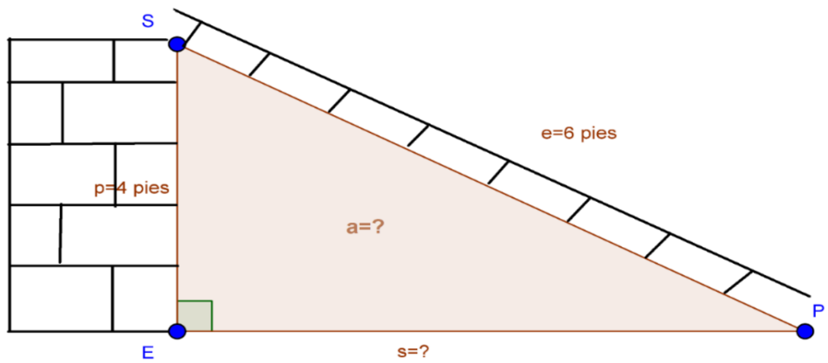
Se desea llegar a conocer la distancia que existe entre la pared y la parte inferior de la escalera y también el área comprendida entre los tres objetos involucrados. Se debe destacar, en este caso en particular, que el triángulo formado por los objetos, no siempre se nombra igual, ya que en esta ocasión es ΔEPS, como en otra ocasión puede nombrarse de diferente forma.

- ¿Cuáles son los datos?

Los datos que este problema presenta, son la altura de la pared que es de 4 pies, la longitud de la escalera que es de 6 pies y lo que se desea conocer, que es la distancia que existe desde la pared hasta la parte inferior de la escalera, para así encontrar finalmente el área comprendida entre todos los objetos.

Segunda fase: Elabore un plan

- Elabore una gráfica



- Usar una variable

En este problema, se toma como variable la distancia que existe de la pared a pie de la escalera y se representa con la letra **s** ya que la pared es el opuesto al punto **S**. Asimismo, se les puede dar variables a la escalera o hipotenusa **e**, que es la opuesta al punto **E**, **p** al otro cateto o pared, que está opuesta al punto **P** y por último se le puede dar también una variable al área denominada **a**.

- Buscar una fórmula

Se busca una fórmula, en este caso la ecuación del teorema de Pitágoras, para hallar la incógnita **s** (cateto) y luego proceder a encontrar finalmente el área del triángulo que se formó entre los objetos.

Tercera fase: Ejecución del plan

- Implementar una de las estrategias que escogiste hasta dar solución completamente el problema

En este caso, se procede a resolver la ecuación que escogió, que fue el teorema de Aplicando el teorema de Pitágoras

$$e^2 = p^2 + s^2$$

Como lo que se busca es el valor de s, entonces se despeja la ecuación en función de s para encontrar uno de los catetos

$$s^2 = e^2 - p^2$$

Se sustituyen los valores de las que da variables el problema y se resuelven las potencias

$$s^2 = (6pies)^2 - (4pies)^2$$

Se suman los resultados de las potencias

$$s^2 = 36pies^2 - 16pies^2$$

Se despeja **s** y se le aplica la raíz cuadrada al segundo miembro

$$s^2 = 20pies^2$$

Se obtiene el valor del cateto **s**

$$s = \sqrt{20}pies$$

Se tomará el valor de **s** como $\sqrt{20}$ debido a que al resolver, el resultado es en decimales y probablemente a la hora de la comprobación no será exacta.

Ahora corresponde encontrar el área del triángulo formado entre los tres objetos

$$A = \frac{bxh}{2}$$

Se sustituyen los valores de **b** (la distancia entre la pared y la escalera) y **h** (la pared)

$$\frac{A = (\sqrt{20}pies)(4pies)}{2}$$

Se resuelva la multiplicación y la división y resulta

$$A = 2\sqrt{20}pies^2$$

Descomponiendo 20 en sus factores

$$A = 2\sqrt{(4)5}pies^2$$

Resolviendo la raíz cuadrada

$$A = 4\sqrt{5}pies^2$$

Cuarta fase: Revise y Verifique

- ¿Es tu solución correcta?

Para responder esta pregunta, se debe de comprobar si la respuesta satisface verdaderamente la ecuación, entonces se procede a sustituir en la ecuación inicial del teorema de Pitágoras, todos los valores conocidos y sustituyendo en la ecuación de área de triángulos.

$e^2 = p^2 + s^2$

$(6pies)^2 = (4pies)^2 + (\sqrt{20}pies)^2$

$36pies^2 = 16pies^2 + \sqrt{400}pies^2$

$36pies^2 = 16pies^2 + 20pies^2$

$36pies^2 = 36pies^2$

$A = \frac{bxh}{2}$

$4\sqrt{5}pies^2 = \frac{(\sqrt{20}pies)(4pies)}{2}$

$4\sqrt{5}pies^2 = 2\sqrt{20}pies^2$

$4\sqrt{5}pies^2 = 2\sqrt{(4)(5)}pies^2$

$4\sqrt{5}pies^2 = 4\sqrt{5}pies^2$

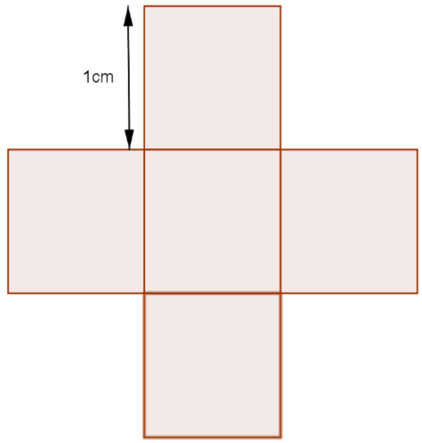
Con lo que se comprueba que el teorema de Pitágoras ha sido aplicado correctamente, ya que la respuesta satisface la igualación y también a la ecuación para encontrar el área de triángulos.

R= la distancia entre la pared y la parte inferior de la pared es $s = \sqrt{20}pies^2$ y el área formada por los objetos es $A = 4\sqrt{5}pies^2$

Problema 4

(Elaboración propia)

A partir de la figura que se le muestra a continuación, forme un cuadrado donde su área sea equivalente al área de la figura presentada. Para dar solución, usted puede cambiar de posición cada cuadrado si así lo desea o recortar la figura y rearmarla hasta formar lo que se le pide.



Primera fase: Comprender el problema

- ¿Entiendes todo lo que dice?

El problema es entendible, aunque se encuentra planteado en el contexto matemático, que es más abstracto. Por eso, su solución es requiere de la utilización de todo tipo de estrategia.

- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Probablemente, la respuesta de los estudiantes sea que no, ya que en algunas ocasiones estos no resuelven problemas y únicamente resuelven ejercicios; pero si han resuelto, difícilmente hayan sido como el presentado, ya que por alguna razón los problemas abstractos son pocos utilizados en el desarrollo de las clases.

- ¿Hay suficiente información?

No hay mucha información, pero si hay la necesaria para resolver el problema. Solo se conoce la medida de los lados de los cuadrados, por lo que hay que emplear todo concepto que ayude a resolver el problema, algunos de ellos son área, cuadrado, triángulo, área total, perpendicularidad, ángulo recto, punto, distancia, altura y el principal, teorema de Pitágoras.

- ¿Sabes a qué quieres llegar?

Se desea llegar a formar un cuadrado que posea la misma área que el área total de la figura presentada en el problema, para lograrlo se deben de realizar en el proceso, operaciones que ayuden a resolverlo.

- ¿Cuáles son los datos?

Únicamente el problema da un dato que es la medida de los lados de los cuadrados, que es $1cm$. De allí se parte para resolver.

Segunda fase: Concebir un plan

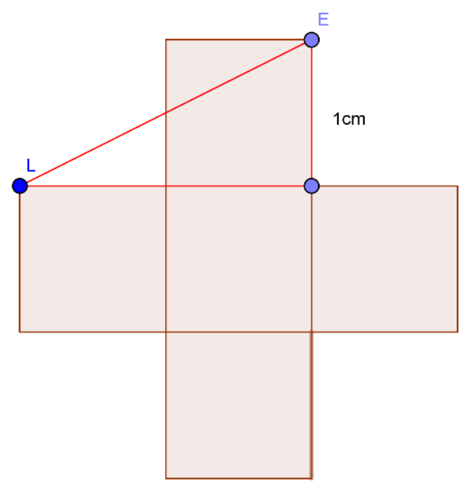
- Ensayo error

Se plantea una forma de ir armando lo que pide el problema, el cuadrado. Aquí los estudiantes deben encontrar una manera de formar la figura, lo pueden intentar moviendo los cuadrados y reordenarlos de distintos formas o bien recortando partes de la figura y anexándolas a un lugar donde haga falta un pequeño trozo para armar el cuadrado.

- Elabore una gráfica

Independientemente de la forma en que sean alineados los cuadrados no se formará un cuadrado, pero el problema plantea que se puede utilizar la estrategia de recortar la figura para llegar a la meta. En ese caso, los estudiantes deben partir de la reordenación de los cuadrados y verificar si realmente se arma la figura deseada, como se explicó anteriormente.

Habiendo utilizado la estrategia de reordenamiento de los cuadrados, los estudiantes proceden a intentar armarlo utilizando la estrategia de recorte en la figura inicial. Así, observarán que si forman un triángulo entre algunos de los vértices de cuadrados diferentes, donde dos de sus lados sean perpendiculares, un pequeño trozo de uno de los cuadrados queda fuera del triángulo formado, el cual se puede encajar exactamente en el espacio vacío entre la hipotenusa y el lado de mayor longitud, como se observa en la siguiente figura.



- Buscar una fórmula

Como se aprecia en esta figura, donde se ha formado un triángulo rectángulo, para así encontrar el valor de su hipotenusa, con la idea que esta forme de alguna uno de los lados del cuadrado que se desea formar y que posea la misma área que la figura inicial del problema.

- Usar una variable

Este problema, no daba ninguna incógnita pero con la nueva figura creada si aparecen variables, una es $\boldsymbol{l}$, otra es o y la ultima es $\boldsymbol{e}$.

Tercera fase: Ejecución del plan

- Implementar una de las estrategias que escogiste hasta dar solución completamente el problema

Aquí, se resuelve la ecuación que se escogió, que fue el teorema de Pitágoras.

$l = \mathbf{1}\boldsymbol{cm}, e = \mathbf{2}\boldsymbol{cm}\ y\ \boldsymbol{o} = ?$

Aplicando el teorema de Pitágoras

$\boldsymbol{o}^2 = \boldsymbol{l}^2 + \boldsymbol{e}^2$

Se sustituyen los valores de **l** y **e** que el problema da

$\boldsymbol{o}^2 = (\mathbf{1}\boldsymbol{cm})^2 + (\mathbf{2}\boldsymbol{cm})^2$

Se elevan al cuadrado los valores

$\boldsymbol{o}^2 = \ \mathbf{1}\boldsymbol{cm}^2 + \mathbf{4}\boldsymbol{cm}^2$

Se suman las cantidades

$\boldsymbol{o^2 = 5cm^2}$

Y finalmente, se despeja $\boldsymbol{o}$ y se le aplica la raíz cuadrada al segundo miembro

$\boldsymbol{o = \sqrt{5}cm}$

Así, se conoce que el lado $\boldsymbol{o}$ como uno de los lados del cuadrado y se aplica el mismo procedimiento hasta encontrar los cuatro lados del cuadrado.

Ahora se comprueban si ambas figuras tienen la misma área

Área de la figura

$\boldsymbol{A = l^2}$

Resolviendo

$\boldsymbol{A = 1cm^2}$

Pero como son cinco cuadrados que componen la figura, el área se debe multiplicar por $\mathbf{5}$

$\boldsymbol{A_T = 5A}$

Sustituyendo el valor de A

$\boldsymbol{A_T} = (\mathbf{5})(\boldsymbol{1cm^2})$

Multiplicando se obtiene el área de la figura

$\boldsymbol{A_T = 5cm^2}$

Ahora se comprueba si el área del nuevo cuadrado formado es igual

$\boldsymbol{A_C = l^2}$

Sustituyendo el valor de $\boldsymbol{l}$

$\boldsymbol{A_c} = (\boldsymbol{\sqrt{5}cm})^{\mathbf{2}}$

Resolviendo la potencia

$\boldsymbol{A_C = \sqrt{25}cm^2}$

Resolviendo la raíz

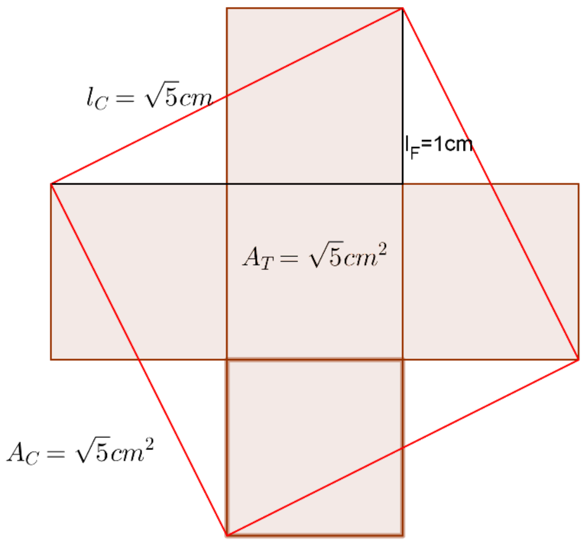
$\boldsymbol{A_C = 5cm^2}$

Por lo que se ha llegado al mismo resultado, las áreas de la figura y del cuadrado formado de la figura son iguales. El teorema si ha funcionado y se ha aplicado correctamente.

Cuarta fase: Visión retrospectiva

- ¿Es tu solución correcta?

Para responder esta pregunta, se debe de comprobar si la respuesta satisface verdaderamente la ecuación, entonces se procede a sustituir en la ecuación inicial del teorema de Pitágoras, todos los valores conocidos.



$o^2 = l^2 + e^2$

$(\sqrt{5}cm)^2 = (1cm)^2 + (2m)^2$

$\sqrt{25}cm^2 = 1cm^2 + 4cm^2$

$5cm^2 = 5cm^2$

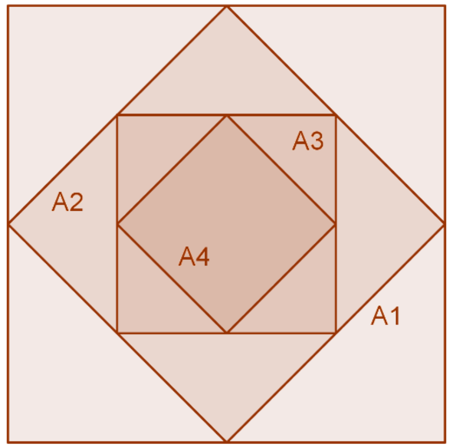
Se comprueba que la respuesta satisface la igualación del teorema de Pitágoras

R=Las áreas de ambas figuras son iguales $\sqrt{\mathbf{5}}\boldsymbol{cm^2}$

Problema 5

(Adaptación, Enciclopedia Temática del Estudiante, p.174)

Calcula el área de los cuadrados encajados de la siguiente figura, de manera cada uno de los cuadrados interiores tienen su vértice sobre el punto medio del cuadrado exterior. Llamaremos $\boldsymbol{A_1}$ al cuadrado exterior y $\boldsymbol{A_2}$, $\boldsymbol{A_3}$, $\boldsymbol{A_4}$… cuadrados interiores sucesivos. Suponga que el lado del cuadrado $\boldsymbol{A_1}$ mide $\mathbf{10}\ \boldsymbol{cm}$.



Primera fase: Comprender el problema

- ¿Entiendes todo lo que dice?

El problema es entendible, ya que está planteado en el contexto matemático y brinda una figura para mostrar en lo que consiste. Sin embargo, este tipo de problemas es abordado pocas veces dentro de un aula y por eso requiere un esfuerzo extra, para darle solución.

- ¿Hay suficiente información?

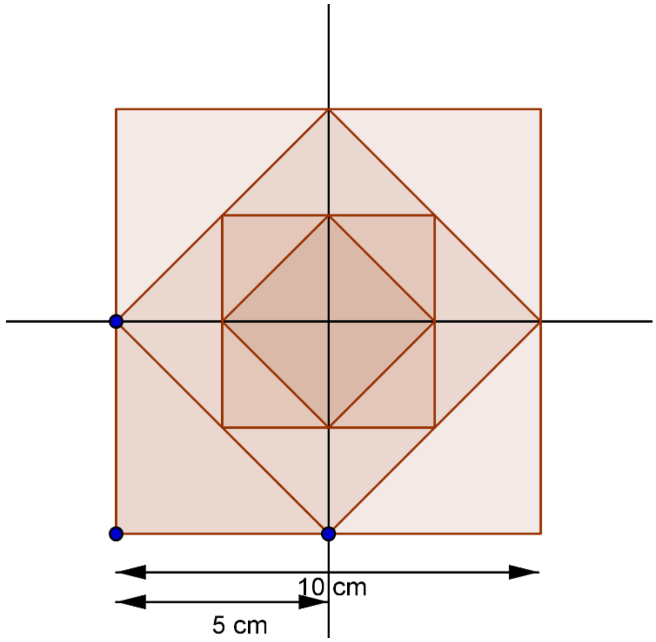
Existe información suficiente para resolver el problema, da la longitud de unos de los lados del cuadrado y eso permite hacer un cálculo. Pero, para darle solución, son necesarios algunos conocimientos previos sobre cuadrado, el término encajado, triángulo rectángulo, razón, proporción, perpendicularidad, ángulo recto, punto, longitud, segmento, área y el principal, teorema de Pitágoras.

- ¿Sabes a qué quieres llegar?

Se desea llegar a encontrar el área de cada uno de los cuadrados que se encuentran encajados, pero para eso se necesita trabajar y encontrar el área de cada uno individualmente, aquí es importante resaltar que se debe iniciar con el cuadrado exterior A_1, luego A_2 y así sucesivamente.

Segunda fase: Concebir un plan

- Elabore una gráfica



- Buscar una fórmula

Se busca una fórmula, en este caso la ecuación del teorema de Pitágoras, ya que la figura muestra que se forman triángulos rectángulos, lo que permite hallar fácilmente que ecuación utilizar y luego proceder a encontrar finalmente el área del cuadrado exterior y el área de los cuadrados que están encajados en su interior.

- Usar una variable

En esta ocasión, como ya se eligió con qué se resolverá el problema, se nombrará el triángulo y en este caso se llamará ΔXZY. Al haberse nombrado el triángulo, se definen automáticamente las variables que se utilizarán, **z** será la hipotenusa, **x** unos de los catetos e **y** el otro cateto.

Tercera fase: Ejecución del plan

- Implementar una de las estrategias que escogiste hasta dar solución completamente el problema

En este caso, se procede a resolver la ecuación que escogió.

Aplicando el teorema de Pitágoras

$\boldsymbol{z^2 = x^2 + y^2}$

Se sustituyen los valores de las que da variables el problema

$\boldsymbol{z^2 = (5cm)^2 + (5cm)^2}$

Se resuelven las potencias

$\boldsymbol{z^2 = 25cm^2 + 25cm^2}$

Se suman los resultados

$\boldsymbol{z^2 = 50cm^2}$

Se despeja **s** y se le aplica la raíz al segundo miembro

$\boldsymbol{z = \sqrt{50}cm}$

Se tomará el valor de **z** como $\boldsymbol{\sqrt{50}}$**cm** debido a que al resolver, el resultado es en decimales y probablemente a la hora de la comprobación no será exacta.

A continuación, se encuentra el área del cuadrado exterior

$\boldsymbol{A_1 = l^2}$

$\boldsymbol{A_1 = (10cm)^2}$

$\boldsymbol{A_1 = 100cm^2}$

Ahora, se procede a encontrar el área del cuadrado A_2porque ya se conoce la longitud de sus lados

$\boldsymbol{A_2 = l^2}$

$\boldsymbol{A_2 = \left(\sqrt{50}cm\right)^2}$

$\boldsymbol{A_2 = \sqrt{2500}cm^2}$

$\boldsymbol{A_2 = 50cm^2}$

Analizando ambas áreas se puede hacer una proporción

$\boldsymbol{A_1 : 100cm^2 :: A_2 : 50cm^2}$

Ordenando la proporción

$$\boldsymbol{\frac{A_1}{100cm^2} :: \frac{A_2}{50cm^2}}$$

Por lo tanto

$\boldsymbol{(A_1)(50cm^2) = (A_2)(100cm^2)}$

Despejando $\boldsymbol{A_2}$ se obtiene

$$\boldsymbol{A_2 = \frac{(A_1)(50cm^2)}{100cm^2}}$$

Resolviendo

$$\boldsymbol{A_2 = \frac{A_1}{2}}$$

Y se obtiene una ecuación general que para encontrar el área de los cuadrados encajados restantes

$$\boldsymbol{A_{n+1} = \frac{A_n}{2}}$$

Ahora se encuentra el área de A_3 utilizando la ecuación anterior

$$\boldsymbol{A_3 = \frac{A_2}{2}}$$

Sustituyendo los valores en la ecuación

$$\boldsymbol{A_3 = \frac{50cm^2}{2}}$$

Se realiza la división y se obtiene

$$\boldsymbol{A_3 = 25cm^2}$$

Y finalmente se busca el área de A_4

$$\boldsymbol{A_4 = \frac{A_3}{2}}$$

Se sustituye el valor de $\boldsymbol{A_3}$

$$\boldsymbol{A_4 = \frac{25cm^2}{2}}$$

Se realiza la división

$$\boldsymbol{A_4 = 12.5cm^2}$$

Con esto se han encontrado las áreas de todos los cuadrados.

Cuarta fase: Visión retrospectiva

- ¿Es tu solución correcta?

Para responder esta pregunta, se debe de comprobar si la respuesta satisface verdaderamente la ecuación, entonces se procede a sustituir en la ecuación inicial del teorema de Pitágoras, todos los valores conocidos.

$z^2 = x^2 + y^2$

$(\sqrt{50}cm)^2 = (5cm)^2 + (5cm)^2$

$\sqrt{2500}cm^2 = 25cm^2 + 25cm^2$

$50cm^2 = 50cm^2$

Con lo que se comprueba que el teorema de Pitágoras ha sido aplicado correctamente, ya que la respuesta satisface la igualación.

R= las áreas de los cuadrados encajados son $\boldsymbol{A_1 = 100cm^2}$, $\boldsymbol{A_2 = 50cm^2}$, $\boldsymbol{A_3 = 25cm^2\ y\ A_4 = 12.5cm^2}$.

V. Conclusiones

1) Se identificó la resolución de problemas con teorema de Pitágoras en el desarrollo de las clases de noveno grado, donde la minoría de los problemas fueron resueltos al momento adecuado, luego de haber resuelto ejercicios sobre el contenido en el aula de clase.

2) No se logró describir la aplicación del método de Polya y todas sus fases durante el desarrollo de la investigación, debido a que se confirmó que al impartir la resolución de problemas con teorema de Pitágoras en noveno grado, no se utilizó dicho método en el desarrollo de la clase.

3) Se propuso una lista de problemas resueltos sobre teorema de Pitágoras donde se aplicó el método de Polya para darles solución, mostrando la importancia del método en la enseñanza del contenido y su aplicación a las diferentes situaciones de nuestro entorno.

VI. Referencias

Blanco, J. (1996). La Resolución de Problemas. Una revisión teórica. Recuperado 08 de mayo 2013, tomado de http//revistasuma.es/IMG/pdf/21/011-020.pdf.

Blanco, L. J. (2015). Resolución de problemas en Matemática en la formación inicial de profesores.pdf. Cáceres, España: Universidad de Extremadura, Servicio de Publicaciones.

Cruz, M. (2006). La enseñanza de la Matemática a traves de la Resolución de Problema. La Habana: Educacion Cubana.

Dwyer, R., & Elligett, J. (1970). Teaching Children Through Natural Mathematics. Parker publishing C°.

Eggen, F. (2005). Enseñanza y Aprendizaje. Humaya.

Eggen, P. (2005). Estrategias docentes emseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento. FCE.

Godino, J. D. (2003). Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros. Granada: ReproDigital.

González, M. (2009). http//www.cpreuta.es/eppsxxi/modulo204/archivos/matemáticas/doc_gonz_mari/modelización_resolucion_de_problemas.pdf.

Granados, J. A., & Laguna, D. (2013). Modelos de resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas, noveno grado, Colegio Waswalí Abajo, Matagalpa, segundo semestre, 2013. Matagalpa.

Grupo Océano. (2013). Enciclopedia Temática del Estudiante. Barcelona: MMXIII Editorial Océano.

Gutiérrez, L. (2002). Didáctica de las Matemáticas para la formación docente. Primera edición. Cartago, Costa Rica.

Kraudy, E. d., & Hernández, M. (2013). ‘Modelos de resolución de problemas de ecuaciones lineales con una variable, octavo grado, Instituto Nacional de la Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2013. Matagalpa.

Pérez, E. (2014). Matemática Educación Secundaria 9 Grado.

Perry, P. (2000). Una propuesta para abordar el teorema de Pitágoras. Revista EMA, 152-169.

Rich, B. (1991). Geometría. México: McGraw-Hill Interamericana de México S.A. de C.V.

Rotger, S. (1978). Pedagogía. Madrid, España: Castellana.

Sáenz, L. I., & Gutiérrez, L. A. (2001). MAtemática 1 Educación Secundaria. Costa Rica: Farben Grupo Editorial Norma.

Solano, J. (2002). Educación y aprendizaje. Colección pedagógica formación inicial de docentes centroaméricanosde educación primaria o básica. Volumen 2 primera edición. Cartago, Costa Rica: Impresora Obando.

Torres, H., & Girón, D. A. (2009). Didáctica General. San José, Costa Rica: EDITORAMA S.A.

Anexos

Anexo 1

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA

UNAN - MANAGUA

Facultad Regional Multidisciplinaria

FAREM MATAGALPA

Encuesta a estudiantes de noveno grado

Estimado participante:

Soy estudiante de UNAN-FAREM Matagalpa y estoy llevando a cabo un seminario para optar al título de Licenciatura en Ciencias de la Educación con Mención en Matemática cuyo objetivo está basado en "Analizar la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas con el teorema de Pitágoras, noveno grado, matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre 2017". Agradecemos la ayuda que nos brinden para la misma.

I) Marque con una "X" las respuestas que crea usted son correctas

1) ¿Para usted en qué consiste la expresión "resolución de problemas"?

a) En dar solución a los ejercicios sencillos y complejos de la Matemática___

b) En una práctica que ayuda al desarrollo del pensamiento y a la enseñanza de la Matemática___

c) En una práctica que ayuda al desarrollo intelectual del docente___

2) ¿Es usted capaz de diferenciar los problemas de los ejercicios?

a) SI___

b) NO___

3) ¿Con que frecuencia resuelven problemas con su docente de Matemática en el contenido Teorema de Pitágoras?

a) Mucho___

b) Poco___

c) Nada___

4) ¿En qué momento de la clase se aplica la resolución de problemas en el contenido Teorema de Pitágoras?

a) En la introducción de un contenido nuevo___

b) Luego de haber resuelto ejercicios___

c) En una clase práctica sobre el contenido___

d) En ningún momento___

5) ¿Para usted en qué contexto se deben de plantear los problemas Matemáticos cuando se les aplica en la clase?

a) Contexto real___

b) Contexto realístico___

c) Contexto Matemático___

d) Contexto manipulativo___

6) A su criterio ¿Qué tipo de ángulo interno debe de poseer un triángulo rectángulo para que se clasifique como tal?

a) Ángulo obtuso___

b) Ángulo recto___

c) Ángulo agudo___

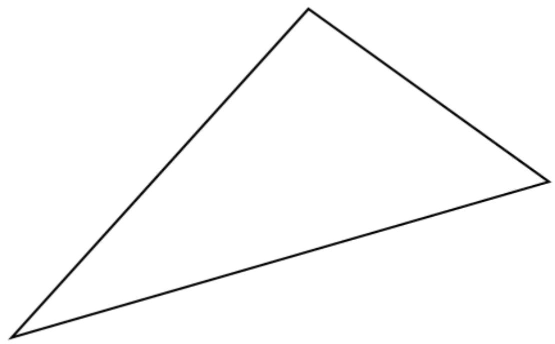
7) Identifique en la figura que se le presenta a continuación los elementos del triángulo rectángulo. Marque los que logre identificar

a) Hipotenusa___

b) Cateto mayor___

c) Cateto menor___

d) Ángulo recto___



8) ¿Podría identificar usted cuál es el Teorema de Pitágoras en los siguientes enunciados?

a) El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos___

b) El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la resta de los cuadrados de las longitudes de los catetos___

c) El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de las longitudes de los catetos ___

9) ¿Es aplicable a situaciones de la vida real el Teorema de Pitágoras?

a) Mucho___

b) Poco___

c) Nada___

10) ¿Sabe usted si el docente aplica algún método para desarrollar la clase sobre Teorema de Pitágoras?

a) SI___

b) NO___

11) ¿Qué cree usted que es el método de Polya?

a) Un método para resolver ejercicios Matemáticos___

b) Un método para resolver problemas Matemáticos___

12) ¿Sabe usted cuál de estas opciones forman parte de las fases del Método de Polya?

a) Comprender el problema___

b) Resolver el ejercicio___

c) Resolver el problema___

Anexos 2

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA
UNAN - MANAGUA

Facultad Regional Multidisciplinaria
FAREM MATAGALPA

Entrevista a docentes de participantes

Estimado docente:

Soy estudiante de UNAN-FAREM Matagalpa y estoy llevando a cabo un seminario para optar al título de Licenciatura en Ciencias de la Educación con Mención en Matemática cuyo objetivo está basado en “Analizar la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas con el Teorema de Pitágoras, noveno grado, matutino, Instituto Nacional Eliseo Picado, Matagalpa, segundo semestre 2017”. Agradecemos la ayuda que nos brinden para la misma.

1) ¿Según usted qué es proceso de enseñanza aprendizaje?

2) ¿Qué cree usted que es más importante, un aprendizaje significativo o un aprendizaje repetitivo?

3) ¿Qué es aprendizaje significativo?

4) ¿Hace usted algún proceso para adecuar los contenidos o los presenta científicamente como aparecen en los textos?

5) ¿Usted acuerda normativas con sus estudiantes dentro del aula? ¿Cuáles?

6) ¿Qué actividad cree usted que beneficia más al estudiante, resolver ejercicios o la resolución de problemas?

7) ¿En qué ayuda la resolución de problemas en Matemática?

8) ¿En qué contexto usted aplica usted resolución de problemas con sus estudiantes?

9) ¿Qué aspectos cree usted que favorecen la resolución de problemas Matemáticos y cuáles no?

10) ¿Conoce usted que métodos existen para la resolución de problemas Matemáticos? ¿Cuáles?

11) ¿Tiene conocimiento usted de quién fue George Polya y relevancia tuvo con las Matemáticas?

12) ¿El método de Polya que cuántas fases consta?

13) ¿De qué manera imparte usted su clase aplicando el método de Polya?

Anexos 3

Parrilla de resultados de encuesta

Número de Encuesta	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
Enc 1	2	1	1	2	1	2	4	1	1	2	2	3
Enc 2	2	1	1	2	4	2	3	1	1	2	1	1
Enc 3	2	1	1	2	2	2	3	1	1	2	1	1
Enc 4	2	1	1	2	1	2	2	2	1	2	2	1
Enc 5	2	1	1	2	1	2	3	1	2	2	2	1
Enc 6	2	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	1
Enc 7	2	1	1	2	1	2	3	1	2	2	2	3
Enc 8	2	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	3
Enc 9	2	1	1	2	1	2	3	1	2	2	2	3
Enc 10	2	1	1	3	3	1	3	1	2	2	2	3
Enc 11	1	1	1	1	2	1	0	3	1	2	2	3
Enc 12	1	1	1	3	2	1	1	3	1	2	2	3
Enc 13	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	3
Enc 14	1	2	1	3	4	1	0	3	1	2	2	3
Enc 15	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	3
Enc 16	2	2	1	2	1	2	3	1	1	1	2	3
Enc 17	2	1	1	2	2	2	4	1	1	1	2	1
Enc 18	1	1	1	2	1	2	0	3	1	1	1	1
Enc 19	1	1	1	3	1	2	1	1	1	1	1	1
Enc 20	1	1	1	1	4	2	2	3	1	1	1	1
Enc 21	2	1	1	3	2	2	1	3	1	2	2	1
Enc 22	1	1	1	3	2	1	2	1	1	2	2	1
Enc 23	2	1	1	1	3	1	3	1	1	2	2	1
Enc 24	1	1	1	3	2	1	3	1	1	2	2	2
Enc 25	2	1	1	3	2	1	3	1	1	2	2	2
Enc 26	2	1	1	1	4	1	3	1	1	2	2	1

Enc 27	**2**	**1**	**1**	**3**	**2**	**1**	**2**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 28	**2**	**1**	**1**	**3**	**4**	**2**	**3**	**1**	**2**	**2**	**2**	**1**
Enc 29	**2**	**1**	**1**	**3**	**4**	**2**	**4**	**1**	**1**	**2**	**1**	**3**
Enc 30	**2**	**1**	**1**	**3**	**2**	**1**	**0**	**1**	**3**	**2**	**1**	**3**
Enc 31	**2**	**1**	**1**	**3**	**2**	**2**	**1**	**3**	**3**	**2**	**1**	**3**
Enc 32	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**1**	**1**
Enc 33	**1**	**1**	**1**	**3**	**2**	**3**	**2**	**1**	**3**	**2**	**2**	**1**
Enc 34	**2**	**2**	**1**	**3**	**2**	**3**	**2**	**1**	**2**	**2**	**2**	**1**
Enc 35	**2**	**2**	**1**	**3**	**2**	**3**	**1**	**3**	**3**	**2**	**2**	**1**
Enc 36	**2**	**2**	**1**	**3**	**2**	**1**	**0**	**1**	**3**	**2**	**2**	**1**
Enc 37	**1**	**1**	**1**	**3**	**1**	**2**	**1**	**3**	**3**	**2**	**2**	**1**
Enc 38	**2**	**1**	**1**	**3**	**1**	**2**	**4**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 39	**2**	**1**	**1**	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**
Enc 40	**2**	**1**	**1**	**1**	**1**	**3**	**2**	**3**	**1**	**2**	**2**	**3**
Enc 41	**2**	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**
Enc 42	**3**	**2**	**1**	**3**	**1**	**3**	**1**	**3**	**1**	**1**	**1**	**3**
Enc 43	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**	**4**	**1**	**1**	**1**	**1**	**3**
Enc 44	**1**	**1**	**1**	**2**	**1**	**2**	**3**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Enc 45	**2**	**1**	**1**	**1**	**1**	**3**	**4**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Enc 46	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**1**	**1**	**1**	**2**	**1**
Enc 47	**3**	**1**	**1**	**2**	**2**	**2**	**2**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 48	**1**	**1**	**3**	**1**	**2**	**2**	**4**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 49	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 50	**3**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**2**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 51	**3**	**1**	**1**	**3**	**2**	**2**	**2**	**1**	**3**	**2**	**2**	**1**
Enc 52	**1**	**1**	**1**	**2**	**1**	**2**	**2**	**1**	**3**	**2**	**2**	**1**
Enc 53	**2**	**1**	**1**	**2**	**1**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 54	**2**	**1**	**1**	**2**	**1**	**2**	**4**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 55	**2**	**1**	**1**	**2**	**1**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**2**	**2**
Enc 56	**1**	**1**	**1**	**2**	**1**	**2**	**4**	**3**	**1**	**2**	**2**	**2**

Enc 57	**2**	**1**	**1**	**2**	**1**	**2**	**4**	**1**	**2**	**2**	**2**	**3**
Enc 58	**2**	**1**	**1**	**2**	**4**	**2**	**4**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**
Enc 59	**2**	**1**	**1**	**2**	**4**	**2**	**3**	**3**	**1**	**2**	**2**	**3**
Enc 60	**2**	**1**	**1**	**1**	**4**	**2**	**2**	**3**	**3**	**2**	**1**	**3**
Enc 61	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**2**	**1**	**1**	**2**	**1**	**3**
Enc 62	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**1**	**3**
Enc 63	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**1**	**3**
Enc 64	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**4**	**1**	**1**	**2**	**1**	**3**
Enc 65	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**3**	**3**	**2**	**1**	**3**
Enc 66	**2**	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**1**	**3**
Enc 67	**2**	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 68	**2**	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 69	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 70	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**3**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 71	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**3**	**3**	**1**	**2**	**2**	**1**
Enc 72	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**4**	**3**	**1**	**2**	**2**	**1**

Preguntas de encuesta y etiquetas

Número de pregunta	**Pregunta**	**Etiqueta**
P1	¿Para usted en qué consiste la expresión “resolución de problemas”?	1:En dar solución a los ejercicios sencillos y complejos de la Matemática 2:En una práctica que ayuda al desarrollo del pensamiento y a la enseñanza de la Matemática 3:En una práctica que ayuda al desarrollo intelectual del docente
P2	¿Es usted capaz de diferenciar los problemas de los ejercicios?	1:SI 2:NO
P3	¿Con que frecuencia resuelven problemas con su docente de Matemática en el contenido Teorema de Pitágoras?	1:Mucho 2:Poco 3:Nada

P4	¿En qué momento de la clase se aplica la resolución de problemas en el contenido Teorema de Pitágoras?	1:En la introducción de un contenido nuevo 2:Luego de haber resuelto ejercicios 3:En una clase práctica sobre el contenido 4:En ningún momento
P5	¿Para usted en qué contexto se deben de plantear los problemas Matemáticos cuando se les aplica en la clase?	1:Contexto real 2:Contexto realístico 3:Contexto Matemático 4:Contexto manipulativo
P6	A su criterio ¿Qué tipo de ángulo interno debe de poseer un triángulo rectángulo para que se clasifique como tal?	1:Ángulo obtuso 2:Ángulo recto 3:Ángulo agudo
P7	Identifique en la figura que se le presenta a continuación los elementos del triángulo rectángulo	0:Ningún acierto 1:Un acierto 2:Dos aciertos 3:Tres acierto 4:Cuatro aciertos
P8	¿Podría identificar usted cuál es el Teorema de Pitágoras en los siguientes enunciados?	1:En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos 2:En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la resta de los cuadrados de las longitudes de los catetos 3:En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de las longitudes de los catetos
P9	¿Es aplicable a situaciones de la vida real el Teorema de Pitágoras?	1:Mucho 2:Poco 3:Nada
P10	¿Sabe usted si el docente aplica algún método para desarrollar la clase sobre Teorema de Pitágoras?	1:SI 2:NO
P11	¿Qué cree usted que es el método de Polya?	1:Un método para resolver ejercicios Matemáticos 2:Un método para resolver problemas Matemáticos

P12	¿Sabe usted cuál de estas opciones forman parte de las fases del Método de Polya?	1:Comprender el problema 2:Resolver el ejercicio 3:Resolver el problema

Anexos 4

Tabla de resultados de entrevista

Pregunta	Respuesta
1) ¿Según usted qué es proceso de enseñanza aprendizaje?	El proceso enseñanza aprendizaje es el proceso que se desarrolla entre docente y estudiante, por medio del cual se crean los conocimientos y se desarrollan algunas habilidades por parte de los estudiantes.
2) ¿Qué cree usted que es más importante, un aprendizaje significativo o un aprendizaje repetitivo?	Creo que lo más importante es que el docente logre formar en el estudiante un aprendizaje significativo porque a como la palabra lo dice que tenga algún significado para el estudiante y sirva de base para un futuro contenido.
3) ¿Qué es aprendizaje significativo?	Es la capacidad de relacionar los conocimientos previos que sirven como base a los conocimientos nuevos sobre un nuevo contenido.
4) ¿Hace usted algún proceso para adecuar los contenidos o los presenta científicamente como aparecen en los textos?	Sí, porque a veces los contenidos son demasiado científicos y es necesario enseñárselo al estudiantes de la forma más sencilla para que lo entienda.
5) ¿Usted acuerda normativas con sus estudiantes dentro del aula? ¿Cuáles?	En muchas ocasiones sí, porque dentro del aula el docente tiene sus demandas y esto se debe a que sirven para mantener el aula activa.
6) ¿Qué actividad cree usted que beneficia más al estudiante, resolver ejercicios o la resolución de problemas?	Creo yo que ambas son beneficiosas para el estudiante ya que para poder resolver problemas es necesario que el estudiante conozca la forma en que se aplica una operación, pero obviamente la resolución de problemas genera un plus ya que genera en el estudiante el razonamiento individual.
7) ¿En qué ayuda la resolución de problemas en Matemática?	Ayuda a desarrollar el razonamiento Matemático y la lógica en los estudiantes, además lo hace autodidacta.
8) ¿En qué contexto usted aplica usted resolución de problemas con sus estudiantes?	Creo que se deben de aplicar un contexto verdadero, real, porque eso sirve para que los estudiantes vean la importancia de cada uno de los

	contenidos y su relación con el medio que los rodea.
9) ¿Qué aspectos cree usted que favorecen la resolución de problemas Matemáticos y cuáles no?	Creo que la parte mental y emocional son fundamentales en la resolución de problemas y depende de cada estudiante como los haya desarrollado porque uno que tenga mentalidad y emociones positivas hacia la resolución de problemas no tiene ningún problema mientras que uno que es negativo, no logrará alcanzar los objetivos planteados por el docente y los propios.
10) ¿Conoce usted que métodos existen para la resolución de problemas Matemáticos? ¿Cuáles?	Conozco algunos, uno es el método de Polya y otro es el de Guzmán, aunque los dos son parecidos pero por lo general el que más se usa es el de Polya
11) ¿Tiene conocimiento usted de quién fue George Polya y relevancia tuvo con las Matemáticas?	Fue un Matemático que estudio la parte de resolución de problemas y que creo un método para resolver un problema con estrategias para hacerlo más sencillo.
12) ¿El método de Polya que cuántas fases consta?	El método tiene cuatro fases que tienen un orden lógico.
13) ¿De qué manera imparte usted su clase aplicando el método de Polya?	Pues aplico cada una de las fases que Polya indica en su método para solucionar el problema de forma más sencilla. Aunque para el Teorema no lo apliqué debido a que ya no había mucho tiempo para poder desarrollar la clase

Anexos 5

Tabla 1

Resolución de problemas

	Frecuencia	Porcentaje
En dar solución a los ejercicios sencillos y complejos de la Matemática	19	26.0%
En una práctica que ayuda al desarrollo del pensamiento y a la enseñanza de la Matemática	50	68.5%
En una práctica que ayuda al desarrollo intelectual del docente	4	5.5%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 2

Diferencia entre problema y ejercicio

	Frecuencia	Porcentaje
SI	65	89.0%
NO	8	11.0%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 3

Frecuencia en resolver problemas

	Frecuencia	Porcentaje
Mucho	72	98.6%
Nada	1	1.4%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 4

Momento en que se aplica la resolución de problemas

	Frecuencia	Porcentaje
En la introducción de un contenido nuevo	27	37.0%
Luego de haber resuelto ejercicios	24	32.9%
En una clase práctica sobre el contenido	22	30.1%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 5

Contexto de los problemas Matemáticos

	Frecuencia	Porcentaje
Contexto real	29	39.7%
Contexto realístico	33	45.2%
Contexto Matemático	2	2.7%
Contexto manipulativo	9	12.3%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 6

Clasificación de un triángulo por su ángulo como triángulo rectángulo

	Frecuencia	Porcentaje
Ángulo obtuso	12	16.4%
Ángulo recto	55	75.3%
Ángulo agudo	6	8.2%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 7

Identificar los elementos del triángulo rectángulo

	Frecuencia	Porcentaje
Ningún acierto	5	6.8%
Un acierto	9	12.3%
Dos aciertos	17	23.3%
Tres aciertos	29	39.7%
Cuatro aciertos	13	17.8%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 8

Identificar el teorema de Pitágoras

	Frecuencia	Porcentaje
El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos	50	68.5%
El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la resta de los cuadrados de las longitudes de los catetos	5	6.8%
El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de las longitudes de los catetos	18	24.7%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 9

Aplicación del teorema a situaciones de la vida real

	Frecuencia	Porcentaje
Mucho	54	74.0%
Poco	9	12.3%
Nada	10	13.7%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 10

Aplicación de algún método en la clase

	Frecuencia	Porcentaje
SI	10	13.7%
NO	63	86.3%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 11

Método de Polya

	Frecuencia	Porcentaje
Un método para resolver ejercicios Matemáticos	20	27.4%
Un método para resolver problemas Matemáticos	53	72.6%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Tabla 12

Fase del método de Polya

	Frecuencia	Porcentaje
Comprender el problema	39	53.4%
Resolver el ejercicio	5	6.8%
Resolver el problema	29	39.7%
Total	73	100.0%

Fuente: Resultados de la investigación

Anexos 6

Operacionalización de variables

Variable	Subvariable	Definición conceptual	Indicador	Escala	Técnica	Preguntas
Resolución de problemas con Teorema de Pitágoras	Proceso enseñanza aprendizaje	Eggen (2005) donde aclara que el proceso de enseñanza aprendizaje es aquel proceso mediante el cual se van adquiriendo o modificando habilidades, es decir que si ya se conoce lo que se estudia se modifica, sino se adquiere. También se aplica a destrezas, conocimientos, conductas o valores.	Concepto	Ordinal	Entrevista	¿Según usted qué es proceso de enseñanza aprendizaje?

Resolución de problemas con Teorema de Pitágoras	Aprendizaje	El aprendizaje significativo puede ser adquirido por dos vías, ambas de gran importancia; una de ellas es formándose a través de un aprendizaje receptivo donde los contenidos se presentan acabados y la segunda vía es por un aprendizaje por descubrimiento o conocido también como constructivista, donde el aprender es de manera autónoma, dándoles la capacidad a los estudiantes de juzgar y actuar críticamente dentro y fuera del aula, tratando de crear un sentido de	Tipos	Ordinal	Entrevista	¿Qué cree usted que es más importante, un aprendizaje significativo o un aprendizaje repetitivo?

	Aprendizaje	“aprender a aprender”. Torres y Girón (2009)	Tipos			
Resolución de Problemas con Teorema de Pitágoras	Aprendizaje significativo	Ausubel define como aprendizaje significativo como “aquella posibilidad de establecer vínculos sustantivos y no arbitrarios entre lo que hay que aprender y lo que hay que saber” (Solano, 2002, p.73)	Concepto	Ordinal	Entrevista	¿Qué es aprendizaje significativo?
	Transposición didáctica	Transposición didáctica se aplica cuando “un contenido del saber sabio que haya sido designado como saber a enseñar sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones	Concepto	Ordinal	Entrevista	¿Hace usted algún proceso para adecuar los contenidos o los presenta científicamente como

Resolución de problemas con Teorema de Pitágoras	Transposición didáctica Contrato didáctico Resolución de Problemas	adaptativas que van a hacerlo apto para tomar lugar entre los objetos de enseñanza” (Chevallard, 1985, p.45). Contrato didáctico es “describir y explicar las obligaciones o normas no explícitas que rigen las interacciones entre el profesor y los alumnos en el aula de matemáticas (en general de una disciplina específica). El contrato didáctico regula los derechos y obligaciones del profesor y los alumnos”. (Godino, 2003, p.72)	Concepto Concepto	Ordinal	Entrevista	aparecen en los textos? ¿Usted acuerda normativas con sus estudiantes dentro del aula? ¿Cuáles?

Resolución de problema con Teorema de Pitágoras	Resolución de problemas	Cruz (2006), indica que resolución de problemas en Matemática es una práctica que potencia el desarrollo del pensamiento y la enseñanza de la Matemática, con la posibilidad de proporcionar actitudes para enfrentar los retos de la ciencia así como los de la vida cotidiana. Situaciones como estas son realmente difíciles de encontrar en la práctica educativa, por constituir verdaderos dilemas para la enseñanza de la Matemática y por su complejidad.	Concepto	Nominal	Encuesta	¿Para usted en qué consiste la expresión "resolución de problemas"? En dar solución a los ejercicios sencillos y complejos de la Matemática___ En una práctica que ayuda al desarrollo del pensamiento y a la enseñanza de la Matemática___ En una práctica que ayuda al desarrollo intelectual del docente___

Resolución de problemas con Teorema de Pitágoras	Resolución de problemas	Según Cruz (2006) ejercicio es únicamente una versión trivializada de problemas, una confusión de conceptos a veces para estudiantes como para los docentes, una simple aplicación de algoritmos conocidos de antemano, también puede llevar a una simple repetición de conocimientos o a una actividad mecánica la cual no ayuda al desarrollo del estudiante y la resolución de problemas consiste en el proceso de ataque, en el abordaje del mismo por parte del sujeto, aunque no se disponga como	Diferencia con ejercicio	Nominal Ordinal	Encuesta Entrevista	¿Es usted capaz de diferenciar los problemas de los ejercicios? SI___ NO___ ¿Qué actividad cree usted que beneficia más al estudiante, resolver ejercicios o la resolución de problemas?

Resolución de problemas con Teorema De Pitágoras	Resolución de problemas	resolverlo, se entenderá que si se encuentra enfrascado en hallar una respuesta, se encuentra resolviendo el problema. Polya, explica la importancia de la siguiente forma "un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad." (Cruz, 2006, p.71)	Diferencia con ejercicio	Nominal Nominal	Encuesta Encuesta	¿Con que frecuencia resuelven problemas con su docente de Matemática en el contenido Teorema de Pitágoras? Mucho___ Poco___ Nada___ ¿En qué momento de la clase se aplica la resolución de problemas en el

			Importancia			contenido Teorema de Pitágoras? En la introducción de un contenido nuevo___
				Nominal	Encuesta	Luego de haber resuelto ejercicios___ En una clase práctica sobre el contenido___
Resolución de problemas con Teorema de Pitágoras	Resolución de problemas			Ordinal	Entrevista	¿En qué ayuda la resolución de problemas en Matemática?
		Blanco (2015), cuando se presenta un problema se enmarca en un contexto que pueda reflejar algo real, ficticio o lúdico donde se trata de dar sentido y lograr la	Importancia	Ordinal	Entrevista	¿En qué contexto usted aplica usted resolución de problemas con sus estudiantes?
				Nominal	Encuesta	¿Para usted en qué contexto se deben de

Resolución de problemas con Teorema de Pitágoras	Resolución de problemas	aplicación de los conceptos Matemáticos, estos contextos son el real, el realístico, Matemático y el manipulativo y/o recreativo por medio de herramientas tecnológicas.	Contexto	Nominal	Encuesta	plantear los problemas Matemáticos cuando se les aplica en la clase? Contexto real___ Contexto realístico___ Contexto Matemático___ Contexto manipulativo___
			Contextos	Ordinal	Entrevista	¿Qué aspectos cree usted que favorecen la resolución de problemas Matemáticos y cuáles no?
	Triángulos rectángulo	Rich (1991), explica que un triángulo rectángulo es aquel que posee un		Nominal	Encuesta	A su criterio ¿Qué tipo de ángulo interno

		ángulo interno que mide exactamente 90° y a como se aprecia en la figura 3 el $\angle C$ es el ángulo recto, por tanto, este tipo de triángulo es el único que permite la aplicación de Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas y solución de ejercicios.	Factores de influencia	Nominal	Encuesta	posee un triángulo rectángulo? Ángulo obtuso___ Ángulo recto___ Ángulo agudo___
Resolución de problemas con Teorema de Pitágoras	Triángulo rectángulo	Grupo Océano (2013), si se considera un triángulo OMS, se designan los lados de dicho triángulo como segmentos componentes del triángulo, pero al mismo tiempo le dan nombre específico a cada uno de	Concepto	Nominal	Encuesta	Identifique en la figura que se le plantea a continuación los elementos del triángulo rectángulo Hipotenusa Cateto mayor Cateto menor Ángulo recto

		ellos los cuales se definen a continuación. OS = Hipotenusa OM = Cateto mayor MS = cateto menor	Elementos			
Resolución de problemas con Teorema de Pitágoras	Teorema de Pitágoras	Pitágoras expresa que “en todo triangulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos”. (Pérez, 2014, p.214)	Teorema	Nominal	Encuesta	¿Podría identificar usted cuál es el Teorema de Pitágoras en los siguientes enunciados? En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos___

Resolución de problemas con Teorema de Pitágoras	Teorema de Pitágoras		Teorema	Nominal	Encuesta	En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la resta de los cuadrados de las longitudes de los catetos___ En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de las longitudes de los catetos ___
			Definición	Nominal	Encuesta	¿Es aplicable a situaciones de la vida

Resolución de problemas con teorema de Pitágoras	Modelos Matemáticos	González (2009), indica que un modelo Matemático, es el que describe teóricamente un objeto que existe fuera del campo de la Matemática. Es decir, que son las herramientas capaces de demostrar por medio de patrones la existencia de un algo, que dentro de la Matemática como tal no existe.	Definición	Nominal Nominal Ordinal	Encuesta Encuesta Entrevist a	real el Teorema de Pitágoras? Mucho___ Poco___ Nada___ ¿Sabe usted si el docente aplica algún método para desarrollar la clase sobre Teorema de Pitágoras? SI___ NO___ ¿Conoce usted que métodos existen para la resolución de problemas Matemáticos?

Método de Polya		Gutiérrez (2002), este es un método que se utiliza para dar solución a problemas Matemáticos, esta es la más grande aportación de George Polya en la enseñanza de la Matemática que consta de cuatro fases para resolver problemas.	Definición	Nominal	Encuesta	¿Qué cree usted que es el método de Polya? Un método para resolver ejercicios Matemáticos___ Un método para resolver problemas Matemáticos___
		Según Cruz (2006), en el año de 1945 el Matemático y Pedagogo húngaro George Polya publica el libro "How to solve it" donde expone que existen algunas reglas generales, capaces de prescribir detalladamente la más útil	Aportes	Ordinal	Entrevista	¿Tiene conocimiento usted de quién fue George Polya y relevancia tuvo con las Matemáticas?

Método de Polya		disciplina del pensamiento, que no son conocidas, sin embargo, si tales reglas pudieran ser formuladas, indica que ellas no serían muy útiles. Al mismo tiempo planteó que para la resolución de problemas existen cuatro fases, no pasos, las cuales se le conocen en la actualidad como método de Polya.	Aportes Fases del Método de Polya	 Nominal	 Encuesta	 ¿Sabe usted cuál de estas opciones forman parte de las fases del Método de Polya? Comprender el problema___

Método de Polya				Nominal Ordinal Ordinal	Encuesta Entrevista Entrevista	Resolver el ejercicio___ Resolver el problema___ ¿El método de Polya que cuántas fases consta? ¿De qué manera imparte usted su clase aplicando el método de Polya?