



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA

UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA MATAGALPA

UNAN – FAREM – MATAGALPA

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

**Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención
en Matemática**

Tema

**Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando Método de
Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.**

Subtema

**Resolución de problema de Área y Volumen del Cilindro, aplicando Método
de Polya, décimo grado, turno vespertino, Instituto Nacional La Dalia,
Matagalpa, segundo semestre 2017.**

Autores

Br. Ariel Antonio Olivas Hernández.

Br. Diógenes de Jesús Velásquez Jirón.

Tutora

MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle.

Enero, 2018



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA MATAGALPA

UNAN – FAREM – MATAGALPA

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

**Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención
en Matemática**

Tema

**Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando Método de
Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.**

Subtema

**Resolución de problema de Área y Volumen del Cilindro, aplicando Método
de Polya, décimo grado, turno vespertino, Instituto Nacional La Dalia,
Matagalpa, segundo semestre 2017.**

Autores

Br. Ariel Antonio Olivas Hernández.

Br. Diógenes de Jesús Velásquez Jirón.

Tutora

MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle.

Enero, 2018

Tema

Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando Método de Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.

Subtema

Resolución de problema de Área y Volumen del Cilindro, aplicando Método de Polya, décimo grado, turno vespertino, Instituto Nacional La Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017.

ÍNDICE

DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTO	ii
VALORACIÓN DEL DOCENTE	iii
RESUMEN.....	iv
I. INTRODUCCIÓN.....	1
II. JUSTIFICACIÓN.....	6
III. OBJETIVOS	9
IV. DESARROLLO DEL SUBTEMA	10
4.1.Resolución de problemas Matemáticos	10
4.1.1. Concepto de ejercicio en Matemática	10
4.1.2. Concepto de problema en Matemática	10
4.1.3. Diferencia entre ejercicio y problema en Matemática.....	12
4.1.4. Características de un problema Matemático.....	14
4.1.5. Clasificación de los problemas Matemáticos.....	16
4.1.6. Aprender a resolver problemas.....	19
4.1.7. Importancia de resolver problemas en Matemática.....	22
4.1.8. Modelos de resolución de problemas	24
4.2.Método de Polya para resolver problemas Matemáticos	29
4.2.1. Reseña biográfica de George Polya	29
4.2.2. Concepto de Método	30
4.2.3. Importancia de la aplicación del Método de Polya en la resolución de problemas.....	35
4.2.4. Uso del Método planteado por George Polya como una alternativa para resolver problemas de Área y Volumen del Cilindro.....	36
4.3.Cilindro.....	38
4.3.1. Definición del Cilindro	38
4.3.2. Elementos del Cilindro.....	38
4.3.3. Tipos de Cilindro.....	39
4.3.4. Ecuaciones para calcular el Área y Volumen del Cilindro	40
V. PROPUESTA DIDACTICA	42
VI. CONCLUSIONES	77
VII. BIBLIOGRAFÍA.....	78
Anexos	

DEDICATORIA

Este trabajo lo dedicamos en primer lugar a: Dios todo poderoso por permitirnos gozar de una vida tan maravillosa, por brindarnos la sabiduría, capacidad y fortaleza necesaria para llegar a esta etapa de la vida profesional, por todas las bendiciones recibidas, por las destrezas y habilidades de las cuales nos hizo merecedores y la gracia de llegar hasta esta fase tan esperada, siendo el ser supremo capaz de decidir el rumbo de cada ser viviente en la faz de la tierra, poniendo en este la capacidad, el querer como el hacer y siempre guiado por su mano poderosa.

A nuestros padres los cuales nos han dado todo el apoyo necesario no solo en este momento sino desde antes, induciéndolos siempre a prepararnos para ser alguien en la vida y de una u otra manera contribuir al desarrollo de nuestro país, sirviendo así a nuestra formación desde pequeños inculcando reglas para tratar de regir nuestra conducta y comportamiento para que hoy en día representemos lo que somos como persona, valiéndolos de los valores, principios, carácter, empeño, perseverancia, coraje para conseguir cada objetivo, y por dejarnos la herencia más preciada como son los estudios.

Así mismo a cada uno de nuestros amigos y compañeros de clase porque a pesar de las diferencias que siempre deben existir por naturaleza, estuvieron dispuestos a apoyarnos y motivarnos con palabras de aliento dando ánimos cuando más se necesita, mediante cierto afecto y esmero los cuales son de mucho alivio al momento de cierta desesperación apuros y tropiezos que son de esperarse en estas situaciones, lo que contribuyó para que se ganaran un lugar importante en nuestros corazones.

AGRADECIMIENTO

Primeramente agradecemos a Jehová Dios dador de vida y la sabiduría, que por su infinita voluntad nos ha permitido culminar nuestra investigación, por habernos dado salud, fuerza, sabiduría y entendimiento para superar cada una de las pruebas y dificultades que se nos presentaron, además por darnos la dicha de constar con el ánimo de estudiar, empeñar tiempo y energías en la preparación académica.

Así mismo agradecemos a nuestros padres quienes de una u otra forma contribuyeron para lograr este objetivo, desde el inicio de nuestro desarrollo profesional hasta esta etapa en la que estamos hoy en día, siempre sus palabras de aliento y ánimo que fueron fundamentales durante este proceso.

A nuestra Tutora Msc. Nesly De los Ángeles Laguna Valle, por su apoyo incondicional, paciencia, dedicación, tiempo y por su valiosa asesoría brindada aún en tiempos adicionales a los establecidos para poder así cumplir con la elaboración de este trabajo.

A las autoridades del Instituto Nacional La Dalia, director, personal docente y población estudiantil por darnos su máximo apoyo durante todo este proceso el cual fue de mucha ayuda.

También a nuestros compañeros de clase de la Carrera de Matemática los cuales gracias esa amistad y confianza presentada permitió obtener una comunicación fluida la cual fue valiosa ya que sin el trabajo de equipo, la formulación de este documento no hubiera sido posible.

En general a los demás docentes, fuente de conocimiento, que a lo largo de nuestra carrera nos enseñaron, para contribuir a nuestra formación profesional.

VALORACIÓN DEL DOCENTE

Por este medio avalo la entrega para su debida defensa ante el tribunal examinador del informe final del seminario de graduación para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Matemática, que lleva por nombre:

Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando Método de Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.

Subtema

Resolución de problema de Área y Volumen del Cilindro, aplicando Método de Polya, décimo grado, turno vespertino, Instituto Nacional La Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017.

Autores

Br. Ariel Antonio Olivas Hernández. N° Carné: 13064581

Br. Diógenes de Jesús Velásquez Jirón. N° Carné: 11027313

Considero que el informe final reúne los requisitos básicos establecidos en el Reglamento de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-Managua, se ha cumplido con la metodología propuesta para desarrollar el seminario, así mismo la estructura obedece a lo contemplado en la normativa de la Universidad.

MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle

Tutora

UNAN Managua, FAREM Matagalpa

RESUMEN

Para la enseñanza de la Matemática en secundaria se considera la resolución de problemas como la etapa más importante del quehacer Matemático, por tanto, en el aula como fuera de ella se les debe orientar a los estudiantes resolver problemas porque a través de estos, se logra propiciar la interpretación, análisis, reflexión, razonamiento lógico, el descubrimiento de Modelos o patrones de teoremas que pueden ser de mucha utilidad.

Esta investigación aborda la problemática con el propósito de analizar la resolución de problema de Área y Volumen del Cilindro, aplicando Método de Polya décimo grado, turno vespertino, Instituto Nacional La Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017.

Se enfoca en la resolución de problemas, como una actividad importante para aprender contenidos de Matemática, por lo que es bueno considerar aspectos necesarios para formación del estudiante ya que contribuye al desarrollo cognitivo de este.

Por tal motivo es de gran importancia el estudio de esta situación, pues desarrolla la imaginación y capacidad para explorar, representar y describir su entorno físico, permitiendo formularse su propio concepto en base a lo que él conoce, visualiza y adquiere, siendo así más duraderos los conocimientos.

Con esta investigación se constató que el Método de Polya no se aplica directamente con estudiantes de décimo grado, mediante la resolución de problemas si se logró evidenciar la aplicación de algunos pasos los cuales se hacen de forma implícita, donde el estudiante ni siquiera se da cuenta al momento de resolver, valorando la importancia de su aplicación en el área de Matemáticos.

I. INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas es considerada como parte esencial de la educación Matemática. Mediante este término, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de esta en el mundo que les rodea. En este sentido es fundamental para la educación secundaria del Instituto Nacional La Dalia, analizar la resolución de problemas de Área y Volumen del Cilindro aplicando el Método de Polya.

A medida en que los estudiantes resuelven problemas, se familiarizan con las Matemática, desarrollando a sí una mente inquisitiva y perseverante, aumentando capacidades de análisis, creatividad y empeño por la materia, fortaleciendo de esta manera su nivel de aprendizaje.

Sin embargo, la dificultad que puedan presentar los estudiantes en el análisis y aplicación de procedimientos necesarios para resolver un problema conlleva a realizar el trabajo de investigación, el cual está centrado en las aulas de secundaria de décimo grado, turno vespertino del Instituto Nacional La Dalia, específicamente durante la resolución de problemas relacionados con el cálculo de Área y Volumen del Cilindro.

La educación en Nicaragua durante los últimos años ha venido evolucionando y cada día se hace necesario instruir de una manera más eficaz a cada estudiante en el caso de la asignatura de Matemática, la cual es considerada de mayor complejidad tanto para el que enseña como el que aprende y por ello se prevé la aplicación de modelos que faciliten la comprensión de cada contenido mediante la resolución de problemas relacionados a la vida cotidiana, los cuales permiten a cada educando desarrollar su capacidades de diferentes maneras valorando así mismo la importancia de estos.

Escalante Martínez (2015), en su tesis de grado “Método Polya en la resolución de problemas Matemáticos, (estudio realizado con estudiantes de quinto primaria)”. Planteó que, Para resolver un ejercicio, el estudiante aplica procedimientos rutinarios para su resolución. Pero resolver problemas con este Método el estudiante debe primero comprender, luego reflexionar y ejecutar pasos originales que no había ensayado antes para la solución del problema, luego comprobar su respuesta.

Según Espinoza (2015), en su seminario “Estudio de la estática de Sólidos aplicando Estrategias Metodológicas que faciliten la comprensión en la resolución de problemas en estudiantes de décimo grado” planteaba la importancia de la búsqueda de alternativas de solución de problemas que mejoren las capacidades y habilidades de los estudiantes.

Así mismo Alcántara y Alcántara (2016), en su monografía “ Modelos de resolución de problemas aplicado durante el proceso de enseñanza- aprendizaje de los números enteros en estudiante de séptimo grado” planteaba que es tarea del docente es fomentar el amor hacia la Matemática planteando al estudiante situaciones en donde se evidencie la importancia de la asignatura y la aplicación de Modelos de resolución de problemas comenzando con aquellos relacionados con la vida cotidiana del estudiante, de aquí la necesidad de visualizar una Metodología adecuada para el abordaje de problemas Matemáticos.

Estos antecedentes encontrados tienen una estrecha relación con la temática a tratar ya que ofrecen experiencias estudiadas las cuales contribuyen a una mejor visualización de la problemática, además contienen elementos teóricos que podrán ser citados durante el desarrollo de este trabajo, para hacer aclaraciones, reforzar teorías, realizar análisis de resultados y contribuir teóricamente en diferentes aspectos vinculados al tema.

Para la enseñanza de la Matemática en secundaria se considera la resolución de problemas como una actividad importante que consiente en analizar situaciones que permiten desarrollar las capacidades cognitivas de cada estudiante, por tanto, en el aula como fuera de ella, se debe orientar resolver problemas, porque a través de estos, se logra propiciar interpretación, análisis, reflexión, razonamiento lógico, descubrimiento de Modelos o patrones de teoremas etc.

Es por ello que se resalta dentro del marco teórico los Modelos de resolución de problemas propuestos por Wallas, Allan Schoenfeld, y Miguel de Guzmán para proponer una situación didáctica que permita establecer un ambiente propicio, donde se pueda conectar los contenidos con los intereses de los estudiantes.

Dentro de las líneas de desarrollo de las ideas de Polya, da una lista de técnicas heurísticas de uso frecuente, que agrupa en cuatro fases definidas de la siguiente manera: Comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y examinar la solución obtenida.

La investigación presenta un enfoque cuantitativo, ya que mediante la realización se hizo uso de algunas mediciones para la linealidad del proceso, además los datos se procesaron estadísticamente. Según el alcance de la investigación es descriptiva, porque se recolectó información para describir la resolución de problemas de Área y Volumen del Cilindro aplicando Método de Polya.

De igual manera la investigación tiene un diseño no experimental de eje transversal, puesto que solo se trató de estudiar o de abordar el aspecto conceptual de la problemática, es decir no se manipularon las variables del problema.

La población en estudio estuvo conformada por los estudiantes de décimo grado del turno vespertino del Instituto Nacional La Dalia, los cuales están divididos en tres secciones: A, B y C, además el docente que imparte la asignatura de Matemática.

La muestra probabilística de estudiantes se obtuvo a partir de la siguiente fórmula estadística considerándose representativa, con un margen de error del 0,08%

$$n = \frac{Npq}{(N - 1) D + pq}$$

(Sheaffer Mendenhall y Ott, 2006, Pag.100)

Donde $q=1-p$ y $D = \frac{B^2}{4}$

n: es la muestra en estudio.

N: es el universo.

p y q: son proporciones probabilísticas, general mente no conocidas.

B: margen de error permisible de 0,01 y 0,010 (se aplicó un margen de 0,08 que significa el 0,08 % de error), los datos son los siguientes:

N: 88

n: ?

P y q: 0,5

B: 0,08

$$D = \frac{(0,08)^2}{4} = \frac{1}{625}$$

Al sustituir los datos en la ecuación anterior tenemos:

$$n = \frac{(88)(0,5)(0,5)}{(88 - 1) \frac{1}{625} + (0,5)(0,5)} = 56.53 \approx 57$$

Se tomó una muestra de 57 estudiantes, la cual fue proporcional a la cantidad de estudiantes en cada sección de décimo grado. Resaltando además que se utilizó un muestreo aleatorio sistemático al momento de elegir a cada estudiante encuestado.

Tabla 1: Distribución de la muestra por sección

	Población	Muestra
A	28	18
B	31	20
C	29	19
Total	88	57

Fuente: Elaboración propia

Se aplicó el Método teórico – Científico, al hacer uso de ciertas biografías consultadas. Se empleó además el Método empírico, pues se recolectó la información a través de cierto instrumento que permitieron medir cada variable en estudio.

Los instrumentos que se aplicaron para recolectar información fueron: encuesta dirigida a estudiantes de décimo grado turno vespertino, está cuenta con ocho preguntas y un problema de aplicación, entrevistas dirigida al docente que imparte Matemática a décimo grado, estructurada con once preguntas, guía de observación diseñada con ocho preguntas que fueron contestada por los investigadores, mediante la observación de la clase cuando, se desarrolló el contenido de Área y Volumen del Cilindro.

Con los datos obtenidos se trabajó con el programa IBM SPSS, donde se procesó la información a través de la construcción de tablas y diagramas que resaltan cada una de las respuestas obtenidas.

II. JUSTIFICACIÓN

La unidad de Geometría de Sólidos se considera como una de las temáticas más deficientes en la educación secundaria, tanto para el docente que imparte matemática como para los mismos estudiantes; posiblemente por carecer de estándares muy particulares para la aplicación de la misma en el nivel de secundaria, desde esta perspectiva su enseñanza podría considerarse como una comprensión conceptual y en un aprendizaje mecánico, que puede generar que los alumnos no desarrollen sus destrezas y habilidades.

Uno de los contenidos abordados en la unidad de Geometría de Sólidos es el Cilindro, seleccionado en esta investigación por ser una temática compleja, por no alcanzar el desarrollo estimado durante el proceso de enseñanza - aprendizaje por parte del educando; a causa del poco tiempo disponible para esta unidad, ya que suele abordarse a final del año lectivo escolar.

Por consiguiente, no se muestra el interés suficiente por la unidad, sabiendo que esta es amplia, que por lo general se necesita de un tiempo apropiado para su desarrollo y la mayoría de los docentes optan más por resolver ejercicios sencillos que resolver problemas de aplicación, lo que limita al estudiante a analizar, reflexionar y aportar sus conocimientos sobre la temática.

Valorando la importancia del aprovechamiento de la actividad mental; como dinamizador de la práctica docente impulsado por el sistema educativo, el cual está orientado a la construcción de conocimientos, cuyo objetivo fundamental es garantizar otras formas de trabajo y organización en el aula de clase, esto se plantea como un cuestionamiento de ideas, lo cual constituye una forma de trabajo que favorece la expresión verbal y escrita del estudiante, mediante la confrontación de idea entre los demás compañeros, por acertar de una u otra manera a las interrogantes planteadas, pretendiendo así crear un ambiente que

beneficie simultáneamente la acción profesor – estudiante por medio de la resolución de problemas.

Para resolver problemas de Matemática existen un conjunto de procedimientos o Métodos que aplicándolos llevan necesariamente a la resolución de estos (en el caso de que tenga solución). Donde el estudiante elige el que se adapte a su capacidad cognitiva mediante ideas luminosas, con el propósito de dar salida a cualquier situación.

La idea de este trabajo de investigación es dar a conocer un Método que permita a los docentes abordar la unidad de estudio, en cada uno de los contenidos de una manera más dinámica, creativa y de suma importancia en la formación del estudiantado, en lo que se refiere al Método de Polya, basado en el enfoque resolución de problemas.

Esta investigación se enfoca en la resolución de problemas, como una actividad importante para aprender contenidos de Matemática, por lo que es bueno considerar aspectos necesarios para formación del estudiante como los siguientes:

- Formulación de problemas, a partir de situaciones dentro y fuera de la Matemática.
- Desarrollo y aplicación de diversos modelos para resolver problemas.
- Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original.

Es decir que mediante estos aspectos tanto los docentes como el estudiante tendrán un objetivo fundamental, centrado en despertar curiosidades, buscando las vías necesarias para poder asimilar bien el contenido y así llevarlos a la práctica.

Esto permitirá resolver problemas no en un sentido tradicional, sino haciendo mención de recursos meramente relacionados con el entorno, para propiciar un mejor conocimiento de la temática mediante diversos contextos.

Por tal motivo es de gran importancia el estudio de esta situación. Por un lado, desarrolla la imaginación y capacidad para explorar, representar y describir su entorno físico, proceso que le permitirá formular su propio concepto en base a lo que él conoce visualiza y adquiere, para darles soluciones a las interrogantes, lo que generaría la captación del contenido sin temor a ser olvidado con facilidad.

Hoy en día, la mayoría de los estudiantes egresados de secundaria optan por carreras relacionadas a campos geométricos, debido a las oportunidades de empleo que les generan estas opciones, destacando que mucho de los avances que están surgiendo en nuestro país se ligan básicamente en el empleo de la Geometría.

Con la práctica del Método de Polya para resolver problema, el cual es considerado útil para la enseñanza y el aprendizaje de cada estudiante en su formación académica, posiblemente se vean beneficiado docente y estudiante, ya que este permite mediante la interacción de ambos relacionar contenidos anteriores con los nuevos, además haciendo uso de materiales, contribuyendo de esta manera a un mejor conocimiento de la temática al momento que se está abordando.

Sin obviar que desde un inicio los resultados puede que no sean los esperados, debido a que los estudiantes no están acostumbrados a este tipo de actividad, por lo que será una tarea compleja de llevar a cabo, pero de suma importancia para la juventud que hoy en día que cursa su secundaria.

Por tal razón, esta investigación será de mucha utilidad para los docentes imparten la asignatura de Matemática, para una mejor efectividad en la enseñanza, asimismo como referencia bibliográfica para futuras investigaciones en cuanto a temas relacionados con el Cilindro, para la resolución de problemas de Área y Volumen haciendo uso del Método de Polya.

III. OBJETIVOS

3.1. Objetivo general

Analizar la resolución de problema de Área y Volumen del Cilindro, aplicando Método de Polya décimo grado, turno vespertino, Instituto Nacional La Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017.

3.2. Objetivos específicos

3.2.1. Caracterizar los problemas que se están resolviendo, relacionados al Área y Volumen del Cilindro, décimo grado, turno vespertino, Instituto Nacional La Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017.

3.2.2. Describir los procedimientos metodológicos implementados durante la resolución de problema de Área y Volumen del Cilindro, para desarrollar los pensamientos lógicos en estudiantes de décimo grado, turno vespertino, Instituto Nacional La Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2017.

3.2.3. Determinar la implementación del Método Polya en la resolución de problemas de Área y Volumen del Cilindro, con estudiantes de décimo grado, Instituto Nacional La Dalia Matagalpa.

3.2.4. Proponer resolución de problemas de aplicación, relacionados al cálculo de Área y Volumen del Cilindro, haciendo uso del Método de Polya.

IV. DESARROLLO DEL SUBTEMA

4.1. Resolución de problemas Matemáticos

4.1.1. Concepto de ejercicio en Matemática

De acuerdo con la Enciclopedia SALVAT, (1972, p. 1154), menciona que un ejercicio Matemático es un “problema planteado para practicar fórmulas, conceptos o teoremas Matemáticos”. Es decir, cuando el estudiante tiene noción de un determinado ejercicio basta únicamente con seguir los mismos procedimientos y así obtener la solución pedida. Si bien es cierto esto no amerita de mucho empeño por parte del estudiante en el aula de clase por ser esta una actividad menos compleja de realizar para el estudiantado.

4.1.2. Concepto de problema en Matemática

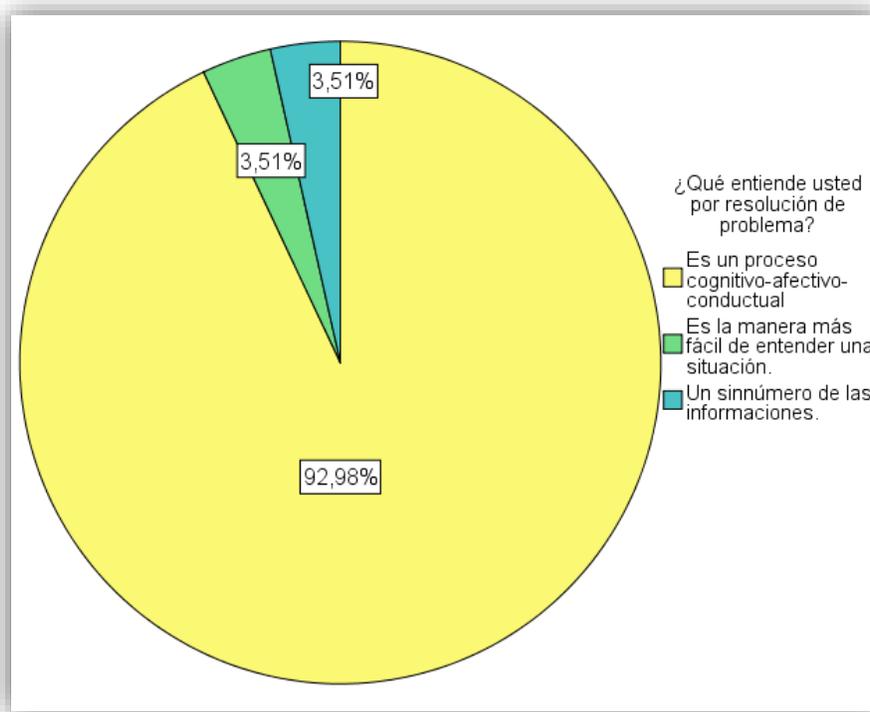
Para House, Wallace y Johnson (1983), citado por Blanco Cárdenas y Caballero (2015, p.83) “Problema Matemático es una situación que supone una meta para ser alcanzada donde existen obstáculos para lograr ese objetivo que requiere deliberación, y se parte del desconocimiento del algoritmo útil para resolver el problema”. Lo que significa una situación probablemente desconocida la cual requiera técnicas para su solución. En la mayoría de los centros educativos esta situación es posible que no sea aceptada por los estudiantes debido a que la mayoría no se acostumbran a analizar, el cual es uno de los factores de mayor importancia al momento que se les presenta una situación de estas.

Bados (2014) manifiesta que “la resolución de problemas es un proceso cognitivo-afectivo-conductual mediante el cual una persona intenta identificar o descubrir una solución o respuesta de afrontamiento eficaz para un problema particular” (p.5).

Mediante esta definición se puede deducir que para resolver problemas no existen fórmulas mágicas o conjunto de procedimientos y Métodos que aplicándolo lleven necesariamente a la resolución del problema (aún en el caso de que tenga solución). Pero de ahí no hay que sacar en consecuencia una apreciación ampliamente difundida en la sociedad: la única manera de resolver un problema se da por "ideas luminosas", que se tienen o no se tienen.

Por medio de la encuesta realizada se constató que 53 de los estudiantes de décimo grado coinciden con la definición presentada por Bados (2014), manifestando que este concepto es de gran relevancia para resolver un problema Matemático, ya que ayuda cada individuo a inferir de una manera lógica el propósito al cual se desea llegar.

Gráfico 1: Concepto de resolución de problemas



Fuente: Resultados de la investigación

La mayoría de los estudiantes están en la capacidad de análisis y comprensión a la hora de resolver una situación ligada a la resolución de problemas en Matemática. El conocimiento y la práctica de los mismos es justamente el objeto de la resolución de problemas, y hace que sea una facultad de preparación, un apartado que se puede mejorar con la práctica. Pero para ello hay que conocer los procesos y aplicarlos de manera apropiada.

Así mismo el docente mediante la entrevista realizadas, infiere que “para resolver un problema no necesariamente se necesite de un concepto donde se afirme que esta definición ayude a cada estudiante a resolverlo”, aun siendo el caso que se presente, ya que estos tienen que estar ligados a esta práctica continuamente para que los términos en los que se pretenden trabajar una vez de haber encontrado la respuesta sea satisfactoria.

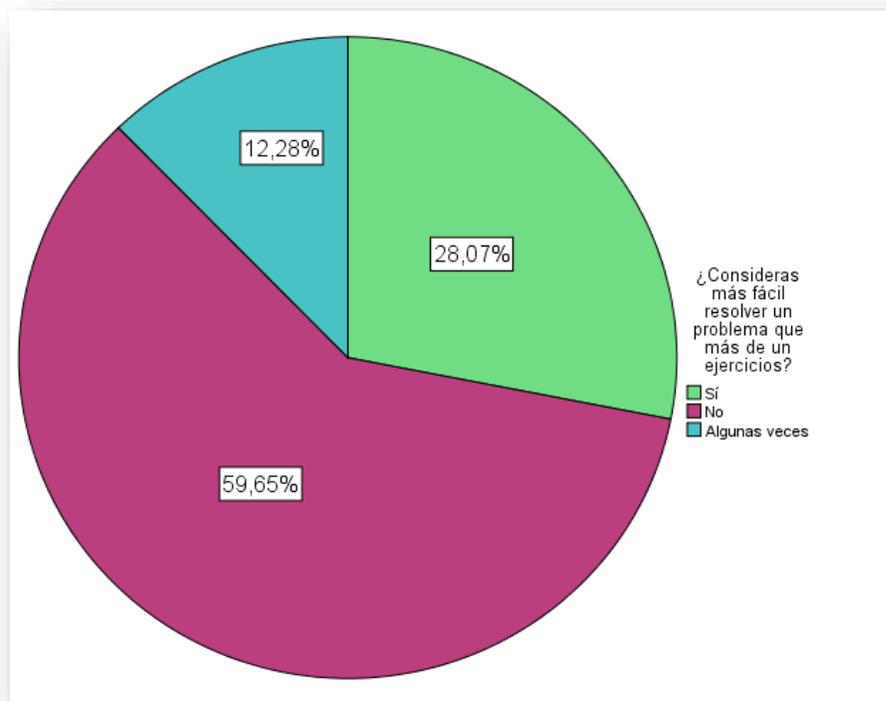
4.1.3. Diferencia entre ejercicio y problema en Matemática

Según Kantowski citado por Bernabéu (2010) una tarea es un problema si implica para el alumno una pregunta que no sabe responder o situación que es incapaz de resolver usando los conocimientos que tiene inmediatamente disponible, mientras que un ejercicio Matemático es una actividad en la cual el alumno aplica un algoritmo que conoce y que una vez aplicado le llevará a la solución.

Si bien es cierto estas actividades son de suma importancia en el aula de clase cada una presenta diferentes opciones o alternativas tanto para el docente como también para el estudiante, resaltamos en un problema cuya resolución supone la aplicación inmediata de algunos conocimientos (usualmente algoritmos específicos) previamente adquiridos anteriormente el estudiante tiende a encontrar ciertas inconvenientes para dar la solución mientras que al resolver un ejercicio basta únicamente de encontrar un algoritmo adecuado y así obtener la solución.

El siguiente gráfico representa los resultados que dieron los estudiantes de décimo grado a la pregunta: ¿Considera más fácil resolver un problema que más de un ejercicio?

Gráfico 2: Diferencia entre resolver ejercicio-problema



Fuente: Resultados de la investigación

Como se puede apreciar 16 de los estudiantes consideran que si es más fácil resolver un problema, mientras que 34 dijeron que no, los demás consideran que algunas veces si es más fácil resolver un problema que un ejercicio en el Área de Matemática.

Durante la entrevista al docente decía que un problema es el que se presenta como un texto y un ejercicio es más numérico, mediante la observación realizada el docente propuso una situación problemática y mediante diferentes pautas se

llegó a la solución de este. Por lo general se puede considerar que a los estudiantes les es más apropiado resolver ejercicios que problemas, esto por la facilidad y cierta linealidad que se pueden encontrar con algunos que ya se hayan trabajado anteriormente, sin embargo, es de suma importancia resolver problemas para una mejor asimilación de la temática que se está abordando.

4.1.4. Características de un problema Matemático

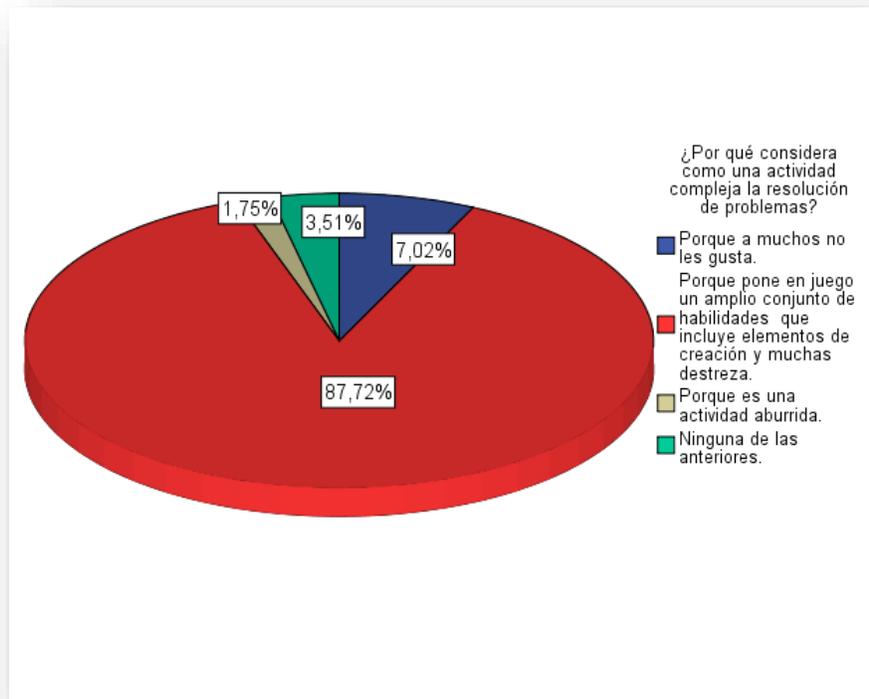
De manera general las características de un problema de acuerdo con Santos (2010), citado por Monroy (2014, p.82) son:

- La existencia de un interés.
- La no existencia de una solución inmediata.
- La presencia de diversos caminos o métodos de solución.
- La atención por parte de una persona para llevar a cabo un conjunto de acciones tendentes a resolver esta Área; es decir, unos problemas están hasta que existe un interés y se emprenden acciones específicas para intentar resolverlo.

Al momento de resolver un problema es de suma importancia que el estudiante tenga claro cada una de las características que este tenga para así obtener una mejor efectividad con la respuesta alcanzada, por otra parte, se debe evitar la científicidad en la redacción de este, sino más bien tratar de adecuarlo de manera que no se dificulte al momento de la interpretación de este, para que el estudiante demuestre cierto interés al momento de abordar la situación.

Debido a esto es que 50 estudiantes de los encuestado manifiestan la resolución de problemas como una actividad compleja debido a que se pone en juego un amplio conjunto de habilidades que incluye elementos de creación y muchas destrezas, dato que reflejado mediante la presentación del grafico siguiente:

Gráfico 3: La resolución de problemas como una actividad compleja



Fuente: Resultados de la investigación

La resolución de problemas es considerado como un tema relevante en materia de enseñanza y aprendizaje, abarca una serie de aspectos comunes y otras funciones no rutinarias que son esenciales para la vida diaria. Además hay una variedad de aplicaciones de la Matemática a realidades concretas y a situaciones fuera de su ámbito. Para lograr el objetivo de esta Área, se necesita una gran cantidad de conceptos y habilidades, sobre los cuales se debe conocer sus reacciones y principios que los orientan para la adquisición y desarrollo. Todo esto requiere de una actividad mental y lógica que está directamente relacionada con el grado de madurez fisiológico de la persona. Dentro de los aspectos que influyen en el desarrollo de esta habilidad.

En las observaciones realizadas se logró comprobar todos estos términos ya que se manifiesta dentro del desarrollo de la resolución de problemas y se toma como eje principal algunos aspectos como:

- Problemas presentados en forma escrita, a menudo problemas muy sencillos pero que colocan a la Matemática en el contexto del mundo real.
- Estudio de los procesos cognitivos de la mente, en relación con aspectos del pensamiento Matemático desarrollado al solucionar problemas menos difíciles.
- Determinación y enseñanza de los tipos de habilidades requeridas para resolver problemas Matemáticos complejos.

De igual manera el docente entrevistado afirma que “para resolver problemas se hace necesario implementar alternativas que permitan dar salida a la situación, pero esto estará dependencia de la capacidad del alumno”, ya que los alumnos están acostumbrados únicamente a resolverlos siempre y cuando las respuestas estén aclaradas por los que ya lo han desarrollado.

Por consiguiente, desde la investigación en el aula, se esboza la implementación de estrategias metodológicas basadas en el elemento lúdico y en el juego, partiendo de situaciones problemáticas que otorguen la oportunidad de desarrollar la capacidad de análisis y reflexión en el estudiante, en ambientes agradables y motivadores que faciliten la aplicación del nuevo conocimiento en la vida diaria y en el contexto, evidenciando el dominio de competencias Matemáticas.

4.1.5. Clasificación de los problemas Matemáticos

Blanco, Cárdenas y Caballero, (2015, pp.190 - 195), hacen mención de algunos tipos de problemas más usados en Matemática en los que señalan:

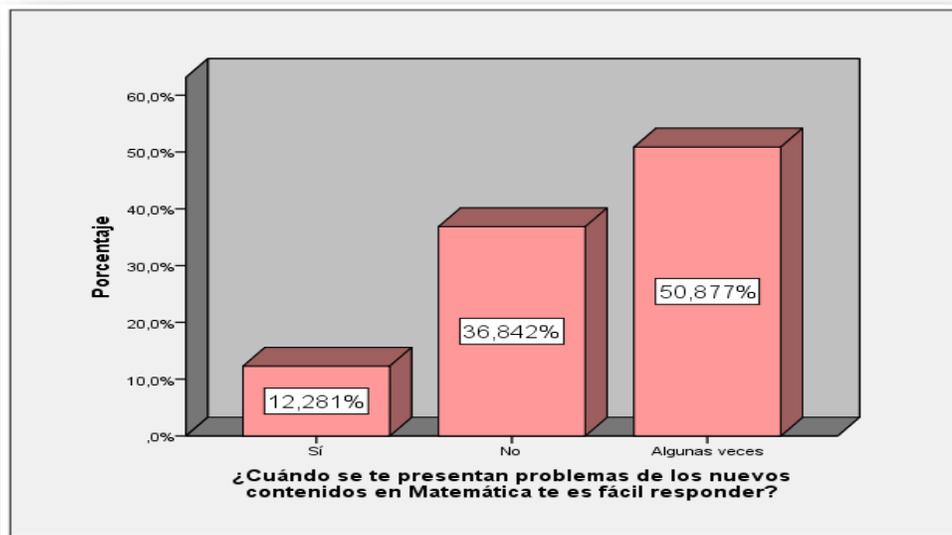
- a) Problema contexto: Se trata de problemas formulados a través de un texto en el que se da con precisión los datos necesarios para obtener la solución.

- b) Problemas de la vida real: Los problemas de la vida real suponen tres procesos básicos: la creación de un Modelo Matemático de la situación, la aplicación de procedimientos y técnicas Matemáticas al Modelo, y la traducción a la situación real para analizar la validez de la solución.
- c) Problemas sobre situaciones reales: Se trata de plantear actividades lo más cercanas posibles a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos Matemáticos. Aunque no sean típicamente Matemáticos al considerar otros tipos de información, las Matemáticas juegan un papel preponderante para encontrar la solución.
- d) Problemas de traducción simple o compleja: Son problemas formulados en un contexto concreto y cuya resolución supone una traducción del enunciado, oral o escrito, a una expresión Matemática.
- e) Problemas de procesos: Son problemas que se diferencian de los anteriores en que la forma de cálculo no aparece claramente delimitada, dándose la posibilidad de conjeturar varios caminos para encontrar la solución. Este tipo de problemas intenta ejemplificar los procesos inherentes a su solución.
- f) Problemas de investigación Matemática: Son problemas directamente relacionados con contenidos Matemáticos, cuyas proposiciones pueden no contener ninguna estrategia para representarlos, y sugieren la búsqueda de algún Modelo para encontrar la solución.
- g) Problemas de Puzles: Son problemas en los que se pretende mostrar el potencial recreativo de las Matemáticas. Obliga a flexibilizar la forma de enfrentar el problema y a considerar varias perspectivas ya que normalmente el contexto y la formulación que se hacen de estos problemas

suele ser engañosa. Su resolución puede depender más de una chispa o idea feliz que de la ejecución de un proceso Matemático.

Mediante el análisis de cada uno de estos incisos se plantea a los estudiante en la encuesta realizada la siguiente interrogante ¿Cuándo se te presentan problemas de los nuevos contenidos en Matemática te es fácil responder? Concretizando que existe un gran déficit para este caso ya que solo 7 del total de estudiantes encuestados , contestaron afirmativamente, mientras que 29 los que contestaron de una manera auto consiente, respondieron que solamente algunas veces se les es fácil resolver problema en Matemática, a diferencia de 21 que dijeron que no. Veamos estos resultados en el gráfico siguiente:

Gráfico 4: Asimilación de los nuevos contenidos en Matemática



Fuente: Resultados de la investigación

De esta manera se relatan diferentes formas de trabajar con los estudiantes en el área de Matemática mediante la resolución de problemas, con el objetivo de inculcar en cada uno de estos conocimientos de la temática que se está tratando, de manera que se adecúe a sus capacidades, pues bien es cierto que dentro del

aula de clase se encuentran diferentes tipos de estudiantes, algunos más imperativos y otros con mayor ritmo de aprendizaje, entonces al momento de abordar un determinado contenido y se pretenda trabajar en resolución de problemas, este se debe resolver de la manera que el estudiante pueda entender, interpretar o por donde él considere que le es más fácil dar la solución, esto dependiendo el grupo con el cual se está tratando.

Ya que el docente entrevistado dice que la clasificación de los problemas esta referente a lo que se pide en el programa de estudio, ya que deben de ser contextualizado y adecuados a la realidad, tomando aspectos como:

- Contextualización.
- Transcritos de la bibliografía que se utilice.
- Relacionados al entorno.
- Problemas de situaciones reales.

Los procedimientos que los estudiantes ponen en juego frente a un problema están ligados a la interpretación que ellos hacen de la situación. Lo que significa que cada respuesta expuesta o expresada por cada uno de estos debe tener en si cierta diferencia, debido a que cada uno interpreta y entiende de diferente manera, puesto que en la observación realizada durante el desarrollo de la clase se visualizó que ellos resuelven problemas prácticos que involucran una serie de operaciones Matemáticas.

4.1.6. Aprender a resolver problemas

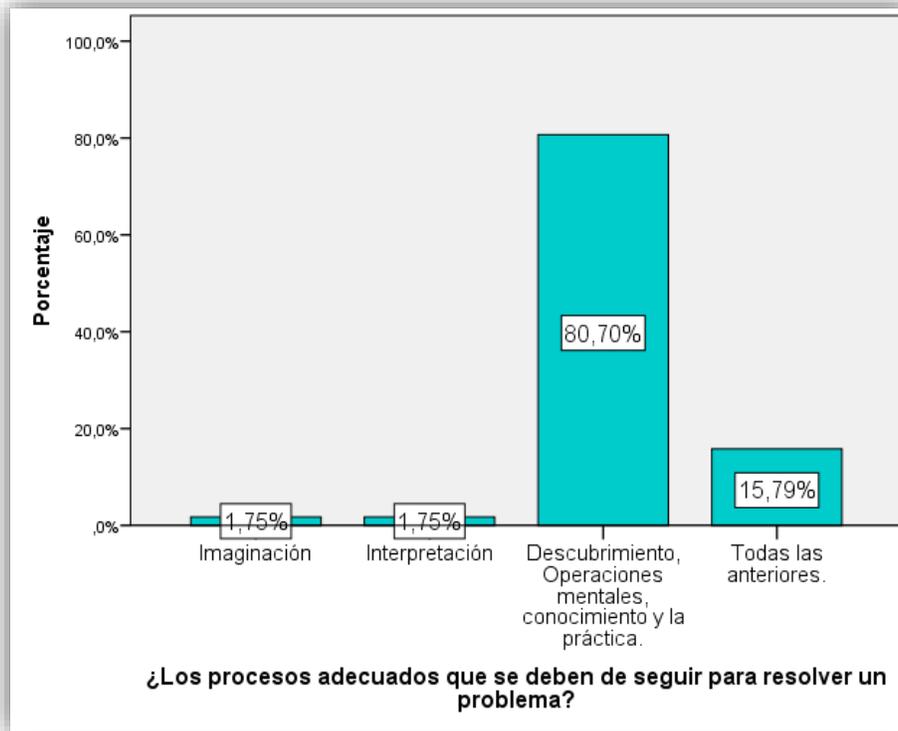
Consiste en plantear a los alumnos algún problema que requiera la combinación de más de un tipo de información, de manera que su solución demande el uso de algún procedimiento determinado o una integración de ella”(Bahamonde & Vicuña, (2011, p.37).

Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se consigue de forma inmediata, utilizando los medios adecuados.

Además es un tema relevante a nivel nacional, ya que aunque no se aborde directamente, se plantea en los proyectos educativos considerando los diferentes programas de estudios los niveles de enseñanza, donde se explicitan los objetivos transversales y por lo tanto el desarrollo de destrezas y habilidades necesarias para mejorar el trabajo en equipo , esto presentado como una buena oportunidad para el desarrollo de algunas estrategias planteadas para inducir a los estudiantes a trabajar únicamente con la resolución de problemas.

Hacer énfasis a esto también se hace necesario, ya que es indispensable que los discentes conozcan cuales deben de ser los procedimientos a aplicarse a la hora de trabajar con la resolución de un problema, para llevar pautas que ayuden a llegar a la respuesta de una manera lógica y crítica, concepto que es asimilado por los estudiantes que se encuestaron, puesto que 46 de estos piensan que los procesos están ligados al descubrimiento, operaciones mentales, conocimiento y la práctica; mientras que el 2 contestaron que la imaginación y la interpretación deben de ser los únicos procedimientos aplicados, idea que es adversa a la de 9 estudiantes quienes dijeron que todas las respuestas eran correctas.

Gráfico 5: Procesos adecuados para resolver un problema



Fuente: Resultados de la investigación

A veces no se sabe si la herramienta adecuada para la situación está entre la colección de técnicas que dominamos o ni siquiera si se ha creado una técnica que pueda ser suficientemente potente para resolver el problema. Esta es precisamente la circunstancia del investigador, en Matemática y en cualquier otro campo y por otra parte ésta es la situación en la que nos encontramos a veces en nuestra vida normal.

Para Guzmán (1984), citado por Bernabéu (2010, p.17). La resolución de problemas se le ha llamado el corazón de las Matemáticas, pues es ahí donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha atraído y atrae a los Matemáticos de todas las épocas.

Del enfrentamiento con problemas adecuados es donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas. Lo que da a entender que el resolver problemas conlleva a una cierta linealidad entre los conocimientos y utilización de diferentes alternativas que conlleven a una solución.

Así mismo el docente dice: “la destreza para resolver problemas es un verdadero arte que se aprende con paciencia y considerable esfuerzo, enfrentándose con tranquilidad, sin angustias, a multitud de problemas diversos, tratando de sacar el mejor partido posible de los muchos seguros fracasos iniciales, observando los modos de proceder, comparándolos con los de los expertos y procurando ajustar adecuadamente los procesos de pensamiento a los de ellos”.

Los procesos que deben de aplicarse durante la resolución de problemas se consideran estén precisamente enfocados con el análisis, la interpretación, formulación y resolución, para dar una respuesta aproximada a la interrogante que o pregunta clave del problema que se pretende resolver. Idea que es determinada en la observación realizada ya que se comprueba que el docente inicialmente plantea problemas haciendo uso de objetos del medio en el que se desprende el proceso de interacción, centrando la idea en que la construcción del concepto se dará inductivamente.

4.1.7. Importancia de resolver problemas en Matemática

Al respecto Bahamonde y Vicuña (2011), aseguran que esta importancia está dada porque “desarrolla en los individuos de comprensión, análisis, trabajo en equipo, solución de conflictos, planificación, entre otras”. (p. 23).

Es importante destacar que la estrategia de solución constituye la etapa más compleja dentro del proceso de resolución de problema, puesto que exige claridad respecto a su contenido, identificando la información previa que se hace necesaria

para inferir en el significado de los conocimientos Matemáticos disponibles, esto para desarrollar el pensamiento lógico de lo que se pretende averiguar. Esto es afirmado por 53 de los estudiantes encuestados de décimo grado, lo que se visualiza en la tabla 1 que se muestra a continuación:

Tabla 1: Importancia de resolver problemas en Matemática

	Desarrolla en los individuos comprensión, análisis.	Para interactuar con el medio.	Es la actividad más fácil de realizar.	Ninguna de las anteriores.
¿Por qué se considera importante resolver problemas en Matemática?	93,0%	5,3%	0,0%	1,8%

Fuente: Resultados de la investigación

Definición que contradictoria a algunos estudiantes ya que 3 de estos, afirman que esta importancia solamente está dada en la interacción con el medio. Por esta razón, el desarrollo de la capacidad para resolver problemas es un proceso de que requiere de una orientación persistente de parte del docente en el aula de clase al momento de desarrollar cada uno de los contenidos.

Evidentemente la resolución de problemas está estrechamente relacionada con la creatividad, que algunos definen precisamente como la habilidad para generar nuevas ideas y solucionar todo tipo de problemas y desafíos.

Pensamiento que es tomado del docente entrevistado, quien hace una síntesis respecto a esta importancia, diciendo lo siguiente: “Tienen los problemas tal importancia, que hay quien se pregunta si la parte principal del estudio Matemático no debe ser la solución del problema en lugar del estudio del libro de texto”.

Hacer de los problemas un suplemento indica un fallo en la verdadera función del trabajo Matemático. Si concedemos que el “poder” y no el “saber”, el “pensar” y no el “memorizar” son los aspectos beneficiosos de la Matemática, la importancia de los problemas es indudable.

4.1.8. Modelos de resolución de problemas

Sobre Modelos para resolver problemas Blanco, (1996, p. 11).Expresa que:

Se acostumbra llamar Modelo de resolución de problemas a una doctrina que clasifica y analiza las fases de proceso de solución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognoscitivos, emocionales, culturales, científicos, etc. que intervienen en el proceso.

Un Modelo es una guía que indica los pasos a realizar para resolver un problema, su finalidad es lograr que los alumnos consigan hábitos que les ayuden a resolver el problema. Es decir, procedimientos que permiten alcanzar diferentes metas, mediante ciertos procedimientos o pautas que se dan. Esta actividad permite a cada docente en el aula de clase trabajar de manera diferente, siendo el únicamente un monitor que impulse a sus educandos a alcanzar lo propuesto.

Desde la antigüedad el resolver problemas en el Área de Matemática ha sido una tarea difícil de realizar, sin embargo, se resalta los aportes de ciertas personalidades de la época, quienes con sus valiosos aportes dieron cierta finalidad para tratar esta situación, mediante diferentes Modelos propuestos, quienes sin duda alguna aportan a la enseñanza y el aprendizaje de cada estudiante:

4.1.8.1. Modelo de resolución propuesto por Wallas

Para Blanco (1996, p. 12) este modelo consta de cuatro fases:

Primera fase: Preparación. Recolección de información e intentos preliminares de solución.

Segunda fase: Incubación. Dejar el problema de lado para realizar otras actividades o descansar.

Tercera fase: Iluminación. Es cuando se produce la aparición de la idea clave para la solución (la famosa aja).

Cuarta fase: Verificación. Se comprueba la solución.

Figura 1. Cuatro fases de resolución planteado por *Wallas*



Fuente: Elaboración Propia.

4.1.8.2. Modelo de resolución propuesto por Allan Schoenfeld

También Blanco (1996, p. 14), hace mención que en este Modelo se delimitó cuatro fases.

Primera fase: análisis:

- 1) Trazar un diagrama si es posible.
- 2) Examinar casos particulares:
 - a) Elegir valores especiales que sirvan para ejemplificar el problema.
 - b) Examinar casos límites para explorar la gama de posibilidades.

- c) Asignar a los parámetros enteros que puedan figurar, la secuencia de valores, 0, 1, 2,...y buscar una pauta inductiva.

3) Probar a simplificar el problema.

Segunda fase exploración:

- 1) Examinar problemas esencialmente equivalentes.
- 2) Examinar problemas ligeramente modificados.
- 3) Examinar problemas ampliamente modificados.

Tercera fase ejecución:

Tratar de sacarle partido al problema a fines respecto a las formas, los datos o las conclusiones.

Cuarta fase: comprobación:

- 1) Verificar la solución obtenida.
 - a) ¿Utiliza todos los datos permitentes?
 - b) ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
 - c) ¿Resiste ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?
- 2) Verificar los criterios generales siguientes:
 - a) ¿Es posible obtener la solución por otro Método?
 - b) ¿Puede quedar concretada en caso particular?
 - c) ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
 - d) ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Figura 2. Modelo propuesto por Allan Schoenfeld



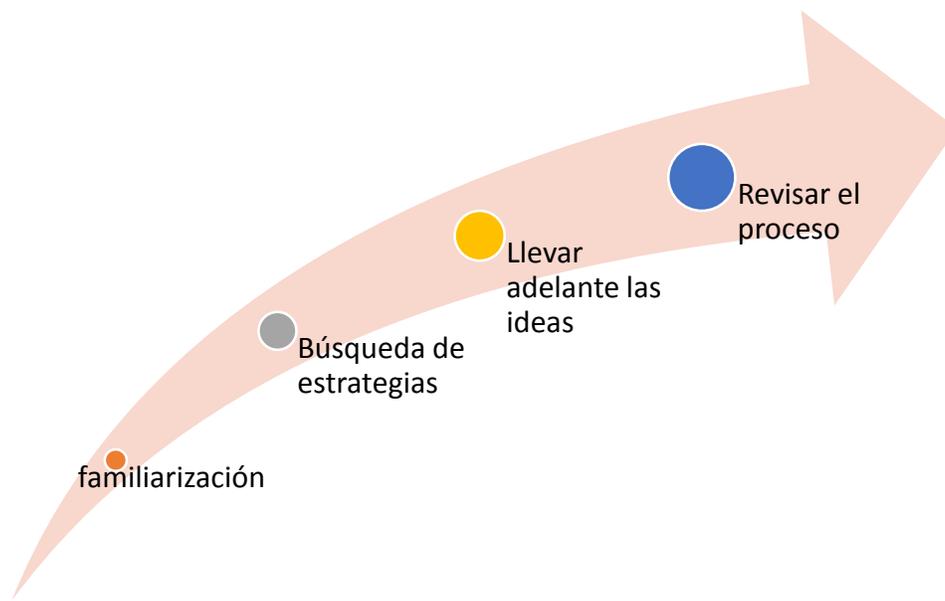
Fuente: elaboración propi

4.1.8.3. Modelo de resolución propuesto por Miguel de Guzmán

Así mismo Blanco (1996, p. 17) relata que este Modelo consta de cuatro fases:

- 1) familiarización con el problema
- 2) Búsqueda de estrategias (tener un plan)
- 3) Llevar adelante las ideas
- 4) Revisar el proceso y sacar consecuencias de él.

Figura 3. Modelo propuesto por Miguel de Guzmán

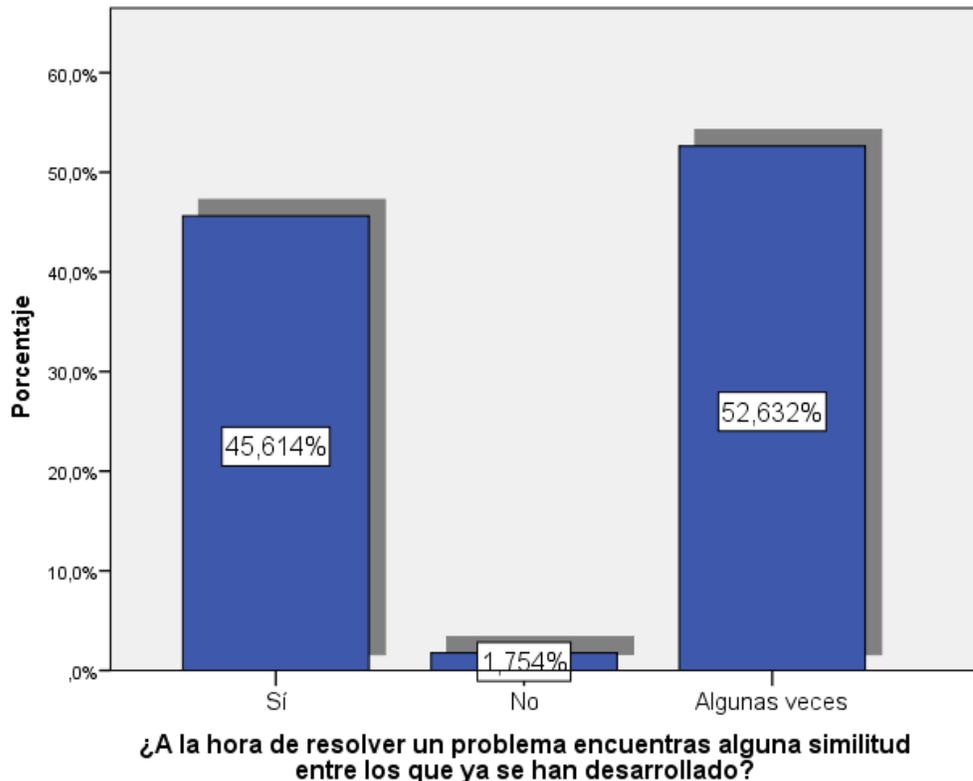


Fuente elaboración propia

Mediante lo planteado anteriormente los damos cuenta que existen diferentes alternativas para resolver problemas en el Área de Matemática, si bien es cierto cada uno propone en si diferentes alternativas, pero todos buscan un mismo objetivo y es el de hacer que el estudiante se involucre en la temática de una manera que le permita construir sus propios conocimientos a través de la resolución de problemas.

En la encuesta aplicada a estudiantes de décimo grado del Instituto Nacional La Dalia, a los cuales se les preguntó: ¿A la hora de resolver un problema encuentra alguna similitud entre los que ya se han desarrollado? El gráfico siguiente representa las repuestas que se obtuvieron:

Gráfico: 6 Similitud entre problemas desarrollados



Fuente: Resultados de la investigación

Mediante la información presentada se relata que 30 estudiantes consideran que algunas veces, 26 dicen que sí solamente 1 dice que no. Mediante la observación se comprobó que el docente a la hora de resolver un problema resalta preconceptos que fueron abordados anteriormente, por ejemplo, al plantear una situación la cual pedía encontrar la cantidad aproximada de material que se utilizó para la fabricación de una lata de Jugo, el docente presentó la figura y se identificaron los elementos que la formaban: dos círculos, la altura, radio, diámetro etc. Por lo que se necesitó explorar los conceptos estudiados inicialmente.

Cada uno de estos Modelos presentados siguen los pasos de George Polya, el cual, mediante su Método de resolución de problemas, permiten que los estudiantes aprendan resolviendo, por tal razón es de suma importancia resaltar esta situación, debido a que esta alternativa permite trabajar situaciones de la vida cotidiana para una mejor comprensión de la temática, valorando los puntos de vista críticos del educando, desarrollando así las capacidades cognitivas.

En Nicaragua el Ministerio de Educación prevé implementar esta iniciativa, para tratar de cambiar un poco la manera de enseñar, no de la manera tradicional como se ha venido haciendo, sino con un sentido más amplio, dinámico, creativo, y social, para que la enseñanza sea más cooperativa y eficaz, en esta etapa de desarrollo y evolución de la educación, por lo que se pretende la aplicación del Método de Polya para resolver problemas de la vida cotidiana.

4.2. Método de Polya para resolver problemas Matemáticos

4.2.1. Reseña biográfica de George Polya

Corvalan y Deulofeo (1996, p. 104) relata:

George Polya nació en Budapest en 1887. Durante su infancia no encontró las Matemáticas especialmente interesantes; comenzó en la universidad de Budapest estudios universitarios de Leyes y después se cambió a Lengua y Literatura, durante los cuales, como parte de un curso de filosofía escogió Matemática y es ahí comienza su relación con la misma, que ya no abandonaría. Se doctoró en Matemática en 1912 en Budapest con una tesis sobre probabilidad. Hizo trabajos posdoctorales en Gottingen y Paris y encontró un trabajo como profesor en 1914, en el Instituto de Tecnología Zúrich (Suiza), donde continuó hasta 1940 en que emigró con otros cientos de intelectuales europeos a Estados Unidos.

Trabajó primero en la universidad de Palo Alto a partir de 1942 en la de Stanford. Murió en 1985, escribió once libros (entre los que están, además de las didácticas *Theorems and Problems in análisis*, escrito con Szego en 1945, y que es uno de los clásicos del siglo XX) y unos 250 artículos (recogidos en cuatro volúmenes), en distintas áreas de las Matemáticas.

George Polya investigó muchos enfoques, propuestas y teorías; su teoría más importante fue la Combinatoria. El interés en el proceso del descubrimiento y los resultados Matemáticos llegaron en él a despertar el interés en su obra más importante la resolución de problemas. Se enfatizaba en el proceso de descubrimiento más que desarrollar ejercicios sistematizados.

George Polya es una personalidad de mucho realce, debido al aporte que ofreció para la asignatura de Matemática mediante su Método de resolución de problemas, el cual permite que en cuatro pasos obtener un resultado, se relata que toda su vida la dedicó al estudio de situaciones llamativas, como la dificultad de resolver problemas en Matemática, por lo que su estudio se enfatizó en cómo hacer que el estudiante aprenda a resolver problema, y así contribuir a una mejor preparación.

4.2.2. Concepto de Método

GarcíaPelayo (2001, p. 287)., define Método como “Modo decidir o hacer una cosa con orden y según ciertos principios. Procedimiento para llegar al conocimiento de la verdad y enseñarla”. Es decir, mediante este proceso se puede llegar a obtener un resultado, siendo esto de suma importancia para la obtención de resultado. Mediante lo expresado se deben seguir ciertos principios o patrones para obtener soluciones reales, confiables y a la vez comprobables, de manera que se pueda enseñar con claridad.

4.2.3. Definición del Método de Polya

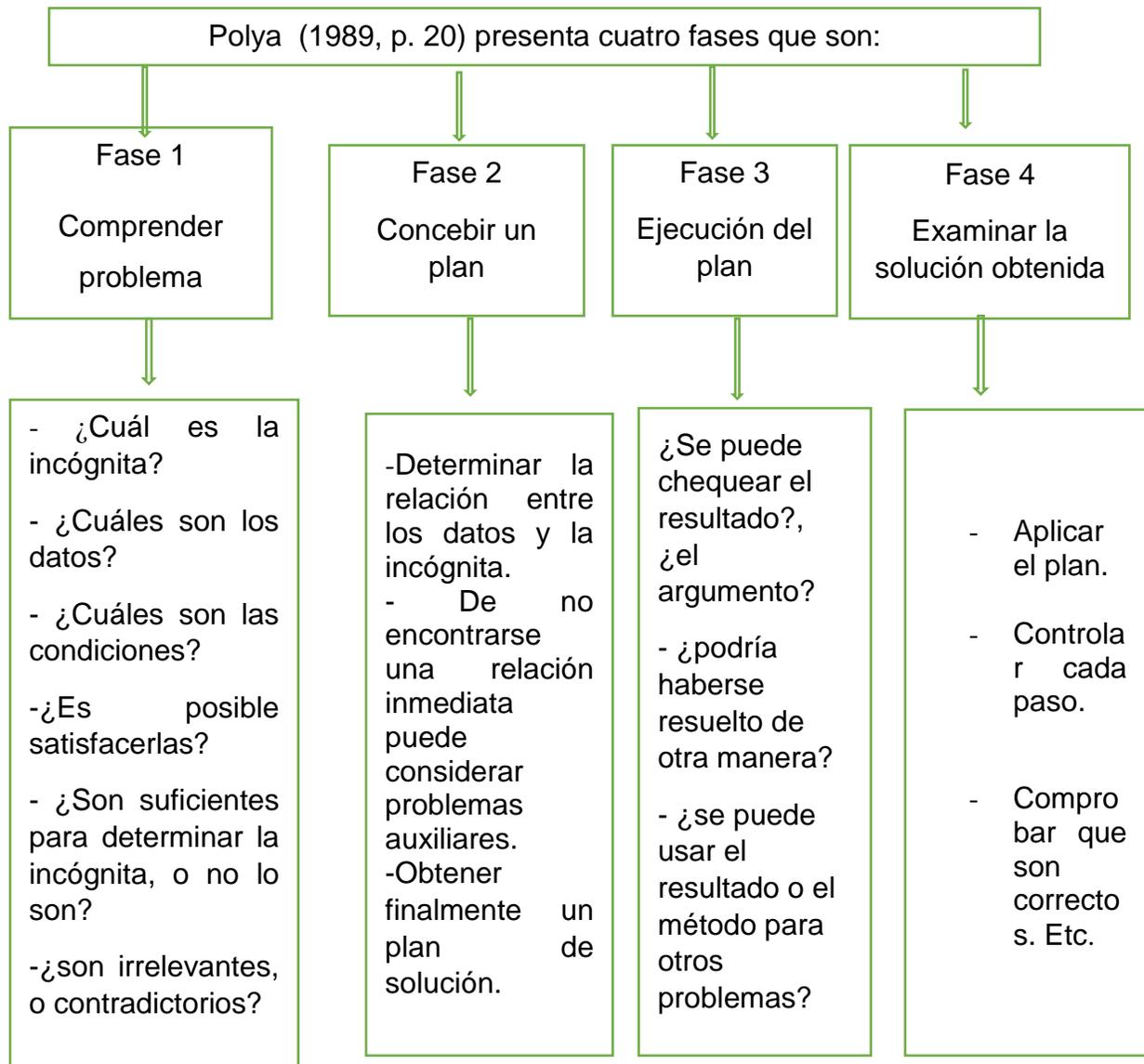
Para Blanco (1996, p. 13). “Polya basa su programa en el resultor ideal, esto es el sujeto que al resolver un problema avanza linealmente desde el enunciado hasta la solución”. Lo que significa que el Método está enfocado a la solución de problemas Matemáticos.

Para resolver un ejercicio, se aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, se hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que se ejecute pasos originales antes para dar la respuesta. Mediante lo expresado, este Método contribuye de manera significativa a cada estudiante, de manera que este aprenda de una forma diferente es decir a través de la innovación y relación de los nuevos conocimientos con los anteriores.

4.2.4. Pasos del Método de Polya

El Modelo de Polya que se releja en la figura 4, basa su programa en la idea de resolver problema.

Figura 4: Pasos del Método de Polya



Fuente: Elaboración Propia

Mediante los cuatro pasos presentados, se considera que con una buena aplicación de estos se puede llegar a un resultado al momento de resolver un problema en el Área de Matemática, relacionando conceptos que de una u otra manera ya han sido abordados anteriormente para aplicarlos a las nuevas situaciones.

Por ejemplo, al estudiar el cálculo de Área y Volumen del Cilindro en la unidad de Geometría de Sólidos, el docente le puede plantear un problema de aplicación a sus estudiantes con datos de su entorno, en el cual describirá cada paso, por ejemplo:

Entender el problema:

¿Qué figura es?

¿La figura será un cuerpo sólido?

¿Un Cilindro tiene diámetro, radio o ambos elementos?

Desarrollar un plan:

¿Puedo dibujar la figura?

¿Puedo identificar cada elemento?

¿Le daré los valores que se me presentan?

Llevar a cabo el plan:

Una vez identificados los elementos del Cilindro le doy los valores que tengo en el problema.

¿Puedo ver que el paso es correcto?

¿Puedo demostrarlo?

¿Puedo verificarlo?

Encontrar una respuesta y verificar:

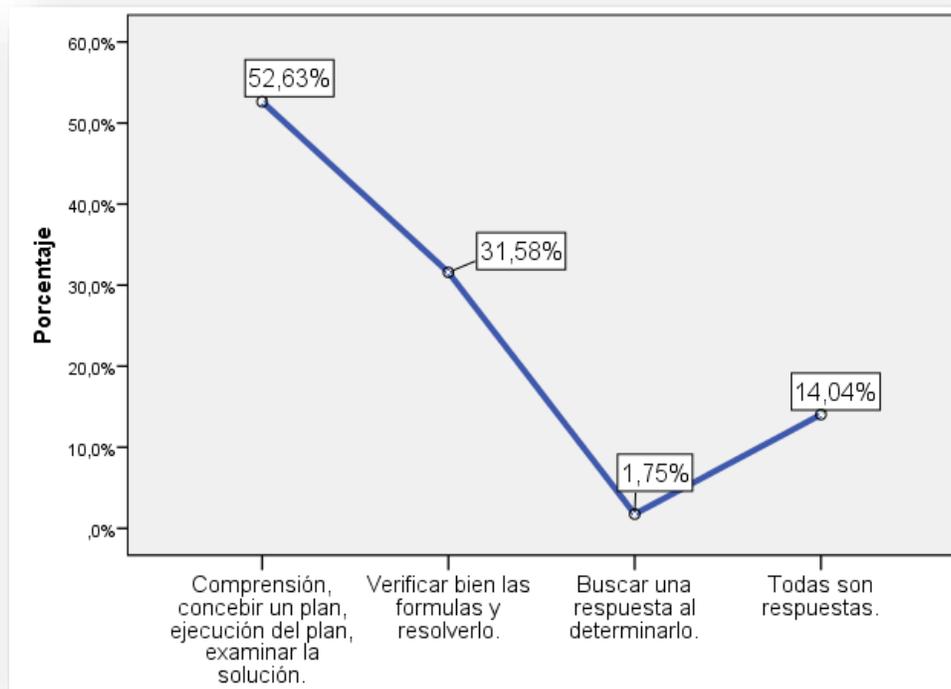
¿Es clara la respuesta?

¿Puede usted verificar la respuesta?

¿Se puede aplicar este procedimiento a otro problema?

En el siguiente gráfico se representa las respuestas que se obtuvieron de los estudiantes mediante la encuesta a la pregunta: ¿Cuáles son los procesos adecuados que se deben de seguir para resolver un problema?

Gráfico 7: Importancia de resolver problemas en Matemática.



Fuente: Resultados de la investigación

Mediante la información presentada se relata que 18 estudiantes de los encuestados considera que los pasos para resolver un problema son: verificar bien la repuesta y resolverlo mientras que 30, dicen que la comprensión, concebir un plan, ejecución del plan y examinar la solución estos son los pasos, los demás relatan que los procedimientos pueden ser buscar una repuesta determinada, a un problema Matemático. En la entrevista el docente decía que “para implementar el Método de Polya es bueno darle un problema al estudiante sin que este sepa qué ecuaciones debe aplicar si no que este sea el que llegue solo hasta la repuesta, partiendo de la lógica y análisis además haciendo ciertas relaciones con situaciones que se han dado anteriormente”.

Mediante la observación se comprobó que no se aplica el Método de Polya en su totalidad ya que el docente planteó un problema relacionado con el entorno hizo

uso de una (cubeta), donde partiendo de la observación, manipulación y realización de ciertas medidas se logró dar la solución de manera creativa y dinámica. El uso de procedimientos planteados por Polya no se ven en su totalidad desarrollados ya que al momento de resolver problema basta solo con la comprensión de este, luego el docente les da la fórmula a utilizar y cada uno obtiene la respuesta y al final solamente se comparan las respuestas entre cada estudiante.

La práctica del Método de Polya es de gran importancia ya que esto permite tener una mejor noción sobre los datos que se tienen como también de los que se piden encontrar.

4.2.3. Importancia de la aplicación del Método de Polya en la resolución de problemas

Blanco (1996, p. 13), expresa “El propósito fundamental del Método es conseguir que cualquier persona, preferiblemente con la ayuda de un tutor, logre asimilar las técnicas de resolución que se han demostrado efectivas, hasta convertirse en un buen resolutor de problemas”. El Método Polya dentro de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática ayuda a despertar el interés en el estudiante y disminuir el temor al momento de resolver problemas Matemáticos lo cual es un reto para el docente, porque constituye un proceso continuo que se enriquece a través de la práctica y ejercitación de problemas en Matemática. Significa que la aplicación de este es de suma importancia para la formación profesional de cada educando.

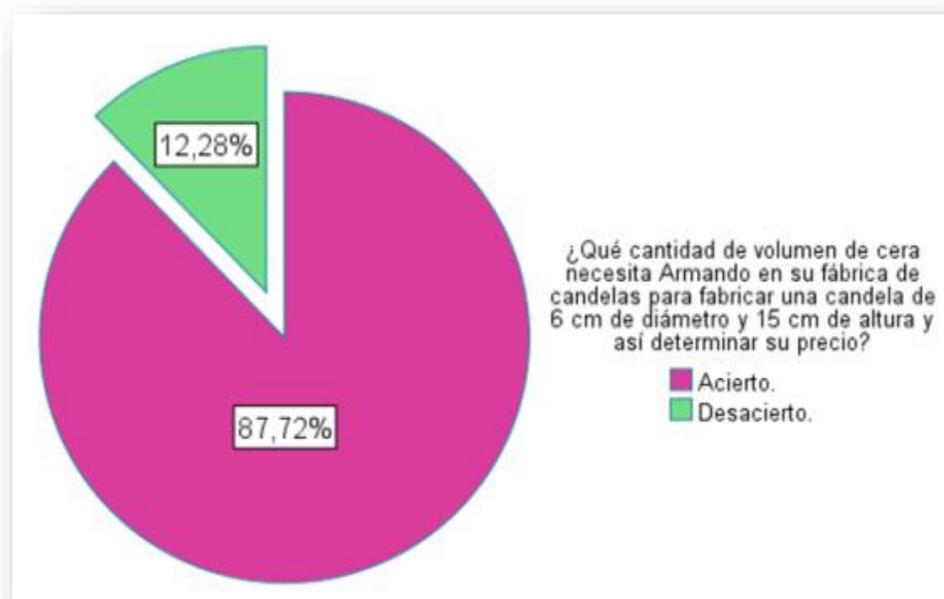
En la entrevista el docente relataba que “es de gran importancia la aplicación del Método ya que si nos regimos a este le permitirá al alumno despertar la mente, haciendo uso de la lógica”. Esto permitirá la debida participación del estudiante en el aula de clase al momento de desarrollar el contenido, sirviendo esto de cierta motivación por la temática.

4.2.4. Uso del Método planteado por George Polya como una alternativa para resolver problemas de Área y Volumen del Cilindro

“Quizás el Método más sencillo de aplicar sea el propuesto por Polya (1949), a partir de este, el docente puede ser capaz de integrar aspectos que se pueden aplicar en una clase de resolución de problemas” (Calvo, 2008, p. 136). El Método planteado por Polya aporta implicaciones para el papel del educando, como también para el docente en su rol de mediador de conocimiento.

En el siguiente gráfico se representa los aciertos y desaciertos obtenidos en la encuesta donde se les presentó la siguiente situación: ¿Qué cantidad de Volumen de cera necesita Armando en su fábrica de velas para fabricar una vela de 6 cm de diámetro y 15 cm de altura y así determinar su precio? esto con el objetivo de identificar si los estudiantes al resolver aplicaban algún paso de los planteado por George Polya.

Gráfico 8: Importancia de resolver problemas en Matemática



Fuente: Resultados de la investigación

Mediante la información presentada 50 estudiantes acertaron es decir llegaron a la repuesta del problema, mientras que 7 de estos no por lo que se considera que los resultados fueron satisfactorios, sin embargo se puede relatar que los cuatro pasos de Polya:

Comprensión, concebir un plan, ejecución del plan y examinar la solución estos no son aplicados en su totalidad.

Durante la entrevista el docente relataba que “la aplicación del Método de Polya por parte del docente beneficia en la parte del desempeño laboral porque de esta manera el estudiante domina y los conocimientos se mantienen, es decir son más duraderos, también resaltó es de suma importancia la aplicación de este Método porque permite despertar la mente al alumno usando la lógica”. Esto contribuye a un buen desempeño en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Básicamente al momento de resolver un problema se pudo evidenciar que lo más son dos pasos los que se pueden llegar a aplicar en alguna ocasión tres, además se hacen de manera implícita o inconscientemente debido a que no existe cierta linealidad durante la solución.

En este Método se desarrolla una fluida comunicación entre docentes y estudiantes, la cual es de gran importancia al momento de enseñar, viéndose, así como una alternativa en el proceso de enseñanza- aprendizaje. Si el docente demuestra un espíritu de servicio hacia sus estudiantes, estos preguntarán de manera segura sin temor a no ser escuchado, lo que conllevará a obtener buenos resultados, destacando que el Método de Polya para resolver problema, se realiza mediante ciertas interrogantes, esta puede ser una conversación entre maestros estudiantes o entre ellos mismos.

4.3. Cilindro

4.3.1. Definición del Cilindro

A fin de explicar el concepto de Cilindro, Rivera (2014) expone que: “Un Cilindro es el cuerpo geométrico generado por la rotación de un rectángulo entorno a uno de sus lados” (p. 319).

En términos sencillos el Cilindro es un Sólido limitado por una cara curva y dos caras planas circulares, congruentes y paralelas entre sí, llamadas bases del Cilindro. Por otra parte, el desarrollo (o red) de un Cilindro nos muestra sus dos bases y su cara curva cuya forma plana es un rectángulo.

4.3.2. Elementos del Cilindro

Para especificar los elementos del Cilindro, Aguilar Márquez concluye que “Cilindro con esta palabra se designa tanto a la superficie Cilíndrica como al Volumen Cilíndrico. Aquí, en primer lugar, nos referimos a Cilindros rectos”. (2009, p. 780).

En efecto Superficie Cilíndrica es la superficie generada por un segmento que gira alrededor de una recta paralela a él. La recta se denomina eje del Cilindro y a una cualquiera de las posiciones del segmento, por ejemplo, MN, se la llama generatriz del Cilindro. Al girar alrededor del eje, cualquier punto del segmento generatriz determina una Circunferencia y su radio es el radio del Cilindro. La altura es el segmento sobre la perpendicular común que une ambas bases. También se considera la distancia entre ambas bases. (Aguilar Márquez, 2009).

Por otra parte, Volumen Cilíndrico es el Volumen generado al girar un rectángulo alrededor de un eje que tiene uno de sus lados sobre el eje de giro. Los lados del rectángulo perpendiculares al eje son radios del Cilindro. Los círculos

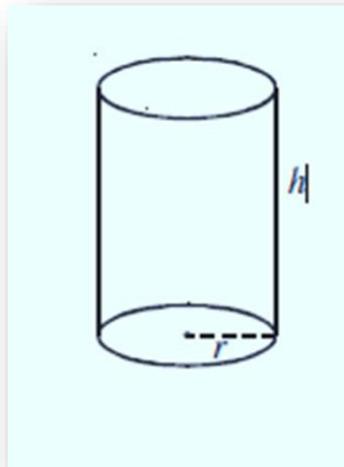
determinados por los extremos del segmento generan sendas circunferencias y los círculos correspondientes se denominan bases del Cilindro. Estos círculos están contenidos en planos perpendiculares al eje de giro que se denomina eje del Cilindro.

4.3.3. Tipos de Cilindro

Escobar Morales (2011,p.250)hace referencias a dos conceptos sobre la clasificacion de los Cilindro expresados de la siguiente manera:

Se llama **Cilindro Circular** a un cuerpo geometrico cuyas bases son Círculos paralelos e iguales y cuyas secciones transversales mediante planos paralelos a las bases son tambien Círculos.

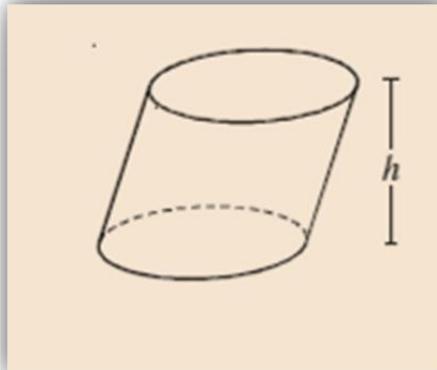
Figura 5: Cilindro Circular Recto



Fuente: Pearson educación

Cilindro Circular Oblicuo Aquel cuyas generatrices no son perpendiculares a las bases.

Figura 6: Cilindro Circular Oblicuo



Fuente: Pearson educación

Estos dos conceptos nos llevan a determinar que un Cilindro por pertenecer a superficies cilíndricas de revolución, su figura engendrada por una recta L (generatriz) que, girando plenamente alrededor de un eje, permanece unida a él con un radio de longitud invariable; es decir la figura se formara a partir de una cara curva y dos caras planas circulares, congruentes y paralelas entre sí, llamadas bases del Cilindro.

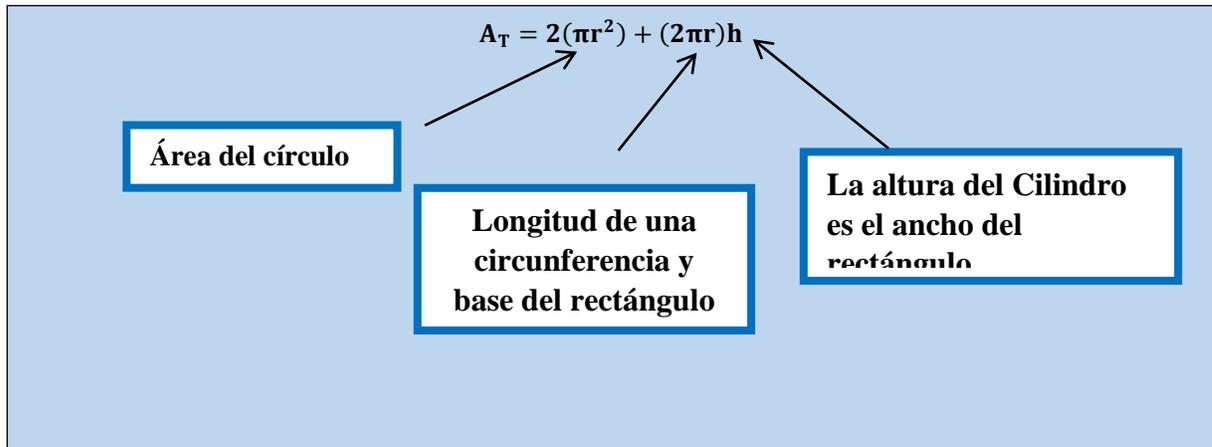
4.3.4. Ecuaciones para calcular el Área y Volumen del Cilindro

Rivera Parrilla (2014, p.320) explica que “Para hallar el área total de un Cilindro es necesario identificar en él las medidas de su radio y altura”. Es decir, se debe de conocer:

1. Radio (r): radio del círculo de la base.
2. Altura (h): distancia entre las dos bases.

El **Área lateral** A_L de un Cilindro es el área del rectángulo de su red. El **Área total** de un Cilindro es igual a la suma de las Áreas de sus dos bases circulares A_B y el Área lateral A_L . Es decir: $A_T = 2A_B + A_L$

Figura7: ecuación para el cálculo del Área total de un Cilindro



Fuente: Elaboración propia.

“El Volumen de un Cilindro es la cantidad de espacio que hay dentro del Cilindro” (Rivera Parrilla, 2014, p.321). En palabras sencillas el **Volumen de un Cilindro** es igual al producto del área de la base por la altura. Veamos la siguiente fórmula:

$$V = (A_B)h$$

$$V = \pi r^2 h$$

V. PROPUESTA DIDÁCTICA

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE APLICACIÓN DE ÁREA Y VOLUMEN DEL CILINDRO HACIENDO USO DEL MÉTODO DE POLYA

Introducción

La resolución de problemas de Matemática en la actualidad es considerada como una actividad importante para el aprendizaje, incrementando su presencia en los currículos y sugiriéndose que sea uno de los ejes principales de la actividad de las mismas, ya que pone de manifiesto la capacidad de análisis, comprensión, razonamiento y aplicación.

Por lo que López Morales, (2009, p. 43). Dice que por múltiples razones a nivel nacional e internacional existe consenso de que la resolución de problemas en la actualidad es la parte más esencial de la educación Matemática; es mediante esta que los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de la matemática en el mundo que le rodea. Es decir que mediante la implementación de esta actividad se puede llegar a obtener buenos resultados por parte del docente en el aula de clase, permitiendo así desarrollar en cada estudiante motivación y empeño por la temática que se está abordando.

La importancia creciente de la resolución de problemas en el orden académico puede estar dada por la independencia cognoscitiva que demanda la enseñanza de nuestros tiempos, entre otras causas, sobre las cuales no es necesario insistir, pues se reflejan en la propuesta, ya que se necesita formar un profesional con un

nivel de desarrollo de las habilidades en la resolución de problemas que le permitan enfrentar con éxito las Áreas y retos de su futura esfera profesional.

El destacado pedagogo Polya, considera que las principales fases son las siguientes:

- 1) Comprender el problema.
- 2) Captar las relaciones que existen entre los diversos elementos con el fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan.
- 3) Poner en ejecución el plan.
- 4) Volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

Propone tres preguntas generales que el profesor debe formular a los estudiantes, para ayudarlo a resolver un problema en particular y a desarrollar habilidades en la solución de problemas en general. Estas preguntas son: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición?

La metodología que tradicionalmente se ha empleado en la enseñanza de la Matemática, en general, no es adecuada para que los estudiantes desarrollen habilidades en su aplicación a la funciones y los conceptos Matemáticos, son tratados casi siempre, sólo en las primeras clases dedicadas a cada uno de los temas; y en ocasiones, atendiendo exclusivamente al aspecto formal y al rigor Matemático extremo, sin que exista mucha preocupación porque los conceptos sean interpretados y asimilados intuitivamente.

Conforme a lo mencionado anteriormente se resalta que para poder tener una mejor noción en el Área de Matemática es necesario saber resolver problemas para determinar el nivel de conocimiento de la misma, en busca de concretizar un mejor aprendizaje.

Para ello se denomina el término transformación didáctica cuyo objeto está centrado en que el docente se relacione con la temática mediante los conceptos

que ya conoce, siendo esta como la responsabilidad de los educadores Matemáticos, se puede considerar el concepto más elaborado como la transposición didáctica.

Según Keitel (1996, pp.8-9), es el “proceso de selección de análisis de, reinterpretación y de cambios de los objetos tomados de las Matemáticas como objetos de enseñanza y aprendizaje como tipos de conocimientos que hay que enseñar”. Es decir, relacionar objetos del entorno de manera que el estudiante se familiarice con este de manera directa la cual permitirá involucrarse en la temática.

No se trata sólo de enseñar a resolver problemas, sino también de enseñar a plantearse problemas a convertir la realidad en un problema que merece ser indagado y estudiado. Esta habilidad debe estar presente en los diseños de las disciplinas Matemáticas de todos los sistemas educacionales.

Por problema se entiende una situación o dificultad en la vida, capaz de provocar un esfuerzo para darle respuesta y para que un problema adquiera categoría de carácter pedagógico, es necesario que presente al alumno una situación real e inteligible, de modo que responda a sus experiencias, intereses y necesidades.

Implementar la metodología de la resolución de problemas en la práctica docente y en el marco de las teorías constructivistas del aprendizaje, facilita al estudiante el desarrollo de formas de pensamiento que le permitan adaptarse a los cambios científicos cotidianos y frecuentes en los años que transcurren en la actualidad los que se caracterizan por el vertiginoso desarrollo de la ciencia y la tecnología conllevando a no buscar caminos particulares situación o problema sino a estudiar vías y métodos generales de análisis y resolución de las mismas.

Objetivos

Objetivo general

Proponer resolución de problemas de aplicación, relacionados al cálculo de Área y Volumen del Cilindro, haciendo uso del Método de Polya.

Objetivos específicos

1. Diseñar problemas de aplicación para el Cálculo de Área y Volumen del Cilindro Aplicando el Método de Polya con estudiantes de décimo grado.
2. Presentar el Método Planteado por George Polya para resolver problemas de Área y Volumen del Cilindro a estudiantes de Décimo grado.

Propósito o Argumento

Esta actividad está enfocada en presentar el Método de Polya como una alternativa para resolver problemas de la vida cotidiana, a través de la exploración de conocimientos previos por parte del estudiante y orientación del docente, esto con la intención de que él mismo construya sus propios conceptos al relacionar lo que ya conoce con lo nuevo.

De esta manera se introducirá el concepto de Cilindro por medio de diferentes técnicas como: la lluvia de ideas, presentación de láminas, construcción de figuras que forman parte de los elementos que componen un Cilindro.

Conforme a las actividades realizadas anteriormente el estudiante logrará deducir las ecuaciones que permitirán calcular el Área y Volumen del Cilindro de una

manera más práctica y dinámica con el fin de que los conceptos prevalezcan significativamente en cada uno de sus aprendizajes.

Conocimientos Previos (preconceptos)

Actividades iniciales

Si en el aula de clase el docente plantea a los estudiantes resolver un problema de Área y Volumen de un Cilindro se puede partir de actividades como:

Actividad 1: Exploración de conocimientos previos a través de una lluvia de idea donde se les den respuestas a preguntas como:

¿Qué es para usted un Cilindro?

¿Qué figuras de nuestro entorno nos representan un Cilindro?

¿Qué elementos forman un Cilindro?

¿Cree usted que los elementos de un Cilindro son Polígonos?

Actividad 2: Dibuje los tipos de polígonos que conozcas y escribe a la par sus nombres de acuerdo con sus características.

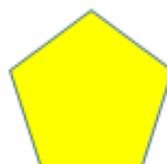
Tipos de polígonos



Cuadrado



Rectángulo



Pentágono



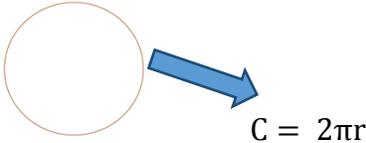
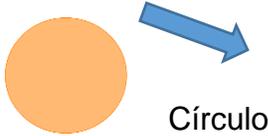
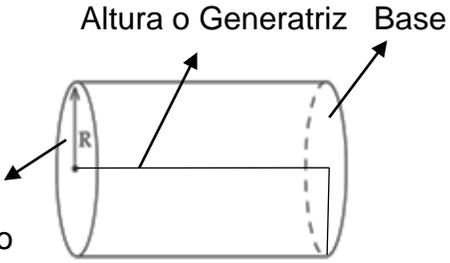
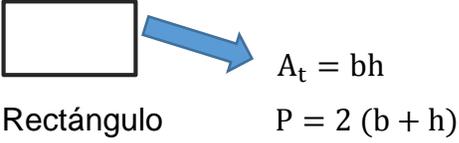
Triángulo

Fuente: Elaboración propia

Actividades de desarrollo:

Actividad 1: Presentación y explicación de cada uno de los polígonos que componen un Cilindro.

Figura 1: Elementos del Cilindro

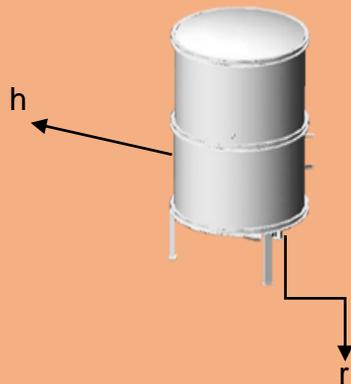
Polígonos y sus Fórmulas	El Cilindro
 <p>Circunferencia</p> $C = 2\pi r$	<p>Un Cilindro es el cuerpo geométrico generado por la rotación de un rectángulo entorno a uno de sus lados.</p>
 <p>Círculo</p>	
 <p>Rectángulo</p> $A_t = bh$ $P = 2(b + h)$	<p>Ecuación para calcular Área y Volumen:</p>
 <p>Cuadrado</p> $A = L^2$ $P = 4(L)$	$A_T = 2(\pi r^2) + (2\pi r)h$ $V = \pi r^2 h$

Fuente Elaboración Propia

Problemas de Aplicación

Problema 1: Proyecto de estudiantes de undécimo grado

Los estudiantes de un décimo grado del Instituto Nacional La Dalia tienen como proyecto darle el debido mantenimiento al tanque donde se almacena agua, el cual tiene forma cilíndrica. El objetivo es lijarlo para luego pintarlo y así evitar que este se oxide debido a que siempre está expuesto al sol y la lluvia. Para esto se pretende comprar la pintura entre todos los estudiantes de un décimo grado del centro, si se decide hacer ciertas medidas i así identificar cual es el Área a pintar. Para esto Jackson le pidió a su Papá que llegara a ver el tanque, siendo este un pintor reconocido de la Ciudad para así aproximar el Área a pintar, si este identifica un radio (r), en la base con altura (h). ¿Cuál es la manera en la que el Papá de Jackson obtendrá el Área aproximada a pintar por los estudiantes de undécimo grado?



Fuente elaboración propia

Fase 1: Comprender el problema

Maestro: ¿Se entiende el enunciado con claridad?

Maestro: ¿Será el Área el que se necesita encontrar el papa de Jackson?

Maestro: ¿Será que el Papá de Jackson entienda que con estos datos le sirven para sacar Área de esta figura?

Alumno: el problema planteado hace referencia al Cálculo de Área, entonces se puede entender que habrá que calcular el Área a pintar por los estudiantes de un décimo grado.

Alumnos: creo que los datos serán de mucha ayuda para calcular el Área a pintar.

Maestro: ¿Cómo cree que es posible encontrar el Área?

Alumno: deberían existir algunas fórmulas esenciales, pero también podríamos deducir mediante la información presente.

Fase 2: Concebir un plan

Maestro: ¿Qué se puede hacer para darse una idea del Área a pintar?

Alumno: después de medir, ¿hacer quizás un gráfico?

Alumno: Si se identificó una base con radio (r) y una altura (h), podría dibujar la figura de manera más Clara.

Maestro: ¿Qué se propondrá el papá de Jackson para determinar el Área de este tanque con forma Cilíndrica?

Maestro: ¿Será que mediante la elaboración de plantillas que representen la estructura de un Cilindro se dará una idea acertada sobre el Área de esta?

Alumno: al elaborar una plantilla se pueden identificar en esta los elementos que conforman la figura.

Fase 3: Ejecución del plan

Maestro: prosigamos entonces, primero dibujemos el tanque con forma Cilíndrica y les ubicamos cada uno de los datos.

Alumno: si dibujamos la figura, para elaborar las plantillas haremos uso de materiales como: Cartulina, Tijera, pegamento una regla para hacer mediciones etc.

Maestro: muy bien entonces trabajemos en la construcción de plantillas, recuerden que la idea de dibujar la figura primero es para darnos idea sobre cómo quedarán las plantillas o más bien la forma que tendrán esta.

Alumno: así es ahora mismo dibujamos la figura, además a esta le ubicaremos también los datos que conocemos, así será más fácil identificar cada una de las partes cuando hagamos plantillas.

Maestro: la idea es muy buena, recuerden además que los datos ya están en el problema además las partes ya las conocemos no creo que se les dificulte identificara en la figura la altura y la base, eso ya lo hemos trabajado antes.

Alumno: no eso ya lo recordamos esta fácil, solo que hay que tener en cuenta que la base tiene un radio.

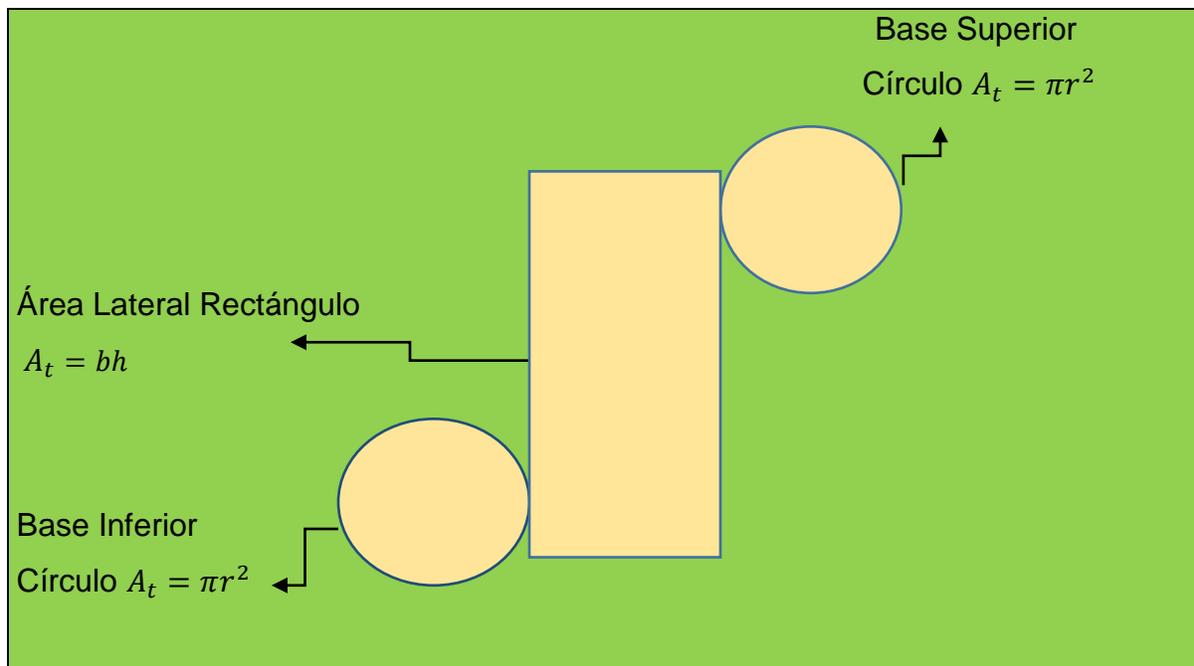
Maestro: así es deberían identificar primero las partes donde están, luego discutiremos sobre cuál es ese radio que da.

Alumno: así es, ya dibujamos la figura.

Maestro: bien ahora construyan las respectivas plantillas.

Alumno: profe así nos ideamos nosotros ¿Qué opina usted?

Figura 2: Partes del Tanque Cilíndrico



Fuente Elaboración Propia

Maestro: muy bien así es ahora describamos cada una de las partes que se pueden apreciar.

Alumno: se identifican dos Círculos y un rectángulo.

Maestro: así es recordemos como encontramos las Área de cada uno de estos.

Alumno: Teniendo en cuenta que el tanque Cuenta con dos bases Circulares por ser Cilíndrico y que el Área del Círculo es $A_t = \pi r^2$ y con un Rectángulo cuya Área se determina por el producto de la base por altura $A_t = bh$, o Largo por ancho, donde el largo es el perímetro del Círculo o longitud de la Circunferencia $l = 2\pi r$ y la altura representa la altura del tanque (h).

Maestro: Debemos tener en cuenta que se tienen dos Círculos por lo que se deben sumar ambas Áreas, además de sumarle el perímetro del círculo y multiplicarlo por la altura de este, lo que sería:

$$A_t = b + b + l . h$$

- Al sustituir sería: $A_t = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r . h$

$$A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r . h$$

- Si factorizamos para reducir la expresion tendríamos:

$$A_t = 2\pi r(r + h)U^2$$

Alumno: ¿Profe es esa la fórmula que se debe usar?

Maestro: según los datos presentados se llegóa esto.

Alumno: entonces esta facil identificar el Áreaa pintar.

Fase 4: examinar la solución obtenida

Maestro: ¿Creen ustedes que será posible saber el Área a pintar con esta ecuación encontrada?

Maestro: ¿Existirá otra forma de obtener el Área a pintar?

Maestro: ¿Será que podemos ayudar al Papá de Jackson a encontrar el Área que debe pintar?

Alumno: la solución es bastante lógica recordemos que desarmamos toda la figura y así describimos cada elemento que la conforman.

Alumno: además sumamos todos los resultados creo que esta será la ecuación apropiada.

Maestro: si todos estamos de acuerdo, entonces concluyamos.

Alumno: el Papá de Jackson obtendrá el Área aproximada a pintar por los estudiantes de undécimo grado mediante la aplicación de la siguiente fórmula:

$$A_t = 2\pi r(r + h)U^2$$

Problema 2. Recipiente que se utiliza para acarrear agua

Si los estudiantes de noveno grado del Colegio Arco iris, deciden comprar un recipiente que les permita acarrear agua, para el aseo que se hace a diario. Para esto se dispone de 80 Córdobas, por lo que el docente guía de la sección decide mandar a Carlos a la tienda de don Luis y le orienta que escoja una que sea lo suficientemente grande que permita facilitar el trabajo. Si Carlos observa una que tiene forma Cilíndrica, la cual describe un radio (r) en la base y una altura (h). ¿Qué debe hacer Carlos para saber la cantidad de agua que puede caber en esta?



Fuente elaboración propia

Fase 1: Comprender el problema

Maestro: ¿Se entiende lo que nos pide encontrar el problema?

Maestro: ¿Cuándo se hace referencia a la cantidad de agua a que se refiere que debemos encontrar?

Alumno: según lo que entiendo es como el Volumen que puede alcanzar en esta ¿verdad?

Maestro: Así es claro es el Volumen el que necesitamos:

Alumno: ¿Será que Carlos entienda que la capacidad que cabe en esta es el Volumen o más bien el agua que puede haber en esta?

Maestro: la verdad no es tan difícil de identificar, por lo que sí es posible que ya sepa ese detalle.

Alumno: si ya entendimos lo que nos pide, podemos idearnos algo para ayudar a Carlos.

Maestro: así es para ahí vamos.

Fase 2: Concebir un plan

Maestro: ¿Que creen ustedes que puede hacer Carlos?

Maestro: nosotros nos idearemos algo para ayudarlo, digan ustedes que opciones le dan.

Alumno: Carlos puede imaginar la cubeta en forma de Cilindro y así Dibujar la figura.

Alumno: Si Carlos dibuja la figura identificara en esta los datos que conoce.

Maestro: así es buena la idea, nosotros aremos eso para tener un mejor concepto.

Maestro: también puede construir la figura con diferentes materiales del entorno, será más fácil identificarlos elementos de esta.

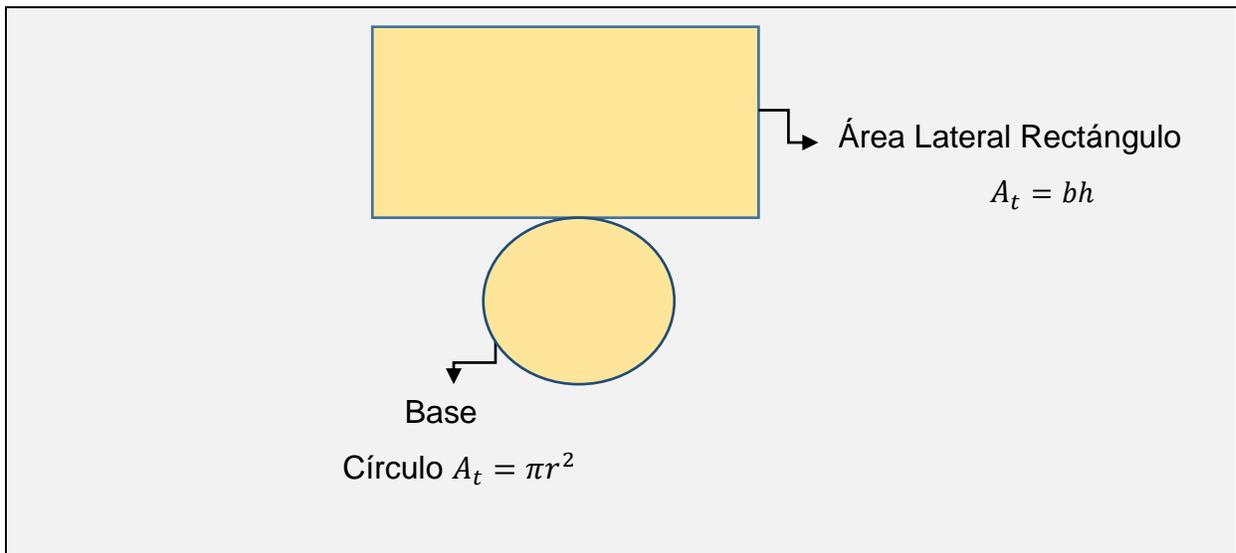
Alumno: nosotros dibujaremos la imagen con forma cilíndrica y luego construiremos la misma con los materiales que conseguimos: (Cartón, Colores, Tijera, etc.).

Maestro: muy bien excelente prosigamos.

Fase 3: Ejecución del plan

Alumno: una vez que dibujamos la cubeta construimos con los materiales la misma, vea.

Figura 3 Partes de la cubeta con forma Cilíndrica



Fuente elaboración propia

Maestro: esta bien perfecto, veamos ahora y describamos que conocemos en esta.

Alumno: se revela una Círculo, y un Rectángulo

Maestro: así es entonces recordemos que fórmulas utilizábamos para identificar el Área de cada uno de estos y así llegaremos a obtener una mejor idea.

Alumno: Teniendo en Cuenta que la base de la cubeta es un Círculo y que el Área del Círculo es $A_t = \pi r^2$, además que se representa un rectángulo cuya Área se determina realizando la multiplicación de su base por la altura $A_t = bh$, o Largo por ancho, donde la altura representa la altura (h) de la cubeta.

Maestro: Así es entonces conviene nada más realizar el producto de la base por la altura y el resultado de este sería el Volumen que cabe en la cubeta de la siguiente manera:

- $V = bh$, donde la base es el Círculo y la altura la que describe la Cubeta.
- Por lo tanto al sustituir tendremos: $V = \pi r^2 h U^3$

Alumno: esta es la fórmula que ayudará a Carlos.

Maestro: así es esto le dará una idea sobre el Volumen de agua que cabe en esta.

Fase 4: examinar la solución obtenida

Maestro: ¿será que esta sea una salida a Carlos para saber el agua que cabe en la cubeta?

Maestro: ¿Llegaríamos a la respuesta Acertada?

Maestro: ¿Alguien tiene algún aporte, quizás algo que agregar?

Alumno: la respuesta es asectable, la mayoría coincidimos.

Alumno: estamos de acuerdo que esta será una de las alternativas que será de mucha ayuda para Carlos.

Maestro: así es entonces concluyamos dándole la solución a la situación presentada.

Alumno: si Carlos utiliza esta ecuación: $V = \pi r^2 h U^3$, tendrá una idea acertada para saber la cantidad de agua que puede caber en la cubeta que necesita comprar.

Problema 3: Compra de barril para almacenar agua

Mi barrio es uno de los que se ve más afectado en épocas de verano, debido al cambio climático al que estamos expuestos todos y todas, por causa de la deforestación indiscriminada que el mismo hombre provoca. Por tal razón en esta época el agua potable llega una vez por semana, por lo que mi Mamá decide almacenar en un barril de aluminio con forma Cilíndrica el agua a utilizar solo para el consumo, colocando su tapadera para evitar que se ensucie, si dicho objeto contiene las siguientes características: mide 1.5 m de altura y 75 cm de diámetro. Si el barril fue mandado a fabricar en el taller de don Alfonso y antes de llegar a algún acuerdo le dice que el costo mínimo de este será 450 córdobas, le explica que el aluminio a utilizar es uno es de material solido es por ello que se le dará en ese precio, al ser esta suma importancia mi mamá decide pagar el precio.

- A) ¿Cuánto material de aluminio solido utilizó don Alfonso para su fabricación? Expresarlos en cm^2 , como unidad de medida.
- B) Si las medidas del barril son: 1.5 m de altura y 75 cm de diámetro, ¿Cuánta agua almacena mamá cada vez que llega el agua? Expresarlo en cm^3 como unidad de medida, luego convierte los cm^3 a litros para saber cuántos litros se guardan.

Fuente elaboración propia

Fase 1: Comprender el problema

Maestro: ¿Entiendes todo lo que dice el enunciado?

Alumnos: si, se quiere saber la cantidad de material de aluminio que se utilizó para construir el barril.

Alumno: ha, pero también el agua que está dentro de este.

Maestro: así es nos piden encontrar dos datos del mismo barril.

Maestro: observen tenemos dos unidades de medidas, los centímetros y los metros.

Alumno: debemos convertir los metros a cm y a que los piden expresar ambas repuesta en cm.

Maestro: muy bien hagan eso entonces ¿Qué figura geométrica es un barril?

Alumno: ¿será que un barril tenga forma de Cilindro?

Maestro: si así es, pues tiene dos bases las cuales son redondas.

Maestro: ¿Un barril tiene dos bases redondas?

Alumno: si una arriba otra abajo.

Maestro: ¿Cuáles son los datos que tengo?

Alumno: nos dan la altura y el diámetro del barril.

Maestro: ¿Saben lo que se te pide?

Alumno: ¿No es el Área y Volumen lo mismo? Explíquenos ¿Qué es el Área? y ¿Qué es el Volumen?

Maestro: el Área es la parte inferior del barril o lo de afuera, el Volumen es el líquido que le cabe en la parte interior en este caso en el barril.

Alumno: ha entendido encontraremos el Área profe, y el agua o la cantidad que este tiene.

Maestro: si así es procedamos entonces.

Fase 2 Concebir un plan

Maestro: ¿Qué me puedo idear?

Maestro: ¿Cuál estrategia que nos puede ayudar?

Alumnos: hacer un dibujo, o más bien dibujar el barril.

Alumno: profesor ¿Será que a la figura le podemos ubicar los valores que nos dieron?

Alumno: buscar fórmulas de Áreas.

Maestro: basta únicamente revisar nuestros apuntes o más bien recordar lo que hemos visto.

Alumnos: Si es buena idea prosigamos.

Fase 3: Ejecución del plan

Alumnos: dibujamos el barril, le ubicamos los valores a cada lado, pero no sabemos qué encontrar primero si el Área o el Volumen y además no tenemos fórmulas para calcular el Área ni el Volumen del Cilindro buscamos en los apuntes y no tenemos esa fórmula. No lo puedo resolver.

Maestro: sí pueden. Observen bien el dibujo que hicieron ahí está la respuesta, las fórmulas que ya conocen nos pueden servir tenemos dos Círculos y un Rectángulo lo ven.

Alumnos: sí.

Maestro: muy bien, como ya estudiamos anterior mente como encontrar el Área de un Círculo y el Área de un Rectángulo se acuerdan desde la primaria se ve eso.

Alumno: la ecuación para calcular el Área de un Rectángulo la base por la altura, y la de la Círculo Pi por el radio al cuadrado parece.

Maestro: si observen la pizarra según lo que ustedes dicen las fórmulas serian:

Rectángulo $A_t = b \cdot h$ del Círculo $A_t = \pi r^2$

Alumno: no podemos sustituir por qué no conocemos el radio, además no sabemos cuánto mide la base, es mas no puedo identificar cuál es la base.

Maestro: ya hemos estudiado esto ante si conocemos el diámetro por consiguiente puedo saber cuánto mide el radio, lo recuerdan puesto que el diámetro es como si tuviésemos dos radios quien se acuerda.

Alumno: ha si es verdad el radio lo puedo sacar dividiendo el diámetro entre dos ¿Verdad profe?

Maestro: así es ahora bien encuentren ustedes el Área del Círculo.

Alumno: el Área del Círculo es 4417.865 cm^2 , pero para saber el área del Rectángulo la ecuación me dice que es la base por la altura ¿Será que la base sea el valor del Círculo?

Maestro: no cuidado se confunden no es lo mismo decir Círculo que decir Circunferencia, hasta las ecuaciones son distintas, recuerdan que el Círculo es la parte de adentro de la Circunferencia y que la Circunferencia es el borde, que en este caso sería nuestra base.

Alumno: la verdad creo que la única diferencia es en la ecuación que sería, el diámetro por Pi, no tendría que dividir. $A_t = \pi d$

Maestro: así es hagámoslo entonces.

Alumno: la base mide 235.619 cm, y el Área del rectángulo es (235.619 cm) (150 cm), convertido a cm, 35342.85 cm^2 .

Alumno: esa no es Área del Cilindro si, necesitamos sumar todos los datos queremos un solo resultado.

Maestro: es correcto, es necesario un solo resultado sumen, acuérdense que el barril tiene dos círculos uno abajo otro arriba.

Alumno: $4417.865 \text{ cm}^2 + 4417.865 \text{ cm}^2 + 35342.85 \text{ cm}^2 = 44178.58 \text{ cm}^2$. Esa es el Área del barril.

Maestro: la respuesta es a próximamente, recuerden que no trabajamos todos los decimales, por lo tanto, el área se aproxima a ese resultado.

Maestro: si bien es cierto sabemos el Área, es decir sabemos la cantidad de material que se utilizó para la construcción del barril. Hace falta algo.

Alumno: si la cantidad de agua que agarra este, decía que sería el Volumen.

Maestro: así es para esto necesitamos entender y presten atención a esto: la verdad lo que nos interesa saber es la cantidad de líquido que posee el barril. Para esto se sabe que el Volumen es igual al producto del Área de la base por la altura.

Alumno: la verdad creo que la única forma de obtener este resultado sería, como sabemos que la base es un Círculo, sería el círculo por la altura.

Maestro: utilicemos la siguiente fórmula: $A = r^2\pi h$, el radio al cuadrado multiplicado por el valor de Pi por la altura.

Alumno: el Volumen del barril es de $662,679.7004 \text{ cm}^3$, puesto que convertimos a cm los metros o más bien la altura.

Maestro: muy bien ahora, recuerden que está en su unidad de medida, pero no sabemos a cuantos litros equivale, además la pregunta nos dice que necesitamos encontrar los litros de agua que se guardan en el barril.

Alumno: pero eso sería que convirtamos, a, pero no recuerdo.

Maestro: bien si un litro de agua equivale a 1000 cm^3 , pueden resolver.

Alumno: se tiene en el barril 662. 6797 litros de agua, puesto que al dividir 662679.7004 entre 1000, esto resulta 662. 6797. Aproximadamente.

Maestro: muy bien excelente.

Fase 4: Examinar la solución obtenida

Maestro: se obtuvo un dato, ¿Están seguros que es esta la solución?

Maestro: ¿Porque es aproximadamente la respuesta?

Alumnos: el Área es 44178.58 cm^2 y el Volumen 662679.7004 cm^3 , lo que equivale a 662. 6797 litros. Aproximadamente por lo que no se trabajó con todos los decimales.

Alumnos: “¿Está mal?”

Maestro: no del todo, lean el problema otra vez, acuérdense que aún no han dado solución alguna y según ustedes ya tienen la respuesta.

Alumnos: nos piden el material de aluminio que utilizó Alfonso para construir el barril de mamá y la cantidad de agua que cabe en este.

Maestro: ha verdad Claro que sí, respondan pues a la incógnita.

Alumnos: Alfonso necesito para construir el barril de mamá 44178.58 cm^2 de aluminio solido aproximadamente, tal vez necesite un poco más para formarlo, sin embargo, esta aproximación le dará una idea clara de cuanto material necesita, si quiere construir otro.

Alumno: además el barril tiene capacidad de almacenar 662679.7004 cm^3 de agua, lo que representa 662. 6797 litros. Aproximadamente.

Maestro: bien ¿Qué podemos hacer cuando se nos pida encontrar el área de un Cilindro?

Alumnos: no olvidarnos que tiene dos Bases una inferior y otra superior, calculamos el área de estas y luego las sumamos.

Maestro: ¿Es lo mismo Área y Volumen?

Alumno: no es lo mismo Área es la parte exterior del objeto o lo de afuera y el Volumen la capacidad que cabe en él.

Maestro: así es perfecto.

Problema 4. La fabricación de velas

Armando en su fábrica de velas, se ideó una alternativa de manera que pueda llamar la atención a sus consumidores, dicho proyecto consiste en la creación de velas de forma Cilíndrica, con un tamaño mayor a las que se han estado elaborando anteriormente. Si su objetivo es duplicar el tamaño de estas, entonces las nuevas velas tendrían las siguientes medidas: de 6cm de diámetro y 15 cm de altura. Armando considera que esto debe incrementar su precio debido a que llevara más material para la fabricación de cada una.

¿Qué cantidad de cera se necesita para fabricar una de estas velas? Para así determinar su precio.

Fuente elaboración propia

Fase 1: comprender el problema

Maestro: ¿Entendemos todo lo que dice el problema?

Alumnos: bueno podemos decir que el Cilindro tiene forma como de un lápiz.

Maestro: bueno, el Cilindro se dice que es un cuerpo geométrico formado por una rotación.

Maestro: entonces, ¿Cómo definirías ahora esta situación para comprenderla y argumentarla?

Alumnos: bueno podemos hacer el experimento primeramente con una vela derretida para observar por lo menos la cantidad de cera que se necesita para formarla de acuerdo con su medida.

Maestro: pero, entonces ¿Cuáles serían nuestros datos?

Alumnos: bueno si analizamos el problema solo tenemos el Diámetro y Altura.

Maestro: y ahora, ¿Sabes que quieres encontrar o cuales es el enunciado principal que nos indica para plantear el problema?

Alumnos: bueno podemos decir una vez analizado el problema, que lo queremos encontrar es el Volumen.

Maestro: podría usted definirme ¿Qué entiende por Volumen?

Alumnos: bueno yo estuve leyendo un libro y dice que es la capacidad que tiene un cuerpo para almacenar, algo así.

Maestro: entonces ya saben a dónde llegar. ¿Hay suficiente información?

Alumnos: no sabemos la fórmula para calcular el Área de un Cilindro.

Maestro: ¿Hay información descocida?

Alumnos: si, nos dan los datos, pero necesitamos saber cuál es la fórmula de aplicación para calcular el Volumen.

Maestro: ¿Este problema es similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Alumnos: se parece cuando calculábamos Áreas de Círculos, Triángulos, Rectángulos, Cuadrados, etc.

Fase 2: concebir un plan

Maestro: ¿Qué técnica podemos implementar para que te sirva de ayuda?

Alumnos: no sé yo diría como algo que nosotros podamos visualizar y al mismo tiempo deducir como se forma el Cilindro.

Maestro: ¿Qué tal si les muestro haciendo uso del programa Geogebra como se forma esta figura geométrica?

Alumnos: si es buena idea, así mismo no nos desligamos de utilizar este medio tan importante para hacer más fácil nuestro estudio.

Fase 3: ejecución del plan

Alumnos: Observando la formación del problema en ese programa que usted utilizó, pero no nos pareció haber visto alguna fórmula que usted haya utilizado para hacer esa figura.

Maestro: tranquilos, claro que sí pueden. Observen bien la figura ahí está la fórmula explicada, busquemos el botón deslizador que utilizamos y verán.

Alumnos: ¡Ah claro! Es verdad ahí observamos que seleccionando ese botón de acuerdo a los datos iba cambiando su forma.

Maestro: ¡muy bien! Entonces, ¿Qué figuras forman el Cilindro?

Alumnos: “dos Círculos y un Rectángulo”.

Maestro: ¡Correcto!

Alumnos: bueno podemos afirmar ahora gracias a este ejemplo brindado por usted que para calcular el Volumen de un Cilindro es $V = \pi r^2 h$.

Alumno: el valor de Pi es constante, pero la fórmula dice el radio al cuadrado y en el problema no los dan el valor del radio solamente el diámetro.

Maestro: creen ustedes que si nos dan el diámetro no podemos conocer el radio, recuerden que el diámetro equivale a dos radios.

Alumnos: entonces podemos decir que el radio equivale a 3cm.

Maestro: claro que sí, ¡muy bien!

Alumnos: por lo tanto, si dibujamos una vela para guiarnos nos damos cuenta que, si tiene forma del Cilindro, entonces aplicando la fórmula obtenemos:

$$\begin{aligned}V &= \pi r^2 h \\V &= \pi (3cm)^2 (15cm) \\V &= 424.11 cm^3\end{aligned}$$

Fase 4: examinar la solución obtenida

Alumnos: ¡la respuesta es $424.11 cm^3$.

Maestro: estamos seguros si, o existe algún error.

Alumnos: si y cuando derretimos la candela que utilizamos para el experimento nos dimos cuenta, pero aun no sabíamos la respuesta.

Maestro: si está bien ustedes mismo lo han dicho y entonces como quedaría fórmula da la respuesta.

Alumnos: para fabricar una candela de 6 cm de diámetro y 15 cm de altura se necesitan: $424.11 cm^3$ de cera aproximadamente.

Maestro: excelente, los resultados son aproximados debido a que no se trabajó con todos los decimales es probable que ocupe un poco más.

Problema 5. Dieta de Carlos

Si a Carlos en su dieta alimenticia el doctor le recomienda evitar lo más que pueda las bebidas energizantes como: REB BUL, GATORADE, POWERADE, RAPTOR, AMP, etc. Esto por los efectos que le pueden causar al Corazón siendo una persona hipertensa, la recomendación es no dejar de consumir, sino tratar de consumirla en pequeñas porciones. Si el lunes Carlos sale de compra al súper la colonia y encuentro dos latas en forma Cilíndrica de estos productos, una es de REB BUL, con una medida aproximada de 3 cm de radio la base y 3.5cm de altura, la segunda lata es de RAPTOR, esta mide 3.5cm de diámetro la base y 8 cm de altura aproximadamente. Si Carlos lleva la dieta como se la recomendó el doctor hasta ahora y no quiere dejarla, pero también desea comprar una de estas, debido a su adicción, pero no sabe cuál llevar. ¿Quieres ayudarle a Carlos a que no deje su dieta, indíqueme cual debe llevar? Expresar en cm^3 la respuesta como unidad de medida, a la vez indicar en litros para una

Fuente elaboración propia

Fase 1: Comprender el problema

Maestro: ¿Qué me pide el problema?

Maestro: ¿Se entiende con claridad la temática?

Maestro: ¿Lo puedo plantear de otra forma de manera que lo pueda entender mejor?

Alumnos: si, se entiende la temática hay que saber en cuál de las dos latas hay menos producto para ayudar a Carlos.

Maestro: ¿Que figura geométrica representan esas latas?

Alumno: ¿Tienen forma de Cilindro?

Maestro: si así es, pues las dos tienen dos bases las cuales son redondas.

Maestro: ¿Qué datos tengo?

Alumno: pues como son dos latas nos dan el radio y la altura de la primera y diámetro y altura de la segunda.

Maestro: ¿saben lo que se les pide encontrar para dar la conclusión?

Alumno: es el Volumen “el Volumen es el líquido que cabe en cada una de las latas” ya lo había planteado anteriormente además expresarlo en litro al final.

Maestro: si así es.

Fase 2 Concebir un plan

Maestro: ¿Qué me puedo idear para resolver esta situación?

Maestro: ¿Puedo identificar ciertas variables en este?

Alumnos: “podemos hacer un gráfico”

Alumno: profesor ¿Será que mejor dibujemos las figura i a la vez ubicar los valores que nos dieron?

Maestro: Buscar fórmulas de Volumen.

Maestro: acordemos no de las conversiones.

Fase 3: Ejecución del plan

Maestro: la verdad lo que nos interesa saber es la capacidad de líquido que posee cada una de las latas. Para esto se sabe que el Volumen es igual al producto del Área de la base por la altura.

Maestro: analicemos si me dicen el Área de la base, y sabemos que un Cilindro tiene dos bases, y ambas son un Círculo, lo que significa que, debemos analizar que el Círculo tiene Circunferencia.

Alumno: la verdad no recordamos, pero me parece que la parte de adentro es el círculo y la parte de afuera o el borde es la Circunferencia.

Maestro: así es entonces entendamos lo siguiente, si el Círculo es lo de adentro este sería mi Área.

Alumno: la verdad creo que la única forma de obtener este resultado entendiendo a mi modo es que como sabemos la base es una Círculo basta solamente multiplicar el Área del Círculo por la altura de cada lata, esto entonces sería nuestro Volumen expresado de la siguiente manera: $V = r^2 \pi h$, el radio al cuadrado multiplicado por el valor de pi por la altura.

Maestro: así es y qué bien que ya no se confundan con la identificación del Círculo y de la circunferencia pues cada uno es diferente.

Alumno: el Volumen de la primera lata es de 98.96 cm^3 , puesto que al realizar la siguiente operación $(3)^2 (\pi) (3.5)$ el resultado es 98.96 cm^3 .

Alumno: para la segunda lata necesitamos hacer el mismo procedimiento solo que tendremos que dividir el diámetro entre dos para obtener el radio: $(1.75)^2 (\pi) (8)$, el Volumen de la segunda lata es de 76.97 cm^3 .

Maestro: muy bien, al parecer si se han aplicado adecuadamente los procedimientos.

Maestro: revisen no se les está olvidando algo, recuerden que aún no se sabe la cantidad de cada lata en litros solo en cm^3 .

Alumno: si es verdad solo que los acordamos como convertir, además son cm^3 a litros, debería ayudarnos usted en eso.

Maestro: les daré una pauta ustedes lo continúan, si les digo que un litro equivale a mil centímetros cúbicos.

Alumno: a pues la primera lata contiene 0.099 litro, la segunda lata contiene 0.077 litros, solo dividimos la cantidad entre mil.

Maestro: así es, recuerden que las repuestas son aproximadas porque no trabajamos todos los decimales, por lo tanto, el Volumen será siempre aproximado.

Fase 4: Examinar la solución obtenida

Maestro: ¿Es esta la solución que buscaba?

Maestro: ¿A alguien le dio otro resultado?

Maestro: ¿He dado la solución al problema?

Alumnos: las respuestas son 98.96 cm^3 y 76.97 cm^3 . Respectivamente para la primera y segunda lata, al parecer todos coincidimos solo que esto según las unidades de medidas, pero al pasarlos a litros son 0.099 litro la primera lata y la segunda contiene 0.077 litro.

Maestro: lean el problema otra vez, acuérdense que aún no han dado la repuesta deben orientar a Carlos cual llevar del súper.

Alumnos: nos pedían encontrar la lata que contenga menos producto, esto para que continúe con su dieta, siguiendo las recomendaciones médicas.

Maestro: Ha verdad Claro que sí, respondan pues a la incógnita.

Alumnos: bien Carlos debe elegir comprar la segunda lata puesto que esta tenía menor cantidad de energizantes, es decir debe pagar por un RAPTOR esto no afectara su dieta ni las recomendaciones del doctor.

Maestro: bien ¿Qué podemos hacer cuando se nos pida encontrar el Volumen de un Cilindro?

Alumnos: seguir algunas pautas, valiéndonos siempre de un buen análisis.

Alumno: además tener en cuenta las diferencia entre Círculo y Circunferencia.

Maestro: así es excelente.

Problema 6. Proyecto de la tropigas

La tropigas desea pintar el exterior de un gasómetro, (deposito donde se almacena y se comprime el gas), si dicho depósito tiene forma Cilíndrica y además su tamaño anda por los cuatro metros de diámetro y nueve metros de altura.

Calcular la superficie que se pintará.

Fuente elaboración propia

Fase 1: comprender el problema

Maestro: ¿Entiendes todo lo que dice esta situación?

Alumnos: “si...bueno, yo sé que este tipo de Cilindro son como los que hay en nuestra casa donde se almacena el gas que usamos en la cocina”

Maestro: Si así es, pero ¿qué entiendes por Cilindro?

¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?

Alumnos: “Si, el Cilindro es un cuerpo geométrico formado por dos Círculos como bases y un rectángulo.”

Maestro: ¿Y cómo son esos Círculos en sus bases?

Alumnos: dos Círculos iguales.

Maestro: Bueno, ya identificamos este importante concepto, entonces ¿qué datos obtenemos de este problema?

Alumnos: “Nos dan el radio y la altura del Cilindro”

Maestro: ¿Sabes a qué quieres llegar?

Alumnos: Nos piden el Volumen no, nos piden el Área, No, el Volumen

Maestro: díganme qué es un Volumen y qué es un Área.

Alumnos: “El Volumen es el líquido que le cabe dentro del Cilindro” “El Área es la superficie de un objeto”

Maestro: entonces, ¿Qué procedimientos aplicaríamos para encontrar esa Área total que nos pide el problema?

Alumnos: “¡El Área!”

Maestro: entonces ya saben a dónde llegar. ¿Hay suficiente información?

Alumnos: “no sabemos la fórmula para calcular el Área de un Cilindro”

Maestro: ¿Hay información extraña?

Alumnos: “si, nos dan los datos, pero necesitamos calcular el Área”

Maestro: ¿Este problema es similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Alumnos: si es muy parecido a uno que hicimos en la clase pasada.

Fase 2: concebir un plan

Maestro: ¿Cuál estrategia puede ayudarte?

Alumnos: “para mi yo digo que sería bonito hacer la construcción de un Cilindro de cartulina y asemejarlo que ese será el gasómetro que utilizaremos como modelo.

Maestro: ¿Qué tal si construyen el Cilindro entonces y así deducimos más fácil nuestro propósito?

Alumnos: “¡Si es buena idea!”

Fase 3: Ejecución del plan.

Alumnos: “Ya hicimos el Cilindro en dibujo, pero no tenemos fórmulas para calcular el Área del Cilindro” “Si, ya busqué en los apuntes y no tenemos esa fórmula” “No lo puedo resolver”

Maestro: “tranquilos, claro que sí pueden”, “Observen bien el dibujo que hicieron ahí está la respuesta” “Las fórmulas que ya conocen nos pueden servir”

Alumnos: “observando el vaso que tiene en su mesa veo que este tiene forma Cilíndrica y que está formada por dos Círculos.” “Aquí hay dos Círculos”

Maestro: Muy bien, se acercan

Alumnos: “¿lo demás es un...Cuadrado?” “no...es un Rectángulo” “ya se...si sumamos las Áreas tenemos el Área del Cilindro”

Maestro: ¡Muy bien! Entonces, ¿Qué figuras forman el Cilindro?

Alumnos: “Dos Círculos y un Rectángulo”

Maestro: ¡Correcto!

Alumnos. “Entonces ya puedo...primero calcularemos el Área del Cilindro con esta fórmula:

Área lateral es igual al perímetro de la base por la altura:

$A_L = (2\pi r)h = 113.09 m^2$, dividiendo el diámetro entre dos esto porque me pide la fórmula el radio.

A este resultado le sumamos el Área de una de las bases.

$$A_b = \pi r^2 = \pi (2)^2 = 12.56 m^2$$

Por lo tanto, el Área a pintar es: $113.09 m^2 + 12.56 m^2 = 125.65 m^2$

Maestro: no cuidado se confunden acuérdense que esa fórmula es para encontrar el Área de un Círculo que en este caso es una de las base del Cilindro, pero como recordamos un Cilindro tiene dos bases ¿Lo recuerdan? es decir debo sumar los dos resultados, dado que son dos bases una arriba la otra abajo.

Alumno: el Área de las bases será de $25.12 m^2$, por que sume $12.56 + 12.56 m^2$.

Maestro: ahora deben sumar todo y así obtendremos el área total a pintar:

Alumno: Por lo tanto, el Área a pintar es: $113.09 m^2 + 21.12 m^2 = 138.21 m^2$

el área total es de $138.21 m^2$, aproximadamente.

Maestro: así es tal vez sea un poco más por lo que no trabajamos con todos sus decimales, pero por lo menos nos damos una idea próxima.

Fase 4: examinar la solución obtenida

Alumnos: ¡La respuesta es $138.21 m^2$!

Maestro: ¿Están seguros?

Alumnos: “¿Está mal?”

Maestro: No del todo, lean el problema otra vez

Alumnos: “Nos piden la superficie que se pintará

Maestro: ¡Claro que sí!

Alumnos: el Área que se pintará será 138.21 m^2 .

Maestro: recuerden siempre dar la respuesta a la interrogante que nos hacen.

Alumno: la agencia tropigas pintara una superficie de 138.21 m^2 , en la parte exterior del Cilindro.

Maestro: Aproximadamente 138.21 m^2 , tal vez necesite un poco más para pintar, sin embargo, esta aproximación le dará una idea pintura se necesita, ¿Están de acuerdo? Entonces, ¿qué van a hacer cuando les pidan el Área total de un Cilindro?

Alumnos: “Calculamos Área lateral y el resultado encontrado le sumamos el Área de las bases o más bien el área de los dos Círculos”.

Maestro: Excelente, muy bien.

Problema 7. Proyecto de la alcaldía el Tuma la Dalia

La alcaldía del municipio el Tuma La Dalia dono al Instituto Nacional La Dalia (INDA) un tanque de forma Cilíndrica para almacenar agua, esto para beneficio tanto de docentes como de estudiantes de dicho centro, los cuales se mostraron muy agradecidos condicha donación la cual supera los diez mil córdobas, destacando que dicho tanque fue elaborado con un metal antioxidante de buena calidad. Si dicho objeto contiene las siguientes medidas: 350 cm de altura y 180 cm el diámetro de su base determine:

- A) ¿Cuánto metal se utilizó para la fabricación del tanque? Expresarlos en cm^2 , como unidad de medida.
- B) Si las medidas del tanque son: 350 cm de altura y 180 cm de diámetro la base, ¿De cuánto es la capacidad que se puede almacenar de agua en dicho tanque? Expresarlo en cm^3 como unidad de medida, luego convierte los cm^3 a litros para saber cuántos litros se guardan.

Fuente elaboración propia

Fase 1: Comprender el problema

Maestro: ¿Se entiendes todo lo que nos dice el enunciado?

Maestro: ¿Qué es lo que se pretende encontrar según las interrogantes?

Alumnos: sí, se quiere saber la cantidad de material que se utilizó para construir el tanque, ah, pero también la cantidad de agua que cabe dentro de este.

Maestro: así es nos piden encontrar valores con cada dato que nos proporcionan del tanque.

Maestro: observen tenemos bien tenemos dos unidades de medidas, los centímetros cuadrados y los centímetros cúbicos ¿Qué podemos analizar de esto?

Alumno: debemos encontrar un valor el cual se expresará en centímetro cuadrado entonces esto quiere decir que nos piden el Área del tanque. Además, el segundo valor al ser encontrado se expresará en centímetros cúbicos por lo que se entiende que están pidiendo el Volumen también del tanque es decir la capacidad de agua que se almacenara en este.

Maestro: muy bien pero no olvidemos un detallito que se pide que es de convertir los centímetros cúbicos a litros ya que no se entendería muy bien si decimos que el Volumen es una determinada cantidad expresada en centímetros cúbicos.

Maestro: ¿Creen ustedes que sería bueno dibujar la figura para así identificar sus partes y ubicar los datos que conocemos?

Alumno: si estaría bien así nos dirigimos de manera más acertada observando la figura.

Maestro: hagan eso entonces ¿Qué figura geométrica es un barril?

Maestro: ¿Será conveniente dibujar un Cilindro?

Alumno: si claro el mismo problema describe el objeto con forma de Cilindro.

Maestro: si así muy bien recordemos que un Cilindro tiene dos bases las cuales son redondas una en la parte de abajo y otra en la parte de arriba.

Maestro: ¿Cuáles son los datos que tengo?

Alumno: nos dan la altura y el diámetro que dice es la base del tanque.

Maestro: ¿Entendimos con claridad que es lo que nos pide que encontremos?

Alumno: así el Área y el Volumen de dicho tanque y como ya hemos trabajado antes con esto usted nos decía Área y Volumen no es lo mismo.

Maestro: así es el Área es la parte exterior del tanque en este caso o lo de afuera, el Volumen es el líquido que le cabe en la parte interior en este caso el agua que cabe en este.

Alumno: ha si esto ya está entendido profe, encontraremos el Área, y la capacidad que este tiene.

Maestro: si así es procedamos entonces.

Fase 2: Concebir un plan

Maestro: ¿Qué nos podemos plantear para llegar a la solución?

Maestro: ¿Qué datos nos pueden servir para esta situación?

Alumnos: primero podemos trazar la figura o más bien dibujarla, hacer un dibujo, que represente el tanque en estudio.

Alumno: profesor ¿A la figura le podemos ubicar los valores que nos dieron?

Alumno: buscar fórmulas de Área y Volumen del Cilindro.

Maestro: basta únicamente revisar nuestros apuntes o más bien recordar lo que hemos visto.

Alumnos: si es buena idea podemos iniciar.

Fase 3: Ejecución del plan

Alumnos: dibujamos la figura, además le ubicamos los valores a cada lado, pero no sabemos qué encontrar primero si el Área o el Volumen y además no tenemos fórmulas para calcular el Área ni el Volumen del Cilindro buscamos en los apuntes y no tenemos esa fórmula. No lo puedo resolver.

Maestro: sí pueden. Observen bien el dibujo que hicieron ahí está la respuesta, las fórmulas que ya conocen nos pueden servir tenemos veamos lo que tenemos en la figura, verdad que esta tiene dos Círculos y un Rectángulo lo ven.

Alumnos: si tiene razón, podríamos decir dos Círculos de base lo demás es un Rectángulo.

Maestro: muy bien, como ya estudiamos anterior mente ¿cómo encontrar el Área de un Círculo y el Área de un Rectángulo lo recuerdan?

Alumno: la ecuación para calcular el Área de un Rectángulo la base por la altura, y la de la Círculo Pi por el radio al cuadrado parece.

Maestro: si observen la pizarra según lo que ustedes dicen las fórmulas serian:

Rectángulo $A_t = b \cdot h$ y la del Círculo $A_t = \pi \cdot r^2$

Alumno: no podemos sustituir por qué no conocemos el radio, además no sabemos cuánto mide la base, es mas no puedo identificar cuál es la base.

Maestro: ya hemos estudiado esto ante si conocemos el diámetro por consiguiente puedo saber cuánto mide el radio, lo recuerdan puesto que el diámetro es como si tuviésemos dos radios quien se acuerda.

Alumno: ha si es verdad el radio lo puedo sacar dividiendo el diámetro entre dos ¿verdad profe?

Maestro: así es ahora bien encuentren ustedes el Área del Círculo.

Alumno: el Área del Círculo es 25446.9 cm^2 , pero para saber el Área del rectángulo la ecuación me dice que es la base por la altura ¿será que la base sea el valor del Círculo?

Maestro: no cuidado se confunden no es lo mismo decir Círculo que decir Circunferencia, hasta las ecuaciones son distintas, recuerdan que el Círculo es la parte de adentro de la Circunferencia y que la Circunferencia es el borde, en este caso sería nuestra base.

Alumno: la verdad creo que la única diferencia es en la ecuación que sería, el diámetro por PI, no tendría que dividir. $P = \pi d$

$$P = \pi(180 \text{ cm})$$

$P = 565.4867 \text{ cm}$ aproximadamente.

Alumno: la base mide 565.4867 cm , y el Área del Rectángulo es $(565.4867 \text{ cm})(350 \text{ cm}) = 197,920.345 \text{ cm}^2$.

Alumno: esa no es Área del tanque si, necesitamos sumar todos los datos queremos un solo resultado.

Maestro: es correcto, es necesario un solo resultado sumen, acuérdense que el barril tiene dos Círculos uno abajo otro arriba.

Alumno: 25446.9 cm^2 , $+25446.9 \text{ cm}^2$, $+197,920.345 \text{ cm}^2 = 248,814.14 \text{ cm}^2$. Esa es el Área del barril.

Maestro: la repuesta es a próximamente esa, recuerden que no trabajamos todos los decimales, por lo tanto, el área se aproxima a ese resultado.

Maestro: si bien es cierto sabemos el Área, es decir sabemos la cantidad de material que se utilizó para la construcción del tanque. Hace falta algo.

Alumno: si la cantidad de agua que agarra este, decía que sería el Volumen.

Maestro: así es para esto necesitamos entender y presten atención a esto: la verdad lo que nos interesa saber es la cantidad de líquido que cabe en este. Para esto se sabe que el Volumen es igual al producto del Área de la base por la altura.

Alumno: la verdad creo que la única forma de obtener este resultado sería, como sabemos que la base es un Círculo, sería multiplicar una de las bases por la altura.

Maestro: utilicemos la siguiente fórmula: $r^2\pi h$, el radio al cuadrado multiplicado por el valor de pi por la altura.

Alumno: el Volumen del barril es de $8,906,415.2 \text{ cm}^3$ aproximadamente, puesto que multiplicamos el valor del radio al cuadrado el cual es de 90cm, multiplicado por π además por la altura que conocemos es de 350cm.

Maestro: muy bien ahora, recuerden que está en su unidad de medida, pero no sabemos a cuantos litros equivale, además la pregunta nos dice que necesitamos encontrar los litros de agua que se guardarán en el tanque.

Alumno: debemos convertir a litros ¿cómo hacemos eso? no recuerdo.

Maestro: bien si un litro de agua equivale a 1000 cm^3 , pueden resolver.

Alumno: La capacidad del tanque es de 8,906.4 litros de agua, puesto que al dividir $8,906,415.2 \text{ cm}^3$ entre 1000 cm^3 , esto resulta 8,906.4 litros Aproximadamente.

Maestro: muy bien excelente.

Fase 4: Examinar la solución obtenida

Maestro: ¿Obtuvimos un resultado cierto? ¿Están seguros que es esta la solución?

Maestro: ¿porque decimos que los valores obtenidos son aproximadamente la respuesta?

Alumnos: el Área es $248,814.14 \text{ cm}^2$ y el Volumen $8,906,415.2 \text{ cm}^3$, lo que equivale a 8,906.4 litros. Aproximadamente por lo que no se trabajó con todos los decimales.

Alumnos: “¿Estará bien la respuesta o cree que no?”

Maestro: no del todo, lean el problema otra vez, acuérdense que aún no han dado solución alguna y según ustedes ya tienen la respuesta.

Alumnos: nos piden encontrar la cantidad de material que se utilizó para construir el tanque y la cantidad de agua que cabe en este.

Maestro: ha verdad claro que sí, respondamos pues a la pregunta.

Alumnos: para construir el tanque que dono la alcaldía al Instituto Nacional La Dalia se necesitó $248,814.14 \text{ cm}^2$ de metal aproximadamente, tal vez se necesitó un poco más para formarlo, pero esta aproximación le dará una idea clara de cuanto material necesita, si quiere construir otro similar.

Alumno: además el Volumen que cabe en este tanque es de $8,906,415.2 \text{ cm}^3$, lo que representa unos 8,906.4 litros. Aproximadamente.

Maestro: bien ¿Qué podemos hacer cuando se nos pida encontrar el Área de un Cilindro?

Alumnos: no olvidarnos que tiene dos caras calculamos el área de estas y luego las sumamos, no es lo mismo Área que Volumen. Área es la parte exterior del objeto o lo de afuera y el Volumen la capacidad que cabe en él.

Alumno: si no trabajamos con todos los decimales es bueno decir que dichas medidas son siempre aproximadas.

Maestro: así es perfecto.

Conclusiones

Es importante señalar que el Método de Polya, en la resolución de problemas Matemáticos, puede favorecer el desarrollo de los contenidos relacionados al cálculo de Área y Volumen del Cilindro. Sin embargo, hay que destacar además la aplicación de metodología en cada fase, las cuales son de suma importancia al momento de dar salida a cada situación presentada, como se pudo apreciar anteriormente en donde la comunicación fluida entre Maestro y Alumno contribuye a la construcción de soluciones.

Al momento de encontrar la solución los discentes solamente son guiados por el docente el cual actúa como un monitor que expresa ciertas pautas de manera que cada estudiante relacione los conocimientos ya obtenidos anteriormente con los nuevos.

Las aplicaciones de estos cuatro pasos pueden contribuir de manera positiva a la asimilación de cada contenido Matemático, ya que se deduce que se este método describe ciertas ventajas como: participación, concentración, razonamiento capacidad de integración en el aula de clase, siendo estos factores de suma importancia en la resolución de problemas Matemáticos.

Se puede decir que esta propuesta metodológica de resolución de problemas aplicando el Método de Polya permite mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y puede ser de mucho beneficio porque contribuye a despertar el interés en el estudiante y disminuir el temor al momento de resolver. Así mismo ayuda a desarrollar la capacidad de razonar del estudiante que no sea repetitivo o mecánico de una teoría, sino que sea capaz de descubrir y facilitar el uso de estrategias que ayuden en la solución de la situación presentada.

VI. CONCLUSIONES

Al finalizar este trabajo de investigación se concluye:

1. Los estudiantes de Décimo grado del Instituto Nacional la Dalia resuelven problemas, extraídos de libro textos en el que presentan datos necesarios para obtener la solución, además problemas sobre situaciones reales donde el docente plantea actividades lo más cercanas posibles a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos Matemáticos.
2. Entre las estrategias de enseñanza aplicadas por el docente se demostró el uso de analogías e ilustraciones, que son fundamentales dentro del proceso de resolución de problemas ya que ayuda a los discentes a desarrollar los pensamientos lógicos durante la resolución de problema de Área y Volumen del Cilindro.
3. La resolución de problemas en el aula de clases de décimo grado se desarrolla haciendo uso del Método de Polya, pero no se trabaja con la secuencia de los pasos establecido mediante se esté realizando la práctica puesto que muchos elaboran sus propias conclusiones y únicamente ven la manera más viable de llegar a la respuesta de la situación que se le presente.
4. Se proponen la resolución de problemas relacionados al cálculo de Área y Volumen del Cilindro, haciendo uso del Método de Polya, de una manera creativa e interactiva llevando a los estudiantes a generar sus propios conocimientos a través de la manipulación de recursos que ayuden a profundizar su imaginación.

VII. BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar Márquez, A. (2009). *Matemáticas simplificadas* (Segunda ed.). México: Pearson Educación de México, S.A. de C.V.
- Alcántara Siles, R. J., & Alcántara Siles, J. B. (2016). *Modelos de resolución de problemas aplicados durante el proceso enseñanza- aprendizaje de los números enteros*. Matagalpa: UNAN FAREM – Matagalpa.
- Bados, A. (2014). *Resolución de problemas* (Primera ed.). Barcelona: Facultat de Psicologia Departament de Personalitat, Avaluació i Tractament Psicològics.
- Bahamonde Villarroel, S., & Vicuña Verdugo, J. (2011). *Resolución de problemas Matemáticos* (Primera ed.). Chile: Puntas Arenas, región de Magallanes y Antártica Chilena.
- Bernabéu Soria, G. (2010). *100 problemas Matemáticos*. CEFIRE de ELDA C/.
- Blanco, J. L. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *SUMA* 21, 11-20.
- Calvo Ballester, M. M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en Matemáticas. *Revista Educación*, 123-138.
- Corbalán, F., & Deulofeo, J. (1996). Polya, un clásico en resolución de problemas. *SUMA* 22, 103-107.
- Enciclopedia SALVAT, diccionario*. (1972). España: SALVAT EDITORES S.A.
- Escalante Martínez, S. (30 de Enero de 2008). *Escalante – Silvia "Método de Polya en la resolución de problemas Matemáticos"*. Recuperado el 20 de Abril de 2017, de <http://recursosbiblios.url.edu.gt/tesisjtecm/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf>

- Escobar Morales, R. S. (2011). *Fundamentos de Matemática* (Primera ed.). Managua: Librería y ediciones San Miguel.
- Espinoza Benavidez, N. E. (2015). *Estudio de la estática de sólidos aplicando estrategias metodológicas que faciliten la comprensión en la resolución de problemas*. Esteli: UNAN FAREM – ESTELI.
- García Pelayo, R. (2001). *Larousse Diccionario Escolar*. Granjas Esmeralda México: Ultra, S, A de CV.
- Keitel, C. (1996). Educación Matemática y sentido común. *SUMA* 21, 5-10.
- López Morales, M. J. (2009). *Fundamentos Generales de la Enseñanza de la Matemática y su Epistemología*. Managua Nicaragua.
- Mendenhall, W., Scheaffer, R., & Lymanott, R. (2006). *Mestreo de elementos* (Sexta ed.). España: Paraninfo.
- Monroy Muñoz, J. I. (2014). LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y SU IMPACTO EN PENSAMIENTO CRÍTICO DEL CIUDADANO. *Revistadecooperacion.com*, 81-85.
- Polya,G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. México: TRILLAS.
- Rivera Parrilla, G. (2014). *Matemática Educación Secundaria* (Primera ed.). Managua: MINED.

ANEXOS

Anexo 1: OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas Matemáticos		“La resolución de problemas es un proceso cognitivo-afectivo-conductual mediante el cual una persona intenta identificar o descubrir una solución” (Bados & García, 2014, p.2).	Concepto	¿Qué entiende usted por resolución de problema?	<ul style="list-style-type: none"> a) Es un proceso cognitivo-afectivo-conductual mediante el cual una persona intenta identificar o descubrir una solución o respuesta de afrontamiento eficaz para un problema particular. b) Es la manera más fácil de entender una situación. c) Un sinnúmero de las informaciones. d) Ninguna de las anteriores. 	Encuesta	Estudiantes
				¿Para usted cual es la diferencia entre un problema y un ejercicio Matemático?		Entrevista	Docente

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas Matemáticos				¿El docente propone problemas relacionados a situaciones de la vida cotidiana?	Si No	Observación	Proceso de enseñanza
			Concepto	¿Por qué se considera importante resolver problemas en matemáticas?	a) Desarrolla en los individuos comprensión, análisis, trabajo en equipo, solución de conflictos, planificación, entre otras. b) Para interactuar con el medio. c) Es la actividad más fácil de realizar. d) Ninguna de las anteriores.	Encuesta	Estudiantes

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas Matemáticos				¿Consideras más fácil resolver un problema que más de un ejercicios?	Si No Algunas veces	Encuesta	Estudiantes
				¿Cómo se clasifican para usted los problemas Matemático s?		Entrevista	Docente
				Clasificación de problemas Matemático s. ¿Cuándo se te presentan problemas de los nuevos contenidos en Matemática te es fácil responder?	Si No Algunas veces	Encuesta	Estudiantes
				¿Los estudiantes resuelven ejercicios prácticos que involucren una serie de operaciones matemáticas?	Si No	Observación	Proceso de enseñanza

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas Matemáticos			Aprender a resolver problemas	¿Cuáles son los procesos adecuados que se deben de seguir para resolver un problema?	a) Imaginación b) Interpretación c) Descubrimiento, Operaciones mentales, conocimiento y la práctica. d) Todas las anteriores	Encuesta	Estudiantes
				¿Qué se necesita para resolver un problema?		Entrevista	Docente
				¿Durante el desarrollo de la clase el docente propone problemas de forma clara y fácil de interpretar?	Si No	Observación	Proceso de enseñanza

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas Matemáticos.			Importancia de resolver problemas.	¿A la hora de resolver un problema encuentras alguna similitud entre los que ya se han desarrollado?	Si No Algunas veces	Encuesta	Estudiantes
				¿Cómo consideras las destrezas de los estudiantes al resolver problemas Matemáticos?		Entrevista	Docente
				¿Para resolver un problema cree usted que es necesario implementar alternativas que permitan dar salida a la situación?		Entrevista	Docente
				¿Cuándo se resuelve un problema se aclaran las repuestas obtenidas?	Si No	Observación	Proceso de enseñanza

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas Matemáticos			Modelos de resolución de problemas.	¿El docente plantea a los alumnos algún problema que requiera la combinación de más de un tipo de información?	Si No	Observación	Proceso de enseñanza
				¿Por qué se considera la resolución de problemas como una actividad compleja?	a) Porque a muchos no les gusta. b) Porque pone en juego un amplio conjunto de habilidades que incluye elementos de creación y muchas destreza. c) Porque es una actividad aburrida. d) Ninguna de las anteriores.	Encuesta	Estudiantes

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas Matemáticos			Modelos de resolución de problemas.	¿Qué entiendes por Modelo para resolver problemas, y cuáles conoces?		Entrevista	Docente
Método de Polya para resolver problemas Matemáticos		"Polya basa su programa en el resultor ideal, esto es el sujeto que al resolver un problema avanza linealmente desde el enunciado hasta la solución" Blanco (1996,p.13)	Concepto	¿El Método Polya permite un mejor aprendizaje en el alumno?		Entrevista	Docente
				¿Al momento de resolver un problema se hace mención de situaciones estudiadas anteriormente para una mejor comprensión de este?	Si No	Observación	Proceso de enseñanza
				¿Cómo valora usted el Método de cuatro pasos planteados por George Polya?		Entrevista	Docente

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Método de Polya para resolver problemas Matemáticos				¿Cree usted que es importante aplicar el Método de Polya en la resolución de problemas en el área de matemática para un mejor aprendizaje en el alumno?		Entrevista	Docente
				¿Cree usted que el uso de este método beneficia al docente durante la resolución de problema Matemáticos en el aula de clase?		Entrevista	Docente
				¿El docente recomienda a sus estudiantes hacer uso del Método de Polya?	Si No	Observación	Proceso de enseñanza
				¿Para resolver un problema el docente hace mención de alternativas que permitan al estudiante entender lo que se le está pidiendo encontrar?	Si No	Observación	Proceso de enseñanza

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Método de Polya para resolver problemas Matemáticos				Los pasos que se deben aplicar durante la resolución de problemas aplicando Polya son:	a) Comprensión, concebir un plan, ejecución del plan, examinar la solución. b) Verificar bien las fórmulas y resolverlo. c) Buscar una respuesta al determinarlo. d) Todas son respuestas	Encuesta	Estudiantes
				¿Cuáles son los pasos que se deben de aplicar durante la resolución de problemas aplicando Polya?		Entrevista	Docente
				Problema de aplicación	¿Qué cantidad de Volumen de cera necesita Armando en su fábrica de velas para fabricar una vela de 6 cm de diámetro y 15 cm de altura y así determinar su precio?	Pasos de aplicación: Fase 1: comprender el problema. Fase 2: concebir un plan. Fase 3: ejecución del plan. Fase 4: examinar la solución obtenida. Solución: 424.11cm^3	Encuesta

Anexo 2: Encuesta



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

Encuesta a estudiantes del centro: _____

fecha: _____ Grado: _____ turno: _____

Estimados estudiantes: Estamos realizando una investigación con el objetivo de analizar la resolución de problema de Área y Volumen del Cilindro, aplicando Método de Polya . Este trabajo es de gran importancia por el hecho de referirse al aprovechamiento de la actividad mental; como dinamizador de la práctica docente impulsado por el sistema educativo, el cual está orientado a la construcción de conocimientos, cuyo propósito fundamental es garantizar otras formas de trabajo y organización en el aula de clase.

- I. Marque en la escala que corresponda con una (x).
 1. ¿Consideras más fácil resolver un problema que más de un ejercicios?
 - 1.1 Sí
 - 1.2 No
 - 1.3 Algunas veces
 2. ¿Cuándo se te presentan problemas de los nuevos contenidos en Matemática te es fácil responder?
 - 2.1 Sí
 - 2.2 No
 - 2.3 Algunas veces
 3. ¿A la hora de resolver un problema encuentras alguna similitud entre los que ya se han desarrollado?
 - 3.1 Sí
 - 3.2 No
 - 3.3 Algunas veces

II. Encierre en un círculo el inciso que considere es la respuesta correcta:

4. ¿Qué entiende usted por resolución de problema?
 - 4.1. a) Es un proceso cognitivo-afectivo-conductual mediante el cual una persona intenta identificar o descubrir una solución o respuesta de afrontamiento eficaz para un problema particular.
 - 4.2. b) Es la manera más fácil de entender una situación.
 - 4.3. c) Un sinnúmero de las informaciones.
 - 4.4. d) Ninguna de las anteriores.
5. ¿Por qué se considera importante resolver problemas en Matemática?
 - 5.1. a) Desarrolla en los individuos comprensión, análisis, trabajo en equipo, solución de conflictos, planificación, entre otras.
 - 5.2. b) Para interactuar con el medio.
 - 5.3. c) Es la actividad más fácil de realizar.
 - 5.4. d) Ninguna de las anteriores.
6. ¿Los procesos adecuados que se deben de seguir para resolver un problema?
 - 6.1. a) Imaginación
 - 6.2. b) Interpretación
 - 6.3. c) Descubrimiento, Operaciones mentales, conocimiento y la práctica.
 - 6.4. d) Todas las anteriores
7. ¿Por qué considera como una actividad compleja la resolución de problemas?
 - 7.1. a) Porque a muchos no les gusta.
 - 7.2. b) Porque pone en juego un amplio conjunto de habilidades que incluye elementos de creación y muchas destreza.
 - 7.3. c) Porque es una actividad aburrida.
 - 7.4. d) Ninguna de las anteriores.
8. Los pasos que se deben aplicar durante la resolución de problemas aplicando Polya son:
 - 8.1. a) Comprensión, concebir un plan, ejecución del plan, examinar la solución.
 - 8.2. b) Verificar bien las fórmulas y resolverlo.
 - 8.3. c) Buscar una respuesta al determinarlo.
 - 8.4. d) Todas son respuestas

III. Resuelva el siguiente problema:

¿Qué cantidad de Volumen de cera necesita Armando en su fábrica de velas para fabricar una vela de 6 cm de diámetro y 15 cm de altura y así determinar su precio?

Anexo 3: Entrevista



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

ENTREVISTA A DOCENTE DE MATEMÁTICA, DÉCIMO GRADO, INSTITUTO NACIONAL LA DALIA.

Estimado docente hacemos de su conocimiento que estamos realizando una investigación sobre la resolución de problemas Aplicando el Método de Polya, al momento de desarrollar el contenido de Área y Volumen del Cilindro, esperamos nos apoye mediante sus aportes, el cual es primordial para llevar a cabo nuestro trabajo, que esperamos sea de mucho beneficio para la enseñanza y el aprendizaje de cada estudiante que cursa su secundaria.

I. Datos Generales: Nombre del profesor _____

Fecha _____

Años de experiencia como docente de matemática: ____ Grado ____ No de estudiantes _____

II. Guía:

1. ¿Para usted cual es la diferencia entre un problema y un ejercicio Matemático?
2. ¿Cómo se clasifican para usted los problemas Matemáticos?
3. ¿Qué se necesita para resolver un problema?
4. ¿Cómo considera las destrezas de los estudiantes al resolver problemas Matemáticos?
5. ¿Para resolver un problema cree usted que es necesario implementar alternativas que me permitan dar salida a la situación?
6. ¿Qué entiendes por modelo para resolver problemas, y cuáles conoce?
7. ¿Qué conoce usted acerca del Método de Polya?
8. ¿Cree usted que es importante aplicar el Método de Polya en la resolución de problemas en el Área de Matemática para un mejor aprendizaje en el alumno?
9. ¿Cree usted que el uso del Método de Polya beneficia al docente durante la resolución problema Matemático s en el aula de clase?
10. ¿Cuáles son los pasos que se deben aplicar durante la resolución de problemas aplicando Polya?
11. ¿Cómo valora usted el Método de cuatro pasos planteados por George Polya?

Anexo 4: Observación



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

GUIA DE OBSERVACION A GRUPOS DE DECIMO GRADO DEL INSTITUTO NACIONAL LA DALIA

Objetivo: Visualizar los métodos que se aplican al resolver problemas de área y Volumen del Cilindro con los estudiantes de décimo grado, Instituto nacional la Dalia.

I. DATOS GENERALES:

Nombre del profesor visitado: _____

Fecha: _____ No de estudiantes presentes ____ Hora en que inicia y finaliza la clase: _____

Tema que imparte: _____

II. Resolución de problemas de Área y Volumen del Cilindro

N°	Pregunta	Si	No	Observación
01	¿El docente propone problemas relacionados a situaciones de la vida cotidiana?			
02	¿Los estudiantes resuelven ejercicios prácticos que involucren una serie de operaciones Matemáticas?			
03	¿Durante el desarrollo de la clase el docente propone problemas de forma clara y fácil de interpretar?			
04	¿Cuándo se resuelve un problema se aclaran las repuestas obtenidas?			

Anexo 5. Resultado de la entrevista

RESULTADO DE ENTREVISTA A DOCENTE DE DECIMO SECUNDARIA REGULAR

Año de experiencia como docente de Matemática: 6 años.

Centro de labor actual: Instituto Nacional La Dalia.

Fecha de entrevista: viernes 14 de noviembre de 2017.

Preguntas	Respuesta	Preguntas	Respuesta
1. ¿Para usted cual es la diferencia entre un problema y un ejercicio Matemático?	Un problema es el que se plantea como texto y un ejercicio es más numérico, un problema se cuanta con palabras.	4. ¿Cómo considera las destrezas de los estudiantes al resolver problemas Matemáticos?	En porcentaje un 60%, porque no tienen dominio de calcular, despejar o analizar, es decir diferentes habilidades para darle la lógica al ejercicio.
2. ¿Cómo se clasifican para usted los problemas Matemáticos?	Lo que pide el programa es que los problemas sean contextualizados, es decir adecuados a la realidad: <ol style="list-style-type: none"> 1. Contextualizados. 2. Transcritos de bibliografía que se utiliza. 3. Relacionados con el entorno. 4. Problemas seleccionados de sitios web. 	5. ¿Para resolver un problema cree usted que es necesario implementar alternativas que me permitan dar salida a la situación?	Sí, pero esto dependerá de la capacidad del alumno, hay unos que no buscan que hacer sino hasta que otro lo hace.
3. ¿Qué se necesita para resolver un problema?	Analizarlo, leerlo, interpretarlo, formularlo y resolverlo, además aclarar las repuestas con aproximaciones de las respuestas a las preguntas siempre.	6. ¿Qué entiendes por modelo para resolver problemas, y cuáles conoce?	Es un esquema, como debe iniciar, como desarrollar y al final comprobar la solución, siempre es bueno analizar la solución.

Preguntas	Respuestas	Preguntas	Respuestas
6. ¿Qué conoce usted acerca del Método de Polya?	Son 4 pasos, interpretación, formulación, desarrollo y obtener la solución pedida.	10. ¿Cuáles son los pasos que se deben aplicar durante la resolución de problemas aplicando Polya?	Hacer grupos y plantearles un problema, del cual no se sepa de qué tema pertenece este y no se les dé ni siquiera ecuaciones si no que sean ellos que armen hasta llegar a la solución partiendo de la lógica, análisis, haciendo ciertas relaciones con situaciones anteriores y darle forma a la solución.
7. ¿Cree usted que es importante aplicar el Método de Polya en la resolución de problemas en el área de Matemática para un mejor aprendizaje en el alumno?	Si porque si nos regimos al Método de Polya, se permite despertar la mente al alumno, poniendo a trabajar la mente, usando la lógica.	11. ¿Cómo valora usted el Método de cuatro pasos planteados por George Polya?	Es bueno pero es necesario afianzar más a fondo, ya que mediante la práctica se afianzar aún más y los resultados serán más buenos. Para una mejor educación, conocimiento verdadero y además que estos se pongan en práctica.
8. ¿Cree usted que el uso del Método de Polya beneficia al docente durante la resolución problema Matemático s en el aula de clase?	Si, uno como docente domina los cuatro pasos de Polya, se verifica en la parte del desempeño laboral porque así los estudiantes dominan y los conocimientos se mantienen, es decir son más duraderas.		Se recomienda hacer uso de este y demás que cada docente comparta sus conocimientos y resultados con los demás colegas para afianzar más sobre la aplicación de este.

Anexo 5 Resultados de la Observación



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

GUIA DE OBSERVACION A GRUPOS DE DECIMO GRADO INSTITUTO NACIONAL LA DALIA

Objetivo: Visualizar los métodos que se aplican al resolver problemas de Área y Volumen del Cilindro con los estudiantes de décimo grado, Instituto Nacional La Dalia.

I. DATOS GENERALES:

Nombre del profesor visitado: Denis González Gutiérrez Fecha: 17/10/2017

No de estudiantes presentes: 80 Hora en que inicia y finaliza la clase: de 12: 15 Pm a 2:30 Pm, en las secciones A, B, y C cada periodo de 45 minutos cada uno.

Tema que imparte: El Cilindro - Calculo de Área y Volumen

II. Resolución de problemas de Área y Volumen del Cilindro

N°	Pregunta	Si	No	Observación
01	¿El docente propone problemas relacionados a situaciones de la vida cotidiana?	*		El primer día el docente solamente dio la introducción del contenido, esto mediante la exploración de conocimientos previos y presentaciones Láminas.
02	¿Los estudiantes resuelven ejercicios prácticos que involucren una serie de operaciones matemáticas?	*		Se resolvió un ejercicio donde los dicentes encontraron, Áreas Longitud haciendo uso de de operaciones: suma, resta y multiplicación.
03	¿Durante el desarrollo de la clase el docente propone problemas de forma clara y fácil de interpretar?	*		El docente planteo un problema de aplicación, donde Utilizó una lata de jugo que estaba en la caja de basura para así tener una mejor imagen de un Cilindro, explico sobre cuál era el Área y el Volumen.

04	¿Cuándo se resuelve un problema se aclaran las repuestas obtenidas?	*	Quando todos habían resuelto el ejercicio planteado, se eligieron dos estudiantes al azar, estos resolvieron el ejercicio uno explico el Área y el otro el Volumen, se preguntó si todos tenían las misma repuestas y la mayoría coincidieron.
05	¿El docente plantea a los alumnos algún problema que requiera la combinación de más de un tipo de información?	*	En la situación planteada el docente presentó una lata primero vacía luego pidió a uno de los alumnos que le echara un poco de líquido, luego procedió a hacer ciertas medidas de esta para identificar algunos datos aproximada de la lata.

III. Método de Polya

N°	Pregunta	Si	No	Observación
06	¿Al momento de resolver un problema se hace mención de situaciones estudiadas anteriormente para una mejor comprensión de este?	*		Quando se procedió a calcular el Área se recordó como calcular el Área del Rectángulo, Círculo y Longitud de la Circunferencia, se recordó además quees un Círculo y que es la Circunferencia.
07	¿El docente recomienda a sus estudiantes hacer uso del Método de Polya?		*	Específicamente no, pero implícitamente si mediante el desarrollo oriento: Analizar bien el problema, identificar los datos que tenemos, utilizar láminas o dibujos para obtener una mejor idea de este además la solución se discutió sobre si coincidían con los demás.
08	¿Para resolver un problema el docente hace mención de alternativas que permitan al estudiante entender lo que se le está pidiendo encontrar?			El docente oriento dibujar la figura, y ubicarle las partes, con los respectivos valores que se le dieron, también que realizaran ciertas medidas para una idea más clara de la situación.

Observaciones generales:

Durante la observación realizada a estudiantes de décimo grado del Instituto Nacional La Dalia, se pudo apreciar diferentes aspectos los cuales son de mucha importancia al momento de desarrollar una temática en el Área de Matemática entre las que se pueden destacar en primer lugar la buena asistencia del estudiantado, la responsabilidad del docente al estar presente en tiempo y forma en el aula de clase, la buena disciplina, participación y motivación de los docentes al momento de abordar la temática.

Otro aspecto importante de destacar es la manera de introducir desarrollar y evaluar el contenido abordado por parte del docente de Matemática, destacando que para introducir la nueva temática inicia partiendo de los conocimientos previos de cada estudiante mediante diferentes dinámicas, lo que permite que cada uno de sus estudiantes de una u otra forma se integre en la temática, además mediante el desarrollo trata de involucrar materiales conocidos del entorno y que al a vez son de fácil acceso, al momento de evaluar trata de ser lo más específico posible.

Se destaca el uso de materiales manipulativos como Una Lata, una cubeta y hasta un Cilindro elaborado por el docente los cuales son de mucha utilidad, ya que mediante la percepción, manipulación y construcción de Figuras se tiene mayores aportes de los estudiantes lo que permite el involucramiento de cada estudiante en el tema.

Mediante esta actividad la cual fue de mucho interés para esta investigación, se pudo apreciar que el tema de Área Y Volumen del Cilindro fue abordada y asimilada por cada estudiantes, estando consiente que no todos tienen el mismo ritmo de aprendizaje pero que al final la meta de cada docente es que en sus estudiantes capten aunque sea, un poco de la temática, lo cual pudo evidenciarse mediante la observación realizada cuando se abordó la temática.

Anexo 7: Base de datos de la Encuesta Aplicada en Décimo grado

P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
2	2	1	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	2	1
1	2	1	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
3	3	3	1	1	3	2	2	1
2	3	3	1	1	3	2	1	1
2	3	1	1	1	3	2	2	1
3	3	3	1	1	3	2	1	1
3	2	3	1	1	2	2	2	1
2	3	3	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
1	3	1	1	1	4	2	4	1
2	1	1	1	1	3	4	2	1
2	3	1	1	1	3	2	1	1
2	3	1	1	1	4	2	2	1
2	3	3	1	1	3	1	1	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	2	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
1	2	3	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
2	2	1	1	1	3	2	1	1
2	2	3	1	1	3	2	1	1
2	2	1	1	1	3	2	1	1
2	3	3	1	1	3	2	1	1
2	3	3	1	1	3	2	1	1
2	1	1	2	1	3	2	4	1
2	3	3	1	1	3	2	1	2
1	3	3	1	1	3	2	2	1
2	3	3	3	2	3	3	4	1
2	3	3	1	1	3	2	4	1
1	1	1	1	1	4	4	4	1
1	3	1	1	2	3	2	2	1
1	3	1	1	1	3	2	2	1
3	3	1	1	1	4	2	1	1
1	3	3	1	4	3	2	1	2
1	3	1	1	1	3	2	1	1
2	3	1	1	1	3	2	4	1

2	3	3	2	2	3	1	3	2
1	1	1	3	1	1	1	2	1
1	3	1	1	1	4	2	2	1
1	3	3	1	1	3	2	4	1
3	2	2	1	1	3	2	2	2
1	3	1	1	1	3	2	2	1
1	2	3	1	1	3	1	2	1
3	1	1	1	1	3	2	2	2
2	2	1	1	1	3	2	2	1
1	3	1	1	1	4	2	1	1
1	3	1	1	1	4	2	2	1
2	3	1	1	1	3	2	1	1
3	3	1	1	1	4	2	1	2
2	1	3	1	1	3	2	1	2
2	1	1	1	1	4	2	4	1

Anexo 8. Estudiantes de Décimo Grado aplicando encuesta



Fuente: Elaboración Propia

