



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN-MANAGUA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Modelo Teórico para el aprendizaje de los sistemas de dos niveles en
Mecánica Cuántica

Garmendia, J; González, C; Martínez, A.

Tutor:

Dr. Clifford Jerry Herrera Castrillo

CENTRO UNIVERSITARIO REGIONAL DE ESTELÍ

¡Universidad del Pueblo y para el Pueblo!



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN-MANAGUA

Centro Universitario Regional de Estelí CUR-Estelí

Recinto Universitario “Leonel Rugama Rugama”
Departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades

Modelo Teórico para el aprendizaje de los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica

Trabajo de investigación para optar al grado de
Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Física-Matemática

Autores

José Alfredo Garmendia Tercero
Cristell Dayana González González
Aner Yuniel Martínez Garmendia

Tutor

Dr. Cliffor Jerry Herrera Castrillo

29 noviembre, 2025



Dedicatoria

Como grupo investigador, le dedicamos esta tesis a Dios. Rey de reyes por quien hemos llegado hasta este punto de finalización, por ser fuente de fortaleza y esperanza hacia un futuro desde que se empezó este proceso.

A mi pequeño Adrián, que jamás fue un freno en mi vida, sino mi acelerador para poder ser perseverante cada día, cada encuentro, cada proceso de investigación. Porque es por quien lucho día a día para que su vida sea mejor que la que yo tuve. Seguidamente, le dedico esta tesis a mi abuela, porque no solo soy yo quien se recibe, ella lo hace también; ella es mi mayor amor incondicional, cada madrugada de los sábados conmigo, cuidando a mi hijo para poder estudiar, trabajar, y por todas esas noches de desvelo mientras hacía un trabajo acompañándome siempre.

-Cristell-

Dedico este trabajo a mis abuelos, por su amor incondicional, esfuerzo y ejemplo de perseverancia. A mi novia Arely, por ser fuente de motivación constante y apoyarme en todos estos años. Y a todas aquellas personas que con su apoyo silencioso me acompañaron en este camino. Finalmente, a mi amigo y hermano Jhony por haber contribuido significativamente en mi proceso.

-Aner-

A mi madre y a mi abuela, por su apoyo incondicional, por estar presentes en cada paso de este proceso, por brindarme siempre su comprensión y fortaleza. Gracias por enseñarme con su ejemplo que la perseverancia, el esfuerzo y la dedicación son las verdaderas claves para alcanzar los sueños y superar cualquier desafío.

-José Alfredo-

Agradecimiento

Agradecemos primeramente a Dios, por haber permitido llegar hasta este punto de finalización de la carrera; por regalarnos perseverancia y fortaleza para alcanzar la meta propuesta desde que se inició este proceso. Gracias por mostrarnos que los sueños se alcanzan con Fe, esfuerzo y perseverancia y que su tiempo siempre será perfecto.

Al Dr. Clifford Herrera, por su valiosa orientación, paciencia y compromiso, por su verdadera vocación. Su guía fue un pilar fundamental para dar estructura a esta investigación, incluso desde que empezamos nuestro proceso de profesionalización, en especial en el de investigación. El conocimiento compartido será atesorado en nuestros corazones y cerebros.

A la universidad y a los docentes de la carrera de Física-Matemática por sus enseñanzas, en especial al Lic. Yesner Briones y la Dra. Carmen Triminio. A nuestros compañeros y amigos, quienes con su apoyo y colaboración hicieron de este proceso una experiencia enriquecedora. Finalmente, a nuestra familia, por su apoyo incondicional y confianza en nosotros.



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN-MANAGUA

CENTRO UNIVERSITARIO REGIONAL, ESTELÍ
“2025: Eficiencia y Calidad para seguir en victorias”
Departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades

CARTA AVAL DEL TUTOR

Estelí, 20 de noviembre de 2025

Por medio de la presente, en calidad de tutor del trabajo de modalidad de graduación titulado: **Modelo Teórico para el aprendizaje de los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica**, elaborado por:

José Alfredo Garmendia Tercero
Cristell Dayana González González
Aner Yuniel Martínez Garmendia

20-51303-0
21-50429-5
21-50815-6

Estudiantes de la carrera **Licenciatura en Ciencias de la Educación con mención en Física-Matemática**, **hago constar** que he brindado el acompañamiento académico, científico y metodológico correspondiente durante el desarrollo de la Modalidad de Graduación, en estricto cumplimiento de las responsabilidades establecidas para los tutores en los **Artículos 14 al 20** de la *Normativa de Graduación 2025 de la UNAN-Managua*.

Asimismo, avaló que el presente trabajo cumple con los requisitos formales, científicos, éticos y metodológicos establecidos por la Universidad. El manuscrito fue revisado de acuerdo con el cronograma aprobado y cumple con lo señalado en el Artículo 22, literal d, referente a la entrega del informe final con la finalidad de obtener esta carta aval

En virtud de lo anterior, **autorizo la presentación formal del trabajo** ante el Comité Académico Evaluador, según lo dispuesto en la normativa institucional vigente.

Atentamente,

Dr. Cliffor Jerry Herrera Castrillo
Orcid: 0000-0002-7663-2499
UNAN-Managua/CUR-Estelí

CC/

¡Universidad del Pueblo y para el Pueblo!

Barrio 14 de abril, contiguo a la subestación de ENATREL, Tel 27137734, Ext 7424
dceh.curesteli@unan.edu.ni

Resumen

La presente investigación se basa en la propuesta de un Modelo Teórico para el aprendizaje de los Sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica que integre la formulación matemática con la interpretación física, recalcando la importancia de la obtención de un Aprendizaje Significativo. Surge de la necesidad que presentan los estudiantes ante la comprensión del aspecto abstracto matemático que contienen estos contenidos de Física, en este sentido se propone diseñar un modelo que vincule teoría y visualización, con el fin de que funcionen como herramienta viable para los estudiantes, que fortalezcan sus conocimientos. Este trabajo investigativo, se desarrolló en la educación superior, con estudiantes de V año de la carrera Física-Matemática de la UNAN-Managua/CUR-Estelí durante el segundo semestre 2025. El enfoque empleado es cuantitativo, considerada descriptiva con un paradigma positivista. Para su validación se aplicaron tres instrumentos de recolección de datos a una muestra de 12 estudiantes (Prueba estandarizada, cuestionario y Encuesta) y un instrumento a un experto de Física Cuántica (Validación por expertos). Los principales resultados fueron que el 41.6% de los estudiantes reconocen la importancia del uso de un modelo teórico para la enseñanza de la mecánica cuántica favorecería su aprendizaje, de igual modo, se tuvo la validación de un experto quien brindó una aceptación positiva siendo 4.8 el resultado en escala de 1-5; llegando a la principal conclusión de que los niveles de comprensión aumentan cuando se incorporan formalismos más sencillos.

Palabras claves: Modelo, Sistema, Teoría, Física, Aprendizaje, Integración.

Abstract

This research is based on the proposal of a theoretical model for learning two-level systems in quantum mechanics that integrates mathematical formulation with physical interpretation, emphasizing the importance of achieving meaningful learning. It arises from the need students must understand the abstract mathematical aspects of these physics' concepts, emphasizing the importance of designing models that link theory and visualization, so that they function as a viable tool for students to strengthen their knowledge. This research was conducted in higher education with fifth-year students in the Physics-Mathematics program at UNAN-Managua/CUR-Estelí during the second semester of 2025. The approach used is quantitative, considered descriptive with a positive paradigm. For its validation, three data collection instruments were applied to a sample of 12 students (standardized test, questionnaire, and survey) and one instrument to an expert in quantum physics (expert validation). The main results were that 41.6% of students recognize the importance of using a theoretical model for teaching quantum mechanics to enhance their learning. Similarly, an expert provided positive validation, with a score of 4.8 on a scale of 1-5. The main conclusion was that levels of understanding decrease when simpler formalisms are incorporated.

Keywords: Model, System, Theory, Physics, Learning, Integration.

Índice

1.	Introducción.....	1
2.	Antecedentes.....	3
3.	Planteamiento del problema	13
4.	Justificación.....	15
5.	Objetivos de investigación	18
5.1.	Objetivo General	18
5.2.	Objetivos específicos.....	18
6.	Limitaciones del estudio	19
7.	Hipótesis	20
8.	Operacionalización de Variables.....	21
9.	Marco Teórico	23
9.1.1.	Modelo Teórico.....	23
9.1.2.	Definición de Modelo Teórico.....	23
9.1.3.	Importancia de Modelo Teórico	24
9.1.4.	Características de Modelo Teórico	26
9.1.5.	Tipos de Modelo Teórico	27
9.2	Fundamentos de la mecánica cuántica	27
9.2.1	Definición de mecánica cuántica	27
9.2.2	Principios básicos.....	28
9.2.3	Postulados	30
9.2.4	Ecuación de Schrödinger	33
9.2.4.1	Definición de la ecuación de Schrödinger	33
9.3	Espacio de Hilbert.....	36

9.3.1	Operadores y observables	37
9.4	Representación geométrica: La esfera de Bloch	38
9.4.1	Definición de la esfera de Bloch	38
9.5	Aplicaciones tecnológicas de la Mecánica Cuántica	39
9.6	Evolución de los sistemas de dos niveles	40
9.6.1	Definición del sistema.....	40
9.6.2	Superposición cuántica.....	41
9.6.3	La decoherencia.....	41
9.7	Dinámica temporal de los sistemas de dos niveles.....	42
9.7.1	Qubits	42
9.7.2	Interacción luz-materia.....	43
10	Diseño metodológico.....	44
10.1	Tipo de investigación.....	44
10.2	Población y selección de la muestra	45
10.3	Técnicas, instrumentos y procedimientos para la recolección de datos.....	47
10.4	Confiabilidad y validez de los instrumentos.....	48
10.5	Técnicas, instrumentos y procedimientos para el procesamiento y análisis de datos	52
11	Análisis y discusión de resultados	56
11.1	Sistemas de dos niveles utilizando representaciones matemáticas básicas	56
11.2	Evolución de los sistemas de dos niveles utilizando modelos matemáticos accesibles.....	69
11.3	Modelo Teórico para el sistema cuántico de dos niveles.....	75
11.4	Propuesta de Modelo Teórico	82

12	Conclusiones.....	106
13	Recomendaciones.....	107
14	Referencias	108
15	Anexos.....	116
	Anexo A. Cronograma de Actividades	116
	Anexo B. Instrumentos de recolección	117
	Anexo B.1. Prueba estandarizada	117
	Anexo B.2. Cuestionario.....	120
	Anexo B.3 Encuesta	123
	Anexo B.4 Guía de validación por juicio de expertos	126
	Anexo C. Validación de instrumentos	128
	Anexo C.1 Cartas de validación.....	128
	Anexo D. Codificación de la información	131
	Anexo D.1. Codificación de prueba estandarizada	131
	Anexo D.2. Codificación de cuestionario	132
	Anexo D.3. Codificación de encuesta.....	133
	Anexo D.4. Codificación de guía de validación por juicio de expertos	135

Índice de tablas

Tabla 1. <i>Operacionalización de variables</i>	21
Tabla 2. <i>Técnicas e instrumentos utilizados</i>	47
Tabla 3. <i>Resultados Alfa de Cronbach sobre la prueba estandarizada</i>	49
Tabla 4. <i>Estadística de fiabilidad Prueba estandarizada</i>	49
Tabla 5. <i>Resultados de Alfa de Cronbach de Cuestionario</i>	50
Tabla 6. <i>Estadística de fiabilidad Cuestionario</i>	50
Tabla 7. <i>Resultados de Alfa de Cronbach de Encuesta</i>	51
Tabla 8. <i>Estadística de fiabilidad de Encuesta</i>	51
Tabla 9. <i>Técnicas, instrumentos y procedimientos para el procesamiento de datos</i>	52
Tabla 10. <i>Medidas de Tendencia Central Prueba estandarizada</i>	57
Tabla 11. <i>Porcentaje de aciertos en Prueba estandarizada</i>	62
Tabla 12. <i>Análisis didáctico de resultados de la prueba estandarizada</i>	64
Tabla 13. <i>Comprobación de hipótesis Prueba estandarizada</i>	65
Tabla 14. <i>Medidas de Tendencia Central, Cuestionario</i>	72
Tabla 15. <i>Frecuencia de resultados de Encuesta</i>	76
Tabla 16. <i>Cronograma de actividades</i>	116
Tabla 17. <i>Respuestas correctas del cuestionario</i>	122
Tabla 18. <i>Escala Likert Validación de juicio por expertos</i>	127
Tabla 19. <i>Codificación de cuestionario</i>	132
Tabla 20. <i>Codificación de encuesta</i>	133
Tabla 21. <i>Codificación de guía de validación por juicio de expertos</i>	135

Índice de figuras

Figura 1. <i>Limitaciones y su clasificación</i>	19
Figura 2. <i>Importancia de los modelos teóricos</i>	24
Figura 3. <i>Características de los modelos teóricos según Achinstein</i>	26
Figura 4. <i>Tipos de modelos</i>	27
Figura 5. <i>Principios de la Mecánica Cuántica</i>	28
Figura 6. <i>Postulados de la Mecánica Cuántica</i>	31
Figura 7. <i>Características de los Espacios de Hilbert</i>	36
Figura 8. <i>Operadores de Hilbert</i>	38
Figura 9. <i>Esfera de Bloch</i>	39
Figura 10. <i>Aplicaciones tecnológicas de la Mecánica Cuántica</i>	40
Figura 11. <i>Interacción Luz-Materia</i>	43
Figura 12. <i>Respuestas de prueba estandarizada</i>	60
Figura 13. <i>Total de respuestas por estudiantes en porcentaje</i>	61
Figura 14. <i>Nivel de comprensión de los estudiantes en Prueba estandarizada</i>	62
Figura 15. <i>Resultados del cuestionario</i>	70
Figura 16. <i>Utilidad de la notación de Dirac</i>	70
Figura 17. <i>Representación de la constante reducida de Planck</i>	71
Figura 18. <i>Importancia del uso de recursos</i>	77
Figura 19. <i>Percepción de la Mecánica Cuántica</i>	78
Figura 20. <i>Modelo Teórico para Sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica</i>	84
Figura 21. <i>Etapa 1 del modelo teórico</i>	90
Figura 22. <i>Etapa 2 del modelo teórico</i>	92
Figura 23. <i>Etapa 3 del modelo teórico</i>	100

1. Introducción

Esta investigación propone un Modelo Teórico para el aprendizaje de los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica. Cuyo objetivo es proponer un modelo que integre la modelación matemática con la interpretación Física y así poder facilitar su comprensión. Esta propuesta, surge de la necesidad de los estudiantes puedan comprender el contenido de Sistemas Cuánticos de dos niveles, específicamente la parte abstracta que incluyen estos contenidos de la rama Física. Por ello, es necesaria la inclusión de modelos que incorporen teoría, visualización e interpretación más accesible.

De acuerdo con Zuñiga-Arrieta y Camacho-Calvo (2022), los modelos constituyen representaciones simplificadas de la realidad que permiten organizar y destacar los elementos esenciales de una carrera, programa o institución. Estos modelos integran los aspectos más relevantes de la relación entre los estándares de calidad y los procesos educativos, proporcionando referentes académicos explícitos que orientan la gestión formativa. Aunque no es posible incorporar todas las influencias que intervienen en dichos procesos, los modelos ofrecen una estructura conceptual y una secuencia de variables fundamentales para mejorar el desempeño institucional y fortalecer la toma de decisiones.

Esta investigación se delimita en el contexto universitario, específicamente con estudiantes de V año de Física-Matemática de la UNAN-Managua/CUR-Estelí, durante el segundo semestre 2025. Su alcance se centra en la validación práctica y teórica, ya que se trata de una propuesta, también en los resultados obtenidos a través de los instrumentos aplicados a la muestra. Para lograr el objetivo planteado, se diseñó una estructura metodológica para su debida ejecución, esta incluye: fundamentación teórica, cuya función es sustentar y dar coherencia a todo el proceso investigativo. Este respalda la importancia de un modelo teórico, la relevancia de los Sistemas de dos Niveles, así como los elementos que constituyen el tema (Espacios de Hilbert, Esfera de Bloch, Evolución de los Sistemas de dos niveles).

De igual forma, se presenta la metodología empleada para su desarrollo, la población y muestra considerada para la aplicación de instrumentos y la confiabilidad de los mismos. En los capítulos siguientes, se desarrolla de forma ordenada cada elemento que sustentan este trabajo

investigativo. Se expone y discute el análisis de los resultados encontrados y la triangulación de los mismos. Asimismo, se muestra formalmente la propuesta del modelo teórico, la cual aborda las dimensiones, indicadores y etapas de su desarrollo. Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones del modelo en el ámbito de la enseñanza de la Física, cerrando la investigación con los anexos.

2. Antecedentes

El análisis de investigaciones previas constituye un pilar fundamental para la construcción de un Modelo Teórico, pues permite comprender cómo la Mecánica Cuántica ha incidido en el proceso de aprendizaje a través de diferentes contextos. Los estudios revisados aportan no solo marcos conceptuales sólidos, sino también perspectivas pedagógicas que orientan la manera en que los contenidos abstractos pueden ser llevados al aula universitaria con un enfoque más didáctico y significativo.

Así mismo, diversos trabajos han demostrado que la enseñanza de la Mecánica Cuántica exige un equilibrio entre el rigor matemático y la claridad en la transmisión de los conceptos. Este desafío ha impulsado propuestas metodológicas que buscan vincular lo abstracto con lo práctico, de modo que el aprendizaje deje de percibirse como un proceso distante de la realidad estudiantil. Dichos enfoques se han convertido en una herramienta valiosa para la formación de competencias científicas, al tiempo que contribuyen al desarrollo de habilidades analíticas y críticas en los estudiantes de Física-Matemática.

A nivel internacional, Pauletich (2025), en su tesis titulada “Secuencia Didáctica para la incorporación de la Mecánica Cuántica en la enseñanza media”, realizó una propuesta basada en incluir la Mecánica Cuántica en el nivel secundario, con el objetivo de elaborar e implementar una secuencia didáctica que permita la introducción de conceptos en un curso de educación secundaria, para en los estudiantes aprendizajes significativos en Física. Posteriormente, se utilizó una metodología activa que incluía actividades interactivas y la resolución de situaciones problemáticas.

Se aplicó una encuesta para explorar saberes sobre la Mecánica Cuántica en secundaria, con 4 preguntas en ella, obteniendo que, de 64 estudiantes encuestados, el 44% indicó que nunca había escuchado hablar de la Mecánica Cuántica. Su principal conclusión es que los resultados obtenidos proponen que la investigación puede ser continuada en diferentes contextos educativos. Esta propuesta permitirá explorar con mayor profundidad el impacto de la enseñanza de la Mecánica Cuántica en la formación de los estudiantes, especialmente en lo que respecta al desarrollo de habilidades y a despertar el interés por áreas científicas y tecnológicas.

Este trabajo investigativo, es de gran relevancia para la propuesta principal de esta investigación, ya que incluye contenidos basados en la Mecánica Cuántica, además del propósito de incluir esta rama a través de recursos educativos. Aunque el propósito de esta sea diferente, también quiere llegar al mismo resultado, que es facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos que aborda la Mecánica Cuántica, que son considerados complejos por el nivel de comprensión teórica que debe poseer el estudiante.

Por otro lado, Hernández et al. (2021) en su artículo “Desarrollo de competencias en Física desde el modelo de aprendizaje invertido”, pretendía mostrar los beneficios del modelo aula invertida como estrategia para el aprendizaje de la Física en estudiantes del nivel de educación media. Esta investigación es de carácter cuantitativa de forma descriptiva con el objetivo de medir de forma independiente las variables con que se tiene relación. La muestra seleccionada fue aleatoria simple, a la cual se le aplicó un Test para valorar el aula invertida de aprendizaje.

El diseño de este instrumento era cuestionario tipo test, constaba con 21 ítems divididos en gestiones administrativas y pedagógicas, recurriendo a una escala tipo Likert. Este estudio encontró los siguientes resultados: aproximadamente el 86,0% de los estudiantes manifestaron estar de acuerdo con el desarrollo de la gestión administrativa, evidenciando la necesidad de que los docentes implementen mecanismos de comunicación e interacción.

En cuanto al rendimiento académico se encontró que un 17,0% de estudiantes no están de acuerdo con la aplicación de metodologías que incluyan tareas fuera del aula, lo que sugiere que el docente debe motivar a aquellos que se muestran apáticos a acceder a dichos entornos tecnológicos de aprendizaje para poder interactuar de forma virtual. Por último, el 62,0% de los estudiantes manifestaron que prefieren el autoestudio con los elementos tradicionales que se han desarrollado a lo largo de su proceso de formación; por lo que el docente debe organizar los ejes temáticos incorporando este tipo de recursos que resultan valiosos cuando se limita el trabajo presencial o sincrónico en el aula.

En este orden de ideas, este artículo tiene gran relevancia con el propósito del trabajo investigativo planteado por el equipo de trabajo, ya que se recalca la importancia de la opinión del educando basada en su mismo aprendizaje. En este caso, el objetivo principal es mejorar el

rendimiento del mismo principalmente con contenidos de Física, siendo relevante el uso de recursos o metodologías que adapten lo abstracto a un modo más comprensible. Esta investigación funcionará como una guía para poder alcanzar los objetivos propuestos.

Pérez (2011) en su investigación titulada “Estudio de transiciones de fase cuánticas en sistemas de dos niveles”, evaluó la introducción de dos modelos algebraicos de interés en Física Molecular, el modelo vibrónico y el modelo $U(3)$, considerando al último como el límite 2D del modelo vibrónico. Estos modelos algebraicos son sistemas de dos niveles que exhiben transiciones de fase cuántica para su estado fundamental. En este estudio se revisaron brevemente las propiedades algebraicas de ambos modelos con el objetivo de conocer las simetrías dinámicas que presentan.

El investigador encontró que el álgebra de Lie bosónica $U(3)$ para sistemas 2D se construye a partir de un sistema bosónico de dos niveles. En dicho modelo, al nivel energético más bajo se le asocia un bosón escalar, σ^+ , y al nivel superior un operador bosónico cartesiano doblemente degenerado, $\{T_x^+ T_y^+\}$, y el resto de los conmutadores son cero. En el caso del modelo $U(3)$, la descripción que proporciona el campo medio para la energía del estado fundamental y otras magnitudes de interés, es únicamente válidas en el límite termodinámico $\{N \rightarrow \infty\}$.

Este estudio muestra a grandes rasgos, como es la descomposición algebraica de un sistema de dos niveles, confirmando lo expuesto por el grupo investigador del modelo teórico original, haciendo énfasis que el desarrollo de estos sistemas en mecánica cuántica, es basado más en lo abstracto. De este modo, se evidencia la importancia de poder combinarlo con algún recurso que facilite su comprensión, como en este caso la propuesta de un modelo teórico. Cabe recalcar, que esta investigación es de importancia porque incluye los sistemas de dos niveles, en los que está enfocado el modelo Teórico, lo que valida su complejidad.

En Nicaragua, aunque no existen desarrollos teóricos o experimentales a gran escala en Mecánica Cuántica, la disciplina es parte del proceso de profesionalización en Física y otras ciencias relacionadas. La formación en mecánica cuántica en Nicaragua se centra principalmente en la comprensión teórica de los principios y conceptos fundamentales, como la cuantización de la energía, la dualidad onda-corpúsculo y el principio de incertidumbre.

Hernández y Herrera (2023), en su artículo “Modelo didáctico en el proceso Enseñanza-Aprendizaje en nivel superior”, tuvieron como objetivo principal crear un enfoque educativo para facilitar el aprendizaje de la Física en un curso de mecánica a nivel universitario. Este estudio se realizó con un enfoque mixto. La población estuvo constituida por docentes y estudiantes de la asignatura Dinámica en las carreras de Ingeniería Civil de la universidad UNI Norte-Estelí y la muestra se conformó por 105 estudiantes, 5 docentes, un coordinador y el director de esta sede. El modelo propuesto se denominó como “Modelo didáctico DONALD”.

Este estuvo dividido en varias etapas: Planificación, Orientaciones iniciales, Nueva información, Aplicación de ideas, Logros y evaluación, Desarrollo de la metodología en la fase virtual. Sus principales conclusiones fueron que, hay un consenso tanto a nivel nacional como internacional sobre la importancia de transformar el proceso de Enseñanza-Aprendizaje en todos los niveles de educación.

Aunque el enfoque predominante de este artículo fue el cualitativo, y el trabajo de tesis presentado es cuantitativo, tiene gran relevancia y es de útil ayuda, ya que recalca como tal, el uso de un modelo (en este caso didáctico), para la enseñanza y el aprendizaje de la Física. Su estructura y fases pueden funcionar como guía para desarrollar el modelo teórico planteado, y por consiguiente entregar una propuesta sólida, que permita su aplicación con investigaciones futuras.

Del mismo modo, Tórrez y Saballos (2023), en su artículo “Modelo teórico para la conducción de la extensión universitaria en la carrera de Agroecología”, tuvieron como objetivo principal proponer un modelo teórico que contribuya al desarrollo del sector agropecuario y forestal. El enfoque empleado fue el cualitativo con perspectiva teórica de extensión crítica y modelización basada en la Teoría General de Sistemas (TGS). Para la muestra utilizaron el muestreo teórico, aplicado mediante entrevistas semiestructuradas, grupos focales y análisis documental. Posteriormente, la población estuvo conformada por 24 personas, a las cuales dividieron en 3 grupos: extramuros, intramuros y grupos focales; 11 extramuros (Delegados de instituciones del Estado, directores/coordinadores de ONG, gerentes de producción) y 1 intramuros (Jefe de departamento de Agroecología), 12 personas en grupos focales (4 miembros

de la comisión curricular, 8 coordinadores de proyectos, coordinador de maestría y responsables de centros de investigación).

Los principales resultados de esta investigación fueron: La extensión universitaria es esencial en la educación superior por su función de vincular la universidad con la sociedad, especialmente con el sector rural. Se requiere planificación, coordinación y evaluación constante de las actividades de extensión. Existen limitaciones institucionales como: Falta de presupuesto y comunicación interna, procesos administrativos lentos. Subvaloración del tiempo dedicado a la extensión. Se recomienda fortalecer: La participación docente-estudiantil. Las sinergias interinstitucionales. El uso de tecnologías agroecológicas. El modelo propuesto busca el bienestar y desarrollo humano sostenible mediante el fortalecimiento del sector agropecuario y forestal.

Este trabajo de investigación es fundamental para el proceso de redacción e incluso en el análisis de datos, ya que muestra de forma estructurada como es un modelo teórico, lo que es crucial para poder interpretar correctamente los resultados y contrastarlos con la teoría. Esto permite validar la pertinencia y coherencia del modelo teórico basado en la educación superior.

Considerando otro caso a nivel nacional, Martínez et al. (2023), en su investigación titulada “Propuesta de Modelo Educativo con enfoque Socio Constructivista que sirva como base para la Transformación Curricular por competencia para la Universidad Central De Nicaragua, I semestre 2023”, tuvo por objetivo proponer un modelo educativo actualizado con el marco regulatorio de la Educación Superior en Nicaragua, que sirva como base para la transformación curricular hacia un enfoque por competencias académicas y profesionales. Este estudio tuvo un enfoque cualitativo exploratorio donde se realizó un análisis documental y se aplicaron grupos focales seleccionados de los cuatro campus: Central, Doral, Estelí y Jinotepe. La población estuvo compuesta por administrativos, docentes y estudiantes de la Universidad Central de Nicaragua (UCN).

Por consiguiente, para la muestra se realizó un muestreo homogéneo con estudiantes de las carreras de Medicina, Enfermería, Psicología, Farmacia y Ciencias Económicas de los años tercero y cuarto; se abordaron 26 estudiantes en los diferentes campus, 40 docentes, 4 directores, 6 académicos (decanos y coordinadores) y 5 personas del área administrativa y 4 autoridades

superiores, del sexo femenino y masculino. Los principales resultados fueron que los estudiantes y docentes en su mayoría desconocen el modelo educativo de UCN; sin embargo, reconocen la necesidad de fortalecer el enfoque por competencias y la calidad educativa mediante la formación docente y la infraestructura institucional.

Este grupo de investigación llegó a la conclusión que los resultados de esta brindan a la Universidad Central de Nicaragua una base sólida para la implementación de un modelo curricular por competencias, que contribuya a elevar la calidad educativa, la formación integral de sus estudiantes y su adaptación a los retos y exigencias del siglo XXI.

En este orden de ideas, el trabajo de investigación presentado fue de gran relevancia para la presente propuesta, ya que proporciona elementos importantes como el marco conceptual y metodológico, lo que permite comprender de manera estructurada los aspectos fundamentales del modelo teórico analizado. Sus elementos sirven como guía de referencia para el diseño de instrumentos y facilitan la interpretación de los resultados que se lleguen a obtener.

A nivel local, la UNAN-Managua/CUR-Estelí, a partir del año 2024, en la asignatura Seminario de Graduación de la carrera de Física-Matemática, se han desarrollado diversas investigaciones vinculadas al componente de Física Cuántica, con enfoque mixto. Estas han abordado temáticas relacionadas al desarrollo de competencias, la resolución de problemas, la evaluación de los aprendizajes y la implementación de actividades de aprendizaje, constituyéndose en un referente y punto de partida para la presente investigación.

Altamirano y Rivera (2024), en su tesis de grado titulada “Experimentación y demostración de los postulados de Broglie y las propiedades ondulatorias de las partículas a través de simuladores virtuales”. Su objetivo principal fue validar un manual para la experimentación y demostración del principio de incertidumbre en un enfoque por competencias a través de simuladores virtuales con estudiantes de V año de la carrera Física-Matemática de la UNAN-Managua/CUR-Estelí durante el II semestre 2024.

Esta investigación fue mixta, de carácter no experimental, enlazando datos cualitativos y cuantitativos. Su área de estudio fue en el campo de Educación, Arte y Humanidades, tomando como la población a los estudiantes y docentes de la carrera de Física-Matemática; la muestra se

seleccionó a través de un muestreo no probabilístico, conformado por 33 estudiantes de Física-Matemática. Se les aplicó dos instrumentos: Encuesta y Entrevista personal.

Los resultados encontrados fueron que el diseño del manual a través de un simulador cumple con las expectativas de los estudiantes y también contribuye significativamente en el aprendizaje del contenido. La combinación de teoría y práctica, apoyada por estudios previos que resaltan la importancia de la interactividad y experimentación en la enseñanza de la Física Cuántica, validó la efectividad del manual. Los estudiantes no solo mejoraron su rendimiento académico, sino que también desarrollaron una apreciación más profunda por los conceptos cuánticos.

A grandes rasgos, se recalca que el uso de recursos para el desarrollo de contenidos de Física, contribuye significativamente al aprendizaje del estudiante, en este caso al nivel superior, tomando en cuenta las necesidades de los mismos para que ellos sean los principales beneficiados. Este estudio es de gran importancia con la propuesta de un modelo teórico, ya que se valida que a través de una buena implementación de metodologías que abarquen lo abstracto con lo teórico, pueden convertirlo en algo más práctico, contribuyendo en el rendimiento académico de los estudiantes.

Torrez et al. (2024) en su artículo “La teoría de Schrödinger en la Resolución de Problemas en un Modelo por Competencias en Educación Superior” tuvo como objetivo validar la eficacia de actividades didácticas que involucraran la aplicación de Operadores Matemáticos, como el Hamiltoniano, en problemas cuánticos complejos. Esta investigación también fue tipo mixta, utilizando un enfoque cuantitativo y cualitativo, y es de tipo descriptiva.

La población tomada fueron los estudiantes desde primero quinto año de la carrera Física-Matemática de la UNAN-Managua/CUR-Estelí, y la muestra estuvo constituida por 30 estudiantes de quinto año de Física-Matemática que reciben el componente Física Cuántica durante el segundo semestre 2024. Además 7 docentes de Física-Matemática, a los que se les aplicó una prueba teórica y entrevistas semiestructuradas con el objetivo de analizar cómo perciben el estudiante las fórmulas cuánticas, especialmente la ecuación de Schrödinger con operadores.

Los hallazgos mostraron que el 70 por ciento de los estudiantes identificó de manera adecuada los operadores fundamentales utilizados en la ecuación de Schrödinger, destacando el Hamiltoniano como el elemento central para describir la energía total de un sistema cuántico. Asimismo, durante una entrevista, un docente señaló que adaptar problemas cuánticos al ámbito educativo representa un desafío considerable debido a su alto nivel de complejidad. Desde su perspectiva, este tipo de ejercicios suele resultar difícil para los estudiantes, lo que hace necesario recurrir a operadores matemáticos que permitan simplificar y disminuir dicha complejidad.

En síntesis, se concluyó que resulta pertinente incorporar ejercicios de menor dificultad relacionados con la materia, puesto que estos pueden convertirse en un recurso valioso para facilitar la comprensión y apoyar la resolución de problemas más avanzados. Las estrategias aplicadas, tales como actividades con ejercicios contextualizados y el uso de simulaciones numéricas, permitieron que los estudiantes no solo recordaran las definiciones, sino que también comprendieran su aplicación en situaciones reales de resolución de problemas.

Por otro lado, Canales et al. (2024), en su tesis titulada “Instrumentos de evaluación en un enfoque por competencia en el componente de la Física Cuántica”, el objetivo de esta investigación fue validar instrumentos de evaluación en un enfoque por competencias para actividades de aprendizaje en torno al tema “Postulado de Broglie y Propiedades ondulatorias de la partícula. Esta investigación fue de carácter mixto (Cuantitativo y Cualitativo), de forma no experimental, descriptiva y de corte transversal. La población tomada en cuenta estuvo compuesta por 34 estudiantes activos de quinto año de la carrera de Física–Matemática y 2 docentes que han impartido el componente de Física Cuántica en la UNAN-Managua / CUR-Estelí. Mientras que la muestra fueron 23 estudiantes de V año y 1 docente principal.

Los principales resultados que encontraron fueron que 78 % de los estudiantes (18) lograron diseñar correctamente el experimento de la doble rendija, comprendiendo los datos y extrayendo conclusiones coherentes. 74 % utilizó un lenguaje científico preciso al describir el Postulado de Broglie y las propiedades ondulatorias de las partículas. Se observó una alta participación e interés de los estudiantes, demostrando entusiasmo y curiosidad por el aprendizaje de la Física Cuántica. Llegaron a la conclusión de que los instrumentos de evaluación

basados en un enfoque por competencia en Física Cuántica, han demostrado ser sumamente útiles para la comprensión de conceptos claves, como el Postulado de Broglie y Propiedades ondulatorias de la partícula.

Este trabajo investigativo es relevante para el grupo investigador del modelo teórico, ya que permite visualizar de una forma estructurada como se realiza un análisis cuantitativo y discusión de datos de forma clara y coherente. Del mismo modo, recalca la importancia de la aplicación de metodologías o recursos didácticos que faciliten el aprendizaje de la Física Cuántica.

Considerando otro caso, Laguna et al. (2024), en su trabajo investigativo “Software interactivo en guías de aprendizaje que faciliten el enfoque por competencias en modelos atómicos”, tuvo como objetivo su objetivo principal fue Validar el uso del programa Autoplay Media Studio con guías de aprendizaje que faciliten el enfoque por competencia. Esta investigación fue de carácter Mixto, descriptivo, aplicado y no experimental, combinando elementos cualitativos y cuantitativos.

La población estuvo conformada por 117 Estudiantes de la carrera de Física-Matemática de UNAN-Managua/CUR-Estelí y 14 Docentes (6 mujeres y 8 varones) que facilitan las diferentes asignaturas y componentes de esta carrera. Seleccionando una muestra de 30 alumnos de V año de Física-Matemática que reciban Física Cuántica durante el segundo semestre 2024. Además, 7 facilitadores de Física-Matemática. El principal resultado de esta investigación fue que se observó una mejoría en el rendimiento académico al comparar los resultados antes y después de aplicar las Guías de Aprendizaje con el software así como también Se identificó la necesidad de reforzar algunos conceptos básicos del tema que no se asimilaban correctamente.

Posteriormente, llegaron a las siguientes conclusiones:

El resultado más destacado fue el incremento significativo del 27% de la capacidad de los estudiantes para comprender el modelo atómico, con un 87% de ellos resolviendo correctamente los ejercicios tras la implementación de las guías. En efecto, esto demuestra una mejora en habilidades clave como la comprensión conceptual y la resolución de problemas. Asimismo, la implementación de Autoplay Media Studio favoreció la adquisición de habilidades del

pensamiento crítico, la autonomía en el aprendizaje y la motivación, lo cual tuvo un impacto favorable en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Esta investigación es de gran importancia para el proceso investigativo de la propuesta del modelo teórico, ya que recalca que el uso de nuevas estrategias para el desarrollo de temas de Física Cuántica, destaca el impacto de las mismas en la comprensión e interpretación de modelos matemáticos sobre los estudiantes. Esto fomenta al aprendizaje significativo de los mismos, ya que despierta su interés y mejora la interpretación de la complejidad de estos contenidos.

3. Planteamiento del problema

El aprendizaje de la mecánica cuántica, principalmente de los sistemas de dos niveles representa un desafío recurrente en la formación profesional de carreras como Física-Matemática. A pesar de ser la fuente principal para entender el cómo funcionan los fenómenos físicos, tienden a desarrollarse (haciendo énfasis en su enseñanza) de forma demasiado compleja ante el criterio de los estudiantes, considerándolos de forma abstracta para su debida comprensión y desarrollo.

Al ser un contenido que abarca diversos modelos matemáticos, con fórmulas abstractas para conocer ciertos datos (como son las fórmulas utilizadas en los espacios de Hilbert o bien las de Schrödinger) tienden a ser complicadas para hacer su respectivo desarrollo y llegar a la respuesta correcta. Estos utilizan un lenguaje matemático que, así como bien puede ser comprendido para algunos, para otros puede ser su mayor desafío, perjudicando considerablemente el rendimiento académico esperado al abordar contenidos de mecánica cuántica (Torres, 2025).

Herrera Arróliga y Herrera Castrillo (2023) mencionan que es fundamental fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos de física en los estudiantes de la carrera de Física-Matemática, ya que esto contribuye a despertar su interés y motivación. Este fortalecimiento favorece la construcción de un aprendizaje significativo que les permita comprender los conocimientos científicos y aplicarlos en su vida cotidiana. De esta manera, los futuros profesionales desarrollan las competencias necesarias para desempeñarse como los docentes que la sociedad demanda.

En efecto, al revisar el rendimiento académico y las percepciones estudiantiles respecto a estos contenidos, se observan las siguientes dificultades: baja comprensión conceptual, interpretación de fórmulas deficiente, y una actitud de desmotivación. Esta situación puede tener múltiples causas, entre ellas, la falta de recursos didácticos que integren lo matemático con lo físico de manera clara, progresiva y estructurada.

Una de las principales dificultades radica en la disponibilidad limitada de material didáctico que aborde estos temas de manera accesible y comprensible. A menudo, los recursos educativos existentes se centran en aspectos más generales de la Mecánica

Cuántica, dejando un vacío en la enseñanza específica de los operadores matemáticos y su implementación práctica. Esta carencia puede limitar la capacidad de los estudiantes para dominar conceptos avanzados y aplicar eficazmente las herramientas matemáticas necesarias para la resolución de problemas complejos (Torrez et al., 2024, p. 57).

Por otro lado, aunque la Mecánica Cuántica constituye uno de los elementos de la Física contemporánea, como menciona Pauletich (2025) desde la década de los noventa, hasta la actualidad, la investigación en la didáctica para esta rama ha sido deficiente, centrada principalmente en el nivel universitario. Si bien se ha observado un avance progresivo en los estudios sobre la enseñanza Cuántica, no siempre se profundiza en conceptos fundamentales de la misma, tal como el de sistema de dos niveles, el cual es esencial para comprender la estructura y comportamiento de fenómenos Físicos.

Ante este panorama, surge la necesidad de formular un modelo teórico que permita caracterizar, analizar y representar el comportamiento de los sistemas de dos niveles desde una perspectiva didáctica y cuantificable. Tal modelo no solo facilitaría la enseñanza de la Mecánica Cuántica, sino que también permitiría valorar su impacto a través de indicadores medibles, como el desempeño académico o la evolución de competencias específicas.

Comprender los fundamentos de la Mecánica Cuántica, específicamente del contenido Sistemas de dos niveles, presenta un reto ante la perspectiva del estudiante, ya que implica ejecutar un lenguaje matemático considerado abstracto sin descuidar la conceptualización teórica. Ante esta situación, es necesario considerar metodologías que integren ambos aspectos, considerando grandemente el aprendizaje que obtenga el estudiante. A partir de ello, se formula la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo diseñar un modelo teórico que facilite la comprensión de los sistemas de dos niveles en el aprendizaje de la Mecánica Cuántica?

4. Justificación

La presente investigación tiene como objetivo principal proponer un Modelo Teórico, basado en el aprendizaje de los sistemas de dos niveles en mecánica cuántica, presentándolo de manera clara y sencilla. Este estudio es importante, ya que permitió analizar fenómenos fundamentales, como la absorción y emisión de energía, la evolución de estados cuánticos y la interacción con campos externos sugeridos. Tomando en cuenta la necesidad del conocimiento y su desarrollo, este tiene protección y aplicación en el mundo real, como en la tecnología y la computación cuántica. Además, contribuye a enriquecer el conocimiento en contenidos de esta magnitud.

Hablar de Física cuántica en el ámbito universitario, no es solo hablar de teorías complejas o ecuaciones elegantes; es, en el fondo, enfrentarse al reto de convertir el saber científico al conocimiento enseñable y aprensible, apto para el nivel del estudiante, de transformar un conjunto de principios abstractos en experiencias de aprendizaje concretas y significativas. En el ámbito de la Física Cuántica, uno de los desafíos más significativos en la resolución de problemas es el uso y comprensión de los Operadores Matemáticos. Tal como mencionan Herrera Arróliga y Herrera Castrillo (2023) la mayor dificultad presente en estudiantes universitarios, es el análisis e interpretación de problemas, afectando su desempeño en el rendimiento académico.

Por lo tanto, se puede recalcar la gran relevancia social del planteamiento de un modelo que permita abarcar los métodos abstractos de temas de mecánica cuántica, ya que, aunque es considerado la forma más fácil de comprender la funcionalidad de los fenómenos cuánticos, su desarrollo y utilidad se basa principalmente en fórmulas matemáticas complejas y de difícil aplicación. Al realizar un análisis teórico, se obtiene una visión general y facilitada del comportamiento de los sistemas, además de proporcionar una interpretación de resultados más clara y precisa.

En el enfoque de la educación superior, contar con una herramienta que facilite la comprensión de contenidos complejos favorece significativamente el rendimiento académico y los resultados esperados tanto por docentes como por estudiantes. El modelo propuesto, cumple con esta innovación ya que está dividido en tres etapas explicadas de forma concisa y precisa:

formulación matemática, aprendizaje significativo e integración física. Por otro lado, en el aspecto social, se brinda mayor posibilidad de implementar avances tecnológicos que favorecen el desarrollo profesional, personal y laboral.

En cuanto al valor teórico, un buen modelo debe predecir las propiedades observables de sistemas de muchas partículas, lo que fortalece el conocimiento en Mecánica Cuántica y aporta un marco conceptual sólido para comprender fenómenos complejos. De igual forma, este Modelo Teórico para el aprendizaje de los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica, puede servir como base o instrumento para diseñar materiales, guías o estrategias aplicables en otros cursos de esta rama de la Física. Finalmente, la utilidad metodológica del modelo radica en ofrecer una herramienta educativa que simplifica la enseñanza y el aprendizaje, facilitando la aplicación de métodos teóricos y proporcionando un marco replicable para futuras investigaciones.

La presente investigación se fundamenta en los lineamientos de la Estrategia Nacional de Educación en todas sus modalidades “Bendiciones y Victorias” (2024–2026), la cual impulsa una educación científica y tecnológica orientada al fortalecimiento del pensamiento lógico-matemático, la innovación y la investigación; como menciona el eje III-Desarrollo de los talentos humanos para el desarrollo nacional desde el sistema nacional de educación, si hay una mejor educación se fomenta la existencia de profesionales que tengan una formación eficiente y por tanto un trabajo adecuado (Comisión Nacional de Educación, 2024). Este enfoque garantiza que los procesos formativos en el nivel superior respondan a los desafíos actuales de la sociedad, promoviendo aprendizajes de calidad que aporten al desarrollo integral de los estudiantes y a la construcción de una ciudadanía crítica, creativa y comprometida con la transformación social.

En este marco, el estudio de los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica y su abordaje didáctico en la carrera de Física-Matemática se convierte en una contribución significativa al cumplimiento de estos ejes, al proporcionar herramientas para la comprensión y aplicación de conocimientos complejos en contextos educativos. De igual manera, la investigación se vincula con los objetivos del Plan Nacional de Lucha contra la Pobreza y para el Desarrollo Humano (2022–2026), que plantea como prioridad el desarrollo de talentos humanos y la consolidación de la educación como motor de progreso económico y social. Al fortalecer la

formación de profesionales en ciencias exactas, se contribuye a la generación de capacidades estratégicas que inciden en la innovación, la productividad y la reducción de desigualdades (Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional [GRUN], 2021).

Así, el presente trabajo no solo responde a un interés académico, sino que también se alinea con las políticas nacionales orientadas a garantizar un desarrollo sostenible, inclusivo y con equidad, en el que la educación superior juega un papel central en la superación de la pobreza y en la construcción de un futuro con mayores oportunidades para todos los nicaragüenses. El estudio de los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica se vincula principalmente con los ejes de Ciencias, Investigación e Innovación y Calidad Educativa, al proponer un modelo didáctico que promueve la apropiación de conocimientos complejos de manera significativa, aportando al desarrollo de competencias científicas en la formación de futuros profesionales en Física-Matemática.

En este orden de ideas, el modelo teórico propuesto busca aportar significativamente en la carrera de Física-Matemática y otras áreas que apliquen contenidos de Mecánica Cuántica, ya que ofrece una mejor perspectiva ante la comprensión, formulación e interpretación de fenómenos cuánticos desde un enfoque más estructurado. El aporte científico, radica en la integración de los tres elementos antes mencionados, que permitan ampliar las bases ya existentes, generando una nueva herramienta que brinde un mejor análisis en la investigación académica.

5. Objetivos de investigación

5.1. Objetivo General

Proponer un modelo teórico para el aprendizaje de Sistemas de dos niveles, que integre la formulación matemática y la interpretación Física en Mecánica cuántica.

5.2. Objetivos específicos

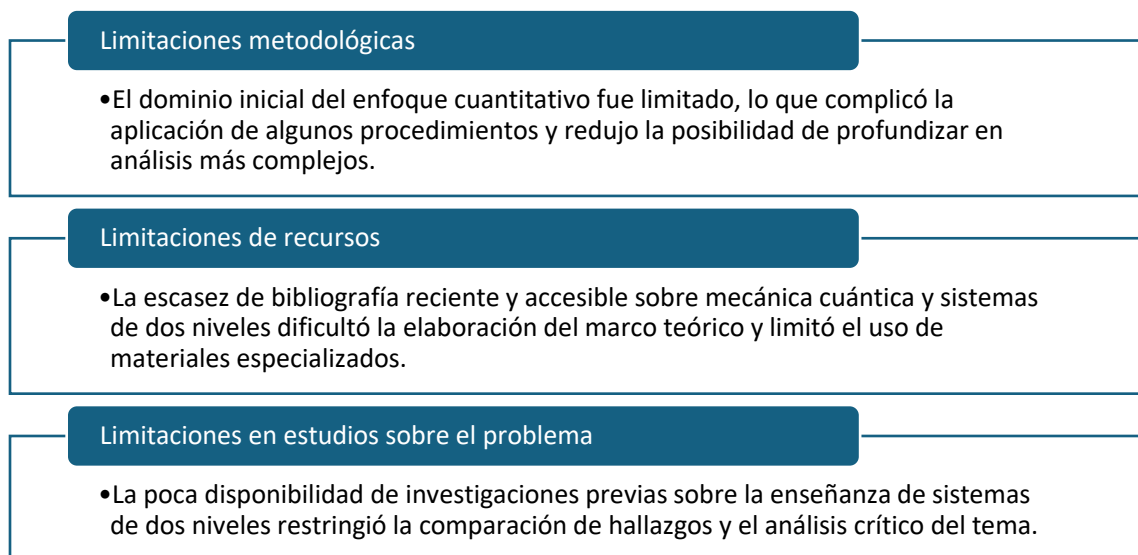
- Caracterizar los sistemas de dos niveles utilizando sus representaciones matemáticas básicas, dando énfasis a su estructura algebraica, estados base y operadores asociados.
- Analizar la evolución de los sistemas de dos niveles, utilizando modelos matemáticos accesibles, en el contexto universitario.
- Diseñar un modelo teórico para el sistema Cuántico de dos niveles que facilite su comprensión en el aprendizaje a nivel universitario de la Mecánica cuántica.

6. Limitaciones del estudio

El siguiente apartado, describe las limitaciones que se presentaron en el proceso de redacción de esta investigación cuantitativa, reflejando aspectos tanto del equipo de trabajo, como de las personas participantes en ella (estudiantes, docentes, etc.) y los recursos disponibles. Se considera que reconocerlas no hace menos la investigación, sino que, facilita la interpretación más precisa del contexto de los resultados, y al mismo tiempo orientar posibles investigaciones futuras. La siguiente figura, muestra cuales fueron las que se consideraron con su respectiva clasificación:

Figura 1.

Limitaciones y su clasificación



Además de las categorías principales, el estudio enfrentó limitaciones vinculadas al tiempo disponible y a condiciones externas del equipo, como la dificultad para reunirse presencialmente debido a la distancia y la necesidad de depender únicamente de comunicación digital, junto con plazos ajustados para recolectar y analizar la información. Estas dificultades se superaron mediante una organización más estricta del trabajo, el uso constante de herramientas virtuales para coordinar avances y la distribución eficiente de tareas, lo que permitió cumplir con las etapas fundamentales del proceso investigativo.

7. Hipótesis

Si se diseña un Modelo Teórico que integre la formulación matemática con la interpretación física de los sistemas de dos niveles, entonces se facilitará el aprendizaje significativo de dichos contenidos en estudiantes de Física-Matemática de la UNAN-Managua/CUR-Estelí.

Variables independientes: Modelo teórico

Variables dependientes: Aprendizaje significativo

Cabe recalcar, que esta es una hipótesis hipotética-prepositiva, ya que el Modelo Teórico propuesto no es de carácter experimental, porque no se aplicará; sin embargo, su propósito es servir de base para posibles investigaciones futuras.

La relación de esta con los instrumentos de recolección de datos, radica en que estos últimos fueron diseñados para obtener resultados numéricos basados en la percepción tanto de los estudiantes como de los expertos en el área, y así poder brindar validez a la propuesta del modelo teórico. De esta manera, constituyen la base para respaldar su validez, aunque este no se aplique de forma directa.

.

8. Operacionalización de Variables

Tabla 1.

Operacionalización de variables

Variable	Definición conceptual	Definición operativa	Indicadores	Instrumento o técnica	Fuente de datos
Modelo Teórico	Instrumento que permite unir lo abstracto con lo práctico a través de la esquematización. (Carvajal, 2002)	En esta investigación se propondrá un modelo de aprendizaje, el cual será evaluado a través de instrumentos aplicados con estudiantes y docentes de la carrera de V año de Física-Matemática.	1. Porcentaje de estudiantes que usan pasos correctos en el desarrollo de ejercicios. 2. Reconoce los fundamentos teóricos que sustentan el modelo propuesto. 3. Comprende la relación entre conceptos físicos y matemáticos.	1. Encuesta a estudiantes de V año de la carrera Física-Matemática. 2. Guía de validación por juicio de expertos. 3. Escala de medición tipo Likert.	Estudiantes de V año de Física-Matemática. Docente de Física Cuántica.
Aprendizaje significativo	Capacidad de aprovechar los conocimientos	Se entiende como el grado en que el estudiante	1. Relación con conocimientos previos.	1. Prueba estandarizada	Estudiantes de V año de la carrera

Variable	Definición conceptual	Definición operativa	Indicadores	Instrumento o Fuente de datos
	nuevos y previos, a través del uso de herramientas que tengan un impacto positivo a los mismos. (Pauletich, 2025)	incorpora y organiza verbalmente los contenidos sobre sistemas de dos niveles en su estructura cognitiva.	2. Comprensión verbal y explicación. 3. Aplicación práctica y resolución de problemas.	2. Guía de de Física-Matemática cuestionario.

9. Marco Teórico

En este apartado, se presenta la información teórica en la que se fundamenta esta investigación. De manera detallada, se abordan los elementos que forman parte de este estudio. Estos, están enfocados en los Modelos Teóricos, aspectos relacionados a los sistemas de dos niveles, como es lo abstracto y lo teórico y su impacto con el aprendizaje.

9.1.1. Modelo Teórico

9.1.2. Definición de Modelo Teórico

Vigo (2018) afirma que: “Un modelo es una expresión abstracta, conceptual, gráfica o visual, es parte esencial de toda actividad científica” (p.22). Hablando de modelo teórico, se puede mencionar a aquel que engloba lo abstracto con lo práctico, es decir, llevar la teoría a un campo más comprensible.

Los modelos teóricos constituyen representaciones sistemáticas del conocimiento generado a partir de la experiencia y la investigación, y cumplen un papel fundamental en la vida académica y profesional al permitir describir, explicar y prever fenómenos de la realidad mediante herramientas conceptuales y explicativas (Carvajal, 2002; Suárez Soza, 2025).

Tanto las teorías como los modelos, permiten tener una visión más clara de las diversas partes de la realidad; la referencia a estos elementos se debe a que la perspectiva del humano, no alcanza un conocimiento significativo totalmente, lo cual en todo caso resulta, una labor difícil de cumplir. Estas representaciones pueden encajar o no con aquello que intentan reflejar, lo cual responde a coincidir con la realidad que constituye uno de los elementos filosóficos fundamental para la ciencia.

En el mismo documento de Carvajal (2002), menciona que un modelo en cualquier sistema se refiere a una construcción abstracta que intenta representar elementos interrelacionados de fenómenos “reales”, es decir, que en la realidad sean un conjunto de aspectos que se encuentran relacionados entre sí, de modo que cada elemento del sistema esté en función de otro.

Por otro lado, Ariza (2022) menciona que: Un modelo teórico es un sistema intermedio auxiliar, material o ideal, que resulta de un proceso de generalización, cuya estructura teórica-práctica, explica y representa de forma lógica la parte abstracta que caracteriza ciertos fenómenos de estudio. Se basa en conceptos, propiedades, cualidades que evidentemente generan una aceptación positiva del contenido en estudio.

9.1.3. Importancia de Modelo Teórico

Boullosa et al. (2009), afirma que:

Es de vital importancia tener presente que el modelo como proceso complejo de creación sustentado en la abstracción que se proyecta para su generalización y concreción, no puede verse desligado de los conocimientos teóricos y prácticos, así como de la información correspondiente pero necesaria que fundamenta y explica, con la precisión y la esencia requerida, el proceso investigado u objeto de trabajo (p.15).

Como se muestra en la figura 2:

Figura 2.

Importancia de los modelos teóricos



Nota. Adaptado de [Definición de modelo teórico – Tesor de Recursos](https://tresorderecursos.com/es/definicio-de-model-teoric-2/) (<https://tresorderecursos.com/es/definicio-de-model-teoric-2/>)

De esta manera, se reconoce que la importancia de un modelo teórico, radica en que organiza y explica de manera clara, coherente, y de una forma más sencilla los fenómenos a estudiar, permitiendo comprenderlos con mayor facilidad. Además, en caso de una investigación, sirve como orientación ya que guía al desarrollo de la misma, funcionando como base para generar hipótesis, interpretar resultados y predecir comportamientos bajo ciertas condiciones.

El modelo posibilita que estos datos se generalicen de manera que surjan relaciones intersubjetivas, a partir de las cuales es posible deducir otras explicaciones. La construcción de estos modelos comienza al reducir un fenómeno a sus líneas esenciales, lo que posibilita su representación simplificada a través de una ecuación o un conjunto de ecuaciones, leyes estadísticas o estructuras lógicas (Castrillo, 2023; Vieras, 2003). Esto da origen a los llamados modelos "matemáticos", "probabilísticos" y "lógicos". La selección de uno u otro modelo estará determinada por la cantidad de variables; si hay una complejidad relacional elevada, se inclinará hacia los dos últimos modelos.

El conocimiento humano se basa en modelos de la realidad que permiten interpretar las posibles relaciones entre las variables intervinientes y facilitan la comprensión de conceptos, teorías y resultados reales, ya que es factible modelar los procesos estáticos y dinámicos a través de funciones que describen comportamiento y desarrollos de procesos reales. El propósito de los modelos es ayudar a explicar, entender o mejorar un sistema (Vigo, 2018).

En este sentido, el modelo teórico no solo organiza y sistematiza el conocimiento existente, sino que también actúa como un puente entre la teoría y la práctica, al facilitar la interpretación de los fenómenos observados en contextos reales. Su construcción permite integrar conceptos, variables y relaciones previamente estudiadas, proporcionando un marco de referencia que orienta la toma de decisiones metodológicas y el análisis de los resultados. De esta manera, el modelo teórico contribuye a fortalecer la validez y coherencia de la investigación, asegurando que el estudio se sustente en fundamentos científicos que permitan comprender de forma integral el objeto de estudio.

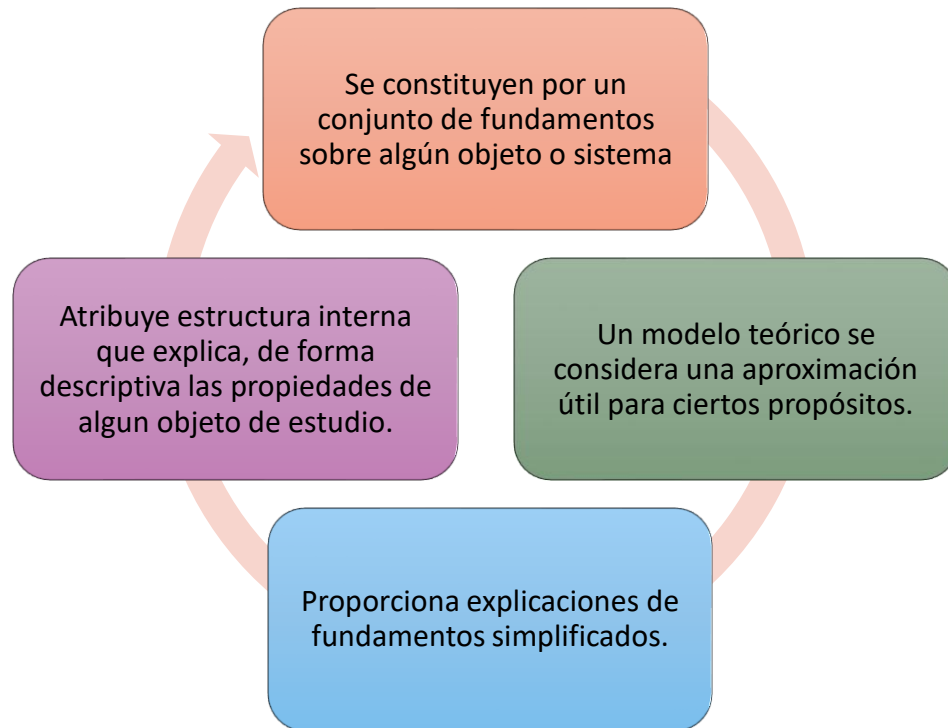
9.1.4. Características de Modelo Teórico

Los modelos teóricos, se caracterizan por ser representaciones abstractas de la realidad, diseñados para explicar e interpretar fenómenos mediante la relación entre conceptos Kerlinger (2002). Su objetivo principal es interpretar y dar sentido a los hechos observados, estableciendo relaciones entre variables, Hernández et al. (2014). Se señala el propósito de los modelos teóricos, que, como se mencionaba anteriormente, trata de convertir lo abstracto en algo más sencillo de manejar.

Garduño (2005) menciona las características de los modelos teóricos según Achistein, las cuales se representan en la figura 3:

Figura 3.

Características de los modelos teóricos según Achistein



Nota. Elaboración propia

De lo representado en la figura 3, Achistein considera que para que un modelo teórico este bien formulado, debe tener en cuenta la estructura que debe tener tanto en

explicación y descripción del objeto en estudio; debe estar bien fundamentado teóricamente y por último, la información plateada debe ser simplificada.

9.1.5. Tipos de Modelo Teórico

La figura 4, muestra los tipos de modelos planteados por Rico (1996) :

Figura 4.

Tipos de modelos



Nota. Elaboración propia

La figura muestra 4 tipos de modelos utilizados en investigación y análisis de fenómenos: descriptivos, interpretativos, de comportamiento y de decisión. Los modelos descriptivos se enfocan en representar la realidad de manera sistemática, proporcionando una visión más sencilla del objeto en estudio. Los interpretativos, comprenden y explican estos objetos, ofreciendo una explicación más profunda de lo que se estudia.

Por otro lado, los modelos de comportamiento se centran en anticipar como se desarrollan o cambian los fenómenos ante ciertas condiciones impuestas en el espacio de estudio. Los de decisión, brindan accesibilidad para hacer elecciones alternativas en contextos complejos mediante simulaciones.

9.2 Fundamentos de la mecánica cuántica

9.2.1 Definición de mecánica cuántica

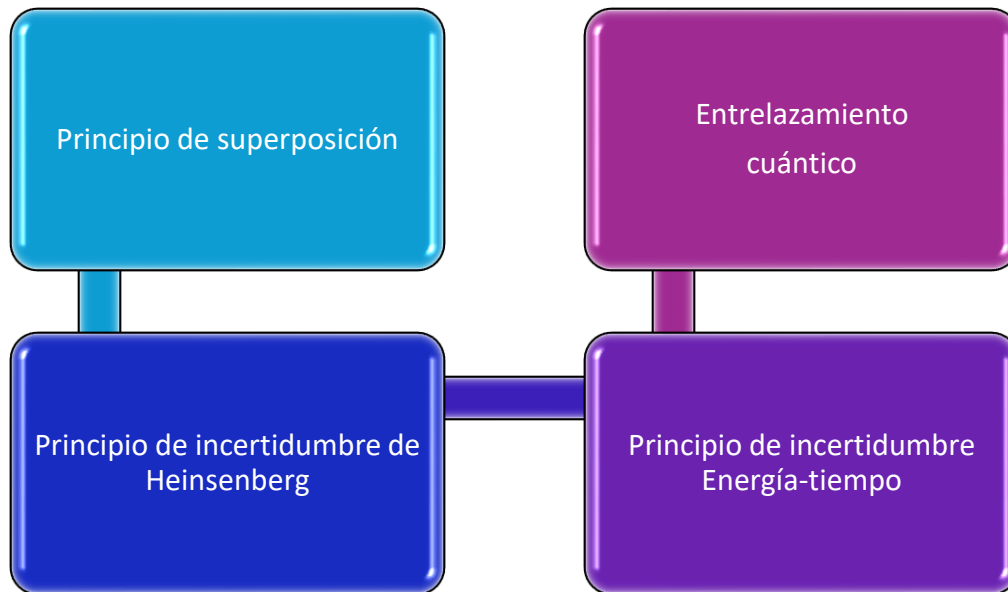
La Mecánica Cuántica es una teoría fundamentada sobre una base matemática precisa que permite describir el comportamiento de los sistemas físicos a nivel microscópico. Su estructura conceptual se organiza sobre un conjunto de postulados esenciales que establecen el espacio de estados, los observables físicos y las normas que dirigen tanto la evolución temporal como los procesos de medición de los sistemas (Mendibil, 2024).

9.2.2 Principios básicos

En el mismo documento de Mendibil (2024), se encontraron los principios básicos que conforman a la Mecánica cuántica, estos están presentados en la figura 5:

Figura 5.

Principios de la Mecánica Cuántica



Nota. Elaboración propia

“Estos cuatro principios son los pilares que conforman a la Mecánica Cuántica. Definen las bases de la estructura de la teoría y sus predicciones” (Mendibil, 2024, p. 24). Su aplicabilidad es necesaria para poder desarrollar de forma correcta ejercicios de mecánica cuántica, así como la interpretación de los fenómenos en estudio. A continuación, se abordan las definiciones de los principios básicos de la Mecánica Cuántica, cada uno con su respectiva representación matemática:

Principio de superposición

Este principio establece que, si un sistema cuántico puede encontrarse en dos estados posibles, entonces también puede encontrarse en cualquier combinación lineal (superposición) de ellos. Esta propiedad deriva directamente de la estructura lineal del

espacio de Hilbert y tiene consecuencias profundas tanto en la teoría como en la experimentación (Mendibil, 2024, p. 25).

Mendibil afirma que, la representación matemática del principio de superposición es que, Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert complejo. Si $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle \in \mathcal{H}$ son dos estados físicos (normalizados), entonces cualquier combinación lineal.

$$|\psi\rangle = \alpha |\psi_1\rangle + \beta |\psi_2\rangle, \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad (1)$$

Carácter lineal del espacio de estados: Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert complejo. Dado que $\mathcal{H}$ es un espacio vectorial, cualquier par de vectores $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle \in \mathcal{H}$ define un subespacio generado por sus combinaciones lineales:

Entrelazamiento cuántico

$$\text{span}\{|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle\} = \{\alpha |\psi_1\rangle + \beta |\psi_2\rangle : \alpha, \beta \in \mathbb{C}\} \quad (2)$$

El entrelazamiento es una de las propiedades más características y no clásicas de la mecánica cuántica. Ocurre cuando el estado de un sistema compuesto no puede describirse como producto tensorial de estados individuales de sus partes. El entrelazamiento da lugar a correlaciones que no tienen explicación en términos de variables locales ocultas y constituye la base de tecnologías cuánticas como la criptografía y la computación cuánticas (Mendibil, 2024, p. 25).

Sea $\mathcal{H}_A$ y $\mathcal{H}_B$ dos espacios de Hilbert. El espacio total del sistema compuesto es $\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B$. Un estado $|\Psi\rangle \in \mathcal{H}$, se dice entrelazado si no puede escribirse como:

$$|\Psi\rangle = |\psi_A\rangle \times |\psi_B\rangle, \text{ con } |\psi_A\rangle \in \mathcal{H}_A, |\psi_B\rangle \in \mathcal{H}_B \quad (3)$$

Principio de incertidumbre de Heisenberg

El principio de incertidumbre es uno de los postulados más importantes de la mecánica cuántica. Formulado inicialmente por Werner Heisenberg en 1927, establece que es imposible determinar el tiempo, la exactitud y el momento exacto de una partícula. Esta limitación no es de origen experimental, sino teórico, y refleja una característica estructural del formalismo cuántico (Mendibil, 2024).

Sean A y B dos operadores auto adjuntos definidos sobre un mismo dominio denso de un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$, y sea $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$ un estado normalizado. Entonces se cumple:

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle| \quad (4)$$

Donde $\Delta A = \sqrt{A^2 - \langle A \rangle^2}$ es la desviación típica de en el estado $A |\psi\rangle$, y $[A, B] = AB - BA$ es el conmutador.

Principio de incertidumbre energía-tiempo

El principio de incertidumbre energía-tiempo requiere una formulación distinta, ya que el tiempo no se representa mediante un operador en la mecánica cuántica estándar (Mendibil, 2024)

Una expresión común es:

$$\Delta E \cdot \Delta t \gtrsim \frac{h}{2} \quad (5)$$

Dónde:

- ΔE es la dispersión de energía, definida como $\Delta E = \sqrt{\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2}$.
- Δt es un tiempo característico asociado a la evolución del sistema, como el tiempo que tarda en alcanzar un estado ortogonal al inicio.

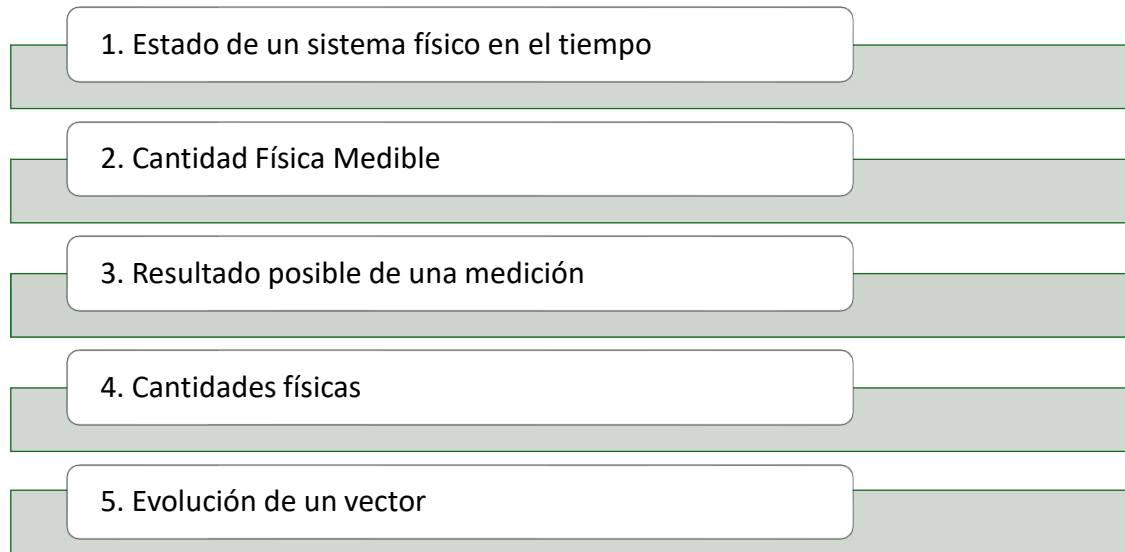
9.2.3 Postulados

Iza (2012) menciona que los postulados de la Mecánica Cuántica han sido adaptados a lo largo de los años, partiendo de los principios de la Mecánica Clásica. Este proceso de adaptación respondió a la necesidad de explicar fenómenos microscópicos que la física clásica no lograba describir adecuadamente, dando lugar a un nuevo marco teórico basado en la probabilidad, la cuantización y el carácter ondulatorio de la materia.

Esto con la intención de comprenderlos de una forma más sencilla, o bien, de poder estudiar con mejor exactitud los fenómenos físicos. La figura 6, muestra de forma textual dichos postulados:

Figura 6.

Postulados de la Mecánica Cuántica



Nota. Elaboración propia

Postulado 1. Estado de un sistema físico en el tiempo

El estado de un sistema físico en el tiempo t se define mediante la especificación de un ket $|\Psi(t)\rangle$ perteneciente al espacio de Hilbert $\mathcal{H}$. La función de onda $\Psi(t)$ es una representación del estado cuántico del sistema en una base particular del espacio de estados y contiene la información sobre el sistema en dicho instante (Iza, 2012, p. 24).

Postulado 2. Cantidad Física Medible

Una cantidad Física medible A es descrita por un observable $\hat{A}$ actuando sobre $\mathcal{H}$. Este observable es un operador lineal y satisface una ecuación de autovectores de la forma:

$$\hat{A}|\Psi_n\rangle = a_n|\Psi_n\rangle, \quad (6)$$

En la que los autovalores (a_n) son números reales y las funciones propias $|\Psi_n\rangle$ forman un conjunto ortogonal completo en el espacio $\mathcal{H}$. Los autovalores, pueden tomar valores discretos o puede existir un rango continuo de valores, son reales si el operador

correspondiente es hermitiano. Los autovectores $|\Psi_n\rangle$ del operador $\hat{A}$ constituyen un conjunto completo o normalizado, es decir

$$\sum_n |\Psi_n\rangle \langle \Psi_n| = 1 \quad (7)$$

Donde el 1 se entiende como el operador identidad, esta ecuación es conocida como relación de clausura (Iza, 2012, p. 24).

Postulado 3. Resultado posible de una medición

El único resultado posible de la medición de una magnitud física A es uno de los autovalores del correspondiente observable $\hat{A}$. Esto quiere decir que el resultado no podrá ser otro dato que no pertenezca a este.

Postulado 4. Cantidades físicas

Cuando la cantidad Física A es medida sobre un sistema en el estado normalizado $|\Psi\rangle$, la probabilidad $P(a_n)$ de obtener el autovalor a_n del correspondiente observable $\hat{A}$ es:

$$P(a_n) = |\langle a_n | \Psi \rangle|^2 \quad (8)$$

Postulado 5. Evolución de un vector

La evolución temporal de un vector estado $|\Psi(t)\rangle$ de un sistema físico está descrita por la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = \hat{H}(t) |\Psi(t)\rangle \quad (9)$$

Donde $\hbar = h/2\pi$ la constante de Planck racionalizada y $\hat{H} = H(x \rightarrow \hat{X}, p \rightarrow \hat{P})$ es un observable asociado a la energía total del sistema en estudio, constituido por términos de la energía cinética y potencial, y H es el Hamiltoniano clásico.

9.2.4 Ecuación de Schrödinger

9.2.4.1 Definición de la ecuación de Schrödinger

Bramón et al. (2005) afirman que la ecuación de Schrödinger es una ecuación en derivadas parciales en el espacio y en el tiempo y lo mismo que las leyes del movimiento de Newton, carece de deducción. Su validez, como la de las leyes de Newton, descansa en su acuerdo con la experiencia. En una dimensión, la ecuación de Schrödinger es:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x, t)}{dx^2} + U\Psi(x, t) = i\hbar \frac{d\Psi(x, t)}{dt} \quad (10)$$

En donde: U es la función de energía potencial. La ecuación se denomina ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo. A diferencia de la ecuación de onda clásica, esta ecuación relaciona la segunda derivada espacial de la función de onda con la primera derivada temporal de la función de onda y contiene el número imaginario $i = \sqrt{-1}$. Las funciones de onda que son soluciones de esta ecuación no son necesariamente reales. $\Psi(x, t)$ no es una función medible como las funciones de onda clásicas correspondiente al sonido o a las ondas electro-magnéticas (García et al., 2025).

Según Herrera (2024) la expresión más general, a nivel no relativista del comportamiento cuántico de las partículas, incluida la cuantización de la energía, está dada por la ecuación de Schrödinger. El reemplazo formal de variables dinámica por operadores conduce a la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar u_t = -\frac{\hbar^2}{2m} (u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + q(x, y, z)u \quad (11)$$

Que describe la dinámica de una partícula de masa m en un campo de fuerzas con función potencial $q = q(x, y, z)$. El símbolo $\hbar$ representa la constante de Planck normalizada. Es de observar la presencia del número imaginario i en el coeficiente de u_t .

La idea de Schrödinger de describir cómo actúan las partículas de forma cuántica no es sólo una teoría, sino una forma de utilizar las matemáticas para predecir lo que sucederá a continuación. Esta ecuación permite ver cómo cambia la función de onda con el tiempo y

$$p(x, t) dx = |\Psi(x, t)|^2 dx = \Psi^* \Psi dx \quad (14)$$

también brinda información sobre la energía y otras cosas que se pueden medir sobre el sistema que estamos observando. Esto ayuda a comprender cómo funcionan las cosas a un nivel muy pequeño, desde átomos y moléculas hasta materiales y dispositivos que utilizan la Física Cuántica. Se puede utilizar esta comprensión para resolver problemas reales en diferentes situaciones, como por ejemplo cómo fabricar mejores materiales o dispositivos.

No obstante, la probabilidad de localizar una partícula en una región dx del espacio es ciertamente real, de modo que debemos modificar ligeramente la ecuación correspondiente a la densidad de probabilidad (Bramón et al., 2005). Se tomará para la probabilidad de localizar una partícula en una región dx centrada en x la expresión:

$$p(x, t) dx = |\Psi(x, t)|^2 dx = \Psi^* \Psi dx \quad (12)$$

En donde Ψ^* , la función compleja conjugada de Ψ , se obtiene a partir de Ψ reemplazando i por $-i$ allí donde aparece.

En mecánica clásica, las soluciones estacionarias de la ecuación de ondas son de gran interés e importancia. No es sorprendente pues que las soluciones estacionarias de la ecuación de ondas de Schrödinger también lo sean. La función de onda para el movimiento

En onda estacionaria de una cuerda tensa es $A \sin(kx) \cos(\omega t + \phi)$ y ésta es representativa de todas las ondas estacionarias. Una función de onda estacionaria siempre puede expresarse como producto de una función de la posición por una función del tiempo, variando ésta última sinusoidalmente con el tiempo. Las soluciones estacionarias de la ecuación de Schrödinger unidimensional pueden por ello expresarse como:

$$\Psi(x, t) = \Psi(x) e^{i\omega t} \quad (13)$$

En donde $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) - i \sin(\omega t)$, lo que se demuestra en el apéndice D. El segundo miembro de la ecuación:

Es entonces:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d\Psi(x,t)}{dt} &= i\hbar(-i\omega)\Psi(x)e^{i\omega t} = \hbar\omega\Psi(x)e^{i\omega t} \\ &= E\Psi(x)e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (15)$$

En donde $E = \hbar\omega$, es la energía de la partícula.

La ecuación de ondas de Schrödinger tiene soluciones estacionarias sólo si la energía potencial es una función que depende únicamente de la posición. Sustituyendo $\Psi(x)e^{i\omega t}$ en la ecuación:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x,t)}{dx^2} + i\hbar \frac{d\Psi(x,t)}{dt} \quad (16)$$

Y, simplificando los factores $e^{i\omega t}$ se obtiene una ecuación para $\Psi(x)$ llamada ecuación de Schrödinger independiente del tiempo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + U(x)\Psi(x) = E\Psi(x) \quad (17)$$

En donde se ha expresado U en la forma $U(x)$ para destacar el hecho de que no hay en la ecuación ninguna dependencia en el tiempo. La función $U(x)$ representa el entorno de la partícula que describimos. Esta función de la energía potencial en cada ecuación de Schrödinger es la que establece las diferencias entre distintos problemas, tal y como lo hacen las distintas expresiones de las fuerzas que actúan sobre una partícula en Física clásica. El cálculo de los niveles energéticos permitidos en un sistema afecta sólo a la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo, mientras que la determinación de las probabilidades de transición entre estos niveles requiere la solución de la ecuación dependiente del tiempo. En este texto se hace referencia siempre a la ecuación independiente del tiempo.

La solución de la ecuación anterior depende de la forma de la función de energía potencial $U(x)$. Cuando el valor de $U(x)$ es tal que la partícula está confinada en una determinada. Región del espacio, sólo ciertas energías discretas E , dan soluciones Ψ , que satisfacen la condición de normalización.

9.3 Espacio de Hilbert

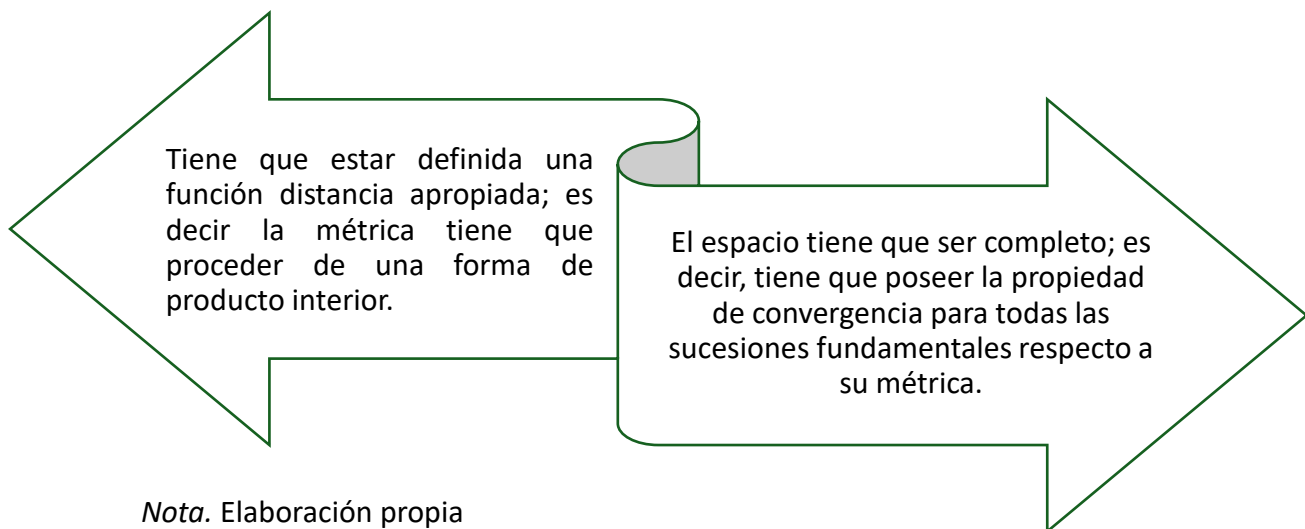
Un espacio prehilbertiano, espacio pre-Hilbert, espacio con producto interior o espacio con producto escalar es un espacio vectorial H sobre el cuerpo $\mathbb{K}$ (donde $\mathbb{K}$ denota $\mathbb{R}$ ó $\mathbb{C}$) en el que está definida una aplicación $\langle \cdot, \cdot \rangle : H \times H \rightarrow \mathbb{K}$, llamada producto interior o producto escalar (Gutiérrez, 2025).

Reyna (2023) afirma que: Los espacios de Hilbert son la extensión más natural del espacio euclidiano a dimensión infinita pues en ellos se generalizan resultados bien conocidos de la geometría analítica tales como el teorema de Pitágoras, ley del paralelogramo o incluso el concepto de proyección ortogonal. De manera formal, un espacio de Hilbert es un espacio vectorial.

Por otro lado, Reza (1977) expresa que: El espacio de Hilbert o espacio funcional de Hilbert es un espacio de dimensión finita o infinita definido sobre el cuerpo de los números

Figura 7.

Características de los Espacios de Hilbert



Nota. Elaboración propia

Para Bruzual y Domínguez (2005) “un espacio de Hilbert es un espacio vectorial con producto interno que es completo con respecto a la norma dada por el producto interno (p.20).

$\mathbb{C}^n$ El espacio de los vectores $1 \times n$. $\mathbb{C}^n$ es un espacio con producto interno con el producto escalar euclídeo

$$\langle v, w \rangle_n = v w^* = \sum_{k=1}^n v_k \overline{w_k} \quad (18)$$

9.3.1 Operadores y observables

Blasco (2023), menciona que los principales operadores de un espacio de Hilbert se resumen en cuatro elementos, los cuales se describen a continuación:

Operadores adjuntos

Sean H_1 y H_2 espacios de Hilbert y $T \in L(H_1, H_2)$. El operador $T^* \in L(H_2, H_1)$, definido por

$$\langle Tx, y \rangle = \langle x, T^* y \rangle, x \in H_1, y \in H_2, \quad (19)$$

Se denomina operador adjunto de T . Además cumple que $\|T\| = \|T^*\|$

Operadores autoadjuntos

Un operador $T \in L(H)$ se llama autoadjunto si $T = T^*$

Operadores normales

Un operador $T \in L(H)$ se dice normal si $TT^* = T^*T$

Operadores compactos

Un operador $T \in L(H_1, H_2)$ es compacto si para cada sucesión $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ acotada en H_1 , la sucesión $(Tx_n)_{n=1}^{\infty}$ tiene una subsucesión convergente en H_2 .

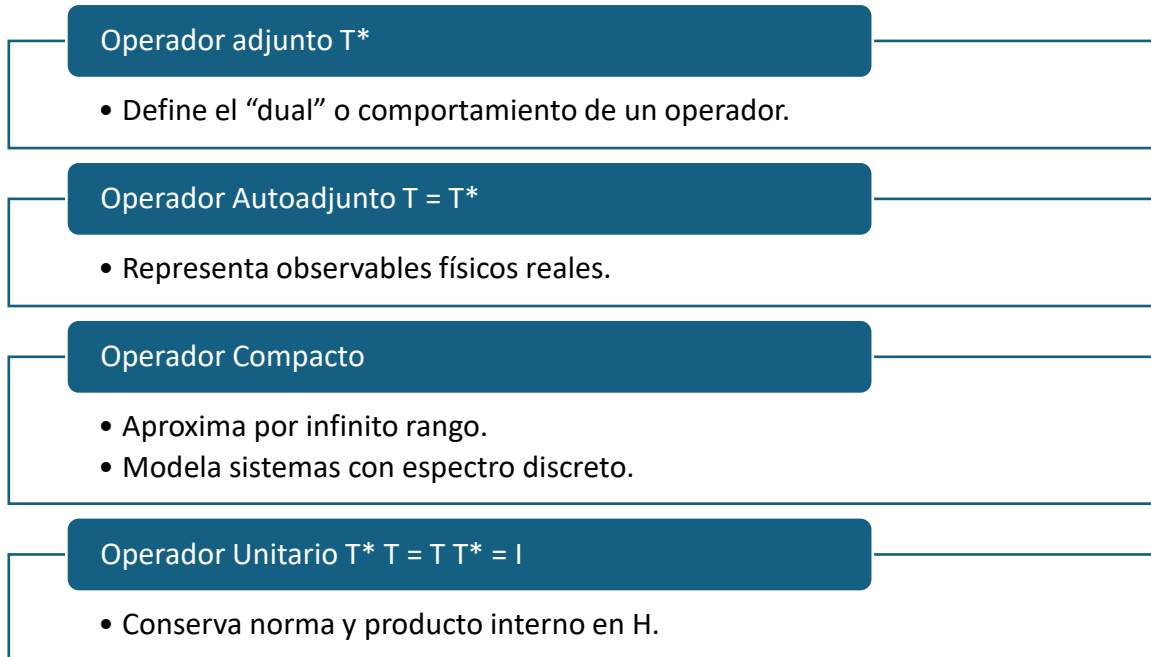
Operadores unitarios

Un operador $T \in L(H)$ se llama isometría si $\|Tx\| = \|x\|$. Es más, un operador $T \in L(H)$ en un espacio de Hilbert H se dice unitario si T es un isomorfismo isométrico.

La figura 8 muestra visualmente la información expresada anteriormente:

Figura 8.

Operadores de Hilbert



Nota. Elaboración propia

9.4 Representación geométrica: La esfera de Bloch

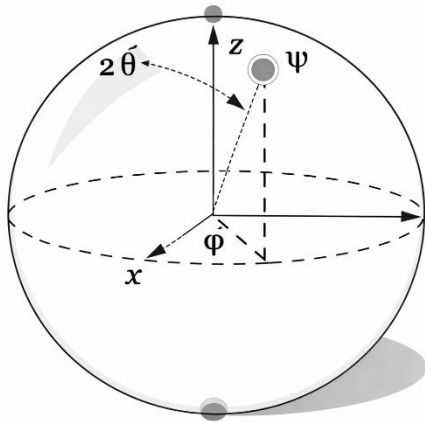
9.4.1 Definición de la esfera de Bloch

En Mecánica Cuántica, la Esfera de Bloch es una representación geométrica del espacio de estados puros de un sistema cuántico de dos niveles. Esta se emplea para describir de forma más exacta al conjunto de estados puros de un sistema físico con número finito de niveles. Geométricamente, la Esfera de Bloch puede ser visualizarse como una esfera de radio en el espacio tridimensional. En esta representación, cada punto de la superficie de la esfera corresponde unívocamente a un estado puro del Espacio de Hilbert de dimensión compleja 2 que caracteriza un sistema cuántico de dos niveles (Terán, 2012)

La figura 9, muestra la representación de esta esfera:

Figura 9.

Esfera de Bloch



Nota: Figura adaptada de [Introducción a la computación cuántica para ingenieros - David Terán - Google Libros \(https://books.google.com.ni/books?id\)](https://books.google.com.ni/books?id)

9.5 Aplicaciones tecnológicas de la Mecánica Cuántica

Entre las aplicaciones tecnológicas de la Mecánica Cuántica Jiménez et al. (2025), mencionan dos que son consideradas importantes: Sistemas biológicos y químicos complejos, y modelamiento computacional:

Sistemas biológicos y químicos complejos: La teoría de juegos cuánticos ha encontrado aplicaciones fascinantes en sistemas biológicos y químicos complejos, proporcionando nuevas herramientas para modelar la cooperación y la estabilidad en sistemas cooperativos. En este contexto, el equilibrio de Nash se interpreta como un estado cuántico óptimo que maximiza la utilidad esperada en juegos cooperativos, utilizando el espacio de Hilbert para describir estrategias en superposición y entrelazamiento.

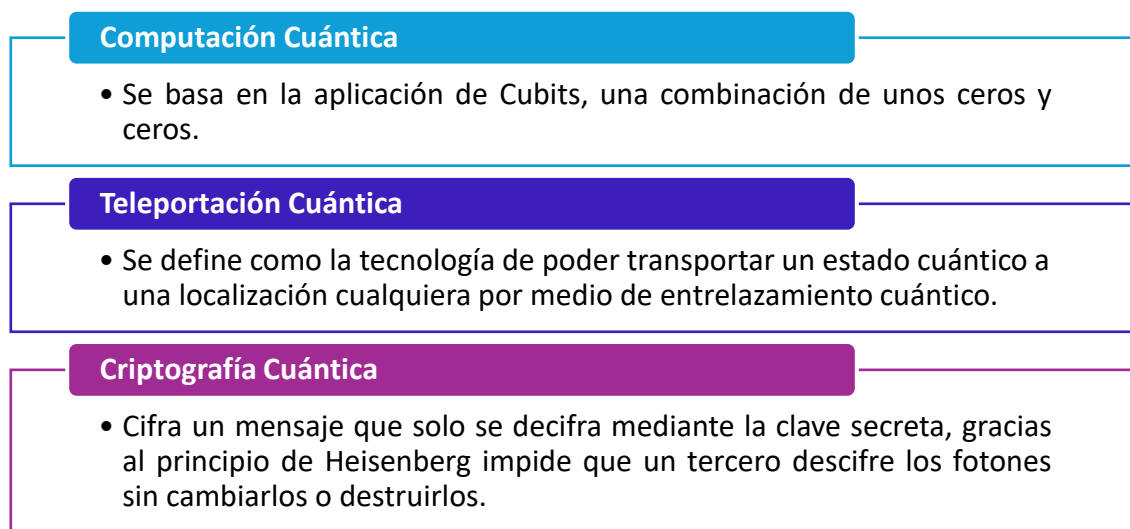
Modelamiento computacional: Dos investigadores de la universidad Yachay Tech están impulsando avances en el campo de la mecánica cuántica computacional en la actualidad, especialmente en el modelamiento de materiales basados en la Teoría del Funcional de la Densidad (DFT). Mombray se ha enfocado en descifrar las propiedades electrónicas y estructurales de materiales nanoestructurados de 1 y 2 dimensiones. Pinto explora las dinámicas cuánticas en sistemas complejos, contribuyendo al diseño de

materiales complejos e inteligentes con propiedades a la medida también para la generación eléctrica (Bunge, 2004).

Por otro lado, Vásquez et al. (2023) menciona como aplicaciones tecnológicas a la Computación cuántica, la Teleportación cuántica y la Criptografía cuántica. La siguiente figura, hace un resumen de esta información:

Figura 10.

Aplicaciones tecnológicas de la Mecánica Cuántica



Nota. Elaboración propia

9.6 Evolución de los sistemas de dos niveles

9.6.1 Definición del sistema

Patiño (2024) afirma que para un sistema cuántico de dos niveles es necesario que:

Las transiciones cuánticas que ocurren en el sistema de dos niveles sean representadas en términos de los operadores $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|$ ($i, j = e, g$) que pueden ser reescritos en términos de las operaciones del grupo de Pauli $\sigma_0, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ como $\sigma_{eg} = 1/2 * (\sigma_x + i\sigma_y)$ (operador de subida) y también, $\sigma_{ge} = 1/2 * (\sigma_x - i\sigma_y)$ (operador de bajada), con:

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

En mecánica cuántica, un sistema de dos niveles es aquel que puede describirse mediante dos posibles estados cuánticos. Estos sistemas son considerados los más simples para moldearse y que sirvan como base para comprender fenómenos cuánticos más complejos. Cualquier estado de estos puede expresarse mediante una combinación lineal de los estados fundamentales.

9.6.2 Superposición cuántica

Para poder comprender a que se refiere la superposición en la Mecánica Cuántica, es necesario analizar ciertas definiciones que aborden a la misma. Del Medico (2025) menciona que hace referencia a un estado cuántico en el que un sistema puede existir simultáneamente en varios estados superpuestos. Es decir, una partícula puede estar en varios espacios a la vez hasta que permita realizar una medición.

Por otro lado Rodríguez (2023) afirma que el principio de superposición describe el estado de un sistema antes de la medición como una combinación de estados posibles con probabilidades calculables, donde al interactuar con el sistema este colapsa de manera aleatoria en uno solo de ellos, sin perder la validez estadística en mediciones repetidas. Asimismo, destaca que, aunque el principio existe tanto en la mecánica clásica como en la cuántica, en la primera se manifiesta de forma lineal y determinista, mientras que en la cuántica se expresa mediante un comportamiento probabilístico que refleja la incertidumbre inherente al proceso de medición.

9.6.3 La decoherencia

La decoherencia es un fenómeno físico íntimamente ligado al ruido en el que un sistema cuántico interactuante con su entorno pierde su coherencia cuántica y hace transición a un estado clásico. Es la pérdida de las propiedades cuánticas de un sistema cuando este interactúa con su entorno (Segovia, 2023, p. 19). En palabras sencillas, es un fenómeno que se produce cuando interactúa con el ambiente externo.

La decoherencia tiene importantes implicaciones en la comprensión y la aplicación de la mecánica cuántica. Puede influir en la capacidad de mantener y manipular el estado cuántico de un sistema, lo cual es crucial para el desarrollo de tecnologías cuánticas como los ordenadores cuánticos. Sin embargo, también puede aprovecharse para moderar los efectos no deseados de las interferencias cuánticas, promoviendo la estabilidad y fiabilidad en el comportamiento de los sistemas cuánticos (Del Medico, 2025).

9.7 Dinámica temporal de los sistemas de dos niveles

9.7.1 Qubits

Un qubit, abreviatura de bit cuántico, es un considerado un sistema cuántico de dos niveles, ya que además de los dos estados del bit clásico, puede encontrarse en un estado de superposición, multiplicando las posibilidades. Por ejemplo, considerando la polarización de los fotones, el espín de los electrones, etc. Para poder visibilizar estas variables se puede recurrir a la denominada esfera de Bloch. En ella, los puntos de los polos son estados puros (por ejemplo, el espín, que se puede representar como 0 o 1 en el eje $\hat{z}$) y cualquier punto de la superficie se puede describir como la superposición de dos estados ($\hat{x}$ e $\hat{y}$). (García et al. 2025)

En palabras sencillas, los qubits representan un modelo sencillo para describir los sistemas de dos niveles. Permite modelar de manera teórica fenómenos como la interferencia y el entrelazamiento, de este modo, el estudio del qubit ofrece una herramienta conceptual para la computación cuántica y un marco de análisis para comprender el comportamiento de partículas con dos estados posibles.

“Los qubits (bits cuánticos) son la unidad básica de información en la computación cuántica. A diferencia de los bits convencionales (0 o 1) que usa un ordenador clásico, un qubit puede estar simultáneamente en una superposición de 0 y 1” (Philip, 2025, p. 36).

9.7.2 Interacción luz-materia

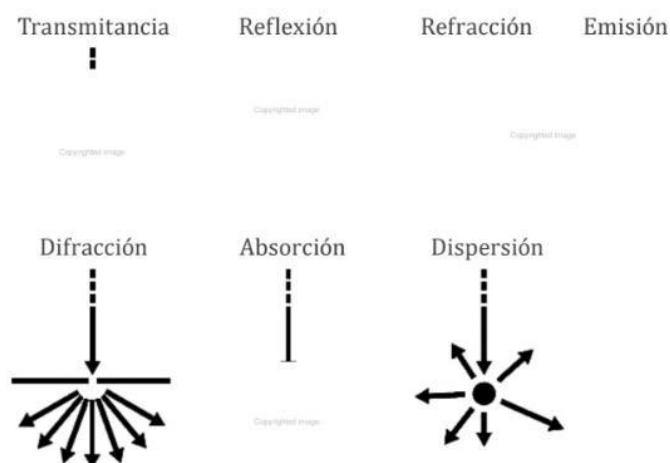
Ponce et al. (2023) afirman que:

Cuando la radiación interactúa con la materia pueden ocurrir procesos como la reflexión, la dispersión, absorbancia, fluorescencia/fosforescencia (absorción y reemisión), reacción fotoquímica (absorbancia y rotura de enlaces), entre otros. Las líneas muestran los cambios de dirección o intensidad de la luz cuando pasa a través de un medio (materia).

Como resultado de esta interacción de la luz con la materia se obtienen distintas respuestas que dan origen a diferentes procesos, y por lo tanto, diferentes espectroscopias, como son: resonancia magnética nuclear, infrarroja, ultravioleta-visible, Raman, entre otras. Tal como se observa, la flecha indica el camino(s) que toma la luz, generando un fenómeno que puede ser analizado, y cada uno de ellos da origen a una técnica de análisis. La figura 11, hace referencia a esta información:

Figura 11.

Interacción Luz-Materia



Nota. Figura adaptada de Locos x la astrociencia (2025). *Comportamiento de las ondas de luz.* Facebook. (<https://www.facebook.com/LocosXLaAstrociencia/post/el-comportamiento-de-las-ondas-de-luz-a-lo-largo-del-espacio-electromagnético-l/1202429>)

10 Diseño metodológico

El diseño metodológico es una parte fundamental de toda investigación, ya que proporciona la estructura y los procedimientos necesarios para responder a las preguntas de y alcanzar los objetivos planteados. Este es importante, ya que describe como tal las fases del proceso investigativo, como son el área donde será aplicada, su enfoque, paradigma, y las personas a quienes se tomarán para comprobar su eficacia.

Según la UNAN-Managua (2021) la línea de investigación es CED-1. Educación para el desarrollo, estudia los procesos educativos de calidad a partir de la mejora de los sistemas educativos, el aprendizaje para toda la vida, la evaluación de calidad educativa, la inclusión educativa y la formación y actualización del profesorado. La siguiente propuesta está relacionada con esta línea ya que su propósito principal es facilitar una herramienta, como es el modelo teórico, para mejorar la educación y por consiguiente el aprendizaje del estudiante.

La sublínea es CED-1.3: El aprendizaje a lo largo de toda la vida, que abarca las estrategias de aprendizaje utilizadas, la relevancia de los contenidos abordados y la interacción docente-estudiante para fomentar un aprendizaje permanente. (UNAN-Managua, 2021). Además, apoyándose en la Clasificación internacional normalizada de la educación (CINE-13), está ubicada en campo amplio 05 “Ciencias naturales, matemáticas y estadísticas”, específicamente en 0533 “Física”.

10.1 Tipo de investigación

El enfoque de esta investigación es cuantitativo, ya que su intención es valorar los resultados numéricos que se puedan obtener de la misma; tal y como afirma Herrera (2024): la investigación cuantitativa facilita el estudio de variables a estudiar de fenómenos naturales, permitiendo una comprensión más detallada del mismo. Aumentando así el conocimiento y capacidad para y controlarlos en el mundo físico y matemático.

Por consiguiente, se considera descriptiva, ya que busca describir fenómenos tanto físicos como matemáticos, situaciones, contextos y eventos, detallando como son y se

manifiestan. Según Altamirano y Rivera (2024) la investigación descriptiva pretende recopilar datos precisos de algún fenómeno sin manipular sus variables, es decir, emplea la observación y aplicación de instrumentos para su respectiva recopilación (encuestas, cuestionarios o entrevistas), incluso analiza datos existentes.

La investigación se enmarca en el ámbito educativo, con énfasis en el aprendizaje mediante la propuesta de un modelo teórico, y adopta un enfoque no experimental, ya que las variables no son manipuladas, sino observadas en su contexto natural tal como se manifiestan (Hernández et al., 2010).

El estudio presenta un alcance temporal transversal, ya que analiza a los sujetos en un mismo momento, lo que permite comparar sus características, y se desarrolla con una población y muestra definidas, calculadas con un nivel de confianza del 97% y ejecutadas en un periodo de tiempo corto (Altamirano & Rivera, 2024).

Este estudio está basado en un paradigma positivista, como menciona Herrera (2024): Conocido también como paradigma cuantitativo, ya que su pretensión es alcanzar un objetivo verificable, permitiendo un análisis concreto del comportamiento del fenómeno a estudiar.

10.2 Población y selección de la muestra

La población es el conjunto de elementos finito o infinito definido por una serie de características comunes en todos los elementos que la componen (Moreno, 2017). En muestreo se entiende por población a aquella totalidad del universo que interesa considerar y que es necesario que esté bien definido para que se sepa en todo momento que elementos lo componen (Caballero, 2016).

La población tomada en cuenta para esta investigación estará conformada por 13 estudiantes de V año de la carrera de Física–Matemáticas de la UNAN-Managua/CUR-Estelí y un experto de Física Cuántica.

La muestra, “se refiere al número de elementos que se incluyen en un estudio, para determinar su tamaño incluye diversas consideraciones cuantitativas y cualitativas” (Malhotra, 2004, p. 138).

En este caso, la muestra correspondida para esta investigación es la misma cantidad de estudiantes que conforman la población estudiantil, debido a que esta es inferior a 50, lo que permite un análisis detallado y fiable del análisis, optando por un muestreo censal, como menciona Pérez (2010) este tipo de muestreo es aquel que recauda información sobre cada uno de los elementos que conforman la población.

Posteriormente, para la validación del modelo se tomó a un experto en Física Cuántica; se realizó de esta forma, ya que es el único docente que ha impartido la clase de Mecánica Cuántica con IV año de Física-Matemática. Posteriormente, para que el análisis de datos sea más preciso, se aplicó la siguiente ecuación utilizando un nivel de confianza de 97 %, lo que asegurará que si no participa un elemento de la muestra esto no afecte el proceso: La muestra será calculada a través de la siguiente ecuación:

$$n = \frac{Z^2 \times p \times q \times N}{e^2(N - 1) + Z^2 \times p \times q} \quad (21)$$

Siendo entonces:

$$n = \frac{(2.17)^2(0.5)(0.5)(13)}{(0.03)^2(13 - 1) + (2.17)^2(0.5)(0.5)} \quad (22)$$

$$n = \frac{(4.7089)(3.25)}{(0.0009)(12) + (4.7089)(0.25)} \quad (23)$$

$$n = \frac{15.303925}{0.0108 + 1.177225} \quad (24)$$

$$n = \frac{15.303925}{1.188025} \quad (25)$$

$$n = 12.88 \quad n = 12$$

Siendo la muestra de 12 personas.

10.3 Técnicas, instrumentos y procedimientos para la recolección de datos

Tabla 2.

Técnicas e instrumentos utilizados

Técnicas	Definición	Instrumentos	Definición
Encuesta	“La encuesta es un instrumento de la investigación de mercados que consiste en obtener información de las personas encuestadas mediante el uso de cuestionarios diseñados en forma previa para la obtención de información específica”. (Hernández et al. 2010)	Guía de cuestionario	Según Ruano (2014) es un conjunto de preguntas tipificadas dirigidas a una muestra representativa, para averiguar estados de opinión o diversas cuestiones de hecho.
Prueba escrita	“Es un instrumento de medición. Su práctica y empleo involucra la concepción de que el aprendizaje es verificable”. (Hernández R. M., 1994)	Prueba estandarizada	Sánchez (2022) menciona que son las utilizadas para identificar las habilidades de las personas y propiciar condiciones de competencia con piso parejo e identificar a los más actos y menos capaces.
Encuesta de percepción	Consiste en la recolección de datos, generalmente en forma de cuestionario estructurado, que tiene como finalidad explorar y medir las opiniones, valoraciones, actitudes o juicios subjetivos de un grupo de personas respecto a una situación, fenómeno, servicio o experiencia específica.	Guía de encuesta	
Validación de expertos	Según Maldonado y Santoyo (2013) Esta fase implica someter los ítems	Guía de validación	Es un procedimiento estructurado que describe cómo llevar a cabo la

Técnicas	Definición	Instrumentos	Definición
	del instrumento a la evaluación de personas expertas, para determinar si representan todas las dimensiones del constructo que se pretende medir.		validación de un instrumento mediante el juicio de expertos. (Maldonado y Santoyo, 2013)

10.4 Confiabilidad y validez de los instrumentos

La confiabilidad y validez son dos conceptos cruciales en la investigación, especialmente al evaluar la calidad de los instrumentos de medición. La confiabilidad se refiere a la consistencia y estabilidad de los resultados obtenidos al aplicar repetidamente un instrumento, mientras que la validez se refiere a cuán bien un instrumento mide lo que pretende medir. En otras palabras, un instrumento confiable produce resultados consistentes, y un instrumento válido mide con precisión lo que se supone que debe medir.

Para asegurar que los instrumentos de esta investigación fueran adecuados, se realizó primero una validación con expertos. En esta etapa participaron dos especialistas en Física y Matemática, ambos con grado de licenciatura. Uno de ellos cuenta con especialización en Física, mientras que el otro posee formación en Didáctica y Evaluación de los Aprendizajes. Su aporte fue clave para revisar la pertinencia de los ítems, su claridad y la coherencia general de cada instrumento: el cuestionario dirigido a estudiantes sobre el sistema de dos niveles en mecánica cuántica, la prueba estandarizada aplicada a estudiantes de quinto año de Física-Matemática, la encuesta sobre modelos teóricos y la guía de validación de la propuesta.

Posteriormente, se analizó la confiabilidad de los instrumentos mediante el cálculo del Alfa de Cronbach. En el caso de la prueba estandarizada, con seis ítems, se obtuvo un valor de 0.795. Este resultado se considera satisfactorio, ya que supera el mínimo de 0.70 que suele aceptarse como referencia en estudios educativos y sociales. Dicho valor refleja

que los ítems guardan una consistencia interna adecuada y que, en conjunto, miden de manera homogénea lo que se pretendía evaluar.

Prueba estandarizada de sistema de dos niveles dirigida a estudiantes de Física – Matemática

Tabla 3.

Resultados Alfa de Cronbach sobre la prueba estandarizada

Resumen de procesamiento de casos			
		N	%
Casos	Válido	7	87.5
	Excluido ^a	1	12.5
	Total	8	100.0

Nota. ^a La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento

Este análisis de fiabilidad, identifica 7 casos válidos y 1 excluido debido a la falta de datos en algunos de los ítems involucrados. Este proceso garantiza que el cálculo se base únicamente en casos con información incompleta.

Posteriormente, se ejecutó la estadística de fiabilidad, obteniéndose un resultado de 0.795 para los ítems de la prueba. Este se interpreta como un nivel aceptable, lo que indica que se presenta un nivel adecuado en cuanto a coherencia entre sí y que el instrumento es válido para evaluar.

Tabla 4.

Estadística de fiabilidad Prueba estandarizada

Estadísticas de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
.795	6

Cuestionario de sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica

El cuestionario aplicado a estudiantes sobre sistemas de dos niveles en mecánica cuántica fue sometido a un análisis de consistencia interna mediante el coeficiente Alfa de Cronbach. Los resultados muestran que, con un total de ocho ítems y ocho casos válidos, se obtuvo un valor de 0.772.

Este valor se interpreta como un nivel de confiabilidad aceptable, ya que supera el umbral de 0.70 comúnmente recomendado en investigaciones educativas y sociales. En términos prácticos, esto significa que los ítems del cuestionario presentan una relación interna coherente y permiten medir de forma homogénea el constructo que se pretendía evaluar.

De este modo, el cuestionario no solo fue validado en su contenido por expertos en Física y Matemática, sino que también alcanzó un índice estadístico que respalda su fiabilidad para ser utilizado en el desarrollo de la investigación.

Tabla 5.

Resultados de Alfa de Cronbach de Cuestionario

Resumen de procesamiento de casos			
		N	%
Casos	Válido	8	100.0
	Excluido ^a	0	.0
	Total	8	100.0
a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.			

Tabla 6.

Estadística de fiabilidad Cuestionario

Estadísticas de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
.772	8

Encuesta de modelos teóricos de Sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica

Esta encuesta estuvo constituida por 9 ítems de selección múltiple, la cual fue sometida a un análisis de consistencia interna mediante el coeficiente Alfa de Cronbach. Los resultados reflejan que el total de 9 ítems validos se obtuvo un valor de 0.702.

Este valor obtenido indica un nivel de confiabilidad aceptable, esto sugiere que cada ítem planteado mantiene una coherencia adecuada, lo que permite que las respuestas de los estudiantes sean consistentes y que el instrumento sea apto para el objetivo de la investigación.

Tabla 7.

Resultados de Alfa de Cronbach de Encuesta

Resumen de procesamiento de casos			
		N	%
Casos	Válido	9	100.0
	Excluido ^a	0	.0
	Total	9	100.0

a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.

Tabla 8.

Estadística de fiabilidad de Encuesta

Estadísticas de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
.702	9

10.5 Técnicas, instrumentos y procedimientos para el procesamiento y análisis de datos

Para la recopilación de datos, se aplicaron instrumentos como cuestionario, prueba estandarizada y encuesta. Estos se elaboraron en consideración a la integración teórica y práctica de los Sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica, asegurando evaluar la comprensión conceptual y la aplicación de modelos matemáticos básicos para la resolución de ejercicios. Además, se aplicó una validación de expertos con un docente de Física Cuántica y se evaluó su confiabilidad mediante el Coeficiente Alfa de Cronbach.

Tabla 9.

Técnicas, instrumentos y procedimientos para el procesamiento de datos

Técnica	Instrumento	Procedimiento de aplicación
Encuesta a estudiantes	Cuestionario estructurado con preguntas abiertas	Se aplicó a los 12 estudiantes de V año de la carrera de Física-Matemática de la UNAN-Managua/CUR-Estelí, con el propósito de conocer su nivel de comprensión sobre los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica, así como su percepción respecto a la propuesta del modelo teórico. Las respuestas se analizaron mediante el software SPSS, transformando los datos cualitativos en

Técnica	Instrumento	Procedimiento de aplicación
Prueba escrita estandarizada	Test académico de desempeño	cuantitativos para facilitar su interpretación estadística. Se elaboró una prueba compuesta por seis problemas teórico-prácticos relacionados con la evolución y representación matemática de los sistemas de dos niveles. Se aplicó a los mismos estudiantes tras el desarrollo del modelo teórico, con el fin de medir el nivel de aprendizaje alcanzado y contrastarlo con la comprensión inicial. Fue dirigida a docentes de Física-Matemática con experiencia en el área de Mecánica Cuántica, con el objetivo de valorar la pertinencia, coherencia teórica y aplicabilidad del modelo propuesto. La guía permitió obtener juicios cualitativos y cuantitativos
Encuesta de validación por expertos	Guía de validación	

Técnica	Instrumento	Procedimiento de aplicación
Análisis documental	Ficha de registro y matriz comparativa	sobre los criterios de claridad, relevancia, coherencia interna y viabilidad didáctica. Se revisaron investigaciones previas, artículos y tesis relacionadas con la enseñanza de la Mecánica Cuántica y los sistemas de dos niveles, con el fin de comparar enfoques teóricos, modelos pedagógicos y resultados obtenidos en contextos similares. Este análisis permitió fundamentar conceptualmente el modelo teórico propuesto. Los datos recopilados fueron organizados en una base de datos en Excel,
		luego procesados mediante SPSS para determinar la confiabilidad de los instrumentos aplicados (Alfa de Cronbach = 0.702)

Técnica	Instrumento	Procedimiento de aplicación
		y obtener medidas descriptivas (media, mediana, moda y dispersión). Estos resultados se utilizaron para contrastar el cumplimiento de los objetivos específicos.

Nota. Elaborado por autores a partir de elementos utilizados en investigación cuantitativa

11 Análisis y discusión de resultados

El proceso de esta investigación, consiste en un modelo teórico con el objetivo de fomentar al aprendizaje de sistema de dos niveles en Mecánica Cuántica. Este mismo se desarrolla en tres etapas que son consideradas como los objetivos específicos: Caracterizar, analizar y diseñar.

Para realizar el análisis y discusión de resultados se procedió a la aplicación de cuatro instrumentos, tres hacia estudiantes y uno dirigido a expertos (Docentes que han abordado la clase de Mecánica Cuántica). Posteriormente, se analizó cada resultado a través de gráficos y tabulaciones, mismos que se estarán mostrando en su apartado correspondiente.

11.1 Sistemas de dos niveles utilizando representaciones matemáticas básicas

Para poder dar salida a este objetivo, se plantearon las siguientes hipótesis:

H_{01} : Los estudiantes no superan significativamente el 50 % de aciertos en los ítems relacionados con la caracterización matemática básica (matrices 2×2 , estados base, operadores).

H_{11} : Los estudiantes superan significativamente el 50 % de aciertos en dichos ítems.

La evolución de Física Cuántica en los sistemas de dos niveles a concurrido desde un uso inicial en la aplicación de transiciones atómicas hasta el su convertirse en un modelo fundamental en el estudio del espín (momento angular intrínseco), y actualmente en la computación cuántica empleando los qubith. El desarrollo histórico muestra su valor como instrumento pedagógico comprensible, un recurso didáctico accesible.

Desde el ámbito físico, la evolución temporal de un sistema de dos niveles describe cómo el estado cuántico cambia en función de interacciones y acoplamientos. Al trabajar con modelos accesibles, los estudiantes logran visualizar esta evolución de manera más concreta, reforzando la transición del nivel matemático al físico. La progresión en la comprensión de los estudiantes en el sistema de dos niveles se evidencia en su mejor desempeño ante problemas con representaciones concretas y simples o fáciles de entender, como matrices 2×2 u operadores básicos.

No obstante, su rendimiento disminuye al enfrentar formalismos de mayor complejidad, como el acoplamiento de estados o las oscilaciones de Rabí. En si esta tendencia resalta la necesidad de implementar estrategias didácticas que sigan una secuencia gradual y mejorada, en relación con el desarrollo cognitivo del aprendizaje de los estudiantes. Para alcanzarlo, se aplicó una prueba estandarizada compuesta por 6 problemas a una muestra de 12 estudiantes de V año de Física-Matemática de la UNAN-Managua/CUR-Estelí en el turno sabatino.

Los seis problemas estaban relacionados con:

1. Calcular la diferencia de energía entre los dos niveles
2. Como cambia la probabilidad de transición si Ω se duplica
3. Encontrar el tiempo para máxima probabilidad en el nivel 1
4. Determinar de qué depende el tiempo de transición de un espín
5. La probabilidad de estar en el estado $|1\rangle$
6. Relacionar un sistema de dos niveles con un qubit

Para su análisis se emplearon las medidas de tendencia central, con el fin de identificar los valores con mayor relevancia en el comportamiento de los aspectos estudiados. Estas permiten resumir la información de forma estadística, facilitando la interpretación de resultados junto con su discusión:

Tabla 10.

Medidas de Tendencia Central Prueba estandarizada

Métrica	Valor	Interpretación
N válido	12	Solo se analizaron 12 calificaciones.
Datos perdidos	13	Al tomar 12 resultados de los 13 previsto, donde uno no aplicó.
Media	58.33	El promedio indica un rendimiento medio-bajo en los estudiantes

Métrica	Valor	Interpretación
Mediana	55.00	La mitad de los estudiantes obtuvo menos de 55 y la otra mitad más, varia la calificación de los estudiantes pero se puede diferenciar entre mitades
Moda	40	La calificación más frecuente es baja, lo que sugiere concentración en ese rango, en otras palabras, la calificación que más se repite
Desviación estándar	30.01	Alta dispersión: los resultados varían mucho entre estudiantes.
Varianza	906.06	Refleja la misma dispersión, pero en unidades cuadradas.
Rango	100	Amplitud posible: desde 0 hasta 100.
Mínimo Máximo	/ 0 / 100	Hay un estudiante con desempeño nulo y otro desempeño perfecto, los demás están en el nivel intermedio.
Error estándar de la media	8.21	Indica que la media tiene una incertidumbre moderada, un pequeño fallo.
Suma total	670	Suma de todas las calificaciones válidas por porcentaje

Datos obtenidos de la prueba estandarizada

0, 30, 40, 40, 40, 50, 60, 80, 80, 90, 90, 100

Medidas de tendencia central

Media: Es el promedio de todo los datos divididos entre el número de datos.

$$X = \frac{\sum Xi}{N} \quad (26)$$

$$X = \frac{700}{12} = 58.33 \quad (27)$$

Mediana: Al ser los resultados (n par) la mediana será la suma de los dos términos centrales dividido entre 2.

$$Mediana = \frac{50 + 60}{2} = \frac{110}{2} = 55 \quad (28)$$

Moda: El valor que más se repite en los resultados obtenidos.

$$Moda = 40$$

Medidas de dispersión

Rango:

$$R = X_{max} - X_{min} = 100 - 0 = 100 \quad (29)$$

Varianza:

$$s^2 = \frac{\sum fi(Xi - X)^2}{n - 1} \quad (30)$$

$$s^2 = 1(0 - 58.33)^2 + 1(30 - 58.33)^2 + 3(40 - 58.33)^2 + 1(50 - 58.33)^2 = \quad (31)$$

$$+ 1(60 - 58.33)^2 + 2(80 - 58.33)^2 + 2(90 - 58.33)^2 = \quad (32)$$

$$+ 1(100 - 58.33)^2 = 9966.6668 = \quad (33)$$

$$s^2 = \frac{9966.6668}{12 - 1} \quad (34)$$

$$s^2 = \frac{9966.6668}{11} = 906.06 \quad (35)$$

Desviación estándar:

$$s^2 = 906.06 \quad (36)$$

$$s = \sqrt{906.06} = 30.1 \quad (37)$$

Los resultados generales evidencian un rendimiento mayormente intermedio entre los estudiantes. Solo un 8 % (1 estudiante) de los estudiantes alcanzó el puntaje máximo de (100 %) al contestar los 6 problemas, mientras que un 25 % (3 estudiantes) lograron ubicarse

en el rango más alto superando el promedio, con puntajes entre el 80 % y el 100 % en base a la resolución. Por otro lado, un porcentaje significativo, equivalente al 51 % (6 estudiante) del total, se concentró en niveles intermedios, con desempeños entre el 40 % y el 60 %, lo que refleja una comprensión parcial de los problemas evaluados. Un 8 % (1 estudiantes) de los estudiantes obtuvo niveles bajos de desempeño, con puntajes en torno al 30 %, y finalmente 8 % que representa a 1 estudiante, teniendo así una suma de un 100 % de estudiantes evaluados. Esta distribución de resultados se representa de manera visual en la siguiente figura que se presenta continuación:

En la figura 12, se muestra cómo se visualizan los resultados de los 12 estudiantes en porcentajes, los datos que aparecen son:

Figura 12.

Respuestas de prueba estandarizada

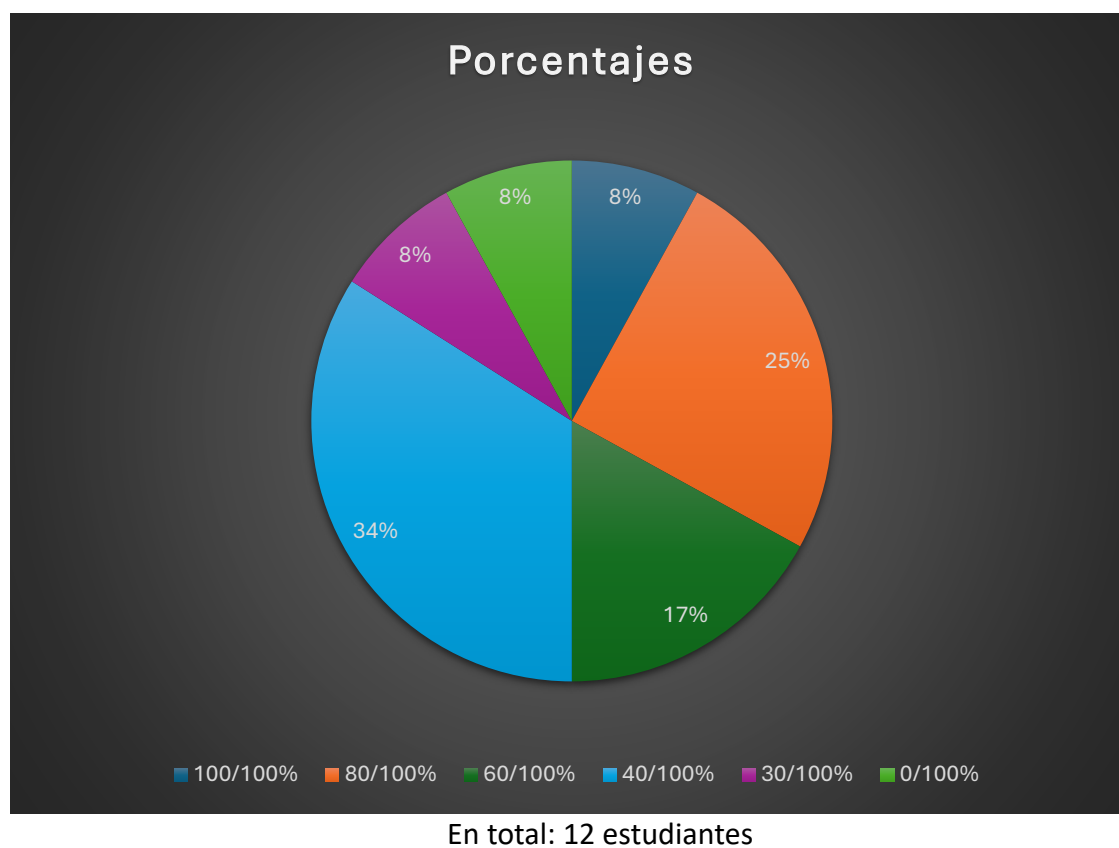
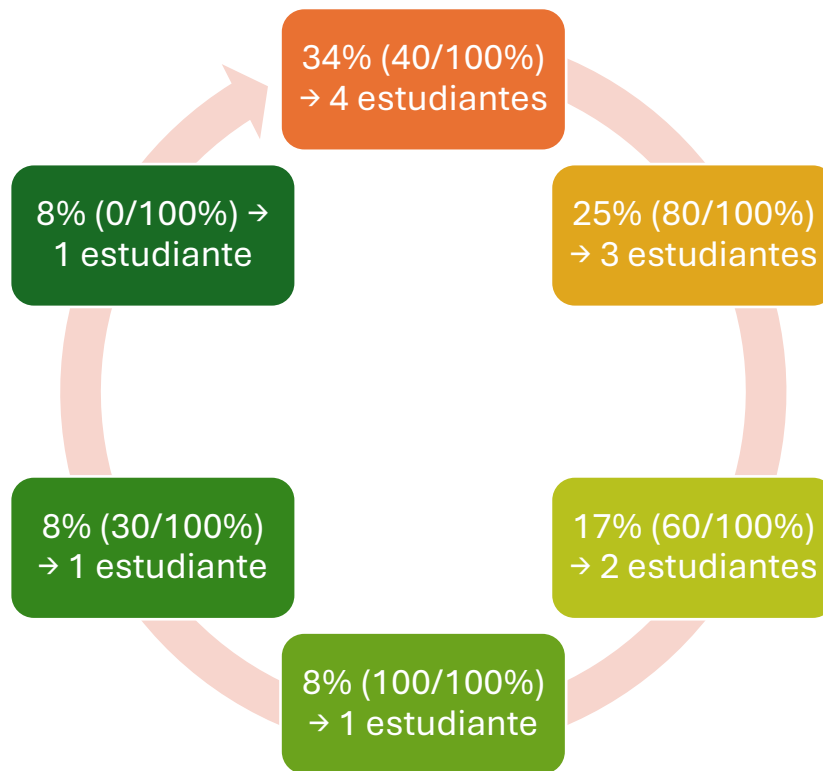


Figura 13.

Total de respuestas por estudiantes en porcentaje



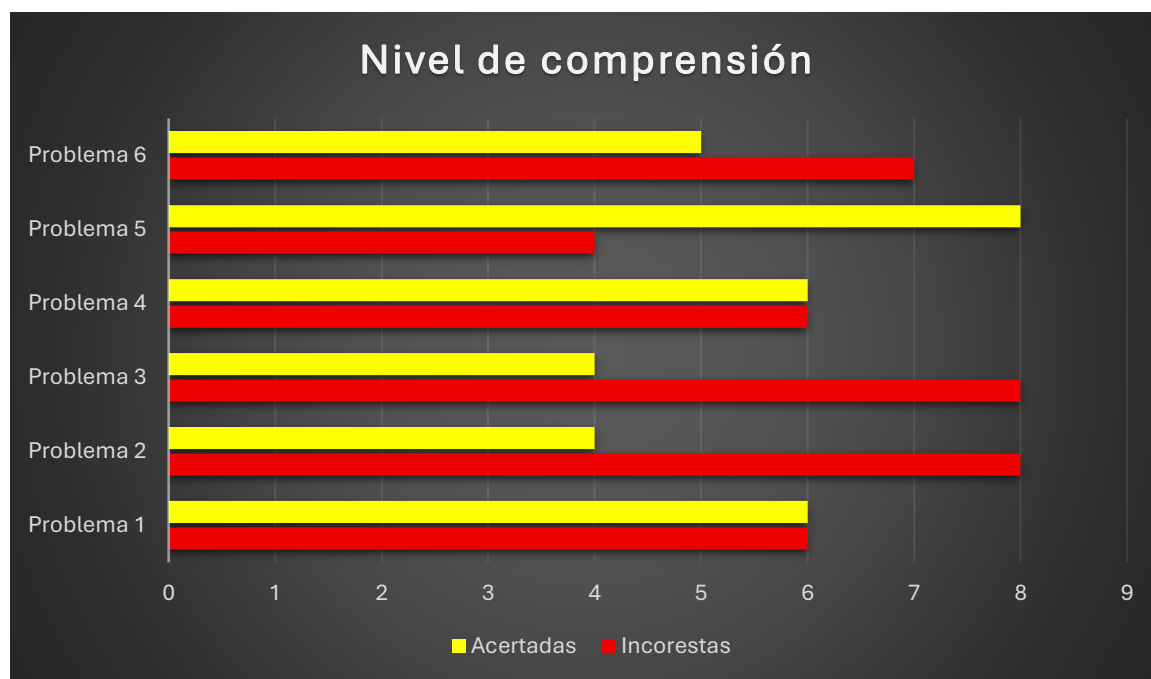
Estos resultados demuestran que el grupo presenta gran dispersión cognitiva, lo que es notorio en temas abstractos como el de Sistema de dos niveles, una de las principales causas, es el notorio nivel inicial de aprendizaje presente en uno de los grupos (34 %), ya que no lograron vincular los nuevos contenidos con conocimientos previamente adquiridos, como plantea Ausubel, el aprendizaje significativo ocurre cuando el individuo logra relacionar un material nuevo a partir de su relación con su aprendizaje anterior (Pulido, 2025).

A continuación, se presenta una figura que ilustra el desempeño de los estudiantes con los seis problemas planteados en la prueba estandarizada. En él se comparan los aciertos y errores obtenidos por cada estudiante en cada uno de los ítems. Esta representación permite observar con mayor claridad las diferencias en el nivel de

comprensión según el tipo de problema, así como identificar aquellos en los que hubo mayor dificultad o mayor número de respuestas correctas como incorrectas.

Figura 14.

Nivel de comprensión de los estudiantes en Prueba estandarizada



A través de esta representación gráfica se evidencia que algunos problemas alcanzaron un mayor porcentaje de aciertos, mientras que otros tuvieron una alta proporción de errores:

Tabla 11.

Porcentaje de aciertos en Prueba estandarizada

Problema	Aciertos (n/12)	% Aciertos	Modelo matemático accesible	Exigencia matemática	Lectura del desempeño	Implicación didáctica / “evolución” del modelo
1	6	50.00%	Matrices 2×2 y estados base $ 0\rangle$, $ 1\rangle$	Baja–media	Intermedio	Refuerza la comprensión física↔matricial y cambios de base antes

Problema	Aciertos (n/12)	% Aciertos	Modelo matemático accesible	Exigencia matemática	Lectura del desempeño	Implicación didáctica / “evolución” del modelo
2	8	66.70%	Operadores de Pauli (σ_x, σ_z) como casos prototipo	Media	Bueno	de formalismo completo. Mantener enfoque con ejemplos prototipo y tableros de verdad cuánticos para consolidar intuición.
3	8	66.70%	Dinámica con Hamiltoniano 2x2 simple (diagonal)	Media	Bueno	Introducir paulatinamente términos fuera de la diagonal para conectar con acoplamientos.
4	6	50.00%	Notación bra-ket y proyecciones	Media	Intermedio	Más ejercicios guiados de proyección/medición antes de problemas mixtos.
5	4	33.30%	Término de acoplamiento y oscilaciones tipo Rabi	Media–alta	Bajo	Secuenciar: primero casos sin acoplamiento → luego acoplamiento débil → problemas de Rabi con apoyo gráfico.
6	7	58.30%	Ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo en subespacio de 2 niveles	Media–alta	Intermedio– bueno	Usar simulaciones/diagramas de evolución temporal para afianzar transición de lo concreto a lo abstracto.

Los patrones de acierto muestran que, cuando la evolución de sistemas de dos niveles se aborda con modelos accesibles (matrices 2x2, operadores prototipo y Hamiltonianos simplificados), el rendimiento mejora (problemas 2 y 3 $\geq 66.7\%$), mientras que al introducir acoplamientos y dinámica temporal completa (problema 5) desciende al 33.3 %. Esto evidencia que una progresión didáctica de casos prototipo a interacciones acopladas facilita comprender la evolución de estos sistemas en el tiempo y cumple el objetivo planteado.

Este resultado, concuerda con lo que mencionaban Torrez et al., (2024) que es importante revisar e incorporar ejercicios de menor complejidad relacionados con la materia para ayudar al estudiante a comprender y resolver problemas más complejos, es decir, ir de lo simple a lo más incomprensible para que al menos tengan una base sólida y así poder aplicarlo de forma eficiente.

Tabla 12.

Análisis didáctico de resultados de la prueba estandarizada

Tipo de problema	Porcentaje de aciertos en los problemas	Análisis didáctico
Identificar los estados base y matrices 2x2 simple	50%	Los estudiantes reconocen las formas básicas, pero confunden la notación y la interpretación algebraica.
Operadores de Pauli, y Hamiltonianos simples	65%	Muestran habilidad para operar y reconocer patrones de simetría con facilidad.
Relaciones algebraicas, y productos matriciales	58%	Estos entran en el nivel intermedio con dominio procedimental, pero con debilidad en el significado físico
Ítems abstractos de tiempo de transición y qubits de computación	42%	Reflejándose mayor dificultad y carencia en la comprensión de conceptos abstractos y su formalismo.

Los resultados de problemas complejos (como 5 y 6) muestran que la parte más difícil es cuando el contenido pasa de lo operativo algebraico, como la manipulación de expresiones, a niveles más altos de abstracción, donde se necesita para entender las estructuras, propiedades generales o razonamiento formal sin apoyo concreto. El álgebra ya es una forma de abstracción, pero los estudiantes no lo ven de esa manera, y tienen más dificultades cuando tienen que pensar más abstracta o estructuralmente. Esto concuerda con la investigación de Pauletich (2025), donde menciona que se entenderá por secuencia

didáctica a la organización de las actividades de aprendizaje que se realizaran con los alumnos, y para los alumnos, con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un aprendizaje significativo. Lo que refuerza que es necesario implementar un modelo teórico para el aprendizaje y el desarrollo de los estuantes cuando se trate de problemas complejos relacionados con la Mecánica Cuántica.

Tomando en cuenta el análisis de resultado mostrado anteriormente donde se puede apreciar el nivel de complejidad en los últimos problemas, se refuerza la idea central del objetivo, ya que los estudiantes aun no logran caracterizar completamente los sistemas de dos niveles porque dominan la parte algebraica elemental, pero fallan al integrar esa base con aspectos físicos y conceptuales del modelo cuántico. Este trabajo examina actividades experimentales que buscan apoyar la enseñanza-aprendizaje de los fundamentos básicos de la Mecánica Cuántica. Se relaciona con utilizar recursos didácticos accesibles, lo cual te ayuda a mostrar concordancia con tus hallazgos.

Esto coincide con la investigación de Pauletich (2025) revela que las personas no están demasiado altas de las cosas cuánticas cuando recién comienzan. El estudio de Pérez (2011) señala lo complicado que es lidiar con las cosas abstractas en la Mecánica Cuántica, por lo que el estudiante no logró responder con eficiencia las preguntas que necesitaban un poco más de Matemática y pensamientos formales.

Tabla 13.

Comprobación de hipótesis Prueba estandarizada

	Hipótesis nula	Prueba	Sig.	Decisión
1	Las categorías de clasificación se producen con probabilidades iguales.	Prueba de chi-cuadrado para una muestra.	.914	Retener la hipótesis nula.
2	Las categorías de un sistema cuántico de dos niveles tienen un Hamiltoniano representado por una matriz 2×2 con ceros en			

	Hipótesis nula	Prueba	Sig.	Decisión
	la diagonal y el parámetro Ω afuera de la diagonal, se da como $\Omega=0.2$ rad/s. Se pide calcular la separación de energía entre los autoestados del sistema en donde se producen con probabilidades iguales.	Prueba de chi-cuadrado para una muestra.	.012	Rechazar la hipótesis nula.
3	Las categorías de 2) Si en el problema anterior se duplica el valor de Ω , ¿Cómo cambia la probabilidad de transición del estado inicial $ 0\rangle$ al estado $ 1\rangle$ cuando el tiempo es igual a 5 segundos? se producen con probabilidades iguales.	Prueba de chi-cuadrado para una muestra.	.003	Rechazar la hipótesis nula.
4	La categoría 3) Un sistema de dos niveles tiene el Hamiltoniano dado por una matriz 2×2 con ceros en la diagonal y 0.1 en las entradas fuera de la diagonal. Se toma $\hbar = 1$. ¿Cuál es el primer instante en que la probabilidad de encontrar el sistema en $ 1\rangle$ es máxima? Se producen con probabilidades.	Prueba de chi-cuadrado para una muestra.	.003	Rechazar la hipótesis nula.
5	Las categorías 4) En resonancia magnética nuclear (RMN), el tiempo para que un espín pase por primera vez al estado $ 1\rangle$ depende de: se produce	Prueba de chi-cuadrado para una muestra.	.001	Rechazar la hipótesis nula.

	Hipótesis nula	Prueba	Sig.	Decisión
	con probabilidades iguales.			
6	5) (Uso de notación de Dirac) Considera el estado inicial $\psi(0)\rangle = 0\rangle$. Después de un tiempo t, la función de onda puede escribirse como una superposición: $\psi(t) = a(t) 0\rangle + b(t) 1\rangle.$ ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la probabilidad de e. se producen con probabilidades iguales?	Prueba de chi-cuadrado para una muestra.	.002	Rechazar la hipótesis nula.
7	Las categorías de 6) Los sistemas de dos niveles son equivalentes a un qubit, que es la unidad básica de información en computación cuántica. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta? Se produce con probabilidades iguales.	Prueba de chi-cuadrado para una muestra.	.001	Rechazar la hipótesis nula.

Los resultados mostraron que, cuando se mantuvo la hipótesis nula (H_0), especialmente en ítems sobre estados base y operaciones elementales, las respuestas fueron las mismas que se esperaba por casualidad, sin grandes diferencias entre los participantes. Esto indica que los estudiantes tienen una comprensión superficial o poco diferenciada de conceptos algebraicos básicos, lo que dificulta la caracterización formal del sistema de dos niveles.

En los casos en los que no se rechazó la hipótesis nula (se aceptó la hipótesis alterna), especialmente en las preguntas sobre operadores de Pauli, hamiltonianos simples y relaciones matriciales 2×2 , los participantes tuvieron una mejor comprensión de los conceptos. Los estudiantes pudieron ver cómo funciona el álgebra y cómo las diferentes cosas se afectan entre sí, pero no siempre de la misma manera. La oración significa que diferentes personas tienen diferentes maneras de entender el tema y que algunas partes (como cómo usar los símbolos y cómo cambiar de un estado a otro) necesitan una enseñanza más clara y organizada.

Por lo tanto, se confirma que las dificultades de los estudiantes no son aleatorias, sino sistemáticas. Los resultados concuerdan con lo dicho por Pérez (2011) y Hernández y Herrera (2023) quienes muestran que para comprender los sistemas de dos niveles es necesario pasar del álgebra a una forma más comprensible de entender estos contenidos, sin descuidar su estructura.

De la misma manera, los resultados coinciden con lo dicho por Altamirano y Rivera (2024), quienes dijeron que se necesita implementar el uso de elementos visuales, ya sean simuladores o estrategias que permitan facilitar la interpretación de operadores y el sistema. De la misma forma, se concuerda con lo expuesto con Carvajal (2002), quien menciona que para diseñar un modelo teórico que cumpla con su función, debe contener elementos que faciliten la comprensión de a quién se lo están aplicando, en este caso sería en el nivel universitario.

En este orden de ideas, el modelo ayuda a los estudiantes a aprender sobre Mecánica Cuántica comenzando con matrices simples y pasando a conceptos más complejos. Este se basa en los resultados de los pasos intermedios y los diferentes niveles de apoyo al desempeño. El modelo es útil para la enseñanza de la física cuántica. La prueba muestra que necesitamos enseñar sistemas de dos niveles de una manera que conecte las matemáticas con el mundo real.

Los resultados obtenidos dan salida al objetivo específico número 1 de esta investigación referente a los sistemas de dos niveles, los cuales constituyen una vía

adecuada para introducir a los estudiantes en la mecánica cuántica, siempre que se presenten mediante estrategias flexibles y recursos pedagógicos que permitan una mejor apropiación del conocimiento en sí. Por lo tanto, el análisis permitió demostrar que la evolución de los sistemas de dos niveles, mediante modelos matemáticos accesibles, se integra una vía efectiva para facilitar la transformación del estudiante hacia conceptos más abstractos de la mecánica cuántica.

Revelan que los mayores niveles de acierto se dan precisamente en los problemas donde se aplicaron modelos simplificados, confirmando así la pertinencia del objetivo de investigación, al evidenciar una necesidad de un modelo teórico que ayude a mejorar la comprensión de los sistemas de dos niveles desde un enfoque didáctico y aplicado.

11.2 Evolución de los sistemas de dos niveles utilizando modelos matemáticos accesibles

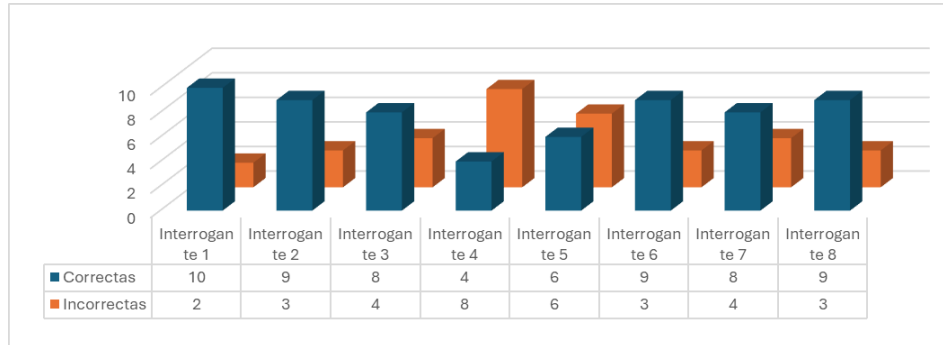
Para dar salida al segundo objetivo específico se aplicó un cuestionario basado en sistemas de dos niveles a estudiantes de la carrera de Física-Matemática. Desarrollado en 7 ítems de selección múltiple. La figura 15, muestra los resultados generales obtenidos en el cuestionario:

En relación con el cuestionario aplicado, se obtuvo un total de 12 respuestas, de las cuales el 66 % de los estudiantes alcanzaron la respuesta correcta, mientras que el 34 % restante eligieron las incorrectas. Cabe recalcar, que estas preguntas estaban basadas en conceptos y modelos matemáticos básicos de los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica, con el fin de conocer la evolución de los mismos en los conocimientos de los estudiantes.

Se percibe que los estudiantes muestran un rendimiento aceptable, ya que alcanzaron una nota igual o mayor a 60 puntos siendo superior al 50 %, lo cual indica que la mayoría lograron comprender tanto los conceptos básicos como las representaciones de mecánica cuántica. No obstante, cerca de un 40 % obtuvieron notas bajas indicando que una parte de los estudiantes presentan dificultades para comprender estos conceptos básicos.

Figura 15.

Resultados del cuestionario

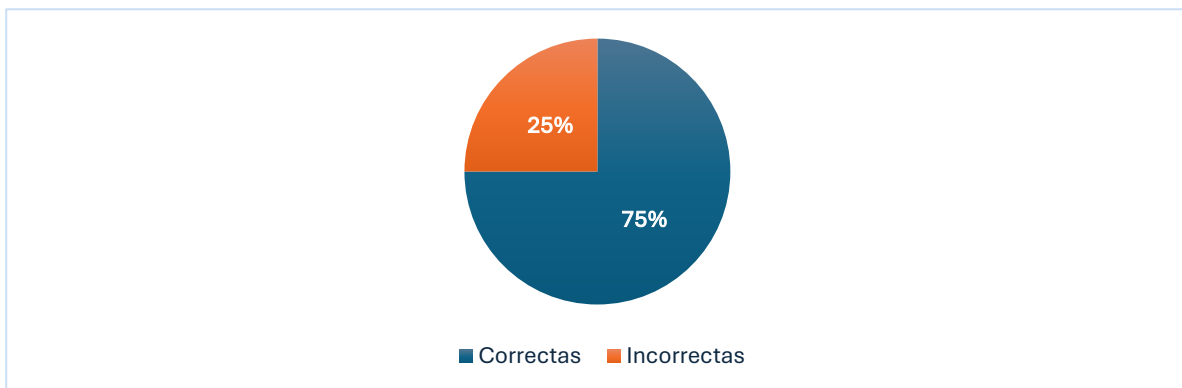


Estos resultados se relacionan con lo planteado por Hernández y Herrera (2023), quienes señalan que la comprensión de los contenidos científicos depende del desarrollo de procesos de enseñanza que integren los aspectos conceptuales y procedimentales de forma equilibrada. Según estos autores, cuando los estudiantes no logran consolidar las bases conceptuales, se generan dificultades al momento de aplicar los conocimientos a situaciones más complejas.

Los resultados del cuestionario evidencian que, si bien la mayoría alcanzó un nivel de rendimiento aceptable en los conceptos básicos y representaciones de la Mecánica Cuántica, aún persisten limitaciones en un grupo de estudiantes, lo que refleja la necesidad de fortalecer la enseñanza de los fundamentos teóricos antes de avanzar hacia niveles de

Figura 16.

Utilidad de la notación de Dirac

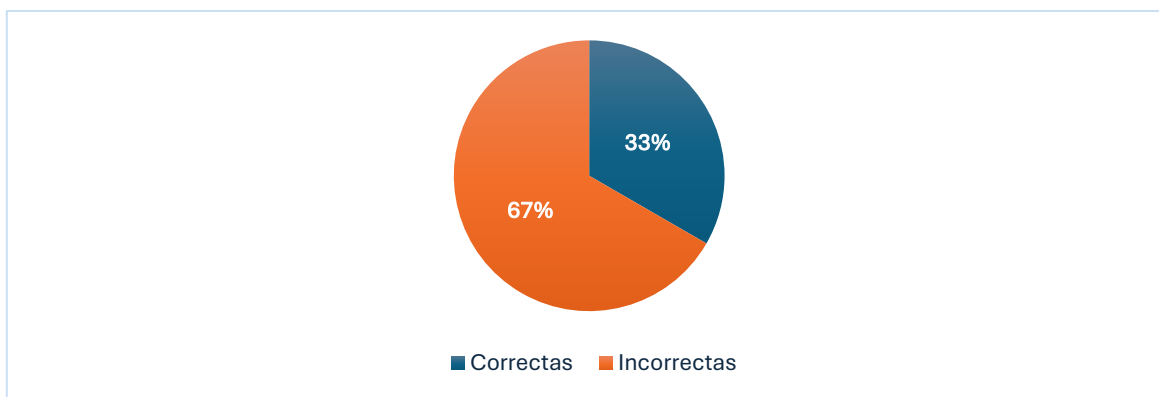


En la figura se puede observar que un 75 % de los estudiantes respondió correctamente el ítem relacionado con la notación de Dirac, lo que refleja un adecuado dominio de las representaciones simbólicas básicas en Mecánica Cuántica. Este resultado confirma que los estudiantes logran mayor comprensión cuando se trabaja con herramientas conceptuales accesibles y con una fuerte carga representacional.

Como se puede observar esta figura muestra que únicamente un 33 % de los estudiantes respondió de manera correcta el ítem asociado a la constante reducida de Planck ($\hbar$), mientras que la mayoría se equivocó. Esto evidencia que los formalismos matemáticos más abstractos continúan representando una barrera de aprendizaje, ya que requieren un nivel de comprensión algebraica y física que aún no se consolida en todos los estudiantes.

Figura 17.

Representación de la constante reducida de Planck



En los ítems que evaluaban el reconocimiento de los estados base y la notación de Dirac, los porcentajes de acierto superaron el 65 %, llegando incluso al 75 % en el caso de la representación de Dirac. Esto refleja que los estudiantes comprenden de manera adecuada las bases simbólicas y operacionales más elementales; En cambio, cuando se requirió interpretar elementos de mayor abstracción algebraica como la constante reducida de Planck o la dimensión del espacio de Hilbert los aciertos descendieron al 33 % y 58 %, respectivamente. Estos ítems ponen en evidencia que la transición del nivel conceptual al formal-matemático aún no se logra consolidar en todos los estudiantes.

Esto se relaciona con lo expuesto por Pérez (2011) quien destacó que los sistemas de dos niveles son altamente abstractos y que la complejidad algebraica dificulta la comprensión en los estudiantes. Esto se refleja en los bajos porcentajes de aciertos obtenidos en los ítems vinculados a la constante reducida de Planck y al espacio de Hilbert, la primera, al ser una constante física abstracta y esencial en las ecuaciones cuánticas, suele ser percibida como un mero símbolo matemático sin conexión con fenómenos concretos; mientras que el segundo exige comprender la representación de estados en un espacio vectorial complejo de dimensión infinita, lo cual supera la intuición clásica que poseen los estudiantes.

No obstante, la marcada dificultad frente a la interpretación de constantes físicas y espacios matemáticos evidencia que aún se mantiene una brecha entre la asimilación conceptual y la formalización matemática, algo común en la enseñanza de la Física avanzada, Esta limitación justifica la necesidad de diseñar estrategias pedagógicas diferenciadas, que permitan fortalecer el pensamiento abstracto sin descuidar la comprensión conceptual básica.

Con el fin de comprender la distribución de los datos obtenidos, se elaboró una tabla de frecuencias que permite observar el comportamiento general de los valores registrados.

Datos obtenidos del cuestionario:

15;20;45;45;60;60;75;75;90;100;100;100

Tabla 14.

Medidas de Tendencia Central, Cuestionario

Valor (x_i)	Frecuencia absoluta (f_i)	Frecuencia acumulada (F_i)	Frecuencia relativa (f_i/n)	Frecuencia relativa acumulada	Frecuencia relativa(%)
15	1	1	0.0833	0.0833	8.33%
20	1	2	0.0833	0.1666	8.33%
45	2	4	0.1666	0.3332	16.66%

Valor (x_i)	Frecuencia absoluta (f_i)	Frecuencia acumulada (F_i)	Frecuencia relativa (f_i/n)	Frecuencia relativa acumulada	Frecuencia relativa(%)
60	2	6	0.1666	0.4998	16.66%
75	2	8	0.1666	0.6664	16.66%
90	1	9	0.0833	0.7497	8.33%
100	3	12	0.25	1	25%
Total:	12	-	1	-	100%

Para describir el valor representativo del conjunto de datos, se calcularon las medidas de tendencia central: media, mediana y moda, así como también las medidas de dispersión: rango, varianza y desviación estándar, con el fin de profundizar el comportamiento de los resultados.

Medidas de tendencia central:

- **Media:** El promedio los estudiantes en el cuestionario fue de 65.41, el cual en el modelo por competencia que se aplica en la UNAN-Managua/CUR-Estelí, esto equivale a 3.27.

$$X = \frac{\sum Xi}{N} \quad (38)$$

(39)

$$X = \frac{785}{12} = 65.41$$

$$X: \frac{65.41}{20} = 3.27 \quad (40)$$

- **Mediana:** Es el valor central de los datos obtenidos, al ordenar los datos de menor a mayor el valor central de encuentra el 60 y 75, al ser los resultados (n par) la mediana se obtuvo sumando los dos números centrales y dividiéndose entre 2. Obteniendo una mediana de 67.5, este resultado indica que la mitad de los estudiantes obtuvo calificaciones iguales o inferiores a este valor, mientras que la otra mitad lo superó.

$$Mediana = \frac{60 + 75}{2} = \frac{135}{2} = 67.5 \quad (41)$$

- **Moda:** La moda obtenida fue 100, ya que este valor se repite con mayor frecuencia; específicamente, 3 estudiantes alcanzaron esta calificación. No obstante, se observa que la mayoría de los estudiantes se encuentra en niveles de desempeño inferiores, lo que indica una concentración de calificaciones por debajo de la moda las cuales fueron (60, 75, 90, 45, 15, 20).

$$Moda = 100$$

Medidas de dispersión

- **Rango:** El rango que se obtuvo fue de 85 lo que indica una amplia diferencia entre el valor mínimo y el máximo. Esto indica que existe una amplia dispersión en los resultados, evidenciando que mientras algunos estudiantes alcanzaron niveles sobresalientes, otros se situaron en niveles mucho más bajos.

$$R = X_{\text{máx}} - X_{\text{mín}} = 100 - 15 = 85 \quad (42)$$

- **Varianza:** La varianza obtenida fue de 897.53, lo cual confirma la gran diversidad en las calificaciones de los estudiantes, ya observada al analizar el rango. Un valor elevado de la varianza indica que las puntuaciones están considerablemente dispersas y alejadas del promedio de 65.41, evidenciando que el rendimiento del grupo presenta marcadas diferencias entre los estudiantes.

$$s^2 = \frac{\sum fi(Xi - X)^2}{n - 1} \quad (43)$$

Al sustituir los valores se obtiene:

$$s^2 = 1(15 - 65.41)^2 + 1(20 - 65.41)^2 + \quad (44)$$

$$\begin{aligned} & 2(45 - 65.41)^2 + 2(60 - 65.41)^2 = \\ & + 2(75 - 65.41)^2 + 1(90 - 65.41)^2 \quad (45) \\ & + 3(100 - 65.41)^2 \\ & = 9872.9172 \end{aligned}$$

$$s^2 = \frac{9872.9172}{11} = 897.53 \quad (46)$$

Desviación estándar: El valor de 29.95 confirma que las puntuaciones individuales de los estudiantes, en promedio, se separan por casi 30 puntos de la media del grupo (65.41).

$$s^2 = s = \sqrt{897.53} = 29.95 \quad (47)$$

El análisis estadístico revela que el grupo de estudiantes presenta un rendimiento académico altamente disperso, con una media aceptable, pero con diferencias notables en las calificaciones. Mientras algunos estudiantes alcanzan niveles sobresalientes, la mayoría se sitúa por debajo del promedio, evidenciando dificultades significativas en el desempeño.

Estos resultados tienen una estrecha relación con lo planteado por Altamirano y Rivera (2024), quienes sostienen que la comprensión de los conceptos cuánticos mejora significativamente cuando se incorporan recursos interactivos y representaciones visuales que reduzcan la carga de abstracción matemática. Según estos autores, el aprendizaje de la Mecánica Cuántica debe apoyarse en medios tecnológicos que permitan al estudiante visualizar y explorar de manera concreta los fenómenos, favoreciendo así una asimilación más profunda y significativa del conocimiento.

Esta situación resalta la necesidad de implementar el modelo teórico propuesto, con el propósito de promover la nivelación del aprendizaje, fortalecer las competencias de todos los estudiantes y reducir la brecha de desempeño dentro del grupo.

11.3 Modelo Teórico para el sistema cuántico de dos niveles

Para este objetivo se aplicaron dos instrumentos: encuesta dirigida a estudiantes y una guía de validación por juicio de expertos, con el fin de poder tomar en cuenta ambas percepciones. De este modo, se tendrá la visión clara acerca del modelo teórico a proponer y se conocerá si su impacto será positivo o no en el aprendizaje de dos niveles en Mecánica cuántica.

H_{03} : El modelo teórico propuesto no es considerado pertinente ni factible para mejorar el aprendizaje de sistemas de dos niveles según el juicio de expertos.

H_{13} : El modelo teórico propuesto es considerado pertinente y factible para mejorar el aprendizaje de sistemas de dos niveles según el juicio de expertos.

La encuesta dirigida a estudiantes de V año de la carrera de Física-Matemática, estuvo constituida por 8 ítems de selección múltiple, su intención principal era conocer la percepción de los estudiantes, tanto de sus conocimientos sobre sistemas de dos niveles, así como el impacto de un modelo teórico sobre los mismos, es decir, se creían que una estrategia de esta gama tendría alguna importancia en su proceso de profesionalización. A partir de esta encuesta se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 15.

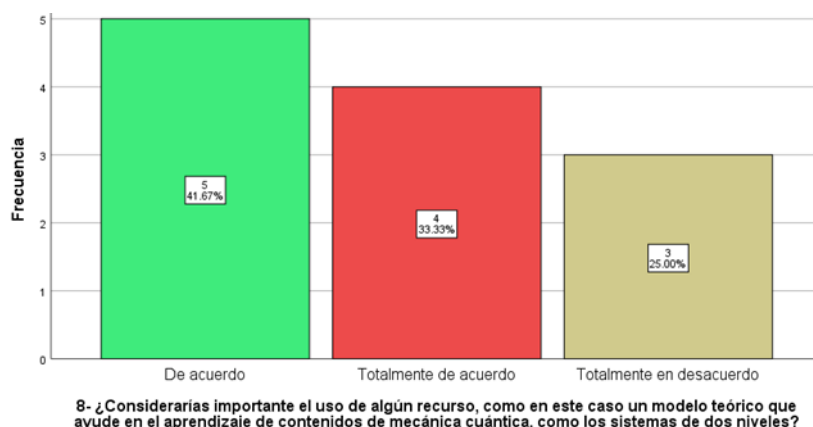
Frecuencia de resultados de Encuesta

Categoría de respuesta	Frecuencia total (f)	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	5	41.6 %
Totalmente en desacuerdo	4	33 %
De acuerdo	12	100 %
En desacuerdo	3	25 %
Frecuentemente	11	91.6 %
Rara vez	7	58 %
Siempre	3	25 %

Los resultados obtenidos, muestran una predominación positiva con respecto a la percepción de los estudiantes acerca de sus conocimientos sobre Sistemas de dos niveles y los modelos teóricos que se pueden aplicar en estos, se observa que el 100 % manifestaron estar de acuerdo con las preguntas planteadas, siendo el 41.6 % los que están totalmente de acuerdo con las ideas propuestas. Este resultado refleja la aceptación de los estudiantes ante la propuesta de aplicación de modelos que faciliten la comprensión de contenidos relacionados con la Mecánica Cuántica.

Figura 18.

Importancia del uso de recursos



Se observa una correspondencia con lo expresado por Hernández et al. (2021), quienes manifestaron que el 86% de estudiantes manifestaron estar de acuerdo con el desarrollo del modelo aplicado, lo que evidenció la importancia y necesidad de que el docente implemente mecanismos didácticos para el desarrollo de contenidos y su interacción.

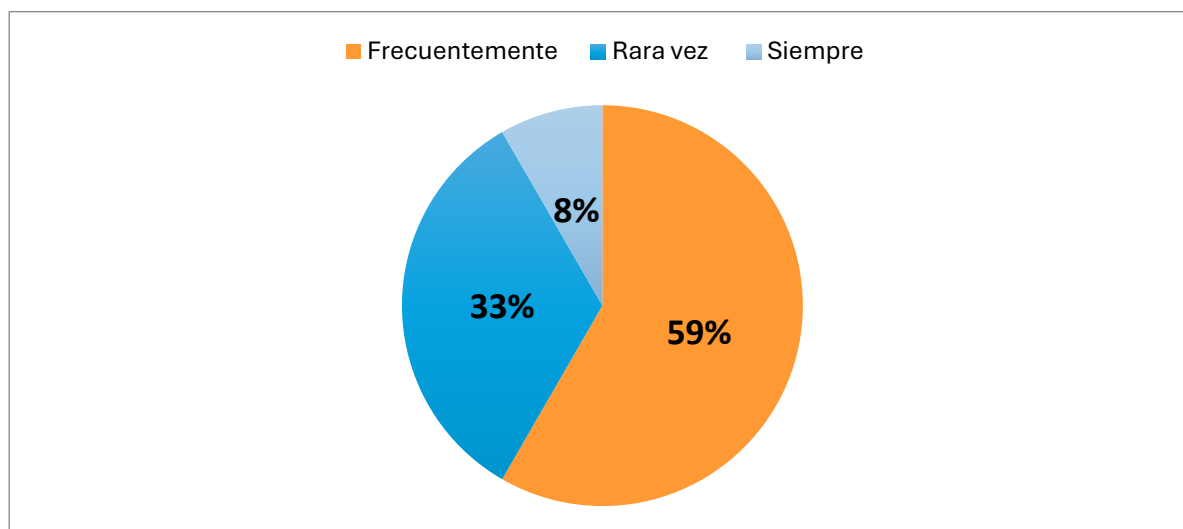
Sin embargo, se logra observar que 25 % de los estudiantes están totalmente en desacuerdo con que se les brinde un modelo teórico; bajo una percepción estudiantil, el uso de nuevas estrategias suele dar una impresión que será aburrida o difícil, esto suele desmotivar a los estudiantes quienes muchas veces mejor se apegan a lo tradicional. Este resultado concuerda con el mismo de Hernández et al. (2021), quienes encontraron que el 17 % de estudiantes no estaban de acuerdo con la aplicación de nuevas metodologías y sugieren que el docente debe buscar la forma de motivar a los que se muestran indiferentes ante estos entornos.

Posteriormente, en la categoría de frecuentemente, se hace referencia a la complejidad de la Mecánica Cuántica y los Sistemas de dos niveles, siendo el 91.6% los que eligieron la misma, del cual el 59 % específicamente hacía mención sobre la Mecánica, evidenciando que la mayoría de los estudiantes reconocen su dificultad para poder comprender e interpretar los contenidos que abarca esta rama. Este resultado concuerda con lo expresado por Torrez et al. (2024), quienes mencionaron que solo el 70 % de su

muestra logró identificar operadores principales de la ecuación de Schrödinger y sugieren buscar ejercicios de menor complejidad relacionados con la materia.

Figura 19.

Percepción de la Mecánica Cuántica



Se aplicó una guía de validación por juicio de expertos, basada en una escala Likert 1-5 y constituida con 6 criterios. Esta fue aplicada a un experto, que es el único maestro que ha impartido Física Cuántica en el modelo por competencia; de la cual se encontró los siguientes resultados:

Basado en los seis criterios establecidos (Claridad, coherencia, pertinencia, viabilidad, relevancia y proyección), según la escala se encontró un total de 4.8 puntos, lo que refleja una aceptación positiva por parte del docente sobre la propuesta de una estrategia como es el modelo teórico para impartir contenidos de física.

Estos resultados son correspondientes con lo que expresado por Vigo (2018), quien recalca la importancia que tenían los modelos para la interpretación de las variables de fenómenos en estudio, facilitando la comprensión de conceptos, teorías y resultados reales. El experto expreso que se presentaba un modelo teórico bien organizado y fundamentado, lo que recae a lo que mencionaba Vigo (2018), sobre el propósito de los modelos: ayudar a

explicar, entender y mejorar un sistema; esto se logra cuando la estrategia propuesta cumple con la función de ser una guía estructurada y comprensible.

Por otro lado, investigaciones como Hernández et al. (2021) y Hernández y Herrera (2023) subrayan la importancia de las metodologías activas y los modelos didácticos organizados, que se respalda con la prueba al verificar que los estudiantes lograron mejores resultados en preguntas acompañadas de ejemplos o explicaciones estructuradas. Además, los estudios de Altamirano y Rivera (2024) y Torrez et al. (2024) muestran que el uso de recursos interactivos, simuladores y actividades centrados en los operadores matemáticos favorece la comprensión, que coincide con los más altos éxitos de los estudiantes en los artículos relacionados con las aplicaciones hamiltonianas y prácticas.

Una vez expuestos los resultados presentados por el experto, se procede a calcular las medidas de tendencia central, con el fin de sintetizar la información recopilada y ofrecer una perspectiva estadística que refuerce el análisis realizado previamente:

Resultados encontrados en la guía de validación:

4; 5; 5; 5; 5; 5

Medidas de tendencia central

Media: Es el promedio de todos los datos divididos entre el número de datos.

$$X = \frac{\sum Xi}{N} \quad (48)$$

$$X = \frac{29}{6} = 4.83 \quad (49)$$

Mediana: Al ser los resultados (n par) la mediana será la suma de los dos términos centrales dividido entre 2.

$$Mediana = \frac{5 + 5}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad (50)$$

Moda: El valor que más se repite en los resultados obtenidos.

$$Moda = 5$$

Rango:

$$R = X_{max} - X_{min} = 5 - 4 = 1 \quad (51)$$

Varianza

$$s^2 = \frac{\sum f_i(X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} s^2 &= 1(4 - 4.83)^2 + 5(5 - 4.83)^2 \\ &= 0.8334 \end{aligned} \quad (53)$$

$$s^2 = \frac{0.8334}{6 - 1} = \frac{0.8334}{5} = 0.16668 \quad (54)$$

Desviación estándar

$$s^2 = 0.16668 \quad (55)$$

$$s = \sqrt{0.16668} = 0.4082 \quad (56)$$

Esta estadística basada en la validación de un experto, muestra una valoración altamente positiva. La mediana de 4.83 y la moda de 5, indican que el modelo fue considerado altamente adecuado. Esto permite afirmar la hipótesis alterna, ya que se considera pertinente y factible para mejorar el aprendizaje de sistemas de dos niveles según el juicio de expertos.



**UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA**

UNAN-MANAGUA

Centro Universitario Regional de Estelí

(CUR-Estelí)

PROPUESTA METODOLÓGICA

**Modelo Teórico para el aprendizaje de Sistema de dos Niveles en
Mecánica Cuántica**

V año de la Carrera Física-Matemática

Autores:

José Alfredo Garmendia Tercero
Cristell Dayana González González
Aner Yuniel Martínez Garmendia

Tutor:

Dr. Clifford Jerry Herrera Castrillo

23, Noviembre 2025

11.4 Propuesta de Modelo Teórico

INTRODUCCIÓN

García (2010) menciona que: “En el contexto educativo, los modelos son los que permiten identificar los elementos clave que requieren ser estudiados en un sistema, incluyendo las relaciones teóricas entre los componentes, permitiendo distinguir áreas en las que es necesario intervenir”. Se considera a un modelo como una esquematización que abarque lo teórico con la interpretación del contenido a abordar en él, es decir, una guía mejorada que facilite la comprensión de quien lo utilice.

Un modelo se considera válido, cuando ajusta datos existentes y ofrece la posibilidad de predecir resultados adicionales. Es decir, que además de presentar datos ya establecidos, también posibilita mejorar la calidad de estos mismos, fortaleciendo su aprendizaje cuando están basados en un contexto universitario. El modelo es un buen instrumento porque no solo explica, no solo subsume datos ya conocidos; además, predice, y no hay límites matemáticos para sus predicciones. Después, parte de sus predicciones, aquellas que son accesibles técnicamente, se comprueban y se someten a prueba (Calvo, 2006).

La siguiente propuesta se basa en la presentación de un Modelo Teórico para el aprendizaje de los Sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica, este será utilizable en la carrera de Física-Matemática y en cualquier otra carrera que desarrolle contenidos de esta área de la Física. La intención es que funcione como herramienta práctica para mejorar la comprensión de este contenido.

Para la implementación del mismo, se plantearon los siguientes objetivos de aprendizaje:

- ✓ Fortalecer la comprensión de los modelos matemáticos abstractos, garantizando que la percepción del estudiante hacia ellos sea favorable para su desarrollo matemático y cognitivo.
- ✓ Promover un aprendizaje significativo sobre la comprensión conceptual de fenómenos físicos, específicamente cuánticos a través del desarrollo de habilidades prácticas aplicables en su contexto educativo.

- ✓ Propiciar la integración matemática y teórica en un modelo accesible, que mejore significativamente la interpretación física y matemática de los sistemas de dos niveles.

De igual modo, se emplean las siguientes competencias genéricas y específicas:

Competencias genéricas:

- ✓ Capacidad para comunicarse de manera oral y escrita en diferentes contextos de actuación.
- ✓ Capacidad de demostrar creatividad para hacer avanzar los diferentes ámbitos de actuación y campos de acción profesional donde se desempeña.

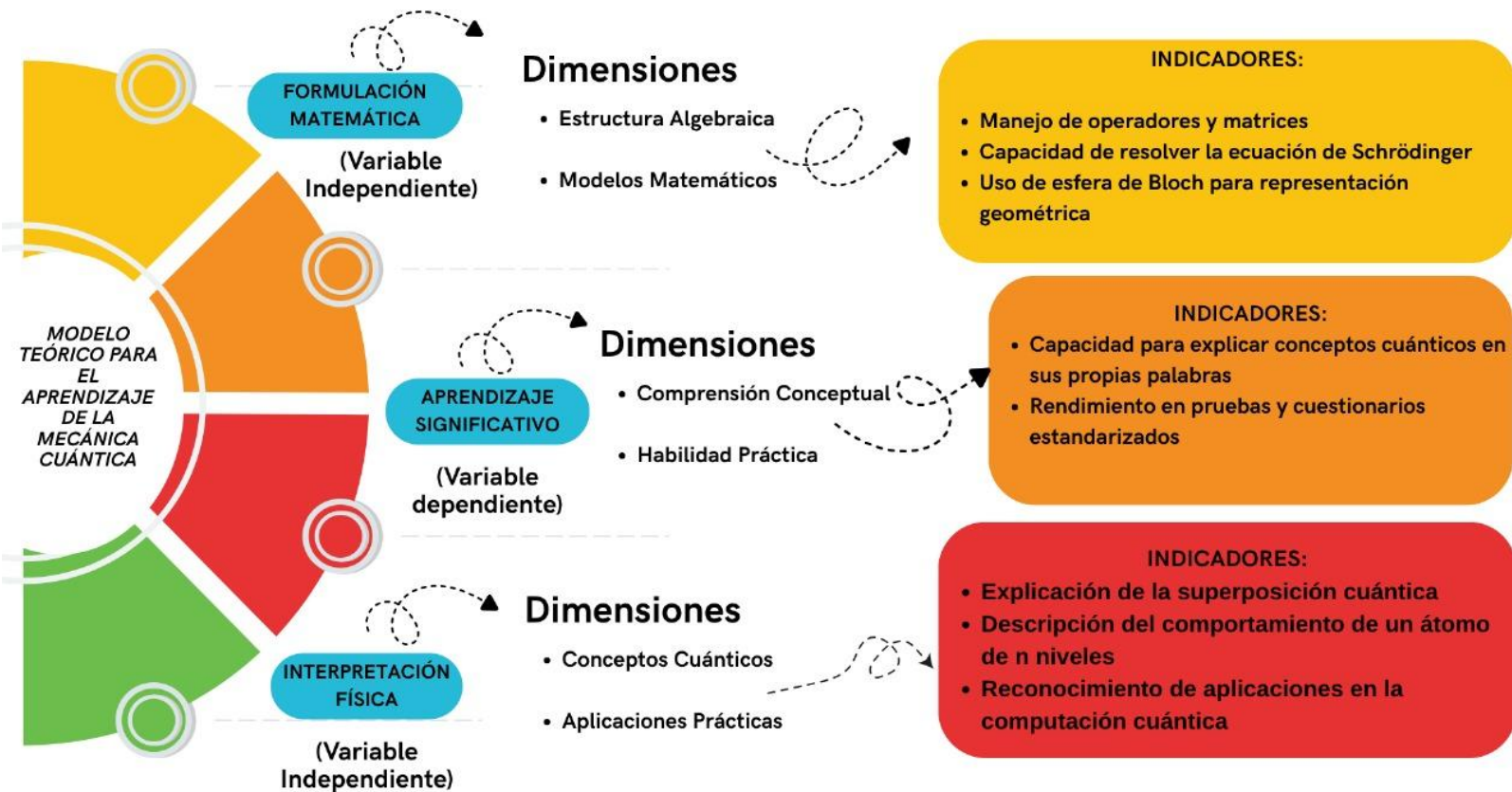
Competencias específicas:

- ✓ Capacidad de aplicar los fundamentos teóricos y prácticos de Física y Matemática, así como las teorías curriculares y enfoques pedagógicos, con estrategias metodológicas y recursos didácticos, en contextos de inclusividad educativa, para generar aprendizajes significativos y desarrollar actividades académicas en su quehacer docente.
- ✓ Capacidad de ejecutar trabajos prácticos experimentales de Física en la labor docente, mediante el manejo de materiales e instrumentos de laboratorio que permitan tener una visión práctica de la ciencia.

La siguiente figura, detalla en que se basa el Modelo, sus dimensiones e indicadores para su debido desarrollo:

Figura 20.

Modelo Teórico para Sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica



Etapas 1: Formulación matemática

Manejo de operadores y matrices:

El aprendizaje de la mecánica cuántica requiere que los estudiantes se familiaricen con un nuevo lenguaje matemático en el cual los operadores y las matrices tienen un papel fundamental. A diferencia de la Física clásica, donde las magnitudes observables se expresan como números o funciones directas, en la Física cuántica estas se representan mediante operadores lineales que actúan sobre los estados de un sistema dentro de un espacio de Hilbert. En este contexto, el uso de matrices constituye una herramienta práctica y accesible para que los estudiantes se inicien en el trabajo con operadores.

En la enseñanza, se comienza con ejemplos básicos de álgebra matricial suma, resta, producto y transposición, para luego introducir matrices con propiedades especiales. Entre ellas destacan las matrices hermitianas, que representan los observables físicos, y las matrices unitarias, encargadas de describir la evolución temporal y las transformaciones de los estados. Mediante ejercicios prácticos, el estudiante comprende que una matriz no es únicamente un arreglo numérico, sino una representación matemática de un operador que actúa sobre el estado de un sistema cuántico.

Ecuación:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Ejemplos:

1-La matriz σ_x actúa como el operador NOT en un qubit

- Si tenemos el estado base $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\sigma_x|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle$$

2-La matriz σ_y cambia el estado base e introduce un factor de fase imaginaria

- Aplicando sobre $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\sigma_y|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix} = i|1\rangle$$

3-La matriz σ_z invierte la fase del estado $|1\rangle$

- Aplicando sobre $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\sigma_z|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -|1\rangle$$

Ecuación de Schrödinger

La ecuación de Schrödinger constituye el eje central de la Mecánica Cuántica. Así como las leyes de Newton rigen el movimiento en la mecánica clásica, esta ecuación describe la evolución temporal de un estado cuántico. Su relevancia se debe a que permite determinar no solo los valores de energía posibles de un sistema, sino también la probabilidad de localizar una partícula en cierta región del espacio o en un estado específico.

Es importante señalar que la ecuación de Schrödinger no afirma que “la partícula está en tal lugar”, sino que indica cómo cambia en el tiempo la probabilidad de hallarla en diferentes estados. En este sentido, la ecuación es determinista en cuanto a la evolución de la función de onda, pero los resultados de una medición concreta siempre se manifiestan de forma probabilística.

Desde el punto de vista matemático, se trata de una ecuación en derivadas parciales dependiente tanto del espacio como del tiempo. Al igual que ocurre con las leyes de Newton, la ecuación de Schrödinger no posee una deducción a partir de principios más básicos; su validez se justifica en su consistencia con los resultados experimentales.

La ecuación de Schrödinger la dependiente, así como la independiente del tiempo son las siguientes:

Independiente del tiempo: Cabe recalcar que matemáticamente esta ecuación puede expresarse de dos formas:

La primera es:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x,t)}{dx^2} + U\Psi(x,t) = i\hbar \frac{d\Psi(x,t)}{dt}$$

Dónde:

- $\Psi(x, t)$: función de onda. Contiene toda la información del sistema cuántico. $\Psi(x, t)^2$ Su valor absoluto al cuadrado representa la densidad de probabilidad de encontrar la partícula en la posición en el tiempo.
- X : coordenada espacial (posición de la partícula).
- t : variable temporal.
- $\hbar$: constante de Planck reducida.
- m : masa de la partícula.
- dU : Potencial en función de la posición.
- i : unidad imaginaria

La segunda:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2 \Psi + V\Psi = i\hbar \frac{d\Psi}{dt}$$

Dónde:

- $\hbar$: Constante reducida de Planck
- i : *unidad imaginaria*
- Ψ : *Función de onda*
- $\frac{d\Psi}{dt}$: Derivada parcial de la función de onda con respecto al tiempo
- Δ^2 : *Operador laplaciano*
- m : *Masa de la partícula*
- v : *Energía potencial de la partícula*

Dependiente del tiempo:

$$i\hbar \frac{d\Psi(x, t)}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x, t)}{dx^2}$$

Ejemplo:

Verificar que la ecuación de Schrödinger es lineal en la función de onda $\Psi(x, t)$; es decir, que coincide con la suposición de linealidad 3.

Habrà de mostrarse que si $\gamma_1(x, t)$ y $\gamma_2(x, t)$ son dos soluciones a (5-22) para una $v(x, t)$ particular, entonces:

$$\gamma'(x, t) = c_1 \gamma'_1(x, t) + c_2 \gamma'_2(x, t)$$

Tambièn es una solución a esta ecuación, donde c_1 y c_2 son constantes de valor arbitrario, (5-22) igualada a 0 se tiene la ecuación de Schrödinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + V\Psi - i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = 0$$

A continuación, se comprueba la validez de la combinación lineal sustituyéndola en esta ecuación que supuestamente debe satisfacer. Se obtiene:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(c_1 \frac{d^2\Psi_1}{dx^2} + c_2 \frac{d^2\Psi_2}{dx^2} \right) + V(c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2) - i\hbar \left(c_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + c_2 \frac{d\Psi_2}{dt} \right) = 0$$

Que se puede reescribir como:

$$c_1 \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi_1}{dx^2} + V\Psi_1 - i\hbar \frac{d\Psi_1}{dt} \right] + c_2 \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi_2}{dx^2} + V\Psi_2 - i\hbar \frac{d\Psi_2}{dt} \right] = 0$$

Si realmente la combinación lineal es una solución a la ecuación de Schrödinger deberá satisfacerse la última igualdad. Esto es para todos los valores de c_1 y c_2 , ya que la ecuación de Schrödinger afirma que cada uno de los paréntesis será igual a cero puesto que, γ'_1 y γ'_2 son soluciones de la ecuación para la misma V . Un razonamiento sencillo convencerà al estudiante que este resultado esencial no se obtendría si la ecuación de Schrödinger contuviera algùn término que no fuera proporcional a la primera potencia de $\gamma'(x, t)$.

Uso de esfera de Bloch para representación geométrica

En mecánica cuántica, particularmente en los sistemas de dos niveles (o qubits dentro de la computación cuántica), resulta muy valioso contar con una representación geométrica de los estados además de la descripción mediante vectores o matrices. Para ello se emplea la esfera de Bloch, un modelo tridimensional que muestra todos los estados puros posibles de un sistema de dos niveles. Esta se concibe como una esfera de radio uno, en cuya superficie cada punto corresponde a un estado cuántico distinto. Gracias a esta visualización, los estudiantes pueden comprender conceptos como la superposición y las fases de manera más intuitiva, ya que los estados dejan de ser expresiones abstractas y se representan como puntos que pueden girar o desplazarse según las operaciones aplicadas.

Un aspecto clave de la esfera de Bloch es su utilidad para representar tanto la acción de puertas lógicas cuánticas en computación cuántica, así como la evolución temporal de un sistema de dos niveles descrito por un Hamiltoniano, como ocurre en los experimentos de resonancia magnética nuclear. En ambos casos, el estudio se centra en la acción de una matriz unitaria 2×2 , la cual puede descomponerse siempre en un producto de operadores de rotación.

Estos operadores de rotación se caracterizan por un eje y un ángulo de giro. Cuando actúan sobre un estado cuántico, la transformación se refleja en la esfera de Bloch como una rotación del punto correspondiente alrededor del eje indicado y con el ángulo especificado.

Ecuación:

$$|\Psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot |0\rangle + e^{i\phi} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot |1\rangle$$

Dónde:

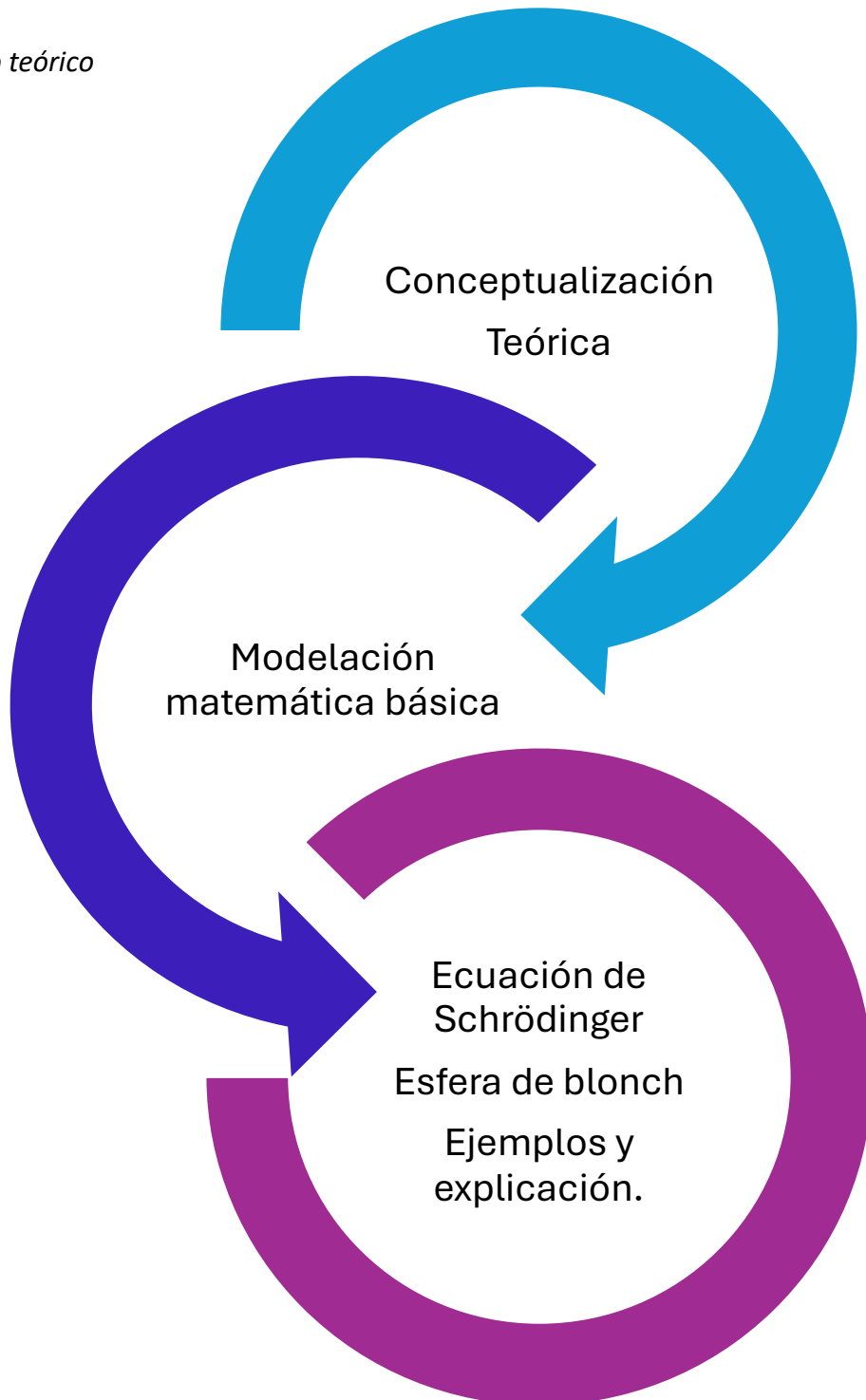
- $|0\rangle$ y $|1\rangle$: son los estados base computacionales (polos norte y sur de la esfera)
- Ψ : Estado cuántico general de un qubit
- $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$: coeficientes de probabilidad

- $e^{i.\phi}$: Factor complejo, representa como gira el estado entorno al eje Z de la esfera
- θ : Angulo theta

La siguiente figura, resume el proceso de la etapa 1:

Figura 21.

Etapa 1 del modelo teórico



Etapas 2: Aprendizaje significativo

Esta etapa se centra en dos dimensiones que son base para el desarrollo del modelo teórico: Comprensión conceptual y habilidad básica. Su función principal es ser un puente entre la formulación matemática y la interpretación física, con la intención de que la conceptualización sea de forma clara y concisa. De modo que el estudiante asimile de la mejor manera esta información.

Comprensión conceptual

Esta dimensión, se basa específicamente en el nivel de comprensión del estudiante en relación con la Mecánica Cuántica bajo sus propios niveles cognitivos. Al abordar los sistemas de dos niveles mediante un Modelo Teórico, la adaptabilidad a sus conocimientos será más accesible, demostrando su utilidad en el rendimiento académico.

Indicador: Capacidad para explicar conceptos cuánticos con sus propias palabras.

Habilidades prácticas

Se basa en la adquisición de los nuevos conocimientos, aplicándolos en posibles problemáticas aplicadas en el proceso de enseñanza de contenidos basados en la Mecánica Cuántica.

Se pretende que, a través del modelo teórico, el estudiante comprenda la resolución de ejercicios básicos, desarrollando de forma clara la parte abstracta con la interpretación física en sistemas de dos niveles y análisis de resultados numéricos.

Mientras la comprensión conceptual se basa en la explicación de conceptos, las habilidades prácticas abarcan a estos mismos en el aspecto aplicable, donde el estudiante debe operar lo aprendido para conseguir resultados verídicos. El desarrollo de estas habilidades no implica específicamente modelos matemáticos abstractos, sino también la toma correcta de decisiones y el razonamiento matemático para alcanzar los indicadores propuestos por el docente.

De este modo, un estudiante con las habilidades necesarias podrá alcanzar de forma objetiva un buen rendimiento académico; y, de igual manera obtener una interpretación referida al estado de fenómenos físicos.

La siguiente figura, muestra como está desarrollada la etapa 2:

Figura 22.

Etapa 2 del modelo teórico



Etapa 3: Interpretación física

En el contexto de la mecánica moderna o mecánica cuántica, la interpretación física representa un papel esencial para el aprendizaje significativo de los sistemas de dos niveles para los estudiantes u lectores. A comparación de la física clásica, donde todos los fenómenos pueden ser observables directamente, a diferencia la mecánica cuántica exige una reconstrucción conceptual de lo que ocurre en la materia a nivel microscópico o subatómico. Esta reconstrucción se basa en modelos matemáticos abstractos, cuya comprensión requiere una traducción hacia el lenguaje físico.

La interpretación física no es simplemente una descripción o una demostración; de hecho es una forma de entender cómo los conceptos cuánticos se manifiestan en la realidad y cómo pueden aplicarse en contextos tecnológicos. esta interpretación debe abordarse desde dos dimensiones: los conceptos cuánticos y las aplicaciones prácticas como tratamos con ellos.

Superposición cuántica

La superposición es uno de los principios más fundamentales y contra intuitivos de la mecánica cuántica. Establece que un sistema puede existir en múltiples estados simultáneamente hasta que se realiza una medición. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

Un estado cuántico se describe como un vector de estado que es una combinación lineal de estados base, con coeficientes que representan amplitudes de probabilidad complejas.

Dónde:

- $|\psi\rangle \rightarrow$ Representa el estado cuántico del qubit. Es como una descripción completa de cómo se comporta ese qubit antes de ser medido.
- $|0\rangle \rightarrow$ Es uno de los estados base del qubit, equivalente al valor clásico 0.
- $|1\rangle \rightarrow$ Es el otro estado base, equivalente al valor clásico 1.
- $\alpha \rightarrow$ Es un coeficiente complejo que indica cuánto contribuye el estado $|0\rangle$ al estado total $|\psi\rangle$. Su módulo al cuadrado (α^2) representa la probabilidad de que el qubit esté en el estado 0 cuando se mide.
- $\beta \rightarrow$ Es otro coeficiente complejo, que indica cuánto contribuye el estado $|1\rangle$ al estado total $|\psi\rangle$. Su módulo al cuadrado (β^2) representa la probabilidad de que el qubit esté en el estado 1 al medirlo.
- Condición de normalización para que el estado sea válido, se debe cumplir que $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, lo que garantiza que el qubit tiene una probabilidad total del 100% de estar en alguno de los dos estados al ser observado.

La ecuación representa el estado de un qubit, que es la unidad básica de información en computación cuántica. A diferencia de un bit clásico, que solo puede estar

en 0 o 1, un qubit puede estar en una mezcla de ambos al mismo tiempo. A eso se le llama superposición.

El símbolo que aparece al inicio, “psi”, representa el estado cuántico total del qubit. Es como decir: “¿Cómo está este qubit en este momento?”

Los términos que siguen, “alfa por estado 0” y “beta por estado 1”, indican que el qubit está en una combinación de los estados 0 y 1. Pero no es una mezcla cualquiera: alfa y beta son números complejos que determinan cuánto “peso” tiene cada estado en esa combinación.

Aunque el qubit está en ambos estados a la vez, cuando lo medimos, solo lo veremos como 0 o como 1. La probabilidad de que salga uno u otro depende de los valores de alfa y beta. En concreto:

- La probabilidad de obtener 0 es el cuadrado del valor de alfa.
- La probabilidad de obtener 1 es el cuadrado del valor de beta.

Finalmente, hay una regla fundamental: la suma de esas probabilidades siempre debe ser uno. Es decir, el qubit no puede desaparecer ni volverse algo distinto: siempre tiene que estar completamente definido entre esos dos estados

Comportamiento de un átomo en dos niveles:

Rutherford, cuando hizo el famoso experimento con partículas alfa (α) menciona que, el átomo más simple es el átomo de hidrógeno y su núcleo atómico lo constituye un único protón y su corteza atómica está formada por un solo electrón que se mueve más o menos en círculo alrededor del protón.

Los átomos en mecánica cuántica no tienen órbitas definidas como en el modelo de Bohr, sino que sus electrones se distribuyen en niveles de energía cuantizados. Estos niveles se determinan por la solución de la ecuación de Schrödinger, y cada transición entre ellos implica la absorción o emisión de energía:

- Absorción: El electrón salta a un nivel superior al recibir un fotón.

- Emisión: El electrón desciende y libera un fotón

Aplicaciones prácticas:

La interpretación física no se limita a la teoría; tiene implicaciones directas en la tecnología moderna. Uno de los ejemplos más relevantes es la computación cuántica, donde los principios de superposición y entrelazamiento permiten realizar operaciones que serían imposibles para una computadora clásica.

Qubith: El bit es el concepto fundamental de la computación y la información clásica, el bit cuántico o qubit por su nombre en inglés quantum bit, es un objeto matemático con ciertas propiedades, que es representado por un sistema mecánico cuántico.

Integración con la formulación matemática

Esta integración permite que el estudiante no solo memorice fórmulas, sino que comprenda qué representan físicamente. Es aquí donde el modelo teórico propuesto cobra sentido: al vincular lo físico con lo matemático, se facilita el aprendizaje

-La evolución temporal de un sistema se describe con la ecuación de Schrödinger:

-Las probabilidades de medición se obtienen mediante el cuadrado del módulo de los coeficientes de la función de onda

Implicaciones pedagógicas

Desde el punto de vista didáctico, enseñar la interpretación física implica:

- Usar analogías visuales y simulaciones para representar estados cuánticos.
- Diseñar actividades donde el estudiante relacione ecuaciones con fenómenos físicos.
- Promover debates sobre el significado de conceptos como “medición”, “estado”, y “probabilidad”.

Este enfoque no solo mejora la comprensión, sino que desarrolla pensamiento crítico y abstracto, habilidades esenciales en la formación científica. Por lo mencionado en la formulación matemática, se trabaja con dos fórmulas de Schrödinger:

Erwin Schrödinger formuló las ecuaciones en 1925 y se constituye la base de la mecánica cuántica. Su objetivo era explicar cómo evoluciona el estado cuántico de una partícula (o sistema) en el tiempo, donde permite predecir el comportamiento de electrones, átomos, moléculas y cualquier sistema microscópico gobernado por la mecánica cuántica en ese entonces.

Independiente del tiempo.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x,t)}{dx^2} + U\Psi(x,t) = i\hbar \frac{d\Psi(x,t)}{dt}$$

Dónde:

- $\Psi(x,t)$: función de onda. Contiene toda la información del sistema cuántico. $\Psi(x,t)^2$ Su valor absoluto al cuadrado representa la densidad de probabilidad de encontrar la partícula en la posición en el tiempo.
- X : coordenada espacial (posición de la partícula).
- t : variable temporal.
- $\hbar$: constante de Planck reducida.
- m : masa de la partícula.
- U : Potencial en función de la posición.
- i : unidad imaginaria

Esta ecuación (independiente del tiempo) sirve para: estudiar estados estacionarios, situaciones en las que la probabilidad de encontrar una partícula, un lugar donde no cambia el tiempo. También permite calcular los niveles de energía estacionarios y las funciones de ondas.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2\Psi + V\Psi = i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

Dónde:

- $\hbar$: Constante reducida de Planck
- i : *unidad imaginaria*
- Ψ : *Función de onda*
- $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$: Derivada parcial con respecto al tiempo
- Δ^2 : Operador laplaciano
- m : Masa de la partícula
- v : Energía potencial de la partícula

Dependiente del tiempo:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2}$$

Donde:

- $i \rightarrow$ La unidad imaginaria, con la propiedad $i^2 = -1$.
- $\hbar \rightarrow$ Constante de Planck reducida:

Es una constante fundamental de la mecánica cuántica.

- $\Psi(x, t)$ (Ψ en x, t) $\rightarrow$ La función de onda, que contiene toda la información sobre el sistema cuántico
 - Esta Depende de la posición x , y del tiempo t .
 - Su valor absoluto al cuadrado $|\Psi(x, t)|^2$ da la probabilidad de encontrar a la partícula en la posición x en el tiempo t .
- $\partial \Psi / \partial t \rightarrow$ Derivada parcial respecto al tiempo, describe cómo cambia la función de onda con el tiempo.
- $m \rightarrow$ La masa de la partícula.

- $\partial^2 \Psi / \partial x^2 \rightarrow$ Derivada segunda respecto a la posición, representa cómo cambia la curvatura espacial de la función de onda.
- $-\hbar^2/2m \rightarrow$ Factor que aparece al relacionar la energía cinética de la partícula con la forma de la onda.

Cuando la ecuación depende del tiempo, se utiliza la energía potencial que depende explícitamente de tiempo o cuando se quiere conocer el movimiento temporal de la función de una onda.

Otra ecuación de la que se debe tratar es sobre la esfera de Bloch:

$$|\psi(t)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle$$

Dónde:

- $|\psi(t)\rangle$: el estado cuántico general en el tiempo t
- θ : el ángulo polar (latitud) determina la posición en el eje z
- ϕ : es el ángulo azimutal (longitud), determina la posición alrededor del eje z
- $|0\rangle$ y $|1\rangle$: son los estados base, podría representar el estado "apagado" y el estado "encendido"

Esta ecuación sirve para describir el estado de cualquier qubit (ósea en sistema cuántico de dos niveles). En otras palabras dice exactamente cómo está el qubit en un momento dado, incluyendo su probabilidad de estar en los estados $|0\rangle$ o $|1\rangle$, y su fase cuántica. Esta ecuación ayuda a diseñar y entender operaciones cuánticas, entender cómo cambia el qubit y visualizar estados cuánticos. La esfera de Bloch está para diseñar y entender algoritmos cuánticos, se usa para controlar qubits reales en computadoras cuánticas, como también visualizar y predecir cómo cambian los estados con el tiempo.

Otras ecuaciones tratadas en este apartado, son las matrices de Pauli, estas son tres matrices de 2×2 que se utiliza en la mecánica cuántica y en la Física de Espín. Estas se denotan como σ_x , σ_y y σ_z , y se representan de la siguiente manera:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Donde y como:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

El 0 significa que en esa posición no hay contribución, y no está afectando esa parte del estado. El 1 en la esquina superior derecha y la inferior izquierda significa intercambio de estados, y es así:

- Pasa de $|0\rangle$ a $|1\rangle$
- Pasa de $|1\rangle$ a $|0\rangle$

En

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

- El 0 es ausencia de contribución
- El i es la unidad imaginaria, $i = \sqrt{-1}$ representa un giro con fase compleja
- El $-i$ es lo mismo que i pero con signo negativo, y es necesario para que la matriz sea hermítica, conjugada de sí misma en diagonal. (Hermítica significa que sus valores sean medibles reales.)

En:

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

El 1 en la esquina izquierda significa que deja igual al estado $|0\rangle$

El -1 en la esquina derecha significa que cambia la fase de $|1\rangle$ y le da un signo negativo, los 0 en las esquinas que se ven significan que no hay transición entre estados.

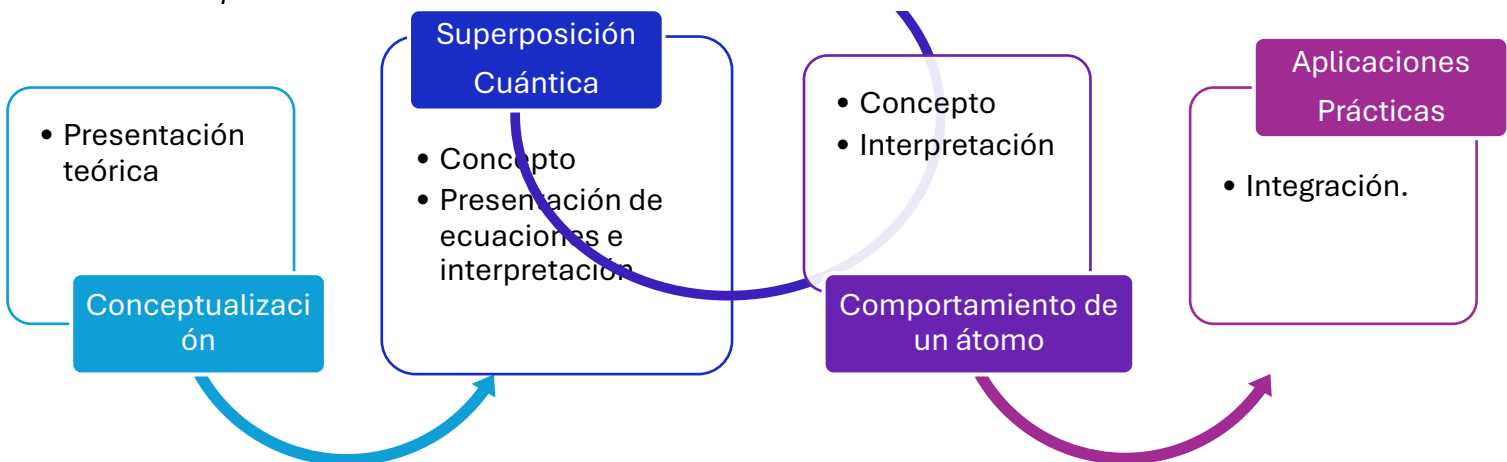
También se puede decir que esto (σ_x, σ_y y σ_z) es como un Qubit en computación cuántica y suele actuar como operadores que transforman estados de un qubit, donde:

- σ_x : voltea el estado, como un NOT cuántico
- σ_y : rota en el eje y del espacio de Bloch en si
- σ_z : cambia la fase y rota en el eje z

En la siguiente figura, se presenta el resumen de esta etapa

Figura 23.

Etapas del modelo teórico



Aplicaciones didácticas - Plan de clase

Se presenta un plan de clase adaptable para cualquier contenido de Física, manteniendo una estructura metodológica clave: objetivos de aprendizaje, secuencia didáctica, actividades y evaluación. Al seguir este orden, el docente puede ajustar el tema específico, ya sea Mecánica, Electromagnetismo u Óptica, permitiendo una flexibilidad para incorporar diferentes contenidos, niveles de complejidad o enfoques.

PLAN DE CLASE

1. Datos generales

Carrera: Física-Matemática	Eje: Investigación y desarrollo curricular	Componente curricular: Modalidad de Graduación
Profesor: Dr. Clifford Jerry Herrera	Competencia o competencias: Competencias genéricas: • Capacidad para utilizar las TIC como apoyo para mejorar el aprendizaje en diferentes ámbitos de actuación y campos de acción profesional. Competencia Específica: • Capacidad de analizar y aplicar modelos teóricos avanzados de la Física, específicamente en el área de la Mecánica Cuántica, que contribuyan a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje en este campo.	Recursos: • Presentación digital del Modelo Teórico • Software de simulación cuántica
Año y semestre: V año, X Semestre		
Fecha de inicio y de finalización:		

2. Aprendizaje

Objetivo (s) de aprendizaje	Tema y contenido (s)	Indicador de logro
Comprender y evaluar la estructura, fundamentos y aplicabilidad del Modelo Teórico para el aprendizaje	1-Modelo Teórico para el Aprendizaje de Sistemas de Dos Niveles en Mecánica	Analiza críticamente el modelo propuesto, identificando sus componentes.

Objetivo (s) de aprendizaje	Tema y contenido (s)	Indicador de logro
de los Sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica.	Cuántica - Sistemas de dos niveles: Fundamentos teóricos (qubits, bases de estados, matrices) - Estructura del Modelo Teórico	Aplica de forma eficiente las tres etapas del modelo teórico.

3. Tareas o actividades de aprendizaje

INICIALES 10:20 – 10:40 a.m.	- Recolección de saberes previos: conceptos fundamentales de los sistemas de dos niveles (superposición, operador, Hamiltoniano, evolución temporal). - Presentación del problema: Discusión sobre la dificultad común en el aprendizaje de este contenido.
DESARROLLO 10:40 – 12:00 m.	- Aplicación de la formulación matemática: representación a través de matrices del Hamiltoniano. - Aplicación simulada del modelo a un ejemplo práctico de sistemas de dos niveles. - Construcción conceptual: relaciona la matemática con el fenómeno físico abordado.
SÍNTESIS 12:00 – 12:20 p.m.	- Elabora un diagrama de flujo o mapa conceptual del Modelo Teórico. - En grupo resumen visualmente la aplicación del modelo a un caso de estudio real - Presenta un debate guiado sobre “¿Cómo este modelo cambia o mejora mi forma de entender los sistemas cuánticos?”. - Define los puntos clave del modelo que podrían insertarse en un programa de estudio de Mecánica Cuántica.

4. Evaluación de los aprendizajes

- | | |
|-----------------------------|--|
| • Tipo de evaluación | Formativa |
| • Estrategia de evaluación | Presentación oral (del modelo), autoevaluación. |
| • Instrumento de evaluación | Rúbrica, cuestionario de autoevaluación. |
| • Evidencias | Evidencia de producto (Esquema/presentación del Modelo Teórico evaluado). |
| • Criterio(s) | Criterios de Evaluación |
| • Indicador (es) | <ul style="list-style-type: none">• Pertinencia y fundamento teórico del modelo. |
| • Nivel (es) | <ul style="list-style-type: none">• Claridad y coherencia en la exposición de la estructura del modelo• Capacidad de aplicación y ejemplificación del modelo• Viabilidad e innovación didáctica. |

Indicadores de logro

- Justificar la necesidad del modelo en el contexto de la didáctica de la Mecánica Cuántica.
- Exponer las fases y componentes del modelo de forma lógica y comprensible.
- Aplicar el modelo a un caso de estudio (ej. Cálculo de probabilidades de transición en un sistema de dos niveles).
- Proponer el uso de recursos tecnológicos innovadores y viables para la implementación del modelo.

Niveles

- El nivel 5 indica que el estudiante ha aprobado de manera sobre saliente los componentes curriculares y
-

4. Evaluación de los aprendizajes

no requiere de tutoría del docente o equipo de docentes.

- El nivel 4 indica que el estudiante ha aprobado de manera notable, pero requiere esfuerzo de este por superar las fallas mínimas en su aprendizaje y desempeño.
 - El nivel 3 indica que el estudiante ha aprobado de manera parcial y con evidencias los indicadores de logro, pero requiere esfuerzo de este y tutoría de los docentes o equipo de docentes para ayudarlo a lograr los objetivos de aprendizaje.
 - El nivel 2 indica que el estudiante no ha alcanzado los indicadores y no demuestra con evidencias su desempeño. Requiere de un alto esfuerzo de este y tutoría intensiva de los docente o equipo de docentes para para ayudarlo a lograr los objetivos de aprendizaje en el nivel reprobado.
-

Rúbrica de evaluación

Criterio	5 - Sobresaliente	4 - Notable	3 – Parcial	2 - No alcanzado
Fundamento teórico del modelo	Justifica la necesidad del modelo con referencias sólidas.	Justifica el modelo con bases teóricas adecuadas, con mínimos vacíos.	Justifica el modelo con bases débiles o referencias incompletas.	No fundamenta la necesidad ni la validez teórica del modelo.

Criterio	5 - Sobresaliente	4 - Notable	3 – Parcial	2 - No alcanzado
Claridad en la estructura y componentes	Estructura del modelo perfectamente clara, coherente y aplicable.	Estructura clara y coherente con leves fallas de detalle.	Estructura poco coherente o con omisiones importantes.	La estructura del modelo es incomprensible o inexistente
Aplicación a casos de estudio	Aplica el modelo a un caso de estudio con total precisión y análisis profundo.	Aplica el modelo correctamente, con errores menores en el análisis.	Aplica el modelo parcialmente, con errores significativos.	No aplica el modelo o lo hace incorrectamente .
Innovación y viabilidad didáctica	El modelo integra herramientas innovadoras y es completamente viable.	El modelo es viable e integra algunas herramientas innovadoras.	El modelo es tradicional y su viabilidad es cuestionable.	El modelo carece de viabilidad o no propone innovación.

12 Conclusiones

El desarrollo de esta investigación logró alcanzar el objetivo planteado al inicio del estudio, el diseñar un modelo teórico orientado a integrar la formulación matemática con la interpretación física de los sistemas de dos niveles, con el fin de facilitar un aprendizaje más significativo en el ámbito universitario. Este modelo se sustenta en una sólida base conceptual y metodológica, respaldada por la aplicación de instrumentos de análisis validados y coherentes con los objetivos específicos.

Se determinó que los estudiantes logran una mejor comprensión cuando los sistemas de dos niveles se abordan mediante representaciones matemáticas básicas y accesibles. Esto confirma que la progresión desde lo algebraico hacia lo abstracto debe gestionarse de forma gradual, aportando teóricamente claridad sobre la estructura matemática fundamental del sistema, metodológicamente una base sólida para futuras actividades y, de manera práctica, una guía para estructurar contenidos iniciales.

Se observó que los estudiantes mejoran su desempeño al trabajar con modelos matemáticos simplificados y contextualizados. Sin embargo, a medida que los ejercicios se vuelven más complejos, su rendimiento disminuye. Esto resalta la necesidad de fortalecer la transición entre lo simple y lo abstracto, validando que la conexión entre matemáticas e interpretación física es crucial para consolidar el aprendizaje.

El modelo teórico propuesto fue considerado pertinente, coherente y viable tanto por estudiantes como por expertos. Su diseño integra formulación matemática con interpretación física, ofrece una estructura metodológica organizada y proporciona aplicaciones prácticas mediante actividades progresivas, simuladores y recursos visuales que facilitan la comprensión de los fenómenos cuánticos.

El estudio confirma que el aprendizaje de los sistemas de dos niveles requiere integrar la formulación matemática e interpretación física bajo una estructura pedagógica clara. El modelo diseñado responde a esta necesidad y constituye una herramienta valiosa para fortalecer la comprensión, pese a las limitaciones asociadas del tamaño muestral y el enfoque no experimental, pero con gran potencial para futuras aplicaciones y validaciones.

13 Recomendaciones

A los docentes universitarios: implementar el Modelo Teórico propuesto en las clases de Mecánica Cuántica, con el fin de fortalecer la comprensión de sus fundamentos y reforzar la comprensión de los sistemas de dos niveles una enseñanza más clara y dinámica, facilitando el aprendizaje de conceptos abstractos y la aplicación de los operadores matemáticos en contextos prácticos dentro de la mecánica cuántica.

A los estudiantes de Física-Matemática: emplear el modelo como herramienta de estudio y análisis para fortalecer la interpretación de fenómenos cuánticos y mejorar su manejo de las ecuaciones teóricas desarrollando así habilidades que les permitan facilitar mejor el contenido. Además, se recomienda aprovechar los recursos didácticos derivados del modelo para promover el autoaprendizaje, el pensamiento crítico y analítico.

A las instituciones de educación superior: promover la incorporación de modelos teóricos didácticos similares en otras asignaturas del área de Física, con el fin de fomentar metodologías innovadoras que respondan a la necesidad de los estudiantes

A futuros investigadores: explorar este estudio hacia la aplicación práctica del Modelo Teórico mediante simulaciones computacionales o experiencias de laboratorio, lo cual permitiría validar empíricamente los resultados y fortalecer su utilidad en el ámbito educativo y científico, así como su desarrollo en la educación y mejoras de nuevos investigadores.

14 Referencias

- Altamirano, F., & Rivera, E. (2024). Experimentación y demostración de los postulados de Broglie y las propiedades ondulatorias de las partículas a través de simuladores virtuales. *[Tesis de Grado. UNAN-Managua/CUR-Estelí]*. UNAN-Managua/CUR-Estelí, Estelí, Nicaragua. <http://repositorio.unan.edu.ni/id/eprint/22185>
- Ariza, Y. (2022). La noción "modelo teórico" en la enseñanza de la química: representación y función del sistema periódico. *Educación Química Vol.33, num.4, 33(4)*, 97-110. <https://doi.org/10.22201/fq.18708404e.2022.4.0.81499>
- Blasco, D. (2023). *Fundamentos matemáticos de la Mecánica Cuántica*. España. <https://share.google/pCKuNhUrhhwC8GETN>
- Boullosa, A., Lage, J. C., & Hernandez, E. (2009). La modelación y los modelos teóricos en la ciencia. Una concreción en la auditoría interna con enfoque de riesgo. *Contribuciones a la Economía, 7(2)*, 5. <http://www.eumed.net/ce/2009a/>
- Bramón , A., Casas, J., Llebot , J., & López , F. (2005). *Física para la ciencia y tecnología* (Quinta ed.). España: Reverté S.A. https://www.goodreads.com/book/show/1962834.Fisica_para_la_ciencia_y_la_tecnolog_a
- Bruzual, R., & Domínguez, M. (2005). *Espacios de Hilbert*. Venezuela. <https://www.scribd.com/document/358510453/Espacios-de-Hilbert-Bruzual-Dominguez>
- Bunge, M. (2004). *La ciencia: su método y filosofía*. Buenos Aires: Siglo XXI Editores. <https://share.google/FFOfh3ZJAjpdHtKba>
- Caballero, P. (2016). *Investigación y recogida de información de mercados*. Madrid: Ediciones Paraninfo, SA. https://www.editorialelearning.com/catalogo/media/iverve/uploadpdf/1526033624_UF1780_demo.pdf

- Calvo, D. (2006). Modelo Teórico y representación del conocimiento. [*Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid*]. Universidad Complutense de Madrid, Madrid.
<https://docta.ucm.es/entities/publication/b546c0cc-a698-45ff-8ddb-715b051c9e50>
- Canales, C., Delgadillo, E., & López, F. (2024). Instrumentos de evaluación en un enfoque por competencia en el componente de la Física Cuántica. [*Tesis para optar al grado de Licenciatura en Ciencias de la Educación con mención en Física-Matemática. UNAN-Managua/CUR-Estelí*]. UNAN-Managua/CUR-Estelí, Estelí.
<https://share.google/alq1TZDqazpveXTLR>
- Carvajal, A. (2002). Teorías y modelos: formas de representación de la realidad. *Revista Comunicación*, 12(1), 1-14. <https://www.redalyc.org/pdf/166/16612103.pdf>
- Castrillo, C. J. (2023). Interdisciplinariedad a través de la Investigación en Matemática y Física. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 15(1), 31-45.
<https://doi.org/10.46219/rechiem.v15i1.126>
- Comisión Nacional de Educación. (2024). *Estrategia Nacional de Educación de Educación en Todas sus Modalidades Bendiciones y Victorias 2024-2026*. Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional, Ministerio de Educación, SEAR, CNU, INATEC. Managua: Comisión Nacional de Educación, Nicaragua. Retrieved from https://www.tecnacional.edu.ni/media/estrategiaseducacionnacional/Estrategia_Nacional_de_Educaci%C3%B3n22-07-24_compressed.pdf
- Del Médico, B. (2025). *La física cuántica y la conciencia del universo*.
https://books.google.com.ni/books?id=oByDEQAAQBAJ&dq=sistema+de+dos+niveles+fisica+cuantica+concepto&lr=&hl=es&source=gbs_navlinks_s
- García, B. (2010). Modelos Teóricos e indicadores de evaluación educativa. *Sinéctica (Online)*(35), 1-17. <https://www.scielo.org.mx/scielo.php?>
- García, V., Hernández, C., & Hernández, F. (2025). La ignorancia del todo. Orientaciones de la Física Cuántica hacia una teoría del todo y su desconsideración curricular. *Studia*

- humanitatis Journal*, 5(2), 21-54. Retrieved from <https://studiahumanitatisjournal.com/revista/index.php/shj/article/view/140/262>
- Garduño , R. (2005). *Enseñanza virtual sobre la organización de recursos informativos digitales*. México: Sistemas bibliotecarios de información y sociedad. <https://share.google/S8tdl5Waz9sYH6mCa>
- Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional [GRUN]. (2021). *Plan Nacional de Lucha Contra la Pobreza y para el Desarrollo Humano 2022-2026*. Fondos de la Nación. [https://www.pndh.gob.ni/documentos/pnlc-dh/PNCL-DH_2022-2026\(19Jul21\).pdf](https://www.pndh.gob.ni/documentos/pnlc-dh/PNCL-DH_2022-2026(19Jul21).pdf)
- Gutiérrez, M. (2025). *Operadores lineales acotados en espacios de Hilbert desde una perspectiva matricial*. Universidad de la Laguna. <http://riull.ull.es/xmlui/handle/915/42123>
- Hernández , M., García , S., Abejón, N., & Zazo, M. (2010). Estudio de Encuestas. *Métodos de investigación 3ra Edición especial*. Retrieved from <https://share.google/bZZoQvF64YAG5KFU9>
- Hernández, C., Gamboa, A., & Prada, R. (2021). Desarrollo de competencias en física desde el modelo de aprendizaje invertido. *Revista Redipe: Didáctica comprensiva edificadora*, 10(3), 107-117. <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7925634>
- Hernández, D., & Herrera, C. (2023). Modelo didáctico en el proceso Enseñanza-Aprendizaje en nivel superior. *Revista Científica digital de educación EDUSER* (10) 2, 10(2), 48-60. https://www.researchgate.net/publication/377244177_Modelo_Didactico_en_el_Proceso_Ensenanza_-_Aprendizaje_en_Nivel_Superior
- Hernández, R. M. (1994). *Aprendamos a elaborar exámenes escritos*. Euned. <https://share.google/mm92BFQbxbhjvzvsbR>
- Hernández, R., Fernández, C., & Pilar, B. (2014). *Metodología de la investigación*. España: McGraw Hill España. Retrieved from <https://share.google/JeKzBePdKc1Xk2hV>

- Herrera Arróliga, J., & Herrera Castrillo, C. (2023). Bases orientadoras de la acción para el desarrollo de temas de física con enfoque por competencias. *Revista Científica Estelí*(46), 84-107. <https://doi.org/10.5377/farem.v12i46.16477>
- Herrera Castrillo, C. (2024). Ecuaciones en fenómenos físicos. *Logos Boletín científico de la Escuela preparatoria No.2*, 11(22), 15-19. <https://doi.org/10.29057/prepa2.v11i22.12323>
- Herrera Castrillo, C. J. (2024). Paradigma Positivista. *Boletín científico de las ciencias Económico administrativas del ICEA*, 12(24), 24-32. <https://doi.org/10.29057/icea.v12i24.12660>
- Iza, P. (2012). Mecánica Cuántica: Postulados. *Matemática: Una publicación del ICM-Espol*, 10(1), 23-26. Retrieved from <https://www.revistas.espol.edu.ec/index.php/matematica/article/view/517>
- Jiménez , E., Carrera, E., Vera, P., Rivera , J., Reinoso, C., & Sánchez, P. (2025). Una perspectiva histórica de la mecánica cuántica en el Ecuador. *Revista Brasileira de Ensino de física*, 47(Especial), 50-144. <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2025-0144>
- Kerlinger, F. (2002). *Investigación del comportamiento*. México: McGraw-Hill. <https://padron.entretemas.com.ve/INICC2018-2/lecturas/u2/kerlinger-investigacion.pdf>
- Laguna, Y., Pérez, K., & Zeledón, G. (2024). Software interactivo en guías de aprendizaje que faciliten el enfoque por competencias en modelos atómicos. *[Tesis para optar al grado de Licenciatura en ciencias de la educación con mención en Física-Matemática. UNAN-Managua/CUR-Estelí]*. UNAN-Managua/CUR-Estelí, Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/id/eprint/22182/>
- Maldonado, N., & Santoyo, F. (2013). *Validez de contenidos por juicio de expertos: integración cuantitativa y cualitativa en la construcción de instrumentos de medición*. México: Universidad de Guadalajara México. <https://share.google/AAGJbKCxXewhTDqDW>

- Malhotra, N. (2004). *Investigación de mercados, un enfoque aplicado*. México: Pearson Educación. Retrieved from <https://share.google/BxGJsIsxFncdPMVIH>
- Martínez, D., Briones, N., & Fonseca, M. (2023). Propuesta de Modelo Educativo con enfoque Socio Constructivista que sirva como base para la Transformación Curricular por competencia para la Universidad Central De Nicaragua, I semestre 2023. *[Tesis de Grado. UCN]*. Universidad Central de Nicaragua , Managua. <https://repositorio.ucn.edu.ni/id/eprint/22>
- Mendibil, J. (2024). *¿Qué es lo real? Relatividad general, mecánica cuántica y la fractura ontológica de la Física moderna*. Madrid: Titula. Repositorio de proyectos fin de titulación. Retrieved from <https://share.google/r1dNkvXwSRK8EtCuO>
- Moreno, A. (2017). *Dificultades en la comprensión del concepto de muestra aleatoria simple en estudiantes universitarios*. Cuyo: Actas del segundo congreso internacional virtual sobre el enfoque Onto semiótico del conocimiento y la construcción matemática. <http://hdl.handle.net/10481/45279>
- Patiño, L. (2024). Implementación de Redes Neuronales Informadas por la Física para Resolver la Dinámica Controlada de Sistemas Cuánticos. *[Tesis de Grado. Universidad de Córdoba]*. Facultad de Ciencias Básicas, Colombia. <https://repositorio.unicordoba.edu.co/server/api/core/bitstreams/54502843-44b9-429e-af38-49fa4df5ea17/content>
- Pauletich, F. (2025). Secuencia didáctica para la incorporación de la mecánica cuántica en la enseñanza media. *[Tesis de Maestría. Universidad Nacional de la Plata]*. Facultad de ciencias Exactas. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/180513>
- Pérez Fernández, P. (2011). Estudio de transiciones de fases cuánticas en sistemas de dos niveles (Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla). *[Tesis de Grado. Universidad de Sevilla]*. Universidad Complutense de Madrid. <https://hdl.handle.net/11441/72442>
- Pérez, R. (2010). *Nociones básicas de la estadística*. Universidad de Oviedo. <https://books.google.com.ni>

- Philip, H. (2025). *Teoría de la relatividad y física cuántica*. Retrieved from https://books.google.com.ni/books?id=qW9CEQAAQBAJ&pg=PT144&dq=que+es+un+qubits&hl=es-419&newbks=1&newbks_redir=0&source=gb_mobile_search&ovdme=1&sa=X&ved=2ahUKEwjFjtKLsaKQAxWwRjABHQhNASIQ6wF6BAgKEAU#v=onepage&q=que%20es%20un%20qubits&f=false
- Ponce, P., Escobedo, M., González, M., & Núñez, D. (2023). *Espectroscopia de infrarroja, análisis e interpretación de compuestos*. México: Universidad Juárez del estado de Durango. www.ujed.mx
- Pulido, J. (2025). La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel. *Boletín PPDQ*, 8(1994-1), 11-13. <https://revistas.upn.edu.co/index.php/PPDQ/article/view/24186>
- Reyna, H. (2023). Un acercamiento al análisis estocástico en espacios de Hilbert. *[Tesis de Grado. Universidad Nacional Autónoma de México]*. Universidad Nacional Autónoma de México. <https://ru.dgb.unam.mx/server/api/core/bitstreams/967ab52f-fa75-4c7d-931e-400d9d1c1bf5/content>
- Reza, F. (1977). *Los espacios lineales de la ingeniería*. Editorial Reverté. https://books.google.com.ni/books/about/Espacios_lineales_en_la_ingenier%C3%ADa.html?id=pb_27LCaPNYC&hl=en&redir_esc=y
- Rico, A. (1996). Tipo y modelo. *Revista Baetsa*(20), 14-16. <https://ruc.udc.es/entities/publication/11ee2514-f361-40b5-a3e6-beca162befff>
- Rodríguez, E. (2023). Introducción al concepto de superposición en mecánica cuántica mediante los fundamentos de la computación cuántica. *[Tesis de Grado. Universidad Pedagógica Nacional]*. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá. <http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/19366/introduccion%20al%20concepto%20de%20superposicion.pdf?sequence=4&isAllowed=y>

- Ruano, C. (2014). *Diseño de productos y servicios turísticos*. Málaga.
<https://share.google/Alfc0xPBi4Qs1rYGu>
- Sánchez, P. (2022). *Diseño y desarrollo de instrumentos en línea*.
https://www.researchgate.net/publication/365392882_Disenio_y_desarrollo_de_Instrumentos_en_Linea
- Segovia, A. (2023). Desigualdades de Bell: Influencia de la decoherencia y experimentos de prueba de concepto. *[Trabajo de fin de grado Física. Universidad de Valladolid]*. Universidad de Valladolid, Facultad de ciencias, España. Retrieved from
<https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/63238/TFG-G6687.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Suárez Soza, M. M. (2025). El Prácticum en Trabajo Social: Escenario de Formación, Transformación y Reflexión. Editorial Universitaria, UNAN-Managua. ISBN 978-99964-62-48-1
- Terán, D. (2012). *Introducción a la computación cuántica para ingenieros*. México: Alfaomega Grupo editor S.A de C.V.
https://www.academia.edu/117608102/Introducci%C3%B3n_a_la_Computaci%C3%B3n_Cu%C3%A1ntica_para_Ingenieros_David_M_Ter%C3%A1n
- Torres, T. (2025). Desafíos y oportunidades en la formación de profesores de Física en tiempos de complejidad e incertidumbre. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 20(1), 1-3. <https://doi.org/10.14483/23464712.23138>
- Tórrez, E., & Saballos, J. L. (2023). Modelo teórico para la conducción de la extensión universitaria en la carrera de Agroecología, UNAN-León, Nicaragua. *El Higo: Revista científica VOL.13*, 13(1), 13-30. <https://doi.org/10.5377/elhigo.v13i1.16368>
- Torrez, X., De la Cruz, J., & Herrera, C. (2024). La teoría de Schrödinger en la resolución de problemas en un modelo por competencias en educación superior. *Revista latinoamericana de calidad educativa*, 1(4), 56-67.
<https://doi.org/10.70625/4xfep395>

- UNAN-Managua. (2021). *Las líneas y sublínea de investigación de la UNAN-Managua*. Managua: Consejo universitario. <https://es.scribd.com/document/733277578/Lineas-y-sub-lineas-de-investigacion-de-la-UNAN-Managua-180621>
- Vásquez, C., García, O., & Causil, D. (2023). Segunda revolución cuántica y el desarrollo de nuevas tecnologías. *Prácticas Investigativas de jóvenes investigadores en Sucre, Colombia*, 1(1), 99. <https://repositorio.cecar.edu.co/entities/publication/7d5632aa-0257-4759-898f-d7100ebfb19d>
- Vieras, T. (2003). El aprendizaje verbal significativo de Ausubel: algunas consideraciones desde el enfoque histórico cultural. *Universidades*(26), 37-43. <https://www.redalyc.org/pdf/373/37302605.pdf>
- Vigo, O. (2018). *Definición científica de competencia*. Perú: Visión multidisciplinar. <https://doi.org/10.35383/educare.v1i10.194>
- Zuñiga-Arrieta, S., & Camacho-Calvo, S. (2022). Referentes teóricos para un modelo de acreditación desde la evaluación y la gestión de calidad. *Revista Electrónica Educare*, 26(1), 274-292. <https://doi.org/10.15359/ree.26-1.15>

15 Anexos

Anexo A. Cronograma de Actividades

Tabla 16. *Cronograma de actividades*

Actividades	Fecha de Entrega
Avances Generales + Instrumentos	15 agosto 2025
Revisión 1	18 agosto 2025
Validación de Instrumentos	20 a 25 agosto 2025
Prueba de Confiabilidad	26 al 28 agosto – Vía zoom [7:00 p.m.]
Aplicación instrumentos [Formularios Google]	29 agosto – 05 septiembre
Análisis de Resultados	06 septiembre Inicio – Orientaciones del Docente
Revisión de Avances II	12 septiembre
Revisión Avances III – Propuesta	19 septiembre
Revisión Avances IV – APA7	26 septiembre
Revisión Avances IV – APA 7	03 octubre
Mejoramiento análisis de resultados	12 octubre
Revisión Avances V – Turnitin	14 octubre
Revisión Final	19 octubre
Pre defensa JUDC	25 octubre
Revisiones finales y tutoría	01 – 15 noviembre
Defensa	29 noviembre

Anexo B. Instrumentos de recolección

Anexo B.1. Prueba estandarizada

Instrumento 1: Prueba estandarizada de sistema de dos niveles dirigida a estudiantes de Física – Matemática.



Estimados estudiantes:

Reciban un cordial saludo, somos estudiantes de V año de la carrera de Física-Matemática y estamos en proceso de tesis, para lo cual estamos aplicando esta prueba con el objetivo de analizar los sistemas de dos niveles a través de modelos matemáticos accesibles, agradecemos su participación ya que es de gran ayuda para nuestro proceso de profesionalización

Lea cuidadosamente cada ítem, realice los cálculos necesarios y seleccione la respuesta correcta

1) Un sistema de dos niveles cuántico tiene el Hamiltoniano $H = \begin{pmatrix} 0 & \Omega \\ \Omega & 0 \end{pmatrix}$, $\Omega = 0.2 \text{ rad/s}$, $\hbar = 1$

¿Calcule la separación de energía entre los autoestados del sistema (en unidades de $\hbar$)?

- a) 1
- b) 0.71
- c) 0.5
- d) 0.38

2) Si en el problema anterior se duplica Ω , ¿Cómo cambia la probabilidad de transición de $(|0\rangle \text{ a } |1\rangle)$ en $t = 5\text{s}$?

a) Oscila más rápido, alcanzando valores máximos antes.

b) Permanece igual.

c) Aumenta a 1.

d) Disminuye a 0.25.

3) Un sistema de dos niveles tiene el Hamiltoniano: $H = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hbar = 1$ ¿Cuál es el tiempo necesario para que la probabilidad de encontrar el sistema en $|1\rangle$ sea máxima por primera vez?

a) $\frac{\pi}{0.1} \text{ s}$

b) $\frac{\pi}{2.01} \text{ s}$

c) $\frac{\pi}{4.01} \text{ s}$

d) $\frac{4}{0.1} \text{ s}$

4) En resonancia magnética nuclear (RMN), el tiempo para que un espín pase por primera vez a $|1\rangle$ depende de:

a) La energía E del nivel base

b) La frecuencia del láser

c) La magnitud de Ω

d) El valor de $\hbar$

5.) (Uso de notación de Dirac) Considere el estado inicial $|\Psi(0)\rangle = |0\rangle$. Después de un tiempo t , la función de onda puede escribirse como una superposición: $\psi(t) = a(t)|0\rangle + B(t)|1\rangle$

¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la probabilidad de encontrar el sistema en el estado $|1\rangle$?

A) $|B(t)|^2$

b) $a(t)^2 + |B(t)|^2$

c) $|a(t)|$

d) $|a(t)\beta(t)|$

6) Los sistemas de dos niveles son equivalentes a un qubit, la unidad básica de información en computación cuántica.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) Un qubit solo puede estar en $|0\rangle$ a $|1\rangle$, nunca en una superposición.

b) Un qubit puede existir en cualquier superposición línea de $|0\rangle$ a $|1\rangle$.

c) Un qubit es idéntico a un bit clásico, sin diferencias.

d) Un qubit siempre colapsa al estado $|1\rangle$.

Anexo B.2. Cuestionario

Instrumento 2: Cuestionario de sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica dirigido a estudiantes de la Carrera Física-Matemática



Saludos estimados estudiantes, el siguiente cuestionario basado en los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica, tiene el propósito de caracterizar este mismo utilizando sus representaciones básicas, posteriormente se hará un análisis del mismo.

1) ¿Un sistema cuántico de dos niveles es aquel que?

- A) Puede tener dos o más estados dependiendo de la temperatura
- B) Solo puede estar en dos estados distintos
- C) Tiene infinitos estados posibles
- D) Solo existe en Física clásica

2) ¿Que significa la superposición de estados en mecánica cuántica?

- A) El sistema está en ambos estados a la vez hasta que se mide
- B) El sistema alterna entre estados rápidamente
- C) El sistema está fijo en un estado
- D) No se puede medir el sistema

3) ¿En un átomo, los dos niveles pueden interpretarse como?

- A) Dos estados de energía (nivel baja y nivel alto)
- B) Dos direcciones de movimiento
- C) Dos colores distintos de la luz
- D) Dos tipos de carga eléctrica

4) ¿Que representa la constante reducida de Planck ($\hbar$) en la ecuación de Schrödinger?

- A) El factor que conecta la energía con la frecuencia en un sistema cuántico
- B) La velocidad con la que evoluciona una partícula en el espacio
- C) La intensidad de la interacción entre partículas subatómicas
- D) Una constante matemática sin relación Física

5) ¿La dimensión del espacio de Hilbert de un sistema de dos niveles es?

- A) Infinita
- B) 1
- C) 3
- D) 2

6) ¿Qué resultado se obtendrá al medir un sistema en superposición?

- A) Uno de los dos estados posibles con cierta probabilidad
- B) Una mezcla Física visible de ambos estados
- C) Siempre el estado (0)

D) Siempre el estado (1)

7) En la computación cuántica, el qubit se considera un sistema de dos niveles ¿Por qué?

- A) Sus estados básicos $|0\rangle$ y $|1\rangle$ forman una base para describir cualquier estado cuántico del sistema
- B) Únicamente puede cambiar entre los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ sin superposición
- C) Solo admite un número limitado de valores energéticos discretos
- D) No depende de la mecánica cuántica para su funcionamiento

8) ¿En un sistema de dos niveles la notación de Dirac (1),(0) se utilizan principalmente para?

- A) Indicar las probabilidades de medir cada estado sin necesidad de cálculo adicional
- B) Representar de forma matemática los estados base del sistema cuántico
- C) Sustituir las unidades físicas como la masa o la carga del electrón
- D) Describir trayectorias clásicas de una partícula en movimiento

Tabla 17. *Respuestas correctas del cuestionario*

ítems	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)
Respuesta correcta	B	A	A	A	D	A	A	B

Anexo B.3 Encuesta

Instrumento 2: Encuesta de modelos teóricos de sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica dirigida a estudiantes de la Carrera de Física-Matemática



Saludos cordiales estimados estudiantes, se te presenta la siguiente encuesta, con el objetivo de conocer las percepciones que tengas referente a este Mecánica Cuántica. Tu participación es fundamental para el desarrollo del presente trabajo investigativo, contribuyendo a alcanzar nuestros objetivos propuestos.

Edad: _____ Carrera y año: _____ Género: Masculino ☐
Femenino ☐

Elige la respuesta que se ajuste a tus conocimientos:

- 1- ¿La Mecánica cuántica se desarrolla de forma compleja, utilizando modelos matemáticos abstractos?
 - a) Nunca
 - b) Rara vez
 - c) Frecuentemente
 - d) Siempre
- 2- ¿Utilizas algún recurso, ya sea digital o físico (Internet, simuladores, videos, libros, etc.) para estudiar temas relacionados a Mecánica Cuántica?
 - a) Nunca
 - b) Rara vez
 - c) Frecuentemente
 - d) Siempre

- 3- ¿Qué tan capaz se considera de explicar un concepto de Mecánica Cuántica a otra persona?
- a) Nada capaz
 - b) Poco Capaz
 - c) Posiblemente capaz
 - d) Muy capaz
- 4- ¿Has recibido formación en el contenido Sistemas de dos niveles durante tu carrera?
- a) Totalmente en desacuerdo
 - b) En desacuerdo
 - c) De acuerdo
 - d) Totalmente de acuerdo
- 5- ¿Consideras que el contenido Sistema de dos niveles es sencillo de entender?
- a) Nada sencillo
 - b) Poco sencillo
 - c) Algo sencillo
 - d) Muy sencillo
- 6- Al presentarte la siguiente fórmula de los espacios de Hilbert: $[\sigma_j, \sigma_j] = 2i \sum_{\ell=1}^3 \epsilon_j^{\ell\sigma} j_\ell$, ¿podrías interpretarlo con facilidad, o incluso desarrollarlo?
- a) Nada capaz
 - b) Poco Capaz
 - c) Posiblemente capaz
 - d) Muy Capaz
- 7- ¿Has utilizado alguna estrategia o recurso didáctico en el desarrollo de este tema?
- a) Nunca
 - b) Rara vez
 - c) Frecuentemente
 - d) Siempre

- 8- ¿Considerarías importante el uso de algún recurso, como en este caso un modelo teórico que ayude en el aprendizaje de contenidos de mecánica cuántica, como los sistemas de dos niveles?
- a) Totalmente en desacuerdo
 - b) En desacuerdo
 - c) De acuerdo
 - d) Totalmente de acuerdo

Anexo B.4 Guía de validación por juicio de expertos

Instrumento 3: Guía de validación por juicio de expertos



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN-MANAGUA

Estimado docente:

Reciba un cordial saludo. El presente cuestionario tiene como finalidad validar un Modelo Teórico propuesto para el aprendizaje de los sistemas de dos niveles en mecánica cuántica, en el marco de una investigación desarrollada en la carrera de Física-Matemática de la UNAN-Managua/CUR-Estelí. El objetivo principal de este modelo es que integre la formulación matemática y la interpretación Física, para facilitar la comprensión de este contenido en el contexto universitario.

Su participación es fundamental, ya que permitirá contar con una valoración experta respecto a la claridad, pertinencia, viabilidad y relevancia pedagógica del modelo.

Instrucciones:

Lea cuidadosamente cada ítem.

Marque con una "X" el número que mejor refleje su opinión, de acuerdo con la escala de valoración:

1 = Muy en desacuerdo

2 = En desacuerdo

3 = Indiferente

4 = De acuerdo

5 = Muy de acuerdo

Tabla 18. *Escala Likert Validación de juicio por expertos*

Criterio de evaluación	Indicador	Escala Likert (1–5)
Claridad del modelo	El modelo está formulado con conceptos claros y comprensibles.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐
Coherencia interna	Existe congruencia entre los fundamentos teóricos, matemáticos y pedagógicos del modelo.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐
Pertinencia académica	El modelo responde a una necesidad real en la enseñanza de la Mecánica Cuántica.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐
Viabilidad	El modelo puede implementarse con los recursos académicos actuales (tiempo, materiales, tecnología).	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐
Relevancia pedagógica	El modelo facilita la comprensión de contenidos abstractos en la formación universitaria.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐
Proyección	El modelo puede servir de base para otros temas de la Mecánica Cuántica o áreas afines.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

Anexo C. Validación de instrumentos

Anexo C.1 Cartas de validación



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN-MANAGUA

Centro Universitario Regional Estelí (CUR-Estelí)

"2025: Eficiencia y Calidad para seguir en Victorias"

Estelí, 03 de octubre del 2025

CARTA DE VALIDACIÓN DE PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN

Yo, Magdiel Genaro Castellón Espinoza, profesional en el área de Educación con grado académico de Licenciatura en Ciencias de la Educación con mención en Física-Matemática adscrito a la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua (UNAN-Managua)/ Centro Universitario Regional Estelí (CUR-Estelí).

Certifico haber realizado la validación por juicio de expertos de la propuesta metodológica: **"Modelo Teórico para el aprendizaje de los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica"**, autoría de los estudiantes **Cristell Dayana González González y Aner Juniel Martínez Garmendia**, bajo la dirección del **Dr. Clifford Jerry Herrera Castrillo**

He revisado detalladamente la propuesta metodológica en cada una de sus fases, porque recomiendo:

Revisar la implementación en el aula de dicho modelo. Para ello es necesario preguntarse ¿Que estrategias o recursos proponen para la implementación de este modelo? ¿Será mediante clases magistrales, talleres, simulaciones computacionales, laboratorios, proyectos? ¿Qué instrumentos de evaluación acompañarán cada etapa?

Revisar el símbolo función de onda. La **notación de Dirac** es más abstracta y puede usar mayúscula o minúscula según la convención del autor. Lo importante es ser **consistente**, es decir deben unificar el símbolo. Sugiero usar mayúscula.

Dicha validación se realizó tomando en cuenta los criterios de claridad, pertinencia y relevancia. **Considero que la propuesta metodológica** con los requerimientos de validez de contenido para ser propuestos en el marco de la presente investigación.

Por tanto, autorizo el uso de mi participación para fines académicos y científicos relacionados con la validación del presente trabajo investigativo.

Cordialmente:

Lic. Magdiel Genaro Castellón Espinoza

Orcid: <https://orcid.org/0009-0004-4217-9245>

Correo: magdicastellonespinoza.123@gmail.com



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN-MANAGUA

Centro Universitario Regional Estelí (CUR-Estelí)

"2025: Eficiencia y Calidad para seguir en Victorias"

CARTA DE VALIDACIÓN DE PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN

Yo, Yesner Yancarlos Briones Rugama, profesional en el área de Educación con grado académico de Licenciatura en Ciencias de la Educación con mención en Física-Matemática adscrito a la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua (UNAN-Managua)/ Centro Universitario Regional Estelí (CUR-Estelí).

Certifico haber realizado la validación por juicio de expertos de los instrumentos diseñados para la tesis titulada: **"Modelo Teórico para el aprendizaje de los sistemas de dos niveles en Mecánica Cuántica"** autoría de los estudiantes **José Alfredo Garmendia Tercero, Cristell Dayana González González y Aner Juniel Martínez Garmendia**, bajo la dirección del **Dr. Clifford Jerry Herrera Castrillo**

He revisado detalladamente **Cuestionario, Prueba estandarizada, Encuesta y Guía de validación por juicio de expertos**, porque recomiendo:

Instrumento 1: Prueba estandarizada de conceptos básicos

- Ordenar las opciones de respuesta de cada ítem de **menor a mayor extensión de caracteres**.
- Unificar ítems redundantes (ej. relación entre Schrödinger y constante reducida).
- Agregar preguntas sobre notación de Dirac y aplicaciones a qubits.

Instrumento 2: Prueba estandarizada de modelos matemáticos

- Ítems claros, pero algunos Hamiltonianos se repiten se pueden unificar en un ítem más general.
- Mantener la parte de RMN porque conecta con aplicaciones reales.

- Agregar ítems sobre probabilidades en notación de Dirac y relación con la computación cuántica.

Instrumento 3: Encuesta de percepciones

- Incluir más datos generales (año de estudio, universidad).
- Unificar las escalas de respuesta (Likert de 4 o 5 puntos para todo).
- Redactar los ítems con mayor claridad y enfoque en “sistemas de dos niveles”.
- Unificar preguntas similares sobre uso de recursos.
- Agregar ítems sobre estrategias de aprendizaje y aplicaciones prácticas.

Instrumento 4: Guía de validación por juicio de expertos

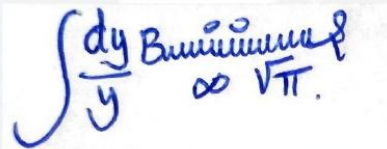
- Agregar una breve descripción del modelo teórico a validar.
- Mantener la escala Likert, pero colocar la referencia en la tabla.
- Incluir nuevos indicadores: aplicabilidad didáctica e innovación.
- Ampliar las observaciones del experto con pautas de respuesta.

Dicha validación se realizó tomando en cuenta los criterios de claridad, pertinencia y relevancia.

Considero que los instrumentos evaluados cumplen con los requerimientos de validez de contenido para ser aplicados en el marco de la presente investigación.

Por tanto, autorizo el uso de mi participación para fines académicos y científicos relacionados con la validación del presente trabajo investigativo.

Cordialmente:



Lic. Yesner Yancarlos Briones Rugama

Orcid: <https://orcid.org/0009-0008-4112-7784>

Correo: yesneryancarlosbrionesrugama@gmail.com

Anexo D. Codificación de la información

Anexo D.1. Codificación de prueba estandarizada

Total de estudiantes y problemas	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 6	Problema 6
Estudiante 1	C	A	B	D	A	B
Estudiante 2	B	B	B	B	A	A
Estudiante 3	C	C	B	B	A	A
Estudiante 4	C	C	A	B	C	D
Estudiante 5	B	A	B	C	D	A
Estudiante 6	A	A	D	C	B	A
Estudiante 7	A	A	B	C	D	B
Estudiante 8	B	A	A	D	A	B
Estudiante 9	C	A	B	C	B	A
Estudiante 10	B	A	B	A	B	A
Estudiante 11	B	C	A	C	D	B
Estudiante 12	B	A	B	C	B	A

Anexo D.2. Codificación de cuestionario

Tabla 19.

Codificación de cuestionario

Estudiante	Puntuación	Ítems 1	Ítems 2	Ítems 3	Ítems 4	Ítems 5	Ítems 6	Ítems 7	Ítems 8
1	100/100	B	A	A	A	D	A	A	B
2	60/100	B	A	B	C	D	A	D	B
3	75/100	B	A	A	B	A	A	A	B
4	15/100	A	A	D	D	A	C	C	C
5	20/100	A	B	B	B	D	B	A	A
6	45/100	B	A	A	C	A	B	B	A
7	75/100	B	A	A	C	D	A	B	B
8	90/100	B	A	A	A	B	A	A	B
9	60/100	B	B	A	C	A	A	A	B
10	100/100	B	A	A	A	D	A	A	B
11	100/100	B	A	A	A	D	A	A	B
12	45/100	B	B	B	B	A	A	A	B

Anexo D.3. Codificación de encuesta

Tabla 20.

Codificación de encuesta

Sexo	Ítems 1	Ítems 2	Ítems 3	Ítems 4	Ítems 5	Ítems 6	Ítems 7	Ítems 8
M	Rara vez	Rara vez	Posiblemente capaz	De acuerdo	Nada sencillo	Nada capaz	Nunca	Totalmente en desacuerdo
M	Rara vez	Rara vez	Poco capaz	En desacuerdo	Poco sencillo	Poco capaz	Nunca	De acuerdo
F	Rara vez	Frecuentemente	Posiblemente capaz	De acuerdo	Poco sencillo	Poco capaz	Nunca	Totalmente de acuerdo
	Frecuentemente	Frecuentemente	Posiblemente capaz	Totalmente de acuerdo	Algo sencillo	Poco capaz	Rara vez	De acuerdo
F	Frecuentemente	Rara vez	Poco capaz	En desacuerdo	Poco sencillo	Poco capaz	Frecuentemente	De acuerdo

Sexo	Ítems 1	Ítems 2	Ítems 3	Ítems 4	Ítems 5	Ítems 6	Ítems 7	Ítems 8
M	Frecuentem ente	Siempre	Posiblemente capaz	De acuerdo	Poco sencillo	Posibleme nte capaz	Frecuente mente	Totalme nte en desacue rdo
M	Frecuentem ente	Siempre	Posiblemente capaz	De acuerdo	Poco sencillo	Poco capaz	Nunca	De acuerdo
F	Frecuentem ente	Rara vez	Poco capaz	De acuerdo	Poco sencillo	Nada capaz	Rara vez	Totalme nte de acuerdo
M	Rara vez	Rara vez	Posiblemente capaz	Totalmente en desacuerdo	Poco sencillo	Poco capaz	Nunca	Totalme nte en desacue rdo
M	Frecuentem ente	Frecuentem ente	Poco capaz	De acuerdo	Nada sencillo	Nada capaz	Rara vez	Totalme nte de acuerdo
F	Frecuentem ente	Rara vez	Posiblemente capaz	De acuerdo	Poco sencillo	Poco capaz	Rara vez	De acuerdo

Sexo	Ítems 1	Ítems 2	Ítems 3	Ítems 4	Ítems 5	Ítems 6	Ítems 7	Ítems 8
F	Siempre	Frecuentem ente	Poco capaz	De acuerdo	Poco sencillo	Nada capaz	Rara vez	Totalme nte de acuerdo

Anexo D.4. Codificación de guía de validación por juicio de expertos

Tabla 21.

Codificación de guía de validación por juicio de expertos

Criterio de evaluación	Indicador	Escala Likert (1–5)
Claridad del modelo	El modelo está formulado con conceptos claros y comprensibles.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 x
Coherencia interna	Existe congruencia entre los fundamentos teóricos, matemáticos y pedagógicos del modelo.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 x
Pertinencia académica	El modelo responde a una necesidad real en la enseñanza de la Mecánica Cuántica.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 x

Criterio de evaluación	Indicador	Escala Likert (1–5)
Viabilidad	El modelo puede implementarse con los recursos académicos actuales (tiempo, materiales, tecnología).	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 x
Relevancia pedagógica	El modelo facilita la comprensión de contenidos abstractos en la formación universitaria.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 x 5 ☐
Proyección	El modelo puede servir de base para otros temas de la Mecánica Cuántica o áreas afines.	1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 x



¡Universidad del Pueblo y para el Pueblo!



