FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA MATAGALPA

UNICAM – RANCHO GRANDE

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA

UNAN - MANAGUA

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

Para obstar al título de licenciado en ciencias de la educación con mención en Física - Matemática

TEMA:

Obstáculos en el aprendizaje de matemática, en educación media, Matagalpa segundo semestre 2021

SUBTEMA:

Obstáculos didácticos en el aprendizaje del Teorema de Thales, en noveno grado colegio La Independencia Rancho Grande, segundo semestre 2021

AUTORES:

Br. David Salvador Arauz Dávila

Br. Fredy Antonio Meza Meza

Br. Roberto Carlos Herrera Soza

TUTOR:

Lic. Félix Román Picado Gutiérrez

Matagalpa, febrero 2022

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA MATAGALPA

UNICAM – RANCHO GRANDE

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA

UNAN - MANAGUA

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

Para optar al título de Licenciatura en Ciencias de la Educación con Mención en Física – Matemática.

TEMA:

Obstáculos en el aprendizaje de matemática, en educación media, Matagalpa segundo semestre 2021

SUBTEMA:

Obstáculos didácticos en el aprendizaje del Teorema de Thales, en noveno grado colegio La Independencia Rancho Grande, segundo semestre 2021

AUTORES:

Br. David Salvador Arauz Dávila

Br. Fredy Antonio Meza Meza

Br. Roberto Carlos Herrera Soza

TUTOR:

Lic. Félix Román Picado Gutiérrez

Matagalpa, febrero 2022

INDICE

DEDICATORIA

Dedicamos este documental principalmente a Dios, por habernos dado la vida, fuerza, sabiduría y permitirnos el haber llegado hasta este momento tan importante de nuestra formación profesional.

A nuestros padres, por ser el pilar más importante y por demostrarnos su cariño y apoyo incondicional sin importar nuestras diferencias de opiniones, que, a pesar de nuestra distancia física, siempre están con nosotros y aunque tuvimos muchas dificultades en el transcurso de nuestra carrera no perdimos las esperanza de que podíamos triunfar, venciendo los obstáculos que en su momento nos agobiaron.

A nuestros hijos e hijas, por ser el motor de nuestra vida para seguir adelante como buenos ciudadanos con expectativas de triunfar en la vida profesional, y así ellos tomen el ejemplo de la importancia de la educación superior con el fin de compartir conocimientos para la vida.

A nuestros docentes por habernos proporcionado parte de sus conocimientos con humildad y tolerancia durante todo el proceso de nuestra formación profesional. Demostrando empeño en ayudar en momentos difíciles a todos nuestros compañeros de la carrera, además por habernos inculcado valores éticos y morales para la convivencia pacífica con compañeros de clase y a la vez llevarlos a la practica en el ámbito social y profesional.

AGRADECIMIENTO

Agradecemos principalmente a Dios, por habernos dado la vida, fuerza, sabiduría y permitirnos el haber llegado hasta este momento tan importante de nuestra formación profesional.

A nuestros padres, por ser el pilar más importante y por demostrarnos su cariño y apoyo incondicional sin importar nuestras diferencias de opiniones, que, a pesar de nuestra distancia física, siempre están con nosotros y aunque tuvimos muchas dificultades en el transcurso de nuestra carrera no perdimos las esperanza de que podíamos triunfar, venciendo los obstáculos que en su momento nos agobiaron.

A nuestros hijos e hijas y también a nuestras Esposas, por ser el motor de nuestra vida para seguir adelante como buenos ciudadanos con expectativas de triunfar en la vida profesional, y así ellos tomen el ejemplo de la importancia de la educación superior con el fin de compartir conocimientos para la vida.

A nuestros docentes por habernos proporcionado parte de sus conocimientos con humildad y tolerancia durante todo el proceso de nuestra formación profesional.

A nuestras autoridades locales del municipio de Rancho Grande que en unión con el proyecto UNICAM promovido por el gobierno central se pudo cumplir el sueño de tener la universidad a nuestro alcance.

A nuestros compañeros de clases y en especial a nuestro equipo de investigación que a pesar de nuestras diferencias demostramos ser un grupo unido y perseverante con el fin de que todos alcanzáramos la meta propuesta.

VALORACIÓN DEL DOCENTE

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA

UNAN - FAREM - MATAGALPA

Matagalpa, 21 de enero del 2022

Por este medio avalo la entrega para su debida defensa ante el tribunal examinador del informe final del seminario de graduación para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Física Matemática, que lleva por nombre:

Obstáculos en el aprendizaje de la Matemática, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2021.

SUBTEMA

Obstáculos Didácticos en el aprendizaje del Teorema de Thales, en noveno grado, colegio La Independencia Rancho Grande, segundo semestre 2021.

AUTORES

Br. David Salvador Arauz Dávila. N° Carné: 17720841

Br. Roberto Carlos Herrera Soza. N° Carné: 17721204

Br. Fredy Antonio Meza Meza. N° Carné: 5061127

Considero que el informe final reúne los requisitos establecidos en el Reglamento de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-Managua, se ha cumplido con la metodología propuesta para desarrollar el seminario, así mismo la estructura obedece a lo contemplado en la normativa de la Universidad.

Lic. Félix Román Picado Gutiérrez

Docente Tutor

UNAN Managua, FAREM Matagalpa

RESUMEN

Este documento describe los obstáculos en el aprendizaje de matemática, en educación media, refiriéndonos específicamente a los obstáculos de aprendizaje en el contenido Teorema de Thales, noveno grado, colegio La Independencia Rancho Grande, segundo semestre 2021. Este tema es de gran importancia, los obstáculos didácticos han sido una gran problemática para la adquisición del aprendizaje en los estudiantes. Dicho teorema es relevante, facilita calcular razones de longitud y proporcionalidad en figuras geométricas.

Cada estrategia didáctica propuesta es fundamental para comprender conceptos, razonamiento y comprensión, permitiendo al estudiante manipular y descubrir diferentes respuestas que le generaran aprendizajes para la vida. Esta idea es de gran importancia para el desarrollo integral del individuo y para el fortalecimiento del pensamiento lógico al momento de resolver problemas, ejercicios, operaciones complejas en el teorema de Thales.

De acuerdo a los instrumentos aplicados existe poca motivación, para que el estudiante despierte el interés en la realización de las actividades, debido a la limitante del tiempo que propone el plan pizarra en la modalidad de secundaria regular. Las estrategias metodológicas son de suma importancia, debido a que las existentes han venido presentando dificultades de adaptación en la estrategia metodológica (plan pizarra). Los resultados cuantificados han demostrado debilidad para alcanzar los objetivos propuestos que exige el ministerio de educación a través del currículo.

Palabras claves: Obstáculos en el aprendizaje, Estrategias didácticas, Pensamiento Lógico Matemático.

I. INTRODUCCIÓN

Esta investigación es de gran necesidad llevarla a cabo para analizar e identificar los obstáculos que presentan los estudiantes en el aprendizaje del teorema de Thales, en noveno grado del Centro Escolar La Independencia, del Municipio de Rancho Grande, en el segundo semestre 2021. Por lo expuesto anteriormente se considera necesario dar respuesta a la siguiente interrogante. ¿Cuáles son los obstáculos para el aprendizaje del teorema de Thales?

Por tal razón se plantean las siguientes preguntas sobre lo que está ocurriendo en el tema, “Obstáculo del Teorema de Thales”. ¿Por qué a los estudiantes se les dificulta el procedimiento del Teorema de Thales?, ¿Será que este tema no es tratado con importancia y la dedicación necesaria?, ¿A los estudiantes se les brinda la explicación y motivación necesaria en este tema en particular?, ¿El docente al momento de desarrollar la clase relaciona el tema con situaciones de la vida cotidiana?

En esta investigación los antecedentes nos permiten analizar de manera coherente sobre el tema abordado y que obstáculos existen en la actualidad, siendo estos de gran relevancia como referencia para dirigirnos en el tema de estudio, por lo tanto, se considera que: En la actualidad la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se ha convertido en un gran desafío, especialmente para los docentes de esta área, quienes buscan diferentes estrategias y alternativas para facilitar que los estudiantes comprendan los conceptos matemáticos que se les orienta.

En Nicaragua la enseñanza de la matemática ha sido una preocupación constante a nivel ministerial por el bajo rendimiento que los alumnos han logrado en las pruebas, debido al deficiente dominio que tienen de esta disciplina los estudiantes.

Varias investigaciones se conocen con relación al Teorema de Thales y Semejanza de triángulos. Losa (1984) propuso una experiencia de trabajo en el aula de 2° y 3° año del Ciclo Superior de la EGB, referido al estudio de los triángulos con énfasis en el Teorema de Thales. En su trabajo, se implementa una secuencia que permite a los alumnos reconstruir el teorema de Thales a través de mediciones, recortando y manipulando los triángulos obtenidos. En esta secuencia los estudiantes realizan construcciones a partir de instrucciones dadas y deben comprobar que se cumplen las proporcionalidades propuestas. Según el autor, el alumno debe comprobar experimentalmente el teorema realizando diversas prácticas y mediciones hasta que lo interiorice.

Posteriormente, propone la reconstrucción con material concreto donde los estudiantes obtienen en cartulina triángulos en posición de Thales y por superposición comprueban que los ángulos homólogos son iguales. Se realiza el planteo de la proporcionalidad entre los lados correspondientes, y se llega a la conclusión de que los triángulos en posición de Thales son semejantes. La secuencia en esta investigación, finaliza con el estudio de un apartado relacionado con el Teorema de Thales: las relaciones métricas en los triángulos rectángulos, incluyendo las demostraciones de los teoremas de la altura y del cateto aplicando el teorema de Thales. (Hernandez, 2016)

Esta investigación se realizó a través de la recopilación de información, haciendo uso de instrumentos didácticos como guías de observación, encuestas a estudiantes y entrevista a docentes. Estos obstáculos se presentan en el alumno como un esquema cognitivo inadecuado, que puede venir de diferentes procedencias como son la falta especifica de conocimientos, despistes, entre otros.

Según Bello (2017) en sus estudios considera que el conocimiento matemático puede en su gran mayoría considerarse como algo construido, donde los obstáculos siempre van a ser tanto una posibilidad como una realidad permanente. En la metodología que se imparte para el aprendizaje, surge la necesidad de enseñar que se identifiquen los obstáculos de los alumnos donde se determinen sus causas y a partir de las mismas se logre organizar la manera de enseñar, donde el profesor debe idear estrategia que logre el progreso del aprendizaje.

Con base a lo anterior, se tomará como contenido matemático los obstáculos en el aprendizaje del teorema de Thales el cual representa una gran dificultad en la asimilación de los estudiantes. El trabajo estará enfocado en los obstáculos que presentan los estudiantes para el aprendizaje y poner en contacto al lector con los aspectos más relevantes de este escrito.

Para ello se analizará el origen de los obstáculos que cometen los alumnos al trabajar con las matemáticas, específicamente con el teorema de Thales, teniendo en cuenta las razones por las que se origina. Cabe mencionar que en esta investigación se estará ofertando una estrategia didáctica con el propósito de que el lector comprenda de una manera más fácil el teorema de Thales y de esta forma se logrará despertar el interés para resolver ecuaciones del teorema.

Enfoque filosófico de la investigación

Este trabajo de investigación de acuerdo a su enfoque, es de carácter cualitativa, ya que no se utilizará la medición numérica, sino que se describirán las características de la población y muestra de estudio, además se aplica la lógica inductiva de lo particular a lo general (de los datos a la generalización-no estadística y la teoría) (Fernando Collado Zampieri & Lucio Bautista, 2015).

Tipo de investigación

La presente investigación está relacionada con el paradigma pos positivista, lo que significa que la realidad existe, pero no puede ser completamente aprendida y los hechos que ocurren pueden ser explicados como lo demuestran los datos cuantitativos y cualitativos. Es mixto porque es un proceso donde se recolecta, analiza, vincula datos en estudio, en el cual responde al planteamiento del problema obstáculos didácticos en el teorema de Thales.

Población y Muestra

La técnica aplicada en la investigación es la encuesta, la que utiliza un conjunto de procedimientos de investigación mediante los cuales se recoge y analiza una serie de datos de una muestra de casos respectiva de un universo de 23 estudiantes a los cuales el 100% fueron encuestados debido a que es grado único.

Instrumentos Utilizados

Para recopilar la información necesaria se aplicaron los siguientes instrumentos: Guía de observación dirigida a estudiantes y docentes, entrevista al docente de matemática, tés y encuesta para la adquisición de información necesaria que valide esta investigación.

Procedimiento de análisis de información

Para analizar los datos recopilados en esta investigación se efectuaron procedimientos científicos haciendo de equipos tecnológicos (computadoras) y programas operativos (Word y Excel) para la tabulación y procesamiento de la información

II. JUSTIFICACIÓN

La presente investigación se enfoca en analizar los obstáculos para el aprendizaje del teorema de Thales en noveno grado del Centro Escolar La Independencia, en el segundo semestre del año lectivo 2021, también se pretende estudiar el proceso de aprendizaje, para lograr expectativas optimas en el de desempeño del docente en las aulas de clases, se fortalecerá el dinamismo del estudiante para presentar buenos resultados en las evaluaciones, el presente trabajo permitirá brindar una visión de los cambios que podrán dar efecto en el desarrollo del pensamiento lógico crítico y autocritico.

Llevar estrategia que favorecen el interés, creatividad, trabajo investigativo, para mejorar los resultados de rendimiento académico encontrado en las evaluaciones anteriores, debido al deficiente dominio que tienen en resolver operaciones de dicho teorema.

Por lo consiguiente se investigarán los obstáculos que se consideran perjudiciales para dar el conocimiento de cómo solucionar problemas con el teorema de Thales de la forma más sencilla y creativa. También que el estudiante tenga la habilidad de unir el conocimiento intelectual con la vida diaria y así pueda tener metas que pueda cumplir durante sus estudios secundarios y universitarios.

Este trabajo investigativo es de gran importancia para mejorar los resultados de rendimiento académico encontrado en las evaluaciones anteriores, debido al deficiente dominio que tienen en resolver operaciones de dicho teorema, además hay muchos motivos para realizar esta investigación sobre el problema de Thales; ya que se pone en práctica en los quehaceres de la vida para la construcción, para elaborar planos de arquitectura.

También proporciona nuevas direcciones, para la exploración humana, tanto metafóricamente como literalmente. Por tal razón permitirá nuevas invenciones en el modo de analizar geométricamente un término, donde aprendizaje se vuelve motivador y así se logra mejorar el rendimiento y retención en las aulas de clase.

Cabe señalar que en esta investigación se propondrá una estrategia didáctica a los docentes de educación secundaria con el fin de dar respuesta a los obstáculos para el aprendizaje del teorema de Thales en noveno grado del Centro Escolar La Independencia, en el segundo semestre 2021.

En esta investigación se brindan recomendaciones a los sectores involucrados para facilitar el desarrollo del pensamiento creativo, dinámico y colectivo; todo lo anterior proporciona información relevante a estudiantes y docentes para despertar el interés en la resolución de problemas del teorema de Thales. Por consiguiente, servirá a la sociedad en general en todos los trabajos futuros, relacionados con la educación, vida diaria, el entorno social, desarrollo cultural.

III. OBJETIVOS

3.1. General:

Analizar los obstáculos para el aprendizaje del Teorema de Thales en noveno grado del Centro Escolar La Independencia, en el segundo semestre 2021.

3.2. Específicos:

3.2.1. Describir el proceso de aprendizaje del Teorema de Thales en noveno grado del Centro Escolar La Independencia, en el segundo semestre 2021.

3.2.2. Identificar obstáculos en el aprendizaje del Teorema de Thales en noveno grado del Centro Escolar La Independencia, en el segundo semestre 2021.

3.2.3. Proponer una estrategia didáctica para el aprendizaje del Teorema de Thales en noveno grado del Centro Escolar La Independencia, en el segundo semestre 2021.

IV. DESARROLLO DEL SUBTEMA

4.1. Obstáculos

Un obstáculo es una dificultad o un escollo. El término procede del vocablo latino obstáculos. El concepto se utiliza de distintas maneras de acuerdo al contexto. A nivel general, puede decirse que un obstáculo es un problema o un inconveniente. Por ejemplo: “Logré superar muchos obstáculos y finalmente pude graduarme”, “La lesión del capitán del equipo supone un obstáculo para el entrenador a la hora de pensar en la alineación inicial del conjunto”, “Durante todo el año la inflación fue un obstáculo que me impidió alcanzar mis metas financieras”. (Porto J. P., 2019)

Todas las personas se enfrentan a múltiples obstáculos en su vida cotidiana. Muchos son menores y se superan con facilidad; incluso si no pueden sortearse, no acarrean consecuencias graves. Otros obstáculos, en cambio, pueden causar contrariedades muy serias. (Porto J. P., 2019)

Los obstáculos no son un impedimento para lograr las metas de estudio, hay ocasiones que pueden distanciar la preparación del individuo; pero no significa que no se puedan alcanzar los sueños de superación ya que muchas veces los obstáculos sirven para acumular experiencia en el trayecto de la vida estudiantil.

4.1.1. Obstáculos qué te impide lograr lo que quieres

Ego. En su teoría de la personalidad el ego es un nivel de la psique humana y está formado por aquellos deseos conscientes y algunos inconscientes que se encuentran entre dos niveles: los deseos más profundos ubicados en nuestro inconsciente (el ello) y las estructuras culturales y sociales incorporadas en nuestra mente (el superyó).

Por otra parte, el yo se ocupa del mundo real y de alguna manera es un nivel psíquico que intenta controlar los otros dos niveles mencionados. En otros términos, el ello nos presiona desde nuestro interior diciéndonos lo que queremos hacer y el superyó nos condiciona desde el exterior recordándonos lo que deberíamos hacer. (Ferrera, 2019)

Cabe mencionar que por muchos conocimientos que adquiramos en la vida, no lo sabemos todo, es decir no ser egocéntrico, más bien cada vez que adquiramos un conocimiento nuevo debemos compartirlo con humildad sin humillar a los demás.

El Tiempo. Otro factor que te impide lograr tus sueños y lo que quieres, es la falta de tiempo. Si siempre estás ocupado, postergando y quejándote que no tienes tiempo para nada es porque en realidad tienes miedo a enfrentarte con tus deseos. (Sanchez, 2020).

Si queremos superarnos debemos aprovechar el tiempo al máximo realizando un auto cronograma de cada actividad o tarea que se nos encomiende, ya que para todo hay un tiempo necesario. Al consultar a los estudiantes de noveno grado del colegio Público La Independencia sobre el tiempo asignado para la resolución de problemas individuales expresaron:

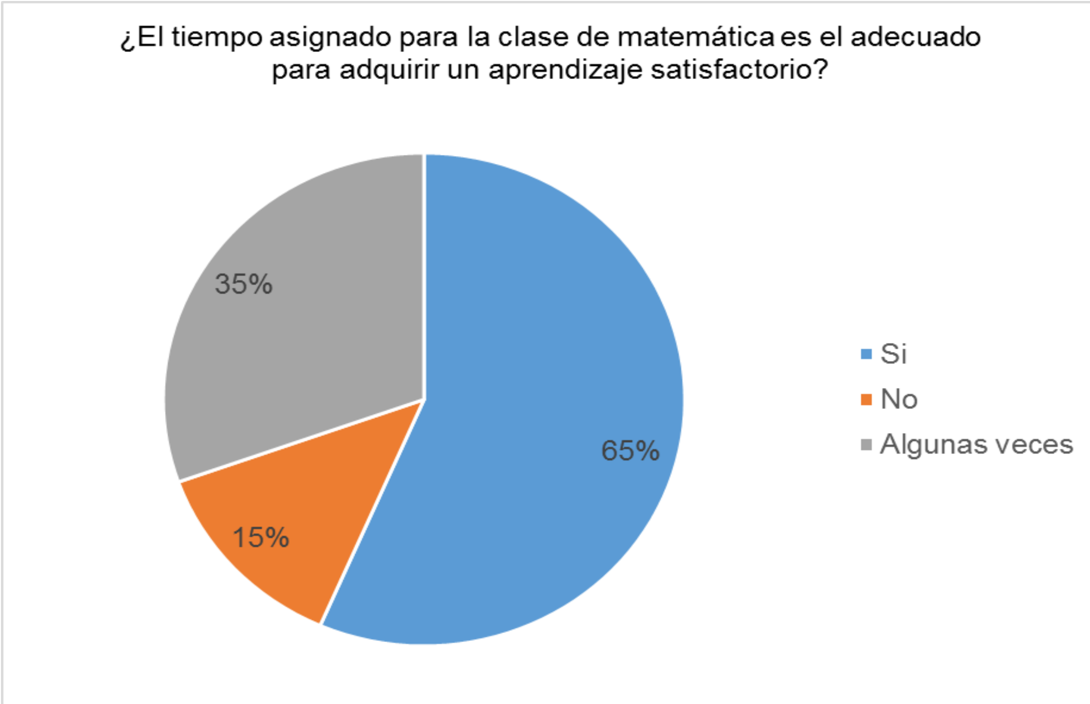


Gráfico 1, tiempo en función de la clase

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes

El 57% manifiestan que sí, que el tiempo para la clase de matemáticas es suficientes, sin embargo, el 13% plantea que no es suficiente, además el 30% manifiesta que algunas veces el tiempo es limitado para resolver los ejercicios matemáticos, acertando con la teoría de Sanchez, 2020 que considera que el tiempo muchas veces es un obtaculo por no tener un orden de prioridad en las tareas o actividades orientadas por los docentes.

Falta de Constancia. Conoces el cuento de la liebre y la tortuga. La liebre llena de fuerza y energía se jactaba de sus fortalezas y se durmió en sus laureles. La tortuga apoyada en su constancia logró ganar la apuesta cruzando la meta antes que su adversario. Eso también nos pasa a las personas nos apoyamos en lo fuerte que somos sin advertir que más se gana con la perseverancia, persistiendo y resistiendo hasta lograrlo. (Sanchez, 2020).

Se debe de estar consiente que los seres humanos no somos indispensables para realizar las diferentes actividades. Ningún ser humano debe de ser más que otro cada quien tiene sus propias habilidades y destrezas en determinadas funciones.

Actitudes Tóxicas. El asumir el rol de víctima, la queja constante, el proyectar en los demás tus dificultades personales, el miedo, las envidias, los celos, la ira, las frustraciones y la falta de conexión con tus emociones, harán que te bloquees y no consigas lograr lo que quieres. Reconocer esas actitudes te ayudará a actuar en consecuencia para controlar y vencer esas limitaciones que bloquean tu desarrollo. (Sanchez, 2020).

Se debe despojar de las malas actitudes, malos pensamientos, malos hábitos, en vez de brindarlos el valor que cada persona tiene asumiendo y contrarrestando obstáculos y barreras que se nos presenten sin culpar a nadie ya que en la vida todo tiene un precio a lo que común mente le llamamos sacrificio.

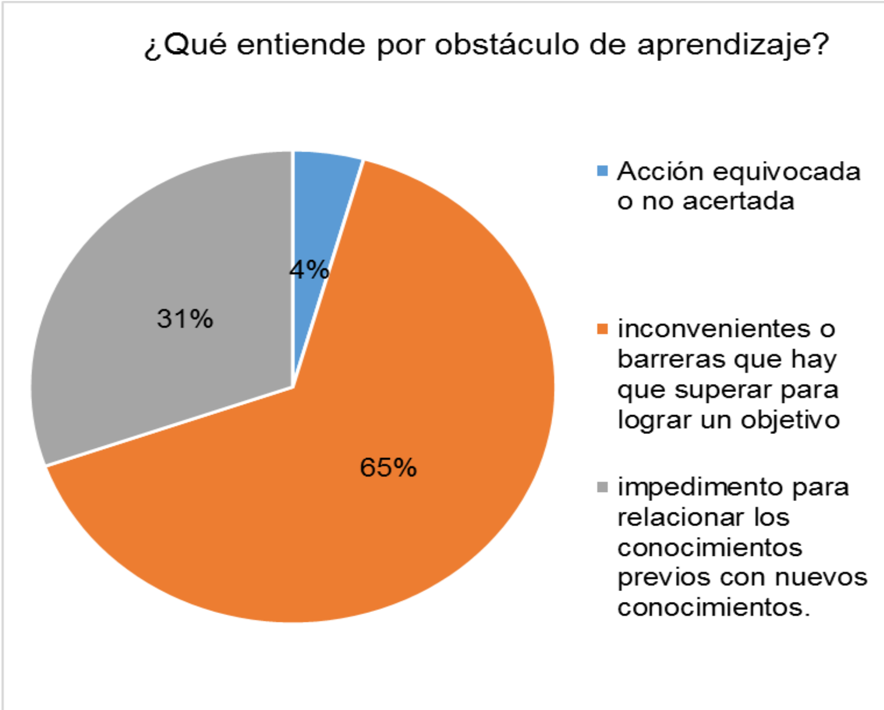
Aferrarte a lo conocido. ¿Por qué te aferras a costumbres y tradiciones que hoy no tienen sentido? Acaso, te da más seguridad repetir conductas heredadas que ni siquiera son tuyas. Para que puedas lograr lo que quieres, debes poner a prueba tus miedos e inseguridades, enfrentándote a Io desconocido. Esto te ayudará a desafiarte, a conocer tus límites y a superar obstáculos porque como en todo, esto también debes aprenderlo. (Sanchez, 2020).

Se debe de ser dinámico y estar apto para los cambios que se presenten ya que lo que era bueno ayer para el mañana será obsoleto, por lo tanto, los seres humanos debemos de estar en un proceso evolutivo, actualizándonos según la exigencia de nuestra globalización.

Ir sin rumbo. Sin un plan de acción, sin un enfoque, sin una guía, sin un apoyo será muy difícil que alcances tus metas. No pretendas tener un plan perfecto, ya tendrás tiempo para refinarlo. Si por el contrario quieres tenerlo todo perfecto y controlado, paralizarás tus acciones y no podrás siquiera empezar. (Sanchez, 2020).

La planificación es indispensable para toda actividad a realizar ya que esta nos orienta en el tiempo y espacio priorizando actividades relevantes que nos lleven al éxito, sin obviar las que consideramos de menos importancia ya que son complementarias para la vida.

Escuchar a las personas negativas. Hay muchas personas renegadas, envidiosas, escépticas y negativas que más que alentar hunden a los más optimistas. Entiendo que tengas ganas de contarle a todo el mundo tus sueños, proyectos y deseos, pero ten cuidado. Como dice el refrán “en boca cerrada no entran moscas” y más ganarás hablando con las personas que te animen y se alegren por tu empuje, valentía y atrevimiento. (Sanchez, 2020).



Gráfica 2: Obstáculos de aprendizaje.

Fuente: encuesta realizada a estudiantes

En base a esta interrogante, el 65% de los estudiantes encuestados manifestaron que es una barrera que hay que superar para lograr un objetivo, coincidiendo con la teoría de Porto 2019; pero el 31% consideran que son impedimentos para relacionar los conocimientos previos con nuevos conocimientos. Al estudiante se le hace difícil relacionar los conocimientos previos con el aprendizaje que ya ha adquirido, no logra discernir coherencia con respuestas cerradas de algunas operaciones matemáticas no así un 4% creen que son acciones equivocadas o no acertadas, es decir que el 35% de los estudiantes encuestado no acertaron en sus respuestas en relación a la teoría de Porto (2019).

Cuando hayas incorporado en ti que tus sueños son posibles y te lo creas desde lo más profundo de tu mente y tu corazón. Visualiza, planea, medita y practica afirmaciones positivas para alcanzar tus sueños. (Sanchez, 2020).

No es sencillo, pero vale la pena intentarlo. No tener comunicación con personas pesimistas que te lleven al fracaso, debemos comprender que las influencias de mala conducta te hacen fracasar en tus metas. (el que con lobos anda a aullar aprende)

4.2. Obstáculos de Aprendizaje

En un sentido más amplio, en este artículo se asumen los obstáculos de aprendizaje como todos aquellos factores que, con o sin intervención didáctica, inhiben, limitan o impiden a un individuo hacerse efectivamente de un saber. En el contexto educativo, la existencia de Obstáculos de Aprendizaje (OA) se evidencia al haber discrepancia entre los conocimientos pretendidos y los construidos, es decir, debido a la presencia de factores que dificultan el logro de los fines esperados. (Lárez, 2018)

Los obstáculos de aprendizajes (OA) son fenómenos verdaderos, no son una invención, ni una construcción social. Tienen diferentes orígenes, los más relevantes son:

a) Las complejidades de los conceptos y los diversos significados de los objetos matemáticos

b) Los obstáculos epistemológicos.

c) El desarrollo cognitivo de los aprendices.

d) Las cualidades profesionales de los docentes de Matemática.

e) Las actitudes, creencias y emociones de los estudiantes.

f) Las condiciones y concepciones del aula y su entorno. (Lárez, 2018)

4.3. Obstáculos en el aprendizaje de la Matemática

Entre los Obstáculos que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas encontramos el obstáculo Epistemológico, el Obstáculo Didáctico y Ontogenético los cuales se abordaran en seguida. Entre los Obstáculos que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas encontramos el obstáculo Epistemológico, el Obstáculo Didáctico y Ontogenético los cuales se abordaran en seguida.

4.4. Obstáculos Epistemológico

Los obstáculos epistemológicos; son parte del proceso de aprendizaje y no solo no se deben evitar, sino que se deben enfrentar porque juegan un papel muy importante en la adquisición del nuevo conocimiento. Por ejemplo, el salto conceptual entre los números naturales y los números racionales (Cappelletti, 2017).

Por el contrario, los obstáculos didácticos provienen de la enseñanza, y se deben evitar porque impiden superar los obstáculos epistemológicos, es decir, impiden ver las cosas de una nueva manera. Por esta razón, no se puede seguir aplazando la reflexión sobre estos obstáculos, porque si se conocen se pueden evitar.

Al desarrollar ejercicios matemáticos se deben de reducir los obstáculos que impiden el aprendizaje y conocimiento de los estudiantes, ya que afectan el avance y las metas propuestas a largo plazo como individuo.

Al inicio del capítulo señalado de Brousseau, el autor plantea que dentro del ámbito académico la resolución de problemas como medio para abordar las dificultades a las que nos enfrenta la enseñanza de las matemáticas, es un lugar común. Ahora, si bien aparece como consenso la importancia de la relación entre resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas, Brousseau se cuestiona: ¿si se está de acuerdo con esto, por qué no se hace?, ¿qué se hace entonces? Él mismo responde que se ha optado por la vía fácil, ya sea desde el punto de vista del profesor o desde quienes organizan la enseñanza. Usualmente, para simplificar la labor, se ha optado por seleccionar una colección de problemas que considerando las siguientes componentes:

Este texto es una trascripción editada de una conferencia impartida por el profesor Hugo Barrantes, el 25 de marzo del 2006 en un Seminario Teórico. La trascripción y edición preliminar de la misma fue realizada por los estudiantes de la Universidad Nacional Daniela Araya y Diego Soto. La versión final incluyó la revisión y la edición por parte del autor. Intenciones metodológicas del profesor: esta componente corresponde a los objetivos de aprendizaje que se propone el docente, esto es: ¿qué es lo que quiere hacer?

4.4.1. El contenido matemático

Se trata de una teoría matemática o de una fórmula o colección de ellas: ¿qué es lo que quiere enseñar? Para esto, se elige una axiomática. Aquí el problema es: ¿por cuál axiomática se debe optar? Usualmente la axiomática de esa selección es la que permite ver la mayor cantidad de contenidos en el menor tiempo posible; es decir, la que está más estructurada, la que ayuda más al profesor a preparar su clase.

4.4.2. La componente matemática

La pregunta fundamental que responde este componente es: ¿cómo se hace eso? Aquí podemos considerar, a modo de ejemplo, las demostraciones de teoremas o la resolución de problemas, las cuales, se convierten en un algoritmo o procedimiento que el estudiante aprende y repite.

4.4.3. La componente heurística

Acá nos enfrentamos a que no todo se puede reducir a solución ni resolución de problemas en un modo algorítmico. Entonces, la idea es buscar lo que más se aproxime a ello. Se ven algunas componentes heurísticas que al final, se convierten en algoritmos también. Entonces, un problema del que no se tiene un algoritmo para resolverlo, se enseña a partir de una serie de heurísticas que suplantan al algoritmo. (Bello, Bogota 2017).

Tenemos, entonces, la ausencia de un aprendizaje significativo bajo este esquema. Esto es precisamente lo que critica Brousseau. En primer lugar, estas componentes separadamente están íntimamente relacionados con el contenido matemático, con la forma de demostración o de resolución de problemas, por lo cual, la parte heurística y las intenciones del profesor son una amalgama que no se pueden separar. Esto es precisamente a lo que lleva este esquema. (Bello, Bogota 2017).

La otra crítica fundamental que hace Brousseau es que el estudiante está ausente en todo el proceso. Éste solamente está esperando que se le enseñe, que el profesor haga evidente todos los conceptos, las definiciones, los algoritmos para resolver problemas etc. No hay significación conceptual en este sentido. Además, dentro de este esquema, la axiomática ayuda a dar la mayor cantidad de conocimientos posibles en un menor lapso. No obstante, la construcción axiomática sugiere un aprendizaje mágico, donde la cantidad de conocimiento sólo llena un espacio curricular. No lleva a un conocimiento significativo. El estudiante, allende al proceso, no sabe nada de estos axiomas, ni de los teoremas que se deducen de ellos. (Bello, Bogota 2017).

4.5. Obstáculos didácticos

Obstáculos didácticos Cuando las dificultades no se pueden superar, se convierten en obstáculos porque impiden avanzar en la construcción del nuevo conocimiento. Estos obstáculos pueden ser de tres tipos, según de dónde provengan: ontogenéticos, epistemológicos y didácticos Brousseau (1989). Los obstáculos ontogenéticos provienen de condiciones genéticas específicas de los estudiantes y, por lo tanto, no se pueden evitar mediante la formación de docentes. (Escobar, Colombia 2011).

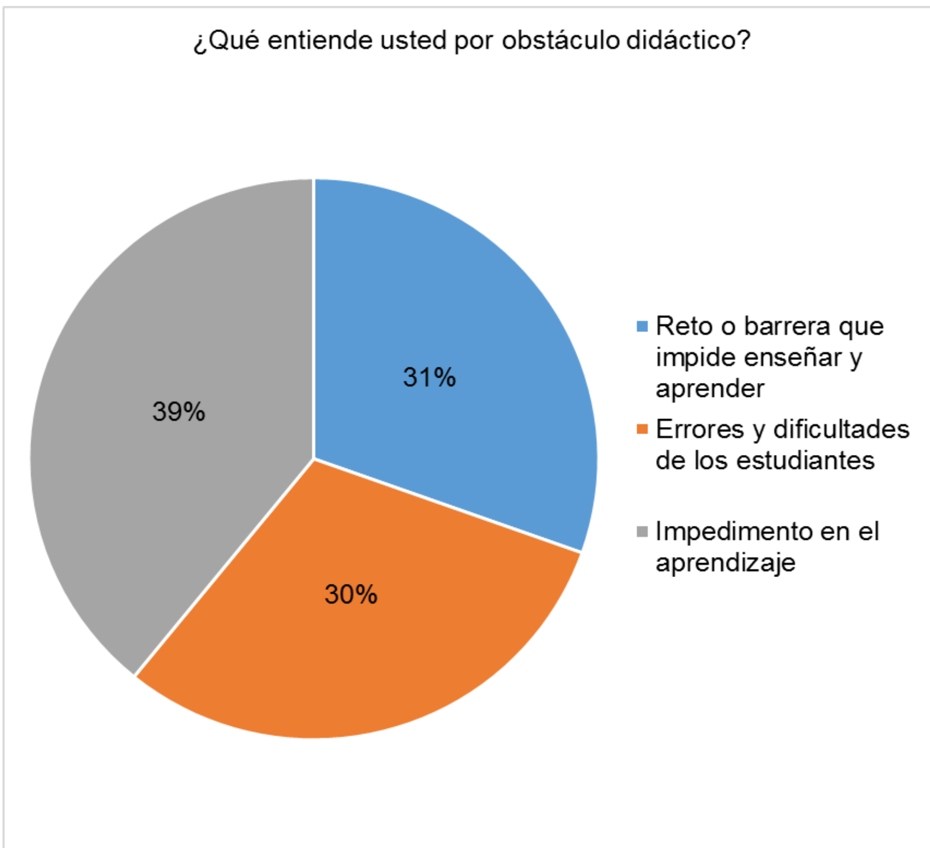


Gráfico 3: Obstáculos Didácticos.

Fuente: Encuesta realizada a estudiantes.

El 31% respondió que hay retos o barreras que impiden adquirir la enseñanza aprendizaje en el aula de clase, coincidiendo con la teoría de Brousseau (1989), que explica que los octaculos didácticos afectan la preparación del educando para alcanzar nuevos conocimientos que conlleven a dar respuesta a las dificultades presentadas durante el periodo de clases, el 30% expresa que son errores y dificultades de los estudiantes y el 39% que son impedimentos en el aprendizaje.

4.5.1. Metodológicos

Se considera un error metodológico el uso, por parte del docente, de palabras inadecuadas o "trucos". Los métodos de enseñanza deben ser acordes con la organización institucional escolar y la secuencia curricular. Las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza tienen que ver con la institución escolar, con el currículo de Matemática y con los métodos de enseñanza. La institución escolar debe propiciar una organización escolar que tienda a reducir las dificultades del aprendizaje de la Matemática dependiendo de los materiales curriculares, de los recursos y de los estilos de enseñanza.

Esta organización afecta tanto a los elementos espacio-temporales como a los agrupamientos en clases homogéneas o heterogéneas, de acuerdo con sus habilidades en Matemática. La organización curricular en Matemática puede originar diferentes dificultades en el aprendizaje de la misma.

Cuatro serían los elementos básicos a considerar como dificultades en el currículo de Matemática: las habilidades necesarias para desarrollar capacidades matemáticas que definen la competencia de un alumno en esta ciencia, la necesidad de contenidos anteriores, el nivel de abstracción requerido y la naturaleza lógica de la Matemática escolar. Por último, los métodos de enseñanza deben estar ligados tanto a los elementos organizativos de la institución escolar, como a la organización curricular.

Varios son los aspectos a considerar, por ejemplo, el lenguaje, que debe adaptarse a las capacidades y comprensión de los alumnos; la secuenciación de las unidades de aprendizaje que debe estar adaptada a la lógica interna de la Matemática; el respeto a las individualidades que tiene que ver con los ritmos de trabajo en clase; los recursos y la representación adecuada. (Vargas, 2013).

Al consultar a los estudiantes sobre la siguiente interrogante: ¿Su docente le brinda ayuda cuando tiene dudas respecto a una temática?

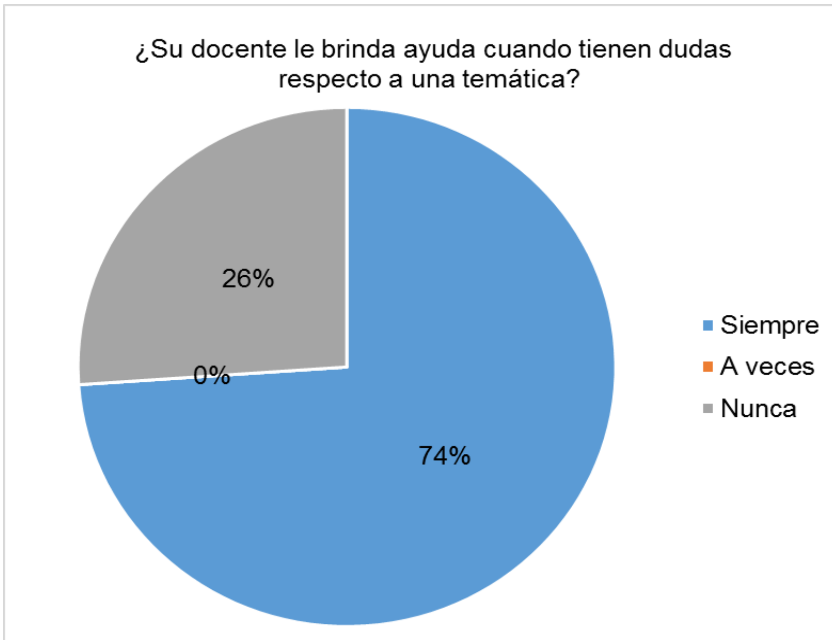


Gráfico 4: Momentos que el docente ayuda a sus estudiantes

Fuente: Encuesta realizada a estudiantes

El 74% expresó que el docente siempre les brinda ayuda sin embargo un 26% de ellos aseguro que nunca les ayuda generando así un obstáculo como lo asegura Escobar 2011 que muchas veces la metodología impartida por el docente se convierte en un obstáculo metodológico.

4.5.2. Curriculares

Un error curricular se presenta cuando el diseño del currículo impide dar un salto conceptual o superar el obstáculo epistemológico, que se debe dar porque es fundamental para adquirir el nuevo conocimiento.

4.5.3. Conceptuales

Un error conceptual es una noción falsa que se enseña, precisamente, para evitar el salto conceptual, y que distorsiona el concepto. También el error conceptual es una modificación de los conceptos ya definidos por el cambio de ideas propias del lector.

4.5.4. Ontogenético

Los obstáculos ontogenéticos provienen de las condiciones genéticas específicas de los estudiantes y, por lo tanto, no se pueden evitar mediante la formación de los docentes. El estudio de tales obstáculos ha llevado en la década de los 80s a distinguir diversas tipologías según la causa. Se llaman “Obstáculos Ontogenéticos” aquellos cuya causa residen en el alumno (por ejemplo: inmadurez para aprender un determinado concepto, deficiencia, condiciones personales) (Bruno & Pinilla, 2002).

4.5.5. Estilos de Aprendizajes

Se entiende por aprendizaje al proceso a través del cual el ser humano adquiere o modifica sus habilidades, destrezas, conocimientos o conductas, como fruto de la experiencia directa, el estudio, la observación, el razonamiento o la instrucción. Dicho en otras palabras, el aprendizaje es el proceso de formar experiencia y adaptarla para futuras ocasiones: aprender. (Prandi, 2013-2021).

Cada persona aprende de formas diferentes. Por lo que es muy importante que instituciones educativas de todos los niveles tomen nota de cómo pueden explotar distintos estilos de aprendizaje en beneficio de sus estudiantes, en lugar de imponer una sola forma de enseñanza a todos de manera indistinta. (Perez, 2021).

¿Qué es un estilo de aprendizaje?

De acuerdo con el California Journal of Science, un estilo de aprendizaje consiste en una serie de características personales con las que naces y que desarrollas conforme vas creciendo. Determina, entre otras cosas, a través de qué actividades y sentidos tiendes a absorber información más fácilmente; ya sea a través de la vista, el oído, el tacto, el habla, la toma de notas o una combinación de estas.

Tenemos tres grandes sistemas para representar mentalmente la información, el sistema de representación visual, el auditivo y el kinestésico. La mayoría de nosotros utilizamos uno más que otro, ¿por qué? Se desarrollan diferente en cada uno de nosotros y tienen sus propias características.

4.5.6. Sistema de representación visual

El sistema de representación visual tiende a ser el sistema de representación dominante en la mayoría de las personas. Ocurre cuando uno tiende a pensar en imágenes y a relacionarlas con ideas y conceptos. Como por ejemplo cuando uno recurre a mapas conceptuales para recordar ideas, conceptos y procesos complejos. Por lo mismo, éste sistema está directamente relacionado con nuestra capacidad de abstracción y planificación.

Sistema de representación auditivo

Las personas que son más auditivas tienden a recordar mejor la información siguiendo y rememorando una explicación oral. Este sistema no permite abstraer o relacionar conceptos con la misma facilidad que el visual, pero resulta fundamental para el aprendizaje de cosas como la música y los idiomas.

Sistema de representación kinestésico

Se trata del aprendizaje relacionado a nuestras sensaciones y movimientos. En otras palabras, es lo que ocurre cuando aprendemos más fácilmente al movernos y tocar las cosas, como cuando caminamos al recitar información o hacemos un experimento manipulando instrumentos de laboratorio. Este sistema es más lento que los otros dos, pero tiende a generar un aprendizaje más profundo y difícil de olvidar, como cuando aprendemos a andar en bicicleta.

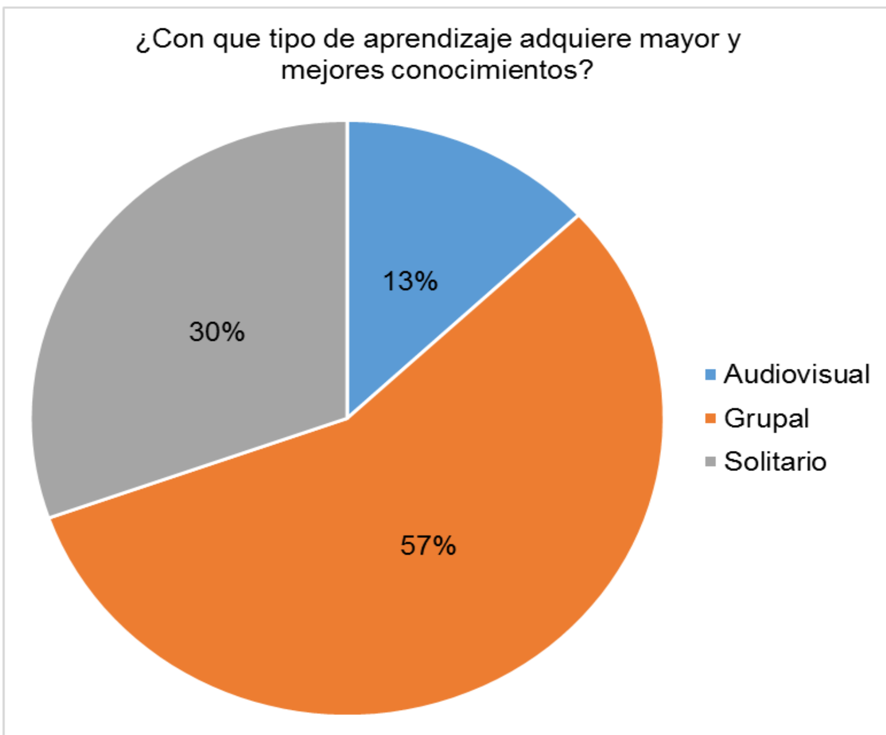


Gráfico 5: Tipos de aprendizajes

Fuente: Encuesta realizada a estudiantes.

En este gráfico se muestra que el 57% de los encuestados adquieren mejor el aprendizaje trabajando grupalmente, el 30% manifestó que a través de equipos audiovisuales y solo un 13 % adquiere mejores conocimientos de manera solitaria.

4.5.7. Recursos Didácticos utilizados en matemáticas

Según Morales 2012, se entiende por recursos didácticos al conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje. Estos materiales pueden ser tanto físicos como virtuales, asumen como condición, despertar interés de los estudiantes, adecuarse a las características físicas y psíquicas de los mismos, además que facilitan la actividad del docente al servir de guía; así mismo tienen la gran virtud de adecuarse a cualquier tipo de contenido.

De acuerdo a Moya (2010), los recursos didácticos se clasifican en:

Textos impresos:

Manual o libro de estudio.

Libro de consulta.

Biblioteca de aula.

Impresos varios.

Material audio visual:

Proyectarles.

Videos, películas, audios.

Nuevas tecnologías de información y comunicación (TIC) software adecuado

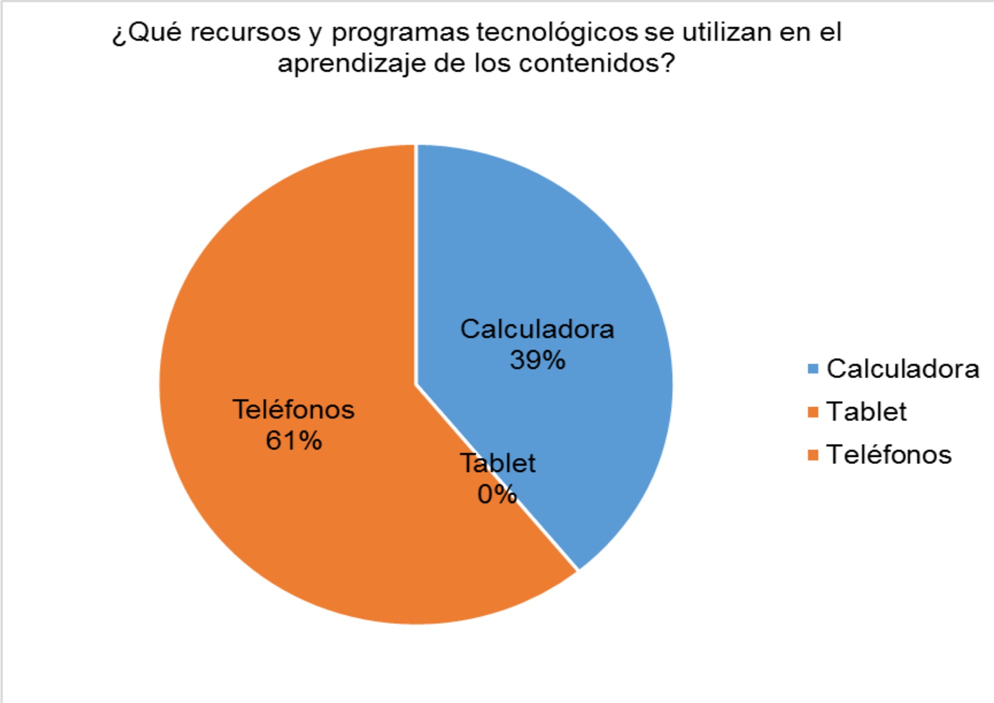


Tabla 6: Recursos utilizados por el docente.

Fuente: Encuesta realizada a estudiantes.

Al consultar a los participantes sobre ¿Qué recursos y programas tecnológicos se utilizan en el aprendizaje de los contenidos? Se le propuso tres opciones, una amplia mayoría (61) afirma que hacen uso del teléfono, en cambio el 39 % decidió por la calculadora y un 0% no hacen uso de Tablet, coincidiendo con Morales que hoy en día unos de los recursos didácticos más usados son los audios visuales ya que en cada hogar existe al menos un teléfono inteligente y la mayor parte de la población tienen acceso al internet.

4.5.8. Importancia del aprendizaje en las matemáticas

Las matemáticas son fundamentales para el desarrollo intelectual de los niños, les ayuda a ser lógicos, a razonar ordenadamente y a tener una mente preparada para el pensamiento, la crítica y la abstracción. (Irigoyen, 2021).

Las matemáticas son consideradas como base fundamental en toda persona, también se considera a las matemáticas como la reina de las ciencias, ya que para realizar distintas actividades o acción siempre estamos empleando una función matemática, ya sea sumando, restando, dividiendo o multiplicado.

Sin embargo, la opinión mayoritaria es que las matemáticas juegan un papel importante en la sociedad. En efecto, las matemáticas están presentes en cualquier faceta de nuestra vida diaria: el uso de los cajeros automáticos de un banco, las comunicaciones por telefonía móvil, la predicción del tiempo, las nuevas tecnologías, la arquitectura, e incluso, aunque no es tan conocido, también en una obra de arte, en la música, en la publicidad, en el cine o en la lectura de un libro.

En el ámbito educativo, las matemáticas configuran actitudes y valores en los alumnos pues garantizan una solidez en sus fundamentos, seguridad en los procedimientos y confianza en los resultados obtenidos. Todo esto crea en los niños una disposición consciente y favorable para emprender acciones que conducen a la solución de los problemas a los que se enfrentan cada día.

A su vez, las matemáticas contribuyen a la formación de valores en los niños, determinando sus actitudes y su conducta, y sirviendo como patrones para guiar su vida, como son, un estilo de enfrentarse a la realidad lógico y coherente, la búsqueda de la exactitud en los resultados, una comprensión y expresión clara a través de la utilización de símbolos, capacidad de abstracción, razonamiento y generalización y la percepción de la creatividad como un valor. (Irigoyen, 2021).

Al consultar a los estudiantes respecto al aprendizaje de las matemáticas los resultados fueron los siguientes:

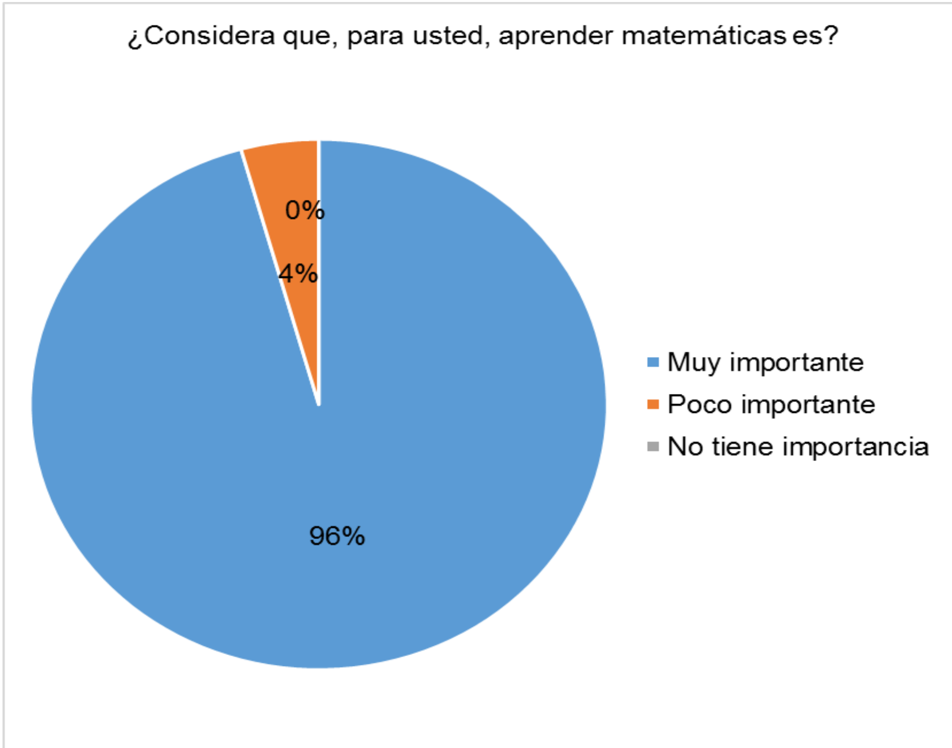


Gráfico 7: Importancia de Matemática.

Fuente: Encuesta realizada a estudiantes.

Una amplia mayoría de los participantes encuestados, el (96%) manifiestan que es muy importante el estudio de las matemáticas, no así el 4% consideran que tiene poca importancia. Cabe mencionar que según Irigoyen 2021, considera que las matemáticas son fundamentales para el desarrollo de la sociedad, están presentes en cualquier faceta de nuestra vida diaria.

4.6. Aritmética

Parte de las matemáticas que estudia los números y las operaciones que se hacen con ellos. La aritmética es la rama de las matemáticas que estudia los números y las operaciones básicas que se pueden efectuar entre ellos. Entre estas, destacan la suma, la resta, la multiplicación y la división.

La aritmética es, entonces, la disciplina que se enfoca en las sumas, restas, multiplicaciones y divisiones que se pueden hacer entre los números existentes. Así, se trata del área más básica de la matemática. (Westreicher, Aritmetica, 2020).

La aritmética se fue desarrollando con el tiempo para ampliar su campo de estudio con otras operaciones como la potenciación o la raíz cuadrada. Asimismo, pasó a operar no solo con números enteros, sino también con aquellas que tienen decimales, números negativos y, en general, números naturales. Cabe resaltar que, en ocasiones, el concepto «aritmética» es utilizado como un adjetivo. En este sentido, dando lugar a conceptos como «media aritmética«. El cual, es el resultado de sumar una serie de datos y dividir entre el número de datos.

Asimismo, una progresión aritmética es una serie de datos en la que la diferencia entre el primero y el segundo es la misma que existe entre el segundo y el tercero, y así sucesivamente, entre todos los datos contiguos. (Westreicher, Aritmetica, 2020).

4.6.1. Tipos de operaciones aritméticas

Las operaciones aritméticas pueden clasificarse en dos tipos:

a). **Operaciones matemáticas directas:** Pudiendo distinguir estas en función de las siguientes categorías:

Suma: Es la suma de dos, o más, números, y se puede representar de la siguiente forma: x+y+z,

Multiplicación: Se calcula el producto de dos o más números. También se pueden entender, cuando solo hay dos cifras, como la suma de un número una determinada cantidad de veces. Se representa de la siguiente forma: A x B. Por lo que si tenemos 4×3, es como si sumáramos 4 veces el número 3 o 3 veces el número 4.

Potenciación: Es la operación mediante la cual se multiplica un número por sí mismo una determinada cantidad de veces (n) que se indica en el superíndice. Se representa de la siguiente manera: xn. Si tenemos 52 significa que debo multiplicar el 5 por sí mismo: 5×5 = 25.

b). **Operaciones matemáticas indirectas:** Son lo opuesto a las operaciones directas, pudiendo distinguir estas en función de las siguientes categorías:

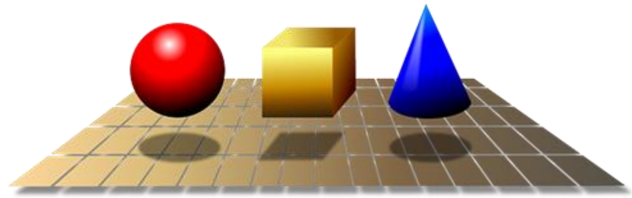
Resta: Es la resta de un número respecto a otro u otros. Es lo contrario a la adición. Se representa de la siguiente forma: X-Y.

División: Es lo contrario a la multiplicación. Es aquella operación matemática mediante la cual se trata de descomponer un número, al que denominaremos dividendo, en tantas partes como así lo indique otro número, al que llamaremos divisor. Se representa de la siguiente forma: X/Y. Por lo tanto, si divido 12/3, el resultado es 4. Es se debe a que, si sumo cuatro veces el número 3, el resultado es 12.

Radicación: Es lo inverso a la potenciación. La raíz cuadrada de 36, por ejemplo, es 6, porque 36 es el resultado de multiplicar 6×6. Asimismo, la raíz cúbica de 8 es 2 porque 8 es el resultado de multiplicar 2x2x2.

Logaritmación: Es la operación mediante la cual se halla el exponente al que fue elevado un número para obtener otro. Así, logx A=n significa que A=xn. Por tanto, log381=4, dado que 34=81. (Westreicher, Aritmetica, 2020).

4.7. Conceptos de Geometría



Según (Pérez, 2021). La geometría es una parte de la matemática que se encarga de estudiar las propiedades y las medidas de una figura en un plano o en un espacio. Para representar distintos aspectos de la realidad, la geometría apela a los denominados sistemas formales o axiomáticos (compuestos por símbolos que se unen respetando reglas y que forman cadenas, las cuales también pueden vincularse entre sí) y a nociones como rectas, curvas y puntos, entre otras.

Una ciencia de gran antigüedad

Hay que dejar patente que la geometría es una de las ciencias más antiguas que existen en la actualidad pues sus orígenes ya se han establecido en lo que era el Antiguo Egipto. Así, gracias a los trabajos de importantes figuras como Heródoto o Euclides, hemos sabido que desde tiempos inmemoriales aquella estaba muy desarrollada pues era fundamental para el estudio de áreas, volúmenes y longitudes.

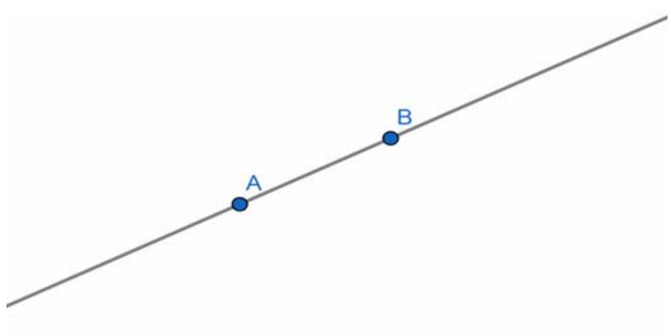
Asimismo, tampoco podemos pasar por alto que una de las figuras históricas que más han contribuido al desarrollo de esta área científica es el matemático, filósofo y físico francés René Descartes. Y es que este planteó el desarrollo de la geometría de una forma en la que las distintas figuras podían ser representadas a través de ecuaciones. (Pérez Porto, 2009- actualizado 2021).

4.7.1. Segmentos

Fragmento de la recta que está comprendido entre dos puntos, llamados puntos extremos o finales. Así, dado: A Y B se llama segmento AB. El segmento es una parte de la recta, y está delimitado por dos puntos, de manera que tiene un inicio y un final.

El segmento se distingue de la semirrecta en que esta última tiene un origen, pero se prolonga hasta el infinito. En cambio, el segmento está acotado en sus dos extremos. Una forma más formal de definir una recta es la intersección entre la semirrecta que tiene como origen el punto A (y que contiene el punto B) con la semirrecta que parte del punto B (y que contiene el punto A). (Westreicher, Aritmetica, 2020).

$$\overline{AB} = \overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{BA}$$

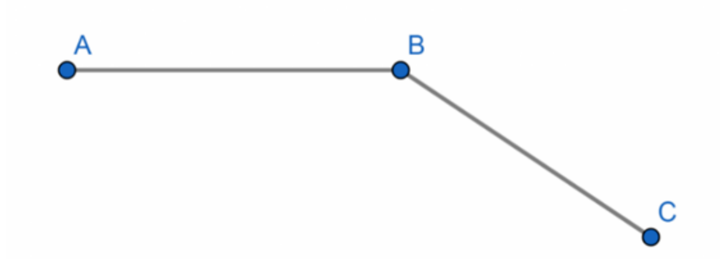


Cabe precisar también que la recta es una secuencia infinita de puntos que se extiende hacia el infinito. Como podemos ver en la imagen inferior, el segmento iría del punto A al punto B, y es parte de una recta que se prolonga de forma indefinida.

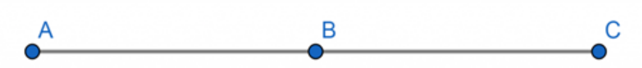
4.7.2. Tipos de segmentos

Entre los tipos de segmento, podemos distinguir:

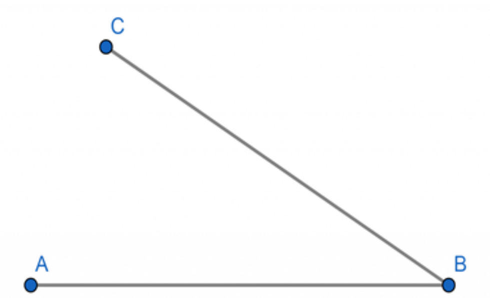
Consecutivos: Son aquellos que tienen en común un extremo (pueden o no pertenecer a la misma recta).



Colineales, alineados o adyacentes: Son aquellos que pertenecen a la misma recta.

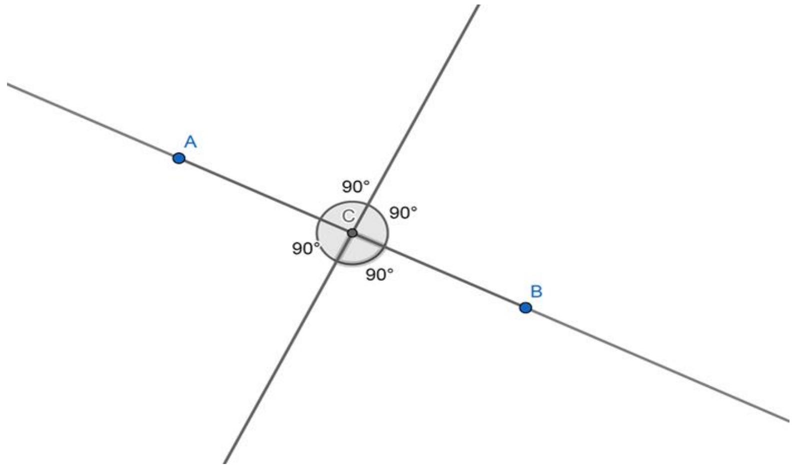


No colineales: No pertenecen a la misma recta.



Segmento nulo: Su punto de inicio y de fin son los mismos.

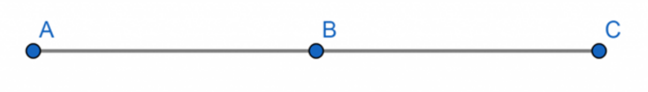
Cabe señalar que la mediatriz de un segmento pasa por el punto medio del mismo y es perpendicular al mismo, es decir, forma cuatro ángulos rectos (que miden 90º) como vemos en la imagen inferior, donde la mediatriz es la línea que pasa por el punto C:



4.7.3. Operaciones con segmentos

Suma: La suma de dos segmentos da como resultado un nuevo segmento que está acotado por los puntos extremos que no tienen en común ambos segmentos. Por ejemplo, en la figura de abajo, la suma del segmento AB más el segmento BC, da como resultado el segmento AC.

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$



Resta: La resta de dos segmentos tiene como resultado un nuevo segmento que tiene como punto de origen el punto inicial del segmento de menor longitud y como punto final el mismo punto final que el segmento de mayor longitud. Por ejemplo, viendo de nuevo la imagen de arriba, el segmento AC menos el segmento AB, da igual al segmento BC. (Westreicher, Aritmetica, 2020).

$$\overline{AC} - \overline{AB} = \overline{BC}$$

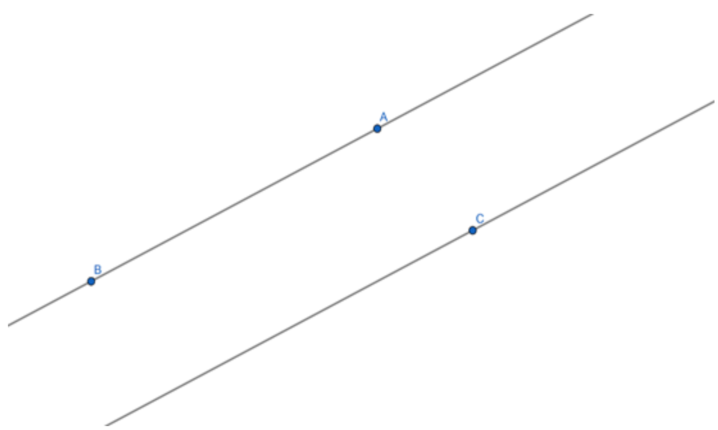
4.7.4. Rectas

La recta es una línea que se extiende en una misma dirección; por lo tanto, tiene una sola dimensión y contiene un número infinito de puntos. La recta es un elemento unidimensional en geometría que se define como una serie infinita de puntos que mantiene una sola dirección, es decir, no presenta curvas. Al ser dibujada, una recta suele tener un inicio y un final. Sin embargo, de acuerdo con su concepto, una recta no está acotada ni un origen ni en un punto de llegada.

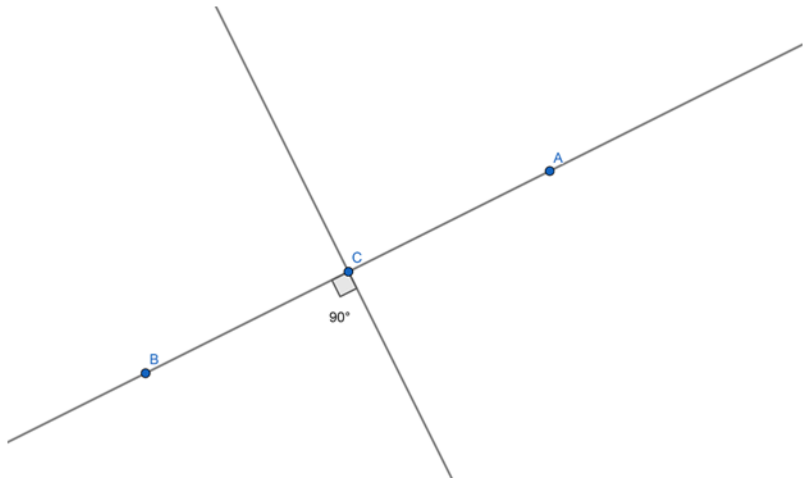
Podemos diferenciar entonces a la recta de la semirrecta, que es aquella porción de recta que tiene un origen, pero se extiende hasta el infinito. Visto de otro modo, si cortamos la recta desde uno de sus puntos, este será el origen de una semirrecta que se extenderá indefinidamente. También podemos diferenciar a la recta del segmento que es aquella porción de recta que va un punto A a un punto, es decir, está acotada en un inicio y un final. La recta es un elemento básico en la geometría a partir del cual se pueden analizar conceptos más complejos como los polígonos y poliedros. (Westreicher, Aritmetica, 2020).

4.7.5. Rectas paralelas y perpendiculares

Se dice que dos rectas son paralelas cuando no se cruzan, es decir, no existe ningún punto que forme pare ambas rectas. Podemos ver el siguiente ejemplo.

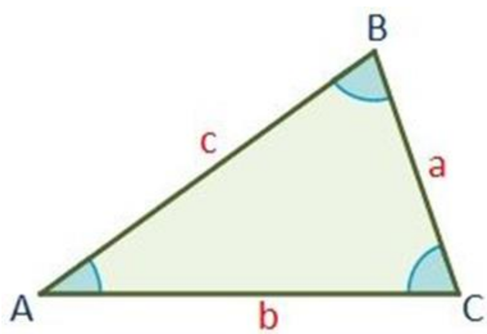


Asimismo, dos rectas son perpendiculares cuando al cortarse forman cuatro ángulos iguales, cada uno de los cuales mide 90º (ver imagen inferior). Cabe destacar, además, que las rectas perpendiculares son a la vez rectas secantes.



4.8. Concepto de triangulo

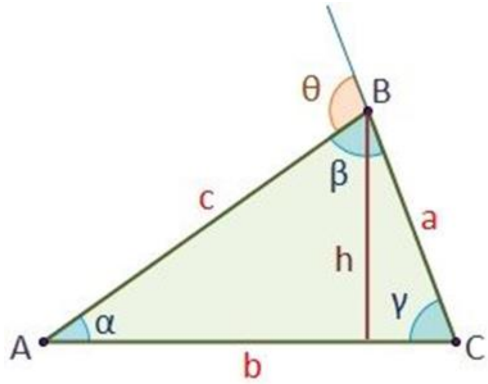
Se llama triangulo al polígono de tres lados, tres vértices y tres ángulos.



Un triángulo es un polígono de tres lados (a, b y c). Los lados confluyen dos a dos en tres puntos, llamados vértices (A, B y C). Los tres ángulos interiores del triángulo suman 180° (π radianes).

4.8.1. Elementos de un triángulo

En un triángulo se pueden diferenciar los siguientes elementos:



Vértices: puntos en los que confluyen dos lados. Tiene 3 vértices (A, B y C).

Lados: segmentos que unen dos vértices consecutivos del triángulo y que delimitan su perímetro. Tiene 3 lados (a, b y c).

Ángulos interiores: ángulo que forman dos lados consecutivos en el vértice en el que confluyen. Hay 3 ángulos interiores (α, β y γ). Los ángulos interiores del triángulo suman 180° (¿por qué suman 180°?).

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{o}$$

Ángulos exteriores: ángulo de un lado con la prolongación exterior del lado consecutivo. Hay 3 ángulos exteriores (θ). Los ángulos exteriores siempre suman 360°.

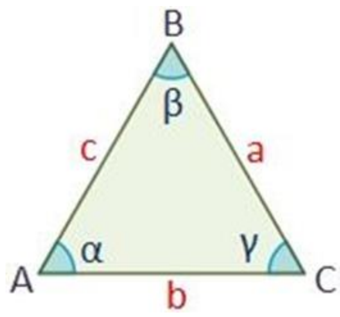
Altura de un triángulo: La altura de un triángulo (h) es el segmento perpendicular a un lado que va desde el vértice opuesto a este lado (o a su prolongación). También puede entenderse como la distancia de un lado al vértice opuesto. Un triángulo tiene tres alturas, según el vértice de referencia que se escoja. Las tres alturas confluyen en un punto llamado ortocentro. (Serra, 2014)

4.8.2. Tipos de triángulos según sus lados

Triángulo equilátero: tiene todos sus lados iguales. Por tanto, sus ángulos también son los tres iguales. Es decir:

$$a = b = c$$

$$\alpha = \beta = \gamma$$



Como todos los ángulos son iguales y suman 180°, todos son de 60° (α=β=γ=60°).

Triángulo isósceles: tiene dos lados iguales. Por lo tanto, dos de sus ángulos también son iguales. Vea la figura anterior.

$$a = c \quad y \quad a \neq b \quad y \quad c \neq b$$

$$\alpha = \gamma \quad y \quad \alpha \neq \beta \quad y \quad \gamma \neq \beta$$

El ángulo desigual β es el que forman los dos lados iguales (a y c).

Triángulo escaleno: los tres lados son desiguales, por lo que los tres ángulos también son diferentes. Es decir:

$$a \neq b \quad y \quad a \neq c \quad y \quad b \neq c$$

$$\alpha \neq \beta \quad y \quad \alpha \neq \gamma \quad y \quad \beta \neq \gamma$$

4.8.3. Tipos de triángulos según sus ángulos

Triángulo rectángulo: uno de sus ángulos es de 90°. Los otros dos son agudos (menores de 90°).

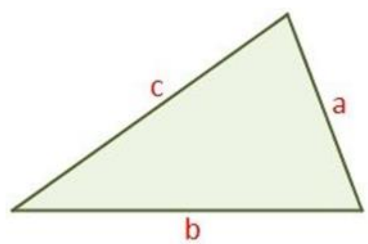
Triángulo oblicuángulo: no tiene ningún ángulo recto (90°). Son triángulos oblicuángulos los triángulos acutángulos y los triángulos obtusángulos.

Triángulo acutángulo: los tres ángulos son agudos (menores de 90°).

Triángulo obtusángulo: uno de sus ángulos es mayor a 90°. Los otros dos son agudos (menores de 90°). (Serra, 2014).

4.8.4. Desigualdad triangular

La desigualdad triangular (o desigualdad del triángulo) es un teorema que afirma que:



En todos los triángulos se cumple que la longitud de uno de los lados es menor que la suma de los otros dos:

$$a < b + c$$

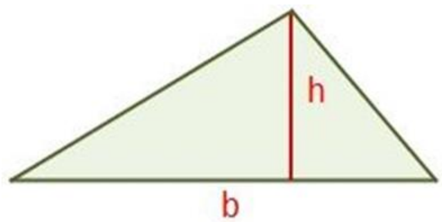
$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

siendo a, b y c los lados

4.8.5. Área del triángulo

El área de un triángulo se calcula por diferentes procedimientos según el tipo de triángulos de que se trate o de los elementos que se conozcan de ese triángulo. (Serra, 2014).



La fórmula general para calcular el área de un triángulo si se conoce un lado b, y una altura h, es:

$$\acute{A}rea = \frac{b \cdot h}{2}$$

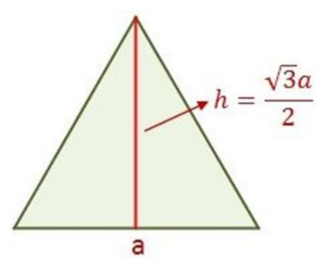
donde b es la base y h es la altura

Área de un triángulo equilátero

El triángulo equilátero tiene los tres lados iguales. Su área, como en todo triángulo, será un medio de la base (a) por su altura. En el triángulo equilátero viene definida por la siguiente fórmula:

$$\acute{A}rea = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

siendo a el lado del triángulo

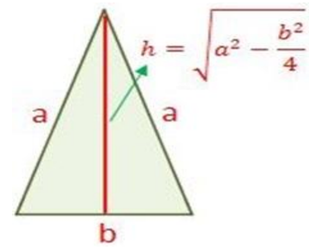


Área de un triángulo isósceles

El área de un triángulo isósceles, como en todo triángulo, será un medio de la base (b) por su altura. En el triángulo isósceles se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\acute{A}rea = \frac{b \cdot \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}}{2}$$

donde a es uno de los dos lados iguales y b el otro lado

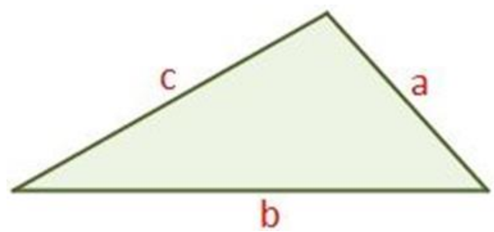


Área de un triángulo escaleno

El área del triángulo escaleno puede calcularse mediante la fórmula de Herón si se conocen todos sus lados (a, b y c).

$$\acute{A}rea = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

con a, b, c los tres lados y s el semiperímetro $s = \frac{a+b+c}{2}$

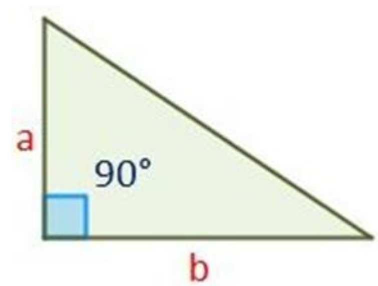


Área del triángulo rectángulo

El triángulo rectángulo tiene un ángulo recto (90º), por lo que su altura coincide con uno de sus lados (a). El área es la mitad del producto de los dos lados que forman el ángulo recto (catetos a y b).

$$\acute{A}rea = \frac{b \cdot a}{2}$$

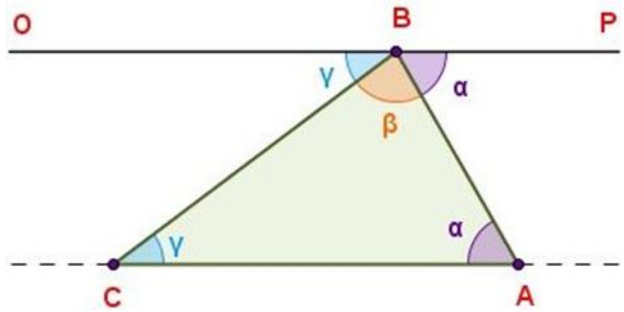
siendo b la base y a el lado que coincide con la altura



4.8.6. Ángulos interiores del triángulo

En todo triángulo, la suma de sus tres ángulos interiores es siempre 180° (en grados sexagesimales) o, en radianes, π. Es decir:

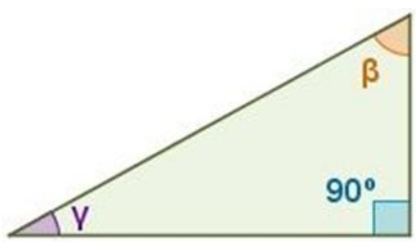
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{o}$$



En efecto, si trazamos una recta OP paralela al lado AC, sobre el vértice B, se formará un ángulo llano de 180°, suma de los tres ángulos interiores del triángulo.

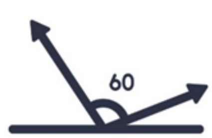
En el caso particular del triángulo rectángulo, la suma de los dos ángulos agudos es de 90 o, en radianes, π/2. (Serra, 2014).

$$\beta + \gamma = 90^{o}$$



4.9. Ángulos

La parte del plano determinado por dos semirrectas llamadas lados, que tienen el mismo punto de origen llamado vértice del ángulo.

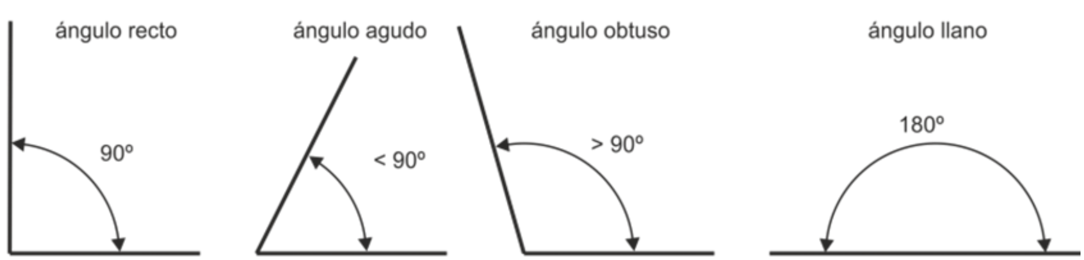


El ángulo es la porción del plano comprendida entre dos semirrectas (lados) con un origen común llamado vértice. Los ángulos parten de un punto y tienen dos líneas que salen desde ese punto y que generan una apertura representada por un arco. El grado de apertura de esos arcos (y no su extensión) está representado por el ángulo.

El concepto de ángulo corresponde a la geometría, una de las ramas de las matemáticas, pero también se aplica en otros campos como la ingeniería, la óptica o la astronomía. (Equipo editorial, 2021).

La medición de los ángulos se realiza a partir del sistema sexagesimal que se expresa en grados (º), minutos (’) y segundos (’’). Un grado equivale a 60 minutos y un minuto equivale a 60 segundos. La cantidad de grados podrá ascender hasta 360, que es considerado el giro completo de una circunferencia. Por ejemplo: En el reloj de agujas, las agujas forman ángulos. A las 12 en punto, cuando las dos agujas apuntan para el mismo lado, el ángulo es de 0°; a las 3 de 90°; a las 6 de 180° y a las 9 de 270°.

Los ángulos están representados por una magnitud que puede ser analizada y comparada con otras, por lo que existen operaciones entre ángulos. Se puede sumar y restar ángulos entre sí o multiplicarlos y dividirlos por números enteros. La recta que divide en dos partes iguales a un ángulo se llama bisectriz y cualquier punto de ella equidista de ambos lados del ángulo. (Equipo editorial, 2021).



4.9.1. Según su posición

Ángulos consecutivos. Son ángulos que comparten un lado y el vértice.

Ángulos adyacentes. Son ángulos consecutivos y el lado que no comparte forma parte de la misma recta.

Ángulos opuestos por el vértice. Son ángulos que comparten el vértice, pero ninguno de los lados.

4.9.2. Operaciones con ángulos

Sumas entre ángulos. Cuando se suman dos o más ángulos se deben sumar los grados (y también los minutos y los segundos si corresponde) de cada uno de los ángulos. Por ejemplo: ángulo α + ángulo β = ángulo γ $90^{\circ} + 70^{\circ} = 160^{\circ}$

Restas entre ángulos. Cuando se restan dos o más ángulos se deben restar los grados (y también los minutos y los segundos si corresponde) de cada uno de los ángulos. Por ejemplo: ángulo γ – ángulo β = ángulo α $160^{\circ}–70^{\circ}= 90^{\circ}$

Multiplicaciones con ángulos. Cuando se multiplica un ángulo por un número natural se deben multiplicar los grados, los minutos y los segundos por ese número. En el caso de que los valores de los minutos o segundos superen los 60, se deberán pasar esas unidades a la siguiente escala. Por ejemplo: ángulo $\alpha = 40^{\circ}\ 10'\ 20''$ ángulo $\alpha \times 2 = 40^{\circ} \times 2 + 10' \times 2 + 20'' \times 2 = 80^{\circ}\ 20'\ 40''$

Divisiones con ángulos. Cuando se divide un ángulo por un número natural se deben dividir los grados, los minutos y los segundos por ese número. Al comenzar, se dividen los grados por el número y el resto que se obtiene se transforma en minutos (al multiplicarlo por 60) y se agrega a los minutos que ya se tenían. Se dividen los minutos y el resto se agrega a los segundos que ya se tenían que luego se dividen. (Equipo editorial, 2021).

4.9.3. Medición de ángulos

Para medir la amplitud de un ángulo, se necesita un instrumento de medición llamado transportador. El transportador está graduado, puede ser circular o semicircular y suele ser de plástico. Los pasos para medir un ángulo son:

1. Se debe colocar el centro del transportador, que suele estar indicado con una ranura, en el vértice del ángulo (el origen del ángulo).
2. Luego se debe corroborar que uno de los lados del ángulo coincida con la base del transportador.
3. Se marca la graduación del lado restante en el transportador y esa es la amplitud del ángulo. (Equipo editorial, 2021)

4.9.4. Razones y proporciones

Las razones y proporciones, nosotros denominamos razón al cociente que es indicado por dos números y que representa la relación entre dos cantidades y una proporción a la igualdad que existe entre dos o más razones. Una razón indica en forma de división la relación entre dos cantidades. Nos indica cuántas unidades hay en relación a las otras, y se suele indicar simplificando las fracciones.

Por ejemplo, si en un salón de clases tenemos 24 niñas y 18 niños, entonces lo representaremos de alguna de las siguientes formas:

24/18 y 24/18

Y como la fracción podemos simplificarla al dividirla entre 6, entonces tendremos:

4/3 y 4/3

Y se lee que existe una razón de 4 a 3, o de 4 por cada 3.

Cada uno de los valores de una razón tiene un nombre. El valor que está del lado izquierdo de la relación, se le llama antecedente, y al valor del lado derecho se le llama consecuente. En este caso, la relación de niñas respecto a los niños es una relación de 4 a 3, o de 4 niñas por cada 3 niños.

Proporción. La proporción indica mediante una igualdad la comparación de dos razones. Para escribir una proporción, debemos tener en cuenta que los valores antecedentes, siempre estén del mismo lado, al igual que los consecuentes.

En nuestro ejemplo del salón de clases, podemos comparar la razón que tenemos, de 4 niñas por cada 3 niños, y podremos calcular cuántos niños hay en un salón en relación al número de niñas o viceversa. Para esto, en primer lugar, escribiremos la proporción que ya conocemos: 4/3, Y después la cantidad total, por ejemplo, la del mismo salón, recordando que debemos respetar el orden del antecedente y del consecuente. En nuestro ejemplo, el antecedente será el número de niñas, y el consecuente el número de niños.

$4/3 = 24/18$

Para comprobar la igualdad de la proporción, se efectúan dos multiplicaciones. En una proporción, tomaremos como referencia el signo de igualdad. Los números que están más cercanos, se llaman centros, y los números más lejanos son los extremos. En nuestro ejemplo, los números 3 y 24 son los más cercanos al signo igual, por lo que son los centros. El 4 y el 18, son los extremos. Para comprobar que la proporción es correcta, el producto de la multiplicación de los centros debe ser igual al producto de la multiplicación de los extremos: $3 \times 24 = 72$ $4 \times 18 = 72$

Proporción directa y proporción inversa

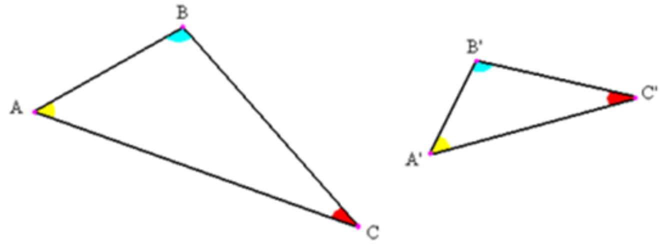
Las proporciones pueden expresar relaciones en que el aumento de la cantidad del antecedente aumenta la cantidad del consecuente. A esta variación se le llama proporción directa. El ejemplo anterior es una proporción directa. En una proporción inversa, el aumento de la cantidad en el antecedente, significa la disminución de la cantidad en el consecuente.

Ejemplos de razones:

En una caja tenemos 45 canicas azules y 105 canicas rojas. La expresamos como 45:105 y dividiendo entre 15, tenemos que la razón es de 3:7 (tres por cada siete), o sea, tres canicas azules por cada siete canicas rojas.

4.9.5. Semejanza de triángulos

Es cuando dos figuras tienen la misma forma sin importar el tamaño. Es la variación en tamaño entre dos objetos o cuerpos, pero sus formas son idénticas. Se dice que dos figuras geométricas son semejantes si tienen la misma forma, pero sus tamaños son diferentes. Por ejemplo, dos mapas a escalas distintas son semejantes, pues la forma de los continentes no cambia, pero si el tamaño. (Coronado, 2015)



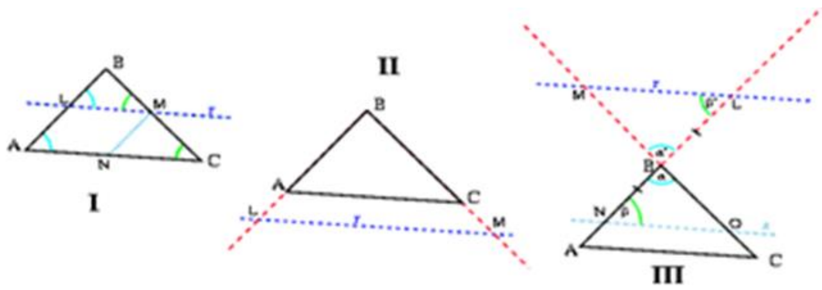
Teorema fundamental de la semejanza de triángulos.

Todas las paralelas a un lado de un triángulo que no pase por el vértice opuesto, determina con las rectas a las que pertenecen los otros dos lados, un triángulo semejante al dado.

ABC; r || AC

r corta AB en L

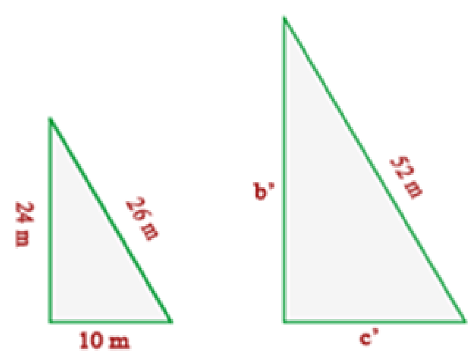
r corta BC en M



Una semejanza es la composición de una isometría con una homotecia. En la semejanza se puede cambiar el tamaño y la orientación de una figura, pero no se altera su forma. Por lo tanto, dos triángulos son semejantes si tienen similar forma. En el caso del triángulo, la forma sólo depende de sus ángulos. Se puede simplificar así la definición: dos triángulos son semejantes si sus ángulos son iguales uno a uno. (Coronado, 2015)

Ejemplos:

1. Los catetos de un triángulo rectángulo que miden 24 m y 10 m. ¿Cuánto medirán los catetos de un triángulo semejante al primero cuya hipotenusa mide 52 m?



$$\frac{26}{52} = \frac{24}{b'} \qquad b' = \frac{52 \cdot 24}{26} = 48 \text{ m}$$

$$\frac{26}{52} = \frac{10}{c'} \qquad c' = \frac{52 \cdot 10}{26} = 20 \text{ m}$$

Resolución de triángulos

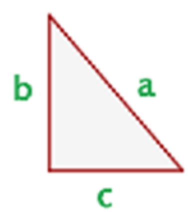
Hay que tener en cuenta que este caso no siempre tiene solución, es decir no valen cualesquiera tres segmentos a, b y c ya que para que pueda formarse un triángulo ha de cumplirse que cualquier lado ha de ser menor que la suma de los otros dos. Esta propiedad se conoce como propiedad triangular y se expresa así:

$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. (Coronado, 2015)



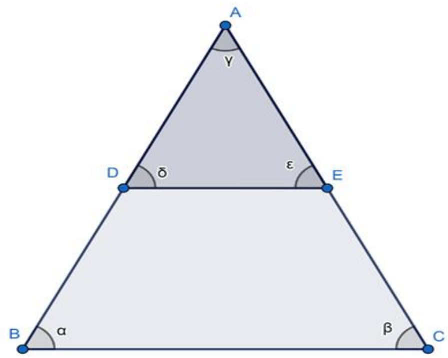
$$a^2 = b^2 + c^2$$

4.10. Teorema de Thales

El teorema de Thales es una ley de las geometrías que nos indica que si se traza una línea paralela a cualquiera de los lados de un triángulo tendremos como resultado un triángulo semejante el triángulo original. (Westreicher, Teorema de Thales, 2020).

Dicho de otro modo, si cortamos un triángulo dibujando una recta paralela a uno de sus lados, obtendremos un triángulo semejante al previamente existente. En este punto, cabe señalar que dos triángulos son semejantes cuando sus ángulos correspondientes son congruentes (miden lo mismo) y sus lados homólogos son proporcionales entre sí.

Para entenderlo mejor, observemos la siguiente figura:



Por el teorema de Tales se puede concluir que α=δ y β=ε

Además, como mencionamos previamente, los lados son proporcionales, por lo que se cumple que:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

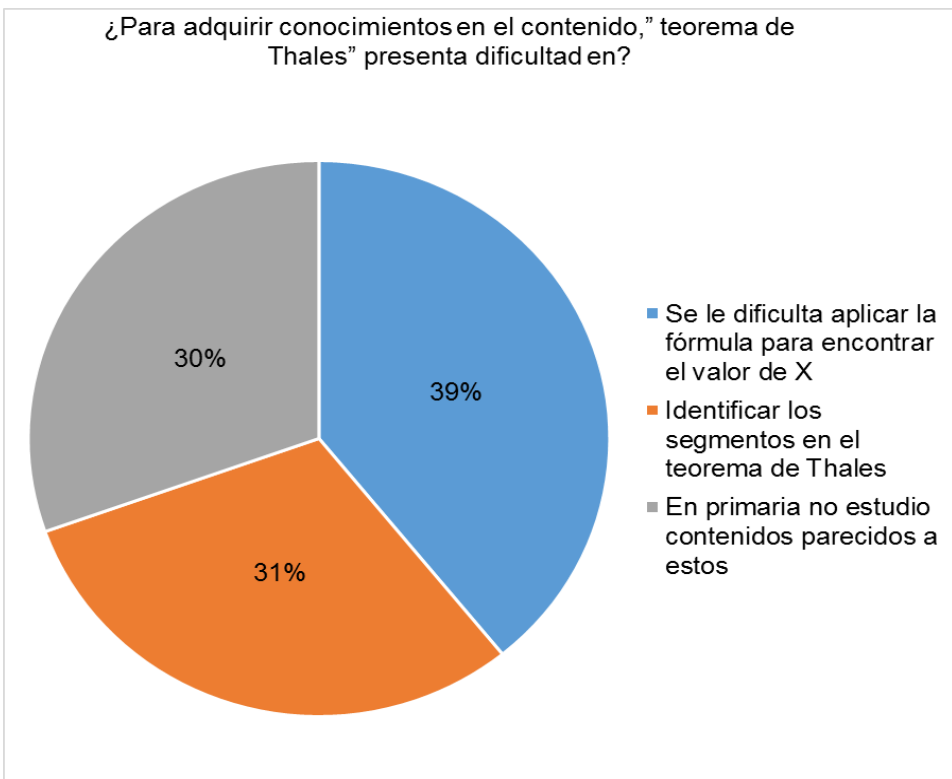


Gráfico 8: Teorema de Thales.

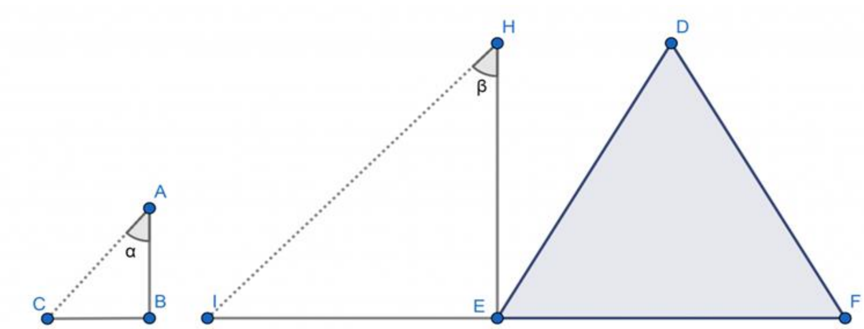
Fuente: Encuesta realizada a estudiantes.

En este gráfico se muestra, que el 39% de los encuestados tienen dificulta al aplicar la fórmula para encontrar el valor de x, un 31% no logra identificar los segmentos en el teorema de Thales, mientras que el 30% consideran que en primaria no estudiaron contenidos parecidos a estos. Por lo tanto, se considera que los estudiantes presentan ciertas dificultades en la resolución de ejercicios relacionados al teorema de Thales.

Una anécdota relatada por el historiador Plutarco cuenta que Tales de Mileto, en uno de sus viajes, hizo uso de este teorema para conocer la altura de las pirámides de Guiza (las de Keops, Kefrén y Micerino) en Egipto. Así, decidió poner una vara en vertical contra el suelo, esperando a que la longitud del objeto sea igual a la sombra que proyectaba. En ese momento, la sombra de la pirámide también sería igual a la altura de esta. En este caso, los triángulos semejantes son:

El que tiene como dos de sus lados la vara y su sombra.

El triángulo que tiene como uno de sus lados la altura de la pirámide y, como otro lado, la sombra de esta. (Westreicher, Teorema de Thales, 2020).



Para entenderlo mejor, imaginemos en la figura de arriba que la pirámide es aquella formada por los vértices D, E y F, su altura es el segmento HE y su sombra, IE. En tanto, la vara es el segmento AB y su sombra, CB. Por tanto, AB/CB=HE/IE. Esto, tomando en cuenta que los rayos del sol son paralelos (no se cruzan ni en su prolongación), por lo que formarán el mismo ángulo con la vara que con la pirámide (ángulos α y β son iguales). Westreicher (2020).

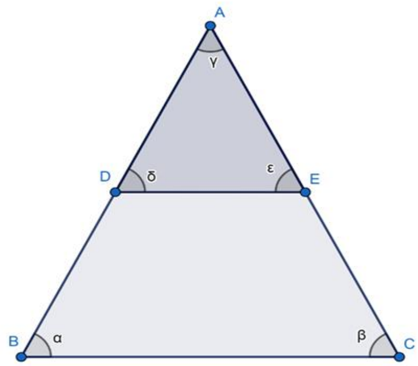
4.10.1. Importancia del Teorema de Thales

El teorema de Tales es útil para calcular ciertas razones de longitud y proporcionalidad en figuras geométricas con paralelismos. También se utiliza para cálculos en trigonometría, cuando hay dos líneas paralelas.

Según la leyenda, Tales descubrió este teorema mientras intentaba calcular la altura de una pirámide. Para ello, el matemático calculó la sombra de la pirámide en el suelo y, con la ayuda de un palo, también la sombra del palo. Así es cómo pudo haber calculado las dimensiones de la pirámide de Egipto. (Lopez, 2007-2010).

Ejemplo el teorema de Thales

Para entender mejor el teorema de Thales, observemos la siguiente figura:



Si BC mide 7,3 metros, DE mide 3,6 metros y AB mide 6,2 metros. ¿Cuál es la longitud de AD?

Despejamos en la fórmula mostrada previamente y tenemos que:

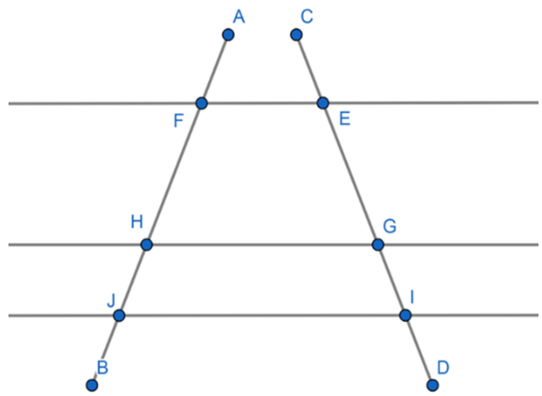
7,3/3,6=6,2/AD

2,0278=6,2/AD

AD=3,0575 metros

4.10.2. Extensión del teorema de Thales

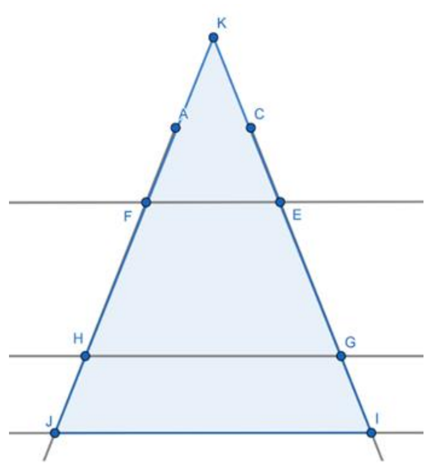
El teorema de Thales puede extenderse al análisis de dos líneas cualquiera que son cortadas por otras líneas paralelas entre sí, como vemos en la siguiente imagen:



Entonces, se cumple que:

$$\frac{FH}{EG} = \frac{HJ}{GI} = \frac{FJ}{EI}$$

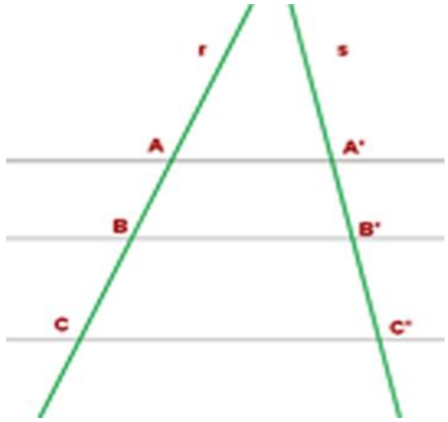
Lo anterior se cumple porque debemos pensar en esas líneas como parte de un triángulo o, viéndolo de otro modo, si extendemos las líneas AB y CD, estas se cruzarán. Mejor lo vemos en la siguiente imagen:



4.10.3. Primer teorema de Tales

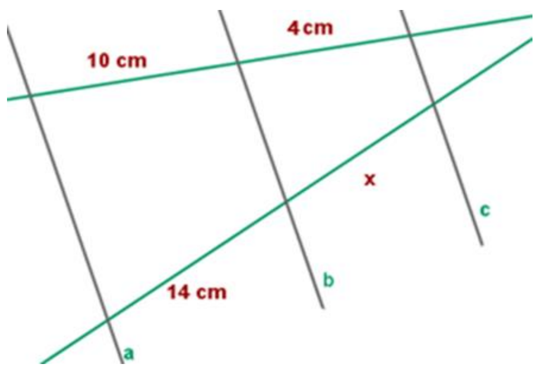
Si dos rectas cualesquiera se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra. (Tejada, 2019).

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



Ejemplos

1. Las rectas a, b y c, son paralelas. Determine la longitud de x.

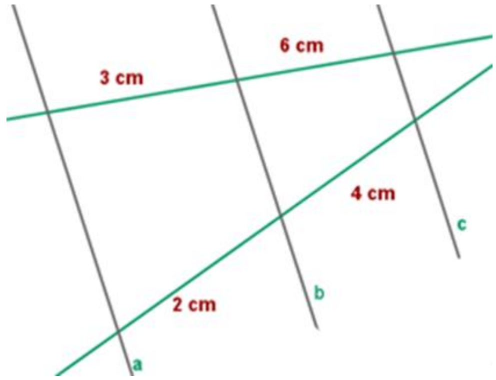


Solución: Aplicando el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{14}{x} = \frac{10}{4}$$

$$x = \frac{14 \cdot 4}{10} = 5.6cm$$

2. Las rectas ay b son paralelas. ¿Podemos afirmar que c es paralela a las rectas a y b?



Solución: Sí, porque se cumple el teorema de Tales, pues:

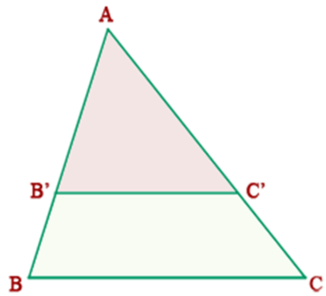
$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$

$$12 = 12$$

4.10.4. Segundo teorema de Thales

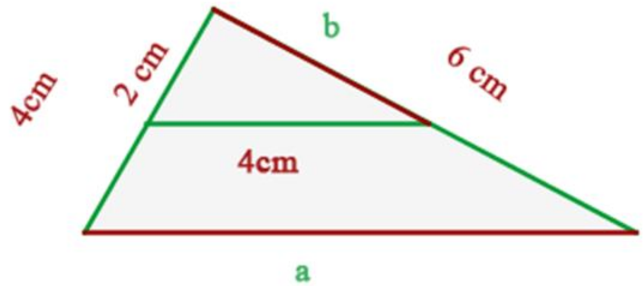
Dado un triángulo ABC, si se traza un segmento paralelo a $B'C'$ uno de los lados del triángulo, se obtiene otro triángulo $AB'C'$ cuyos lados son proporcionales a los del triángulo ABC. (Tejada, 2019).

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$



Ejemplo.

Determine las medidas de los segmentos a y b en la figura indicada.



$$\frac{4}{2} = \frac{a}{4} \qquad a = 8cm$$

$$\frac{4}{2} = \frac{6}{b} \qquad b = 3cm$$

Aplicaciones del teorema de Thales

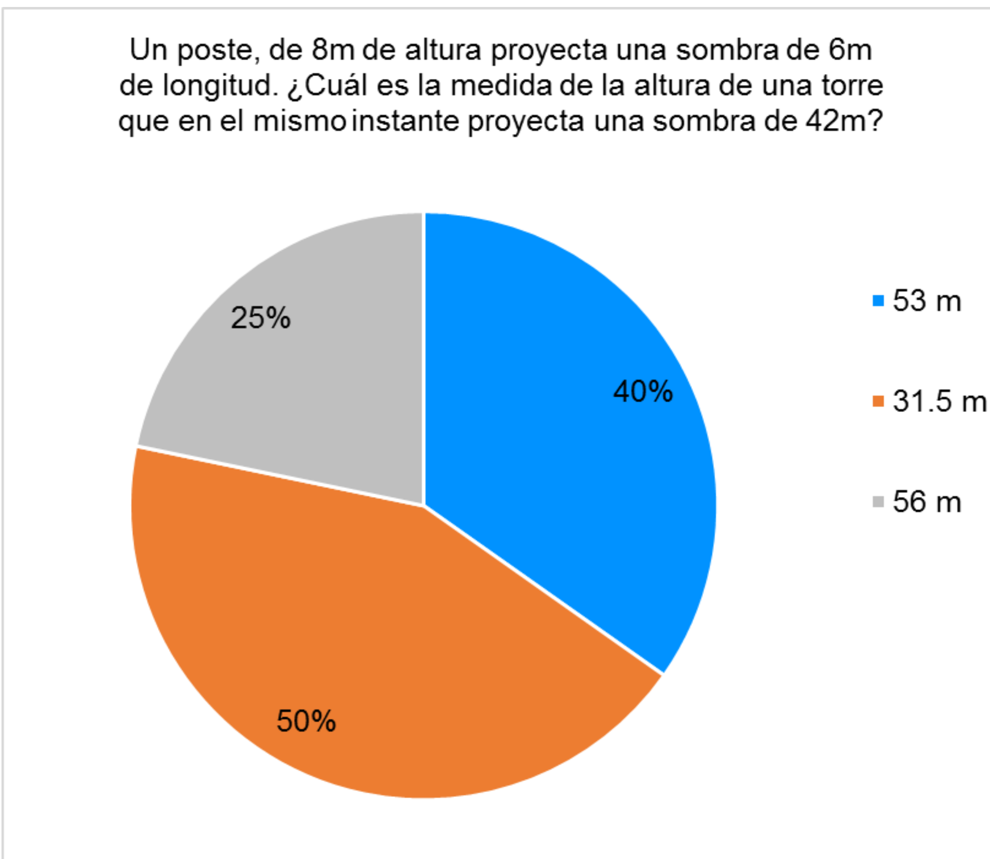


Gráfico 9: Ejercicio Práctico.

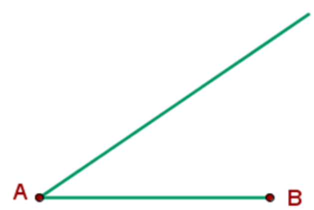
Fuente: Encuesta realizada a estudiantes.

El gráfico de este problema muestra que el 78% tiene dificultad para identificar la respuesta correcta, únicamente el 22% logró resolver apropiadamente el problema. Demostrando así que existen obstáculos para la resolución de problemas. El teorema de Thales se utiliza para dividir un segmento en varias partes iguales.

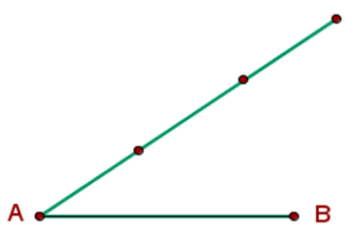
Ejemplo

Dividir el segmento AB en tres partes iguales.

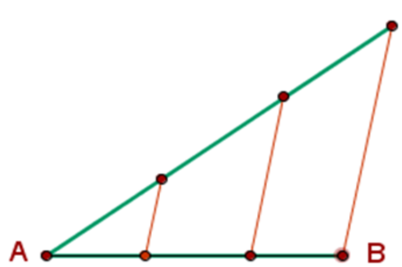
1. Se dibuja una semirrecta de origen el extremo A del segmento.



2. Tomando como unidad cualquier medida, se señalan en la semirrecta unidades de medida a partir de A.



3. Por cada una de las divisiones de la semirrecta se trazan rectas paralelas al segmento que une con la última división sobre la semirrecta. Los puntos obtenidos en el segmento determinan las partes iguales en que se divide.



V. CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados obtenidos en la investigación, Obstáculos en el aprendizaje de educación media del Teorema de Thales, noveno grado, colegio La Independencia Rancho Grande, segundo semestre 2021, se llegó a las siguientes conclusiones:

1. Durante el desarrollo de la clase los estudiantes presentaron dificultades para realizar operaciones del teorema de Thales, mostrando deficiencia en la ejercitación.

2. La falta de tiempo no permite que el docente desarrolle algunas actividades de su plan de clase, poca implementación de estrategias metodológicas, falta de accesibilidad de instrumentos tecnológicos, para que los estudiantes despierten el interés del pensamiento lógico matemático.

3. En relación al último objetivo específico a este se le da salida a través de las estrategias propuestas: Uso de la tecnología para resolver el teorema de Thales, permitirá el dinamismo en la clase, nuevos conocimientos en el uso de la tecnología, preparación para la vida, más oportunidades para resolver situaciones durante el proceso de estudio y de esta forma innovamos la enseñanza en el aula de clase.

VI. PROPUESTA DIDÁCTICA

Datos Generales

Tema: Uso de la tecnología para mejorar el aprendizaje en el teorema de Thales.

Objetivo General:

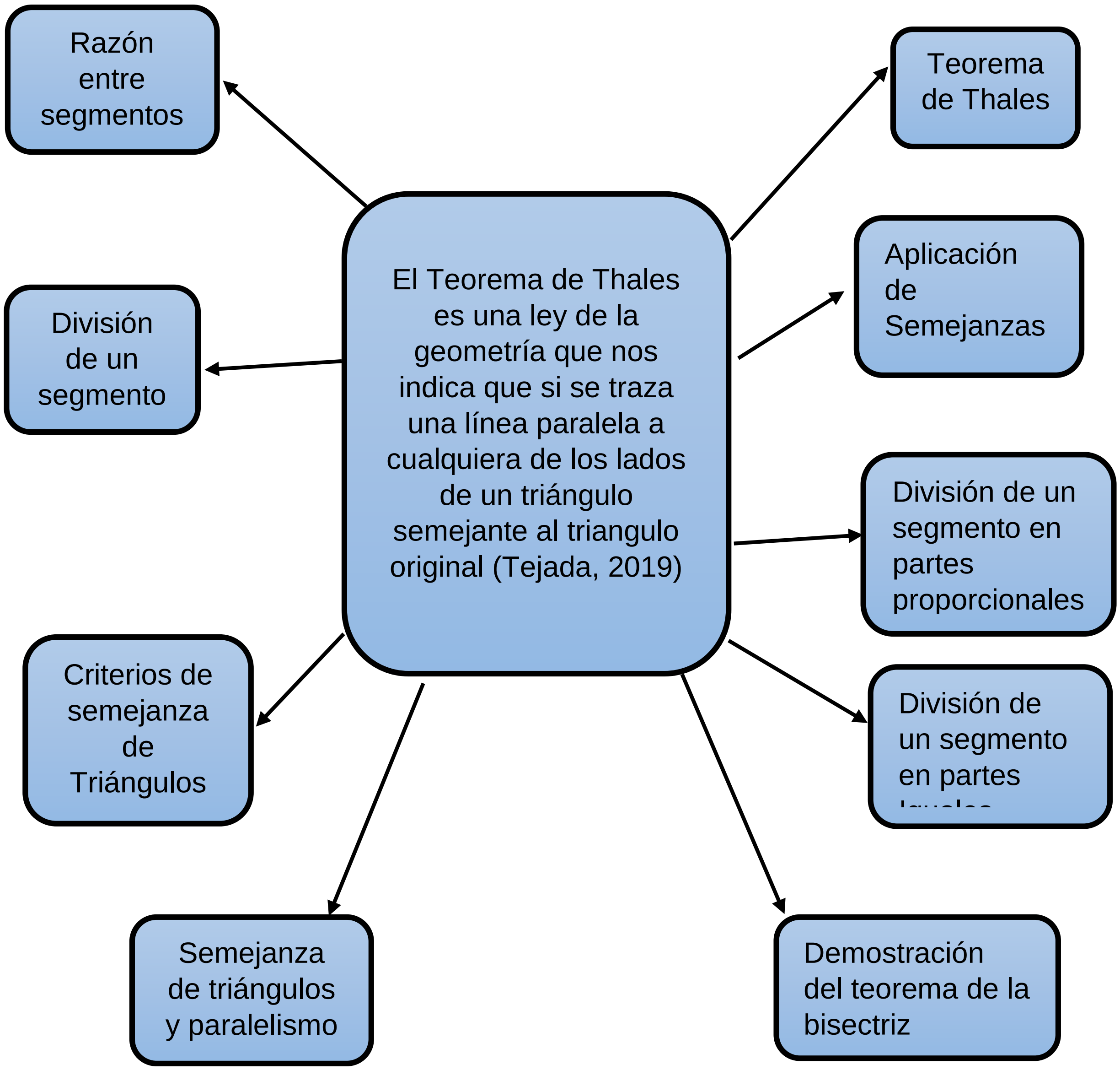
Desarrollar la creatividad de manera crítica sobre el conocimiento científico y tecnológico, incentivando el razonamiento lógico y analítico para la interpretación de problemas del teorema de Thales.

Objetivos Específicos:

1. Optimizar el tiempo a través del uso adecuado de las herramientas y equipo tecnológico, con el fin de que el estudiante aproveche en la ejemplificación y ejercitación del plan pizarra.

2. Proporcionar una secuencia didáctica a través del uso de la tecnología para resolver ejercicios con el teorema de Thales.

Mapa conceptual de las aplicaciones del teorema de Thales.



Conocimientos previos que deben tener los estudiantes sobre el teorema de Thales.

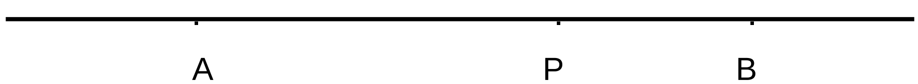
- Razón entre segmento.
- División de un segmento.
- Semejanza de triangulo y paralelismo.
- Criterio de semejanza de triangulo.

Razón entre Segmentos.

La razón r entre dos segmentos AB y CD se define como el cociente entre sus longitudes expresada con la misma unidad de medida, y se representa por el número r= $\frac{AB}{CD}$ que también puede escribirse como AB: CD, este se lee ¨AB es a CD¨. (Alverto Leonardo Garcia Acevedo, Juan Carlos Caballero Lopez, Anastacio Benito Gonzalez Funes, 2019)

Dado un segmento dirigido AB y un punto P, distinto de A y B, en la recta que determinan A y B, se define la razón en que el punto P, distinto de los puntos A y B, divide a un segmento AB como:

$$r = \frac{AP}{PB}$$

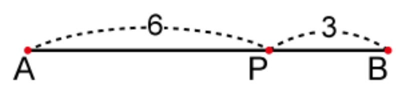


Note que para cualquier punto P en el interior del segmento AB, los sentidos de AP y PB son iguales y por tanto la razón r es positiva. Se dice que P divide al segmento AB internamente.

Se puede observar que independientemente del sentido positivo de la recta, en este caso la razón es positiva, ya que, si el sentido de AP y PB es el mismo que el sentido positivo de la recta, entonces los dos segmentos son positivos y en caso contrario, los dos son negativos y por tanto la razón r también es positiva. Por lo tanto, el valor de r no depende del sentido considerado positivo en la recta, lo importante es si los segmentos considerados para calcular esta razón tienen o no el mismo sentido. (Cruz, 2020)

División de un segmento.

Dado el AB y un punto P, en su interior a como se muestra en la figura:



La razón entre los segmentos AP y PB en que P divide al AB está dada por

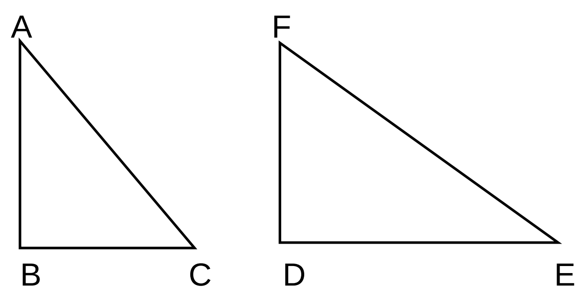
$\frac{AP}{PB} = \frac{m}{n}$ (Alverto Leonardo Garcia Acevedo, Juan Carlos Caballero Lopez, Anastacio Benito Gonzalez Funes, 2019). Longitudes de las partes en la que un punto divide a un segmento en una razón dada.

Si se conoce la razón en que el punto interior P del $\overline{AB}$ con longitudes conocidas, divide a este segmento, es posible conocer las longitudes $\overline{AP}$ y $\overline{PB}$.

Criterio de Semejanza de triangulo.

Si en dos triángulos se cumplen las condiciones siguientes:

1) $\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{EF}$
2) $\measuredangle$A, $\measuredangle$B, $\measuredangle$C, $\measuredangle$D, $\measuredangle$E, $\measuredangle$F,



Entonces él ΔABC es semejante al ΔDEF y se escribe en símbolos ΔABC ~ ΔDEF (Alverto Leonardo Garcia Acevedo, Juan Carlos Caballero Lopez, Anastacio Benito Gonzalez Funes, 2019).

Semejanza de triángulo y paralelismos

Toda recta que intersecta a dos lados de un triángulo y es paralela al tercero, determina un triángulo semejante al primero.

Si dos triángulos rectángulos tienen un ángulo agudo respectivamente congruente, son semejantes.

Las alturas correspondientes de dos triángulos semejantes, están en la misma razón que la de dos de los lados homólogos.

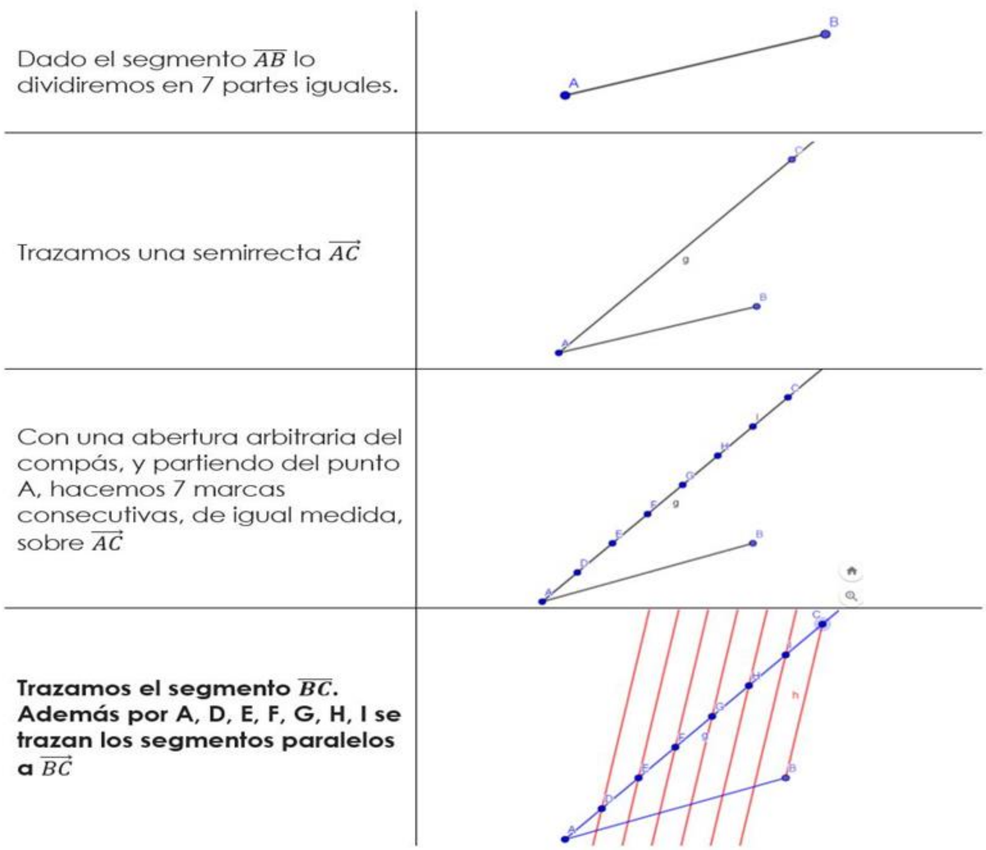
Todos los triángulos equiláteros son semejantes.

Si dos triángulos tienen un ángulo congruente, comprendido entre lados respectivamente proporcionales, entonces son semejantes. (http://ingenieria2.udea.edu.co/).

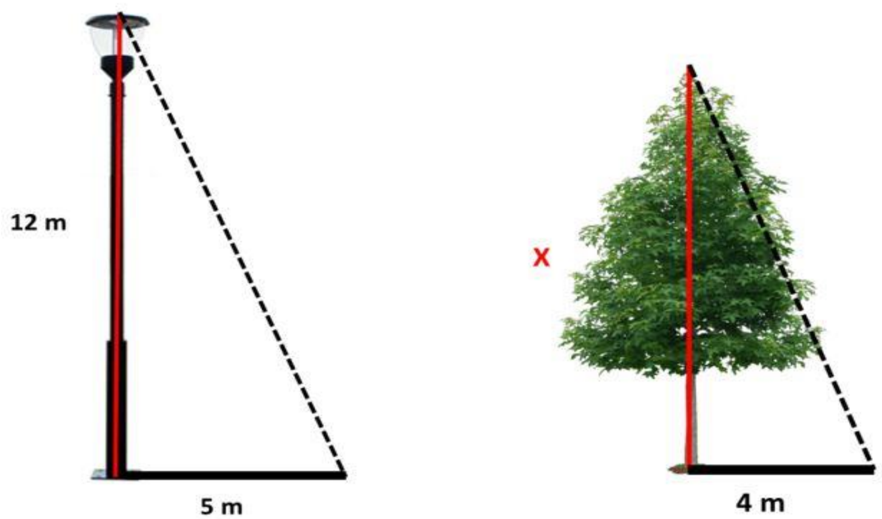
Aplicaciones del Teorema de Thales

La siguiente proposición: Si una recta intersecta dos lados de un triángulo y divide esos lados en segmentos que son proporcionales entonces la recta es paralela al tercer lado.

Se puede utilizar para dividir cualquier segmento dado en cualquier número de partes congruentes.



El Teorema que acabamos de formular garantiza que el segmento ha quedado dividido en siete segmentos de igual medida. Veamos este otro ejemplo de aplicación del teorema de Thales:



Un poste de luz de 12 m de alto proyecta una sombra de 5m a cierta hora del día. ¿Qué altura tendrá un árbol cercano que proyecta una sombra de 4m a la misma hora?

En este caso podemos aplicar el teorema de Thales porque los triángulos formados son semejantes. Es decir que sus lados son proporcionales.

- De manera que:

$$\frac{12}{x} = \frac{4}{5}$$

- Nos queda:

$$12.\,5 = 4x$$

- Luego:

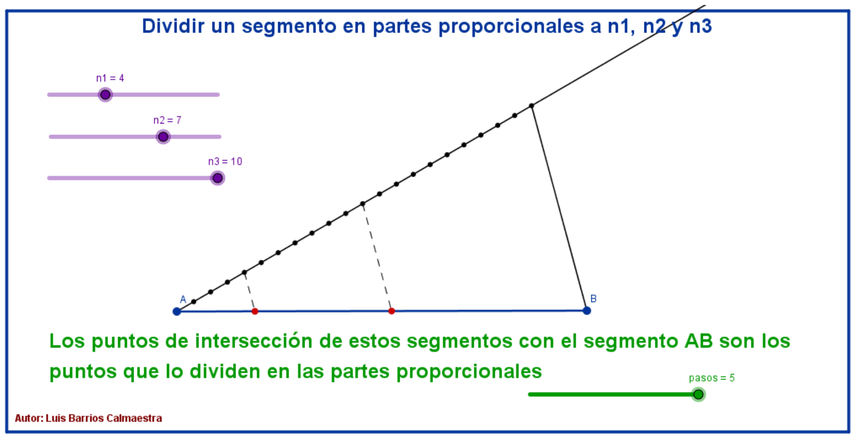
$$\frac{60}{4} = x$$

- De esto resulta que:

$$x = 15 \text{ metros}$$

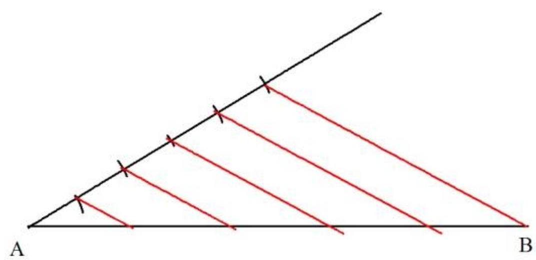
- Por último, el árbol mide 15 metros.

División de un segmento en partes proporcionales



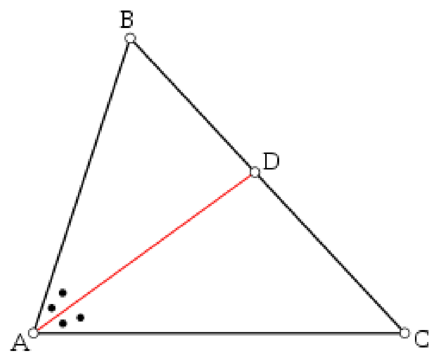
Para dividir un segmento AD en partes proporcionales a las partes A'B', B'C' y C'D' dadas, trazamos una recta que pase por A definiendo así un haz de dos rectas. Sobre ella llevamos las magnitudes dadas. Por el extremo D' trazamos la recta DD'. Trazamos paralelas a DD' por los puntos B' y C'. Estas paralelas cortan al segmento dado en los puntos B y C. Por el teorema de Tales, se cumplirá que. (Calmaestra, 2020).

División de un segmento en partes iguales.



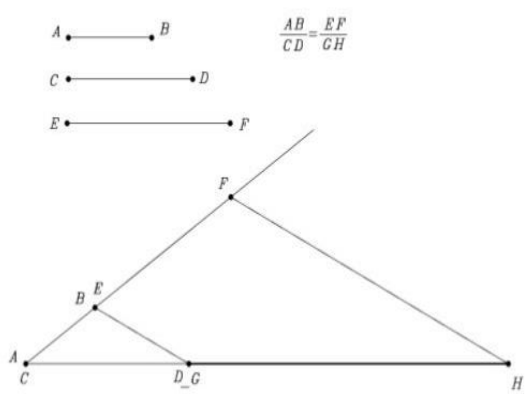
Para dividir un segmento AB dado en n partes iguales, trazamos una recta que pase por A. Situamos sobre ella con el compás, n partes iguales, numeramos. En este caso n=9. Dibujamos la recta 9 B y trazamos paralelas a ella por los puntos restantes, ordenadamente. Por ser equidistantes las paralelas los segmentos definidos sobre AB son igual. (Calmaestra, 2020).

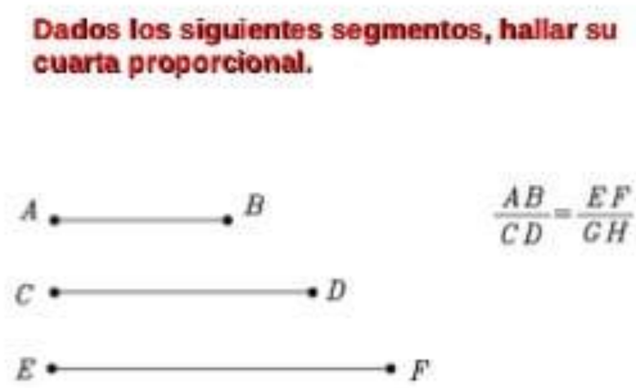
Demostración del teorema de la bisectriz



La bisectriz del ángulo BAC de un triángulo ABC divide a su lado opuesto en partes proporcionales a los otros lados del triángulo. Consideramos el triángulo ABC y su bisectriz AD. Según el teorema vamos a comprobarlo: Trazamos por C una paralela a AD, que corta a la prolongación de AB en E. Por el teorema de Tales, se cumple que: Los ángulos BAD=AEC por tener un lado común y los otros paralelos entre sí y DAC=ACE por ser alternos internos. Como BAD = DAC tenemos que AEC = ACE, lo que indica que el triángulo ACE es isósceles con base EC, luego AC = AE. Lo aplicamos a la igualdad anterior y resulta que el mismo razonamiento vale si consideramos la bisectriz del ángulo exterior MAC. (Calmaestra, 2020).

Cuarta proporcional de tres segmentos





Dados tres segmentos a, b y c, se llama magnitud cuarta proporcional de ellos a un segmento d que verifica: a/b=c/d. Para hallarlo aplicamos el teorema de Tales: dibujamos un haz de dos rectas. Sobre una de las rectas situamos los segmentos a y c y sobre la otra el segmento b, como se ve en la figura. Trazamos la recta que une los extremos de a y b y trazamos una paralela por el extremo de c. Esta paralela define el segmento d solución del problema, pues: a/b=c/d. (Calmaestra, 2020).

6.1. Estrategia Didáctica.

Uso de la tecnología para resolver el teorema de Thales.

A continuación, se presenta una propuesta didáctica para la enseñanza del Teorema de Tales a estudiantes de secundaria regular, basada en las competencias de grado y ejes trasversales haciendo uso de la tecnología.

Dicha propuesta será llevada a cabo en el colegio público la independencia ubicado en el municipio de Rancho Grande a estudiantes de noveno grado de secundaria regular en el turno vespertino en periodos de 45 minutos de lunes a viernes, a una población estudiantil entre el 23 y 28 discentes, en el segundo semestre 2022.

Esta propuesta se pretende ejecutar con el uso de medios y equipos tecnológico por ejemplos: computadora, proyector, teléfonos celulares, cinta métrica, tablet, entre otros, contextualizándolos a actividades cotidianas que realizan los estudiantes.

Nuestra propuesta didáctica consiste en brindar estrategias a los docentes con el fin del uso adecuado de herramientas y equipos tecnológicos, así mismo el uso de material concreto y semiconcreto, para ello proponemos lo siguiente:

1. Formar grupos de whapssap, orientar el propósito y reglas a cumplirse con todos los integrantes, cabe mencionar que se deben de incluir padres de familias o tutores.

2. Que el docente incluya previamente en su plan diario tutoriales en base al contenido a desarrollar y lo comparta con los integrantes, con el objetivo de que los estudiantes fortalezcan sus conocimientos previos.

3. Uso estricto de material concreto y semiconcreto, en los lugares que se imposibilite el uso de la tecnología.

Programación Didáctica en el aula (Educación Secundaria)

Datos Generales

Grado: Noveno **Curso Escolar:** 2022 **Disciplina:** Matemática

Competencia de Eje Transversal: Practicar actitudes positivas y valores que promuevan la dignidad, la igualdad, diversidad, la identidad y el respeto a las personas.

Competencia de Grado: Resuelve situaciones en diferentes contextos, relacionados con la proporcionalidad entre segmentos.

N° unidad Eje temático	Indicador de logro	Contenidos	Estrategias de aprendizajes	Instrumentos de Evaluación	Fecha de inicio	Fecha de finalización
V Semejanza	Resuelva situaciones en diferentes contextos relacionadas con la semejanza de triángulos rectángulos, los teoremas de cateto, altura, base media y Thales mostrando actitudes positivas que promuevan la dignidad de las personas.	S2. Semejanza de triangulo y paralelismo. Rectas paralelas y Segmentos proporcionales	Aplicaciones, calculadoras Estuches geométricos.	Lista de Cotejo	03/10/2022	3/10/2022

Propuesta de Plan de clase

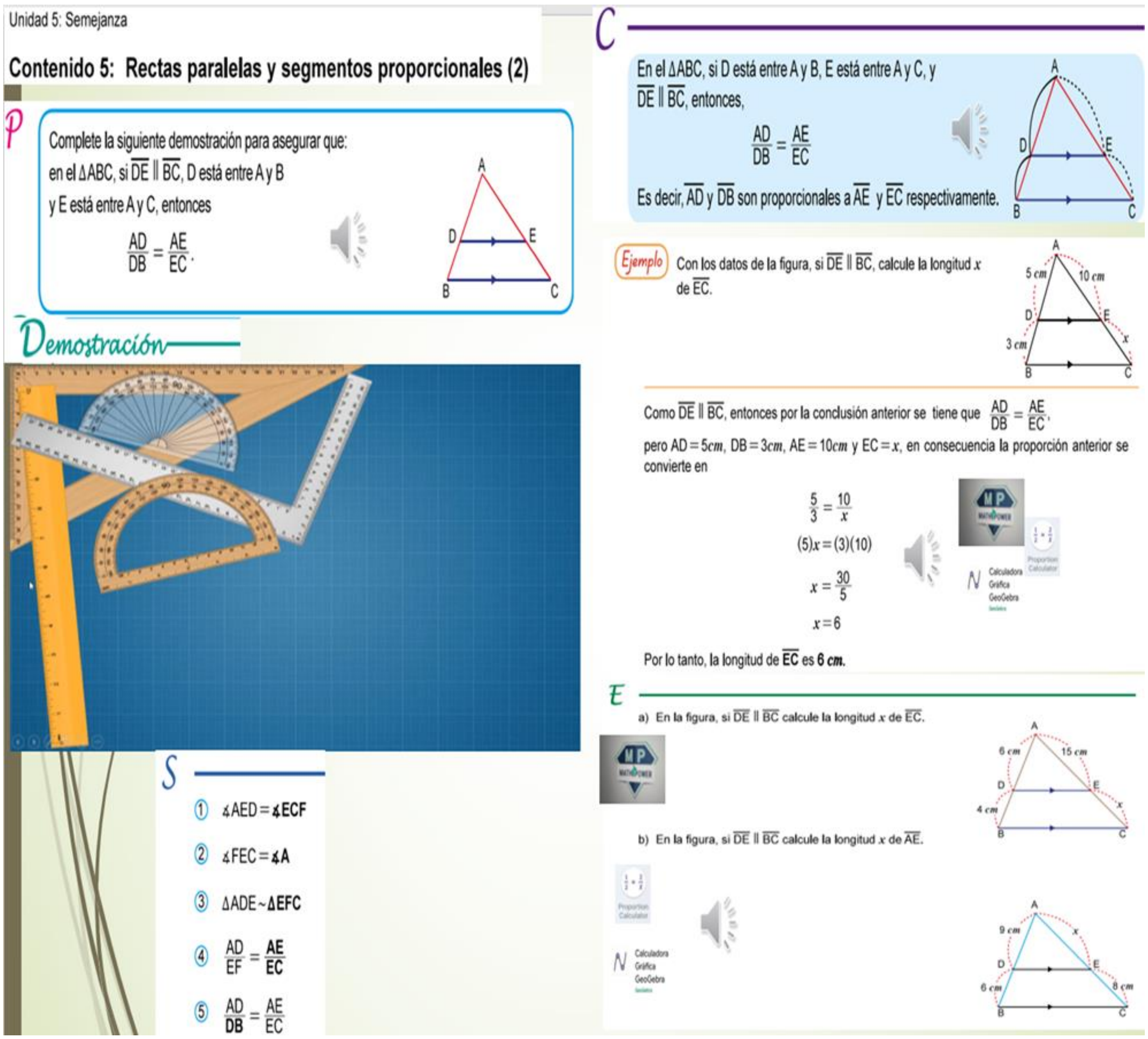
Sección: _______A______________

Tema: Rectas paralelas y segmentos proporcionales

Horario: ________2:15pm a 3:00pm_________ Fecha: 03 noviembre 2022

Objetivo	Contenido	Secuencias de actividades	Recursos materiales	Evaluación	Organization de espacio	Tiempo
Resuelva situaciones en diferentes contextos relacionadas con la semejanza de triángulos rectángulos, los teoremas del cateto, altura, base media y Thales mostrando actitudes positivas que promuevan la dignidad de las personas .	Rectas paralelas y segmentos proporcionales	-Presentar temas y objetivos. -Explicar el objetivo de la clase. -Demostración del contenido - identificar objetos en el aula de clase, donde se muestran rectas paralelas -Mencione figuras geométricas que contengan rectas paralelas. -Haciendo uso de su teléfono descargue aplicaciones para elaborar rectas paralelas y segmentos proporcionales.	El aula de clase, Celular, proyector, pizarra, reglas, calculadoras y app.	Resolución de ejercicios prácticos en la pizarra. Mediante una lista de cotejo evaluar la participación de los estudiantes con criterios relacionados al indicador de logro.	Ordenar a los estudiantes en columnas siguiendo las medidas de la OMS para prevención del covid 19.	45 minutos

Uso de la tecnología en el plan pizarra



VII. BIBLIOGRAFIA

Garcia A, (2019). *MATEMATICAS 9.* Managua Nicaragua: I edicion 2019.

Bello, P. A. (Bogota 2017). DIFICULTADES, OBSTACULOS Y ERRORES DE LOS APRENDIZAJES DE LOS NUMEROS ENTEROS.

Blandón, J. Z. (2017). Validación de estrategias metodológicas para la resolución de.

Brousseau, G. (1999). Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas .

Bruno, & Pinilla, F. (2002). propuestas metodologicas de matematicas.

Calmaestra, L. B. (2020). *Divicion de un segmento en partes Proporcionales*.

Cappelletti, A. (2017). Problemas epistemológicos de la psicología contemporánea.

Coronado, J. (2015). *Matematicas Aplicadas*.

Cruz, E. R. (2020). Facultad de Ciencias UNAM. *Geometria Moderna 1*.

Equipo editorial, E. (2021). *conceptos de angulos*.

Escobar, C. A. (Colombia 2011). OBSTACULOS DIDACTICOS EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMATICAS Y LA FORMACION DE DOCENTES.

Fernando Collado Zampieri & Lucio Bautista. (2015). linea de investigacion basada en la calida educativa UNAN MANAGUA /FAREM Esteli.

Hernandez, A. (2016). *Diseño, implementación y análisis de una secuencia didáctica para estudiar el Teorema de Thales y sus aplicaciones en la escuela secundaria.*

Irigoyen, B. d. (2021). La Importancia de las Matematicas. *VANEDUC 2021*.

Lárez, D. (2018). Algunos Obstaculos que Imposibilitan el Aprendizaje Efectivo de la Matematicas.

Lopez, V. (2007-2010). Teorema de Thales.

Pérez Porto, M. M. (2009- actualizado 2021). Coceptos de Geometría.

Perez, L. (2021). Estilos de aprendizaje: Visual, auditivo y kinestésico.

Porto, J. P. (2019). DEFINICION DE OPSTACULOS.

Sanchez, S. (2020). Como desarrollar tu Mentalidad para Crear Riqueza.

Serra, B. R. (2014). *UNIVERSO DE FORMULAS. MATEMATICAS*.

Tejada, M. E. (2019). LOS TEOREMAS DE THALES DE MILETO.

Vargas, E. A. (2013). DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE. 13.

Westreicher, G. (2020). Teorema de Thales.

ANEXOS

ANEXO 1. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Objetivos Específicos	Variables	Definición conceptual de la variable	Indicadores	Preguntas	Escala de variación	Instrumento	Fuente
Describir el proceso de aprendizaje del teorema de Thales en noveno grado Centro Escolar Flor Pino, segundo semestre 2021.	Proceso de aprendizaje.	El **proceso de aprendizaje** hace referencia a aquel **proceso** en el que se van adquiriendo una serie de conocimientos y habilidades tras haber vivido u observado una serie de experiencias previas.		1. ¿De acuerdo a su experiencia, se le han presentado obstáculos, en su clase? ¿Cuales? 2. Puede usted mencionar obstáculos didácticos que se presentan a la hora de desarrollar un contenido en Matemática. 3. ¿Cómo define un obstáculo didáctico? ¿Cuál es su classificacion? 4. ¿Utiliza secuencias didácticas para construir el concepto de teorema de Thales? 5. ¿Trata de adaptar el lenguaje científico del contenido al nivel de los estudiantes?	Selección Única.	Encuesta, entrevista y test.	Estudiante Y docente
Identificar obstáculos didácticos el aprendizaje del teorema de Thales en	Obstáculo de aprendizaje	En el proceso del **aprendizaje** pued en aparecen escollos que dificulten o impidan la concreción	Obstáculos en el aprendizaje de la Matemática	6. ¿Los estudiantes participan de forma activa en la clase? ¿De qué forma? 7. ¿Utiliza algunos recursos didácticos, que ayuden a la			

noveno grado Centro Escolar Flor Pino, segundo semestre 2021. Proponer una estrategia didáctica para el aprendizaje del teorema de Thales en noveno grado centro Escolar Flor Pino, segundo semestre 2021.	Estrategia de aprendizaje.	de los objetivos deseados y preestablecidos. Las **estrategias de aprendizaje** son una guía flexible y consciente para alcanzar el logro de objetivos, propuestos en para el proceso de **aprendizaje**.	Plan Pizarra.	construcción del concepto de teorema de Thales? en sentido amplio. 8. ¿Considera usted que el tiempo establecido para el desarrollo del contenido del teorema de Thales? en sentido amplio es suficiente. 9. ¿Cómo es el dominio por parte de los estudiantes en el contenido del teorema de Thales? en sentido amplio. 10. ¿Qué obstáculos presentan los estudiantes al momento de desarrollar el teorema de Thales? 11. ¿Desarrolla usted algún tipo de estrategia para la superación de obstáculos didácticos? 12. ¿Qué estrategias de evaluación utiliza en el desarrollo del contenido del teorema de Thales? 13. Cuando sus estudiantes no logran un aprendizaje satisfactorio, ¿Usted es capaz de utilizar nuevas acciones para vencer los obstáculos?			

ANEXO 2. ENTREVISTA A DOCENTE DE MATEMATICA

I. Objetivo:

La presente guía de entrevista tiene como objetivo adquirir información veraz con fines de investigación acerca de la identificación de obstáculos didácticos en el aprendizaje del Teorema de Thales, turno vespertino, colegio la independencia, municipio de Rancho Grande, segundo semestre, 2021. Agradecemos su atención y objetividad en sus respuestas.

II. Preguntas a desarrollar

1. ¿De acuerdo a su experiencia, se le han presentado obstáculos, errores y dificultades en su clase? ¿Cuales?

2. ¿Cuál es la diferencia entre obstáculo, error y dificultad?

3. Puede usted mencionar obstáculos didácticos que se presentan a la hora de desarrollar un contenido en Matemática.

4. ¿Cómo define un obstáculo didáctico? ¿Cuál es su classificacion?

5. ¿Utiliza secuencias didácticas para construir el concepto de teorema de Thales?

6. ¿Trata de adaptar el lenguaje científico del contenido al nivel de los estudiantes?

7. ¿Los estudiantes participan de forma activa en la clase? ¿De qué forma?

8. ¿Usted desarrolla la clase de acuerdo al planeamiento didáctico? ¿De qué forma?

9. ¿Utiliza algunos recursos didácticos, que ayuden a la construcción del concepto de teorema de Thales? en sentido amplio?

10. ¿Considera usted que el tiempo establecido para el desarrollo del contenido del teorema de Thales? en sentido amplio es suficiente?

11. ¿Cómo es el dominio por parte de los estudiantes en el contenido del teorema de Thales? en sentido amplio?

12. ¿Qué obstáculos presentan los estudiantes al momento de desarrollar el teorema de Thales?

13. ¿Desarrolla usted algún tipo de estrategia para la superación de obstáculos didácticos?

14. ¿Qué estrategias de evaluación utiliza en el desarrollo del contenido del teorema de Thales?

15. Cuando sus estudiantes no logran un aprendizaje satisfactorio, ¿Usted es capaz de utilizar nuevas acciones para vencer los obstáculos?

ANEXO 3. GUIA DE OBSERVACIÓN AL DOCENTE

La presente guía tiene como fin OBSERVAR el proceso ordenado del docente como mediador del aprendizaje en el aula, con el objetivo de identificar obstáculos que se presenten.

Fecha: ________________ Departamento/Región: ______________________

Municipio/Distrito: _______________ Urbana/Rural: ______________________

Nombre del centro escolar: ____

Turno: _______________ Modalidad: ________________________________

Nombre del director o directora: ______________________________________

Nombre del docente: ____

Grado: ___________Asignatura:____________ Periodo de clase: __________

Marque con una X según el criterio observada: Excelente, Muy Bueno, Bueno, Regular.

Se recomienda que la información se registre de forma puntual, objetiva y sin manchones.

N°	ITEMS	Escala			
		Excelente	Muy Bueno	Bueno	Regular
1	El ambiente en el aula es propicio para el desarrollo de los aprendizajes (seguro y limpio)				
2	Hace referencia al indicador de logro y la vincula con el contenido y las actividades de aprendizaje.				
3	Interactúa con los estudiantes explorando aprendizajes previos				

4	Promueve la participación activa/autónoma, refuerza los aprendizajes y los relaciona con vivencias e intereses de los estudiantes.				
5	En las actividades desarrolladas se integra el eje transversal				
6	Se evidencia correspondencia entre contenido y macro unidad pedagógica.				
7	Promueve actividades de aprendizajes con estrategias novedosas.				
8	Las estrategias desarrolladas responden con cientificidad el enfoque de la asignatura.				
9	El docente promueve la integración entre estudiante durante el desarrollo de los aprendizajes.				
10	Utiliza materiales contextualizados como recursos de aprendizajes.				
11	Atiende y responde a las necesidades, dudas e inquietudes de los estudiantes, tomando en cuenta los ritmos de aprendizajes				
12	Valora la práctica de actividades que conllevan a la competencia del eje transversal.				
13	Utiliza los recursos tecnológicos disponibles como herramienta para el desarrollo de los aprendizajes.				
14	Evalúa durante el proceso de aprendizaje de los estudiantes en correspondencia con el indicador de logro.				
15	Retroalimenta el proceso de aprendizaje en la acción didáctica.				

Observación:

Firma del docente observado

firma de quien realizo la observación

ANEXO 4. ENCUESTA A ESTUDIANTES

Estimado estudiante, la presente encuesta tiene como objetivo recopilar información veraz, con fines investigativos acerca de los obstáculos en el aprendizaje del teorema de Thales, noveno grado, turno vespertino, Colegio público la Independencia, municipio de Rancho Grande, Segundo semestre 2021. Agradecemos de antemano la objetividad de sus respuestas.

I. Encierre en un círculo el inciso que contiene la respuesta que usted considere correcta.

P1. ¿Qué entiende por obstáculo de aprendizaje?

P1.1. Acción equivocada o no acertada al realizar una actividad.

P1.2. inconvenientes o barreras que hay que superar para lograr un objetivo.

P1.3. impedimento para enlazar los conocimientos previos con nuevos conocimientos.

P2. ¿Qué entiende usted por obstáculo didáctico?

P2.1. Reto o barrera que impide enseñar y aprender.

P2.2. Errores y dificultades de los estudiantes

P2.3. Impedimento en el aprendizaje que se producen por la misma enseñanza.

P3. ¿Los conocimientos que usted adquirió en grados anteriores le permiten asimilar o adquirir nuevos conocimientos en el nivel que se encuentre actualmente?

P3.1. si

P3.2. no

P3.3. algunas veces

P4. ¿Para adquirir conocimientos en el contenido,” teorema de Thales” presenta dificultad en?

P4.1. Se le dificulta aplicar la fórmula para encontrar el valor de X.

P4.2. Identificar los segmentos en el teorema de Thales

P4.3. En primaria no estudio contenidos parecidos a estos

P5. ¿Con que tipo de aprendizaje adquiere mayor y mejores conocimientos?

P5.1. Audiovisual

P5.2. Grupal

P5.3. Solitario

P6. ¿Qué recursos y programas tecnológicos se utilizan en el aprendizaje de los contenidos?

P6.1. Calculadora

P6.2. Tablet

P6.3 Teléfonos

P7. ¿Considera que, para usted, aprender matemáticas es?

P7.1. Muy importante

P7.2. Poco importante

P7.3. No tiene importancia

P8. El tiempo asignado para ia clase de matemática es el adecuado para adquirir un aprendizaje satisfactorio.

P8.1. Si

P8.2. No

P8.3. Algunas veces

P9. ¿Las actividades iniciales del docente le permiten recordar los conocimientos que adquirió en grados anteriores y le facilitan aprender el nuevo contenido?

P9.1. Si

P9.2. No

P9.3. Algunas veces

P10. ¿El docente ayuda a sus estudiantes con dificultades a través de?

P10.1. Reforzamiento escolar

P10.2. Grupos interactivos de redes sociales

P10.3. Asignación de guías de estudios

P11. Las actividades del docente son motivadoras y dinámicas.

P11.1. Si

P11.2. No

P11.3. Algunas veces

P12. El tiempo que se le brinda para resolver problemas individuales ¿es suficiente?

P12.1. Siempre

P12.2. A veces

P12.3. Nunca

P13. ¿Su docente le brinda ayuda, cuando tiene dudas respecto a una temática?

P13.1. Siempre

P13.2. A veces

P13.3. Nunca

P.14. ¿El docente fomenta los círculos de estudios?

a. Siempre
b. A veces
c. Nunca

P15. Considera que aprender sobre el teorema de Thales es:

a. Importante
b. Aburrido
c. Algo obligatorio para pasar la clase.

P16. Un poste, de 8m de altura proyecta una sombra de 6m de longitud. ¿Cuál es la medida de la altura de una torre que en el mismo instante proyecta una sombra de 42m?

a. 53
b. 31.5
c. 56

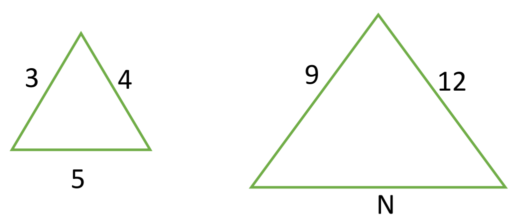
P17. Una torre vertical de 6 m de alto proyecta una sombra de 4m. ¿Cuál es la altura de un árbol que, a la misma hora, proyecta una sombra de 1,8m?

a. 2.8

b. 2.7

c. 3

P18. siendo que los dos triángulos son semejantes, hallar las medidas del segmento N.

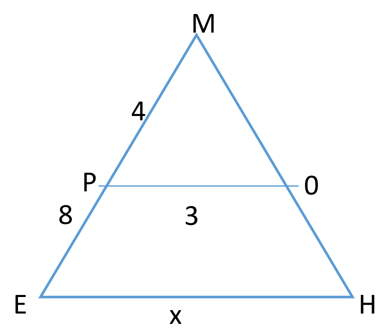


a. N=10

b. N=15

c. N=12

P19. Calcule el valor de X en la figura que se muestra.

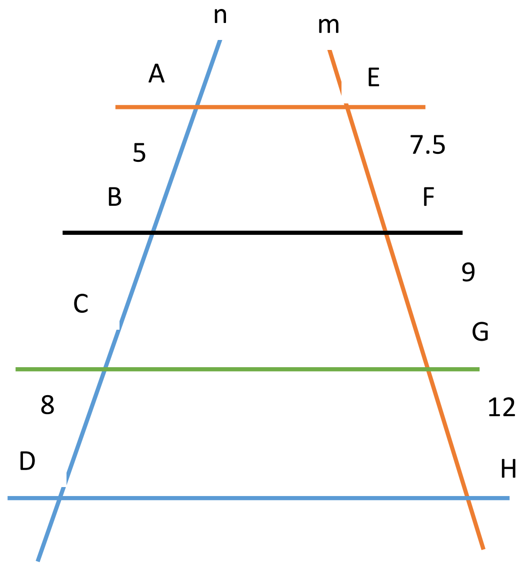


a. 5

b. 6

c. 9

P20. calcule el valor de C en la figura que se muestra.



a. 8

b. 6

c. 7.5

ANEXO 5. BASE DE DATOS

Analicis de los resultados de los datos de la encuesta a estudiantes.																				
Estidiante	**P1**	**P2**	**P3**	**P4**	**P5**	**P6**	**P7**	**P8**	**P9**	**P10**	**P11**	**P12**	**P13**	**P14**	**P15**	**P16**	**P17**	**P18**	**P19**	**P20**
1	2	3	1	1	2	1	1	1	3	1	3	2	1	2	1	3	2	3	3	1
2	3	2	1	3	1	3	1	3	1	3	1	2	1	1	1	3	1	2	2	2
3	2	3	3	1	2	3	1	1	1	1	1	2	2	2	1	3	1	2	2	1
4	3	3	1	2	2	3	1	2	3	1	1	2	1	2	1	3	2	2	3	3
5	2	1	1	2	2	3	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	2	2	3	3
6	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	2	3	2
7	2	3	1	3	3	3	1	1	1	3	1	2	1	2	1	3	3	1	2	1
8	3	2	1	1	3	1	1	3	3	1	1	2	2	2	1	2	1	2	2	3
9	2	2	1	3	3	3	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1	2	2	2
10	2	2	3	1	2	3	1	3	2	3	3	2	2	2	3	2	1	3	2	3
11	3	1	1	3	2	1	2	3	3	1	3	2	2	1	3	3	1	2	2	1
12	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	3	2	1	1	3	1	2	1	2	1
13	3	3	3	2	2	3	1	1	3	3	2	2	1	2	1	2	3	2	2	3
14	2	3	3	1	2	3	1	1	3	1	3	2	1	1	1	1	1	1	2	3
15	2	3	3	1	3	3	1	1	1	1	3	2	1	2	1	3	3	3	3	1
16	2	1	3	3	2	1	1	2	1	3	1	2	2	3	1	2	2	1	2	2
17	2	3	1	1	2	3	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1	3	2	2	2
18	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	3	2	1	1	1	1	1	3	1	2
19	2	1	3	2	3	3	1	3	3	1	1	2	1	2	1	1	3	3	3	2
20	1	2	1	2	3	1	1	2	1	3	3	2	1	1	1	1	2	1	2	2
21	3	2	1	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1
22	3	3	1	1	2	1	1	3	1	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1	3
23	2	2	1	3	1	3	1	1	1	1	1	2	2	1	3	1	2	1	3	2

ANEXO 6. TABLAS RELACIONADAS A LA TABULACIÓN DE LA ENCUESTA.

Estudiante	F1	FR	%
Audiovisual	3	0.13	15%
Grupal	13	0.565	65%
Solitario	7	0.304	35%
Total	23	1	100%

Grafico 1.

Estudiante	F2	FR	%
Acción equivocada o no acertada	1	0.043	5%
inconvenientes o barreras que hay que superar para lograr un objetivo	15	0.652	75%
Impedimento para enlazar los conocimientos previos con nuevos conocimientos.	7	0.304	35%
Total	23	1	100%

Grafico 2

Estudiante	F3	FR	%
Reto o barrera que impide enseñar y aprender	7	0.304	35%
Errores y dificultades de los estudiantes	7	0.304	35%
Impedimento en el aprendizaje	9	0.391	45%
Total	23	1	100%

Grafico 3

Estudiante	F4	FR	%
Siempre	17	0.739	85%
A veces	0	0	0%
Nunca	6	0.261	30%
Total	23	1	100%

Grafico 4

Estudiante	F5	FR	%
Audiovisual	3	0.13	15%
Grupal	13	0.565	65%
Solitario	7	0.304	35%
Total	23	1	100%

Grafico 5

Estudiante	F6	FR	%
Calculadora	9	0.391	45%
Tablet	0	0	0%
Teléfonos	14	0.609	70%
Total	23	1	100%

Grafico 6

Estudiante	F7	FR	%
Muy importante	22	0.957	110%
Poco importante	1	0.043	5%
No tiene importancia	0	0	0%
Total	23	1	100%

Grafico 7.

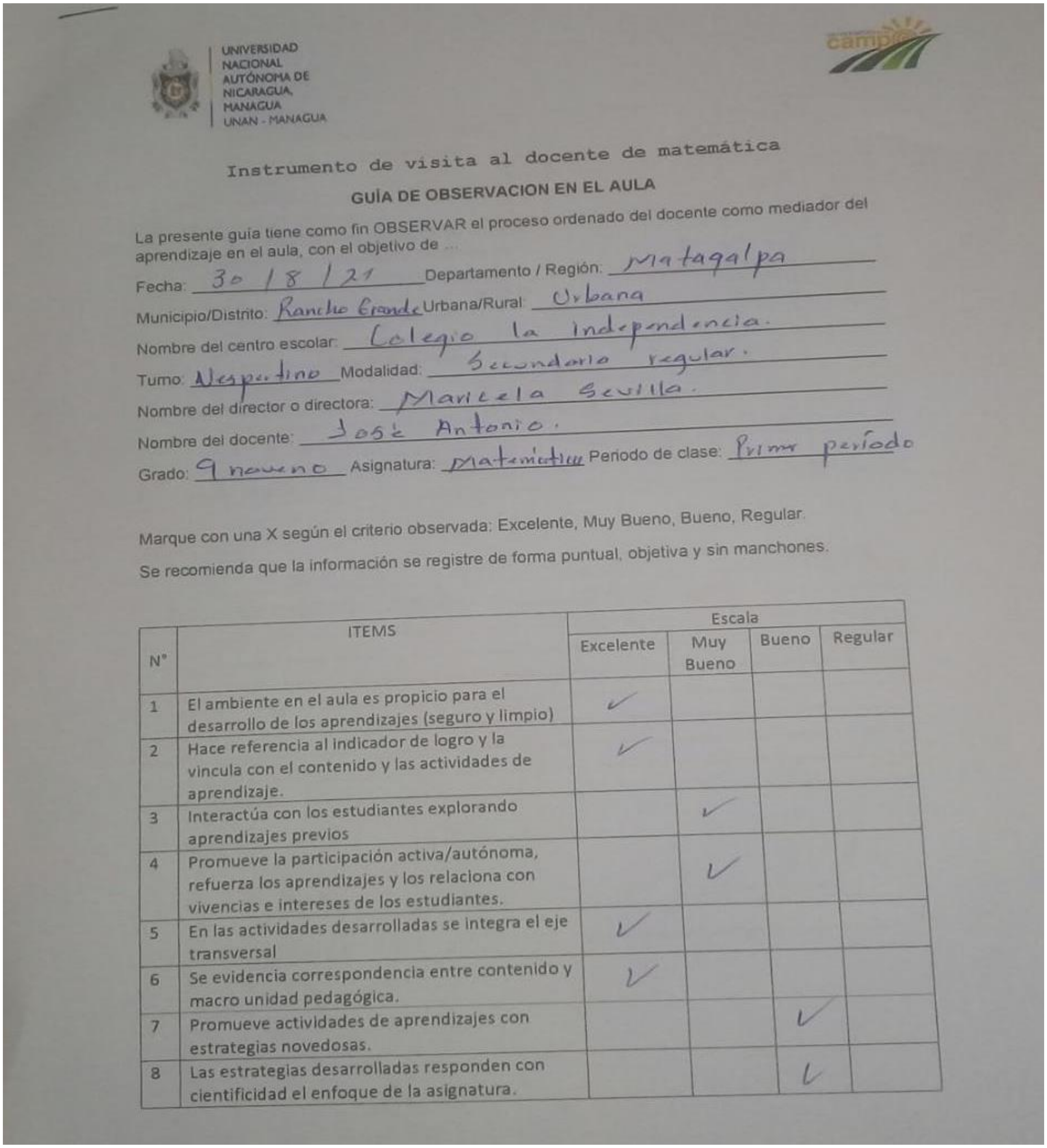
Estudiante	F8	FR	%
Se le dificulta aplicar la fórmula para encontrar el valor de X	9	0.391	45%
Identificar los segmentos en el teorema de Thales	7	0.304	35%
En primaria no estudio contenidos parecidos a estos	7	0.304	35%
Total	23	1	100%

Grafico 8.

Estudiante	F9	FR	%
53 m	8	0.348	40%
31.5 m	10	0.435	50%
56 m	5	0.217	25%
Total	23	1	100%

Grafico 9

ANEXO 7. GUIA DE OBSERVACION



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA
UNAN - MANAGUA

Instrumento de visita al docente de matemática

GUÍA DE OBSERVACION EN EL AULA

La presente guía tiene como fin OBSERVAR el proceso ordenado del docente como mediador del aprendizaje en el aula, con el objetivo de ...

Fecha: 30 / 8 / 21 Departamento / Región: Matagalpa

Municipio/Distrito: Rancho Grande Urbana/Rural: Urbana

Nombre del centro escolar: Colegio la independencia.

Turno: Vespertino Modalidad: Secundaria regular.

Nombre del director o directora: Maricela Sevilla.

Nombre del docente: José Antonio.

Grado: 9 noveno Asignatura: Matemática Periodo de clase: Primer período

Marque con una X según el criterio observada: Excelente, Muy Bueno, Bueno, Regular.

Se recomienda que la información se registre de forma puntual, objetiva y sin manchones.

N°	ITEMS	Escala			
		Excelente	Muy Bueno	Bueno	Regular
1	El ambiente en el aula es propicio para el desarrollo de los aprendizajes (seguro y limpio)	✓			
2	Hace referencia al indicador de logro y la vincula con el contenido y las actividades de aprendizaje.	✓			
3	Interactúa con los estudiantes explorando aprendizajes previos		✓		
4	Promueve la participación activa/autónoma, refuerza los aprendizajes y los relaciona con vivencias e intereses de los estudiantes.		✓		
5	En las actividades desarrolladas se integra el eje transversal	✓			
6	Se evidencia correspondencia entre contenido y macro unidad pedagógica.	✓			
7	Promueve actividades de aprendizajes con estrategias novedosas.			✓	
8	Las estrategias desarrolladas responden con cientificidad el enfoque de la asignatura.			✓	

Fuente: Roberto Carlos Herrera Soza

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA
UNAN - MANAGUA

9	El docente promueve la integración entre estudiante durante el desarrollo de los aprendizajes.		✓		
10	Utiliza materiales contextualizados como recursos de aprendizajes.			✓	
11	Atiende y responde a las necesidades, dudas e inquietudes de los estudiantes, tomando en cuenta los ritmos de aprendizajes		✓		
12	Valora la práctica de actividades que conllevan a la competencia del eje transversal.	✓			
13	Utiliza los recursos tecnológicos disponibles como herramienta para el desarrollo de los aprendizajes.				✓
14	Evalúa durante el proceso de aprendizaje de los estudiantes en correspondencia con el indicador de logro.			✓	
15	Retroalimenta el proceso de aprendizaje en la acción didáctica.			✓	

Observacion:

El docente no comporte estragias Imnovadara para el aprlendizaje.

José Antonio Ortiz.

Firma del docente observado

firma de quien realizo la observación

Fuente: Roberto Carlos Herrera Soza

ANEXO 8. ENTREVISTA A DOCENTE

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA
UNAN - MANAGUA

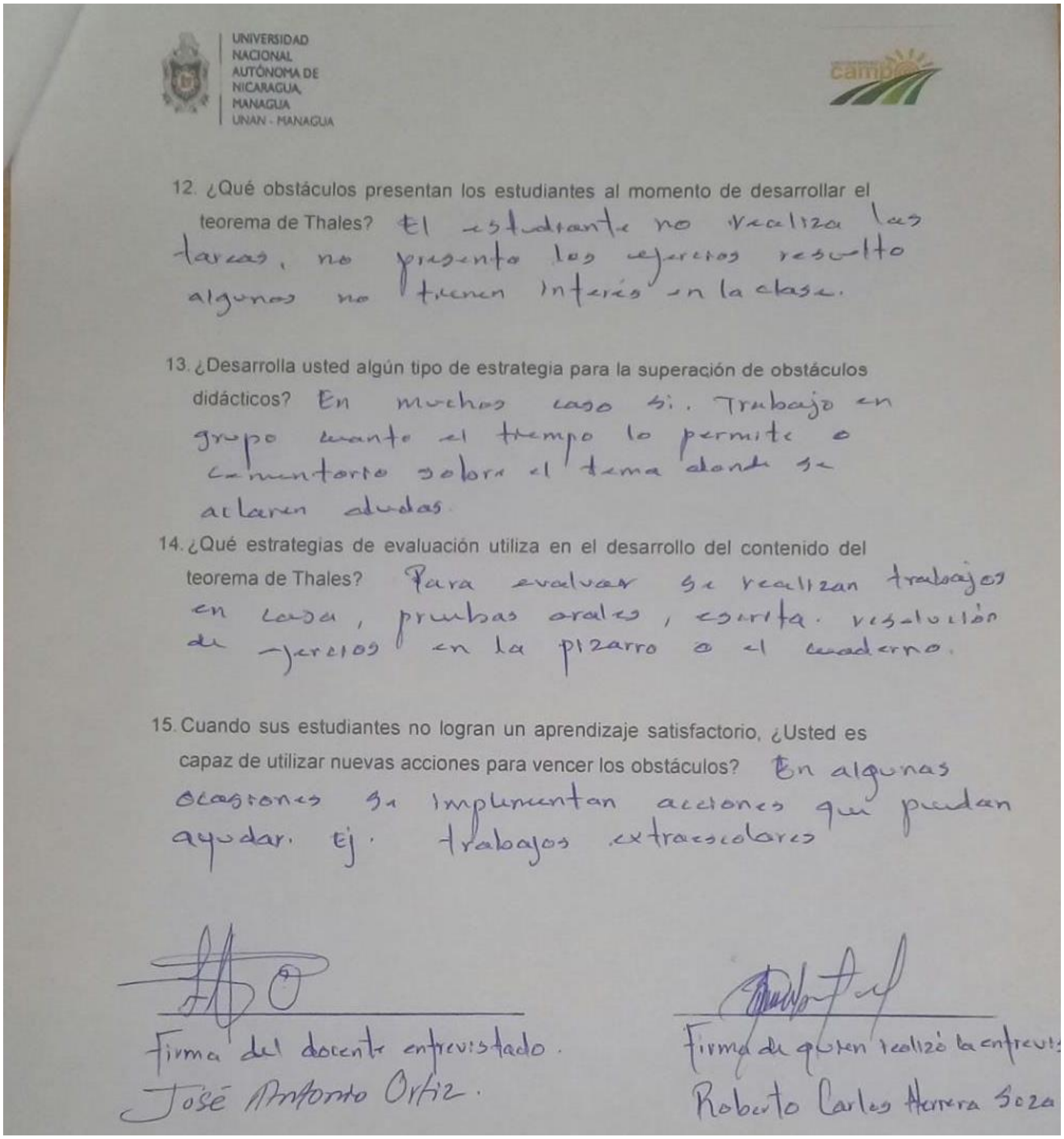
Guía de entrevista a docente de Matemática

I Objetivo: La presente guía de entrevista tiene como objetivo adquirir información veraz con fines de investigación acerca de la identificación de obstáculos didácticos en el aprendizaje del Teorema de Thales, turno vespertino, colegio la independencia, municipio de Rancho Grande, segundo semestre, 2021. Agradecemos su atención y objetividad en sus respuestas.

II Preguntas a desarrollar

1. ¿De acuerdo a su experiencia, se le han presentado obstáculos, errores y dificultades en su clase? ¿Cuales? Se han presentado por el desinterés, inasistencia y poca atención al momento de impartir la clase.
2. ¿Cuál es la diferencia entre obstáculo, error y dificultad? La diferencia que el obstáculo es una barrera, el error falla y dificultad posibilidad a solucionar
3. Puede usted mencionar obstáculos didácticos que se presentan a la hora de desarrollar un contenido en Matemática. Entre los obtaculo didactico la falta de material tecnologico - interación con los estudiante para manipular el interes en lo tecnologico.
4. ¿Cómo define un obstáculo didáctico? ¿Cuál es su classificacion? Los obstáculo didactico son barrera que impiden que el estudiante aprenda con mayor facilidad las operaciones matemática. Se pueden clasificar. obtaculos de aprendizaje, epistemologico, fisico.
5. ¿Utiliza secuencias didácticas para construir el concepto de teorema de Thales? En mucha ocasiones se aplican para lograr aplicaciones concreta en el momento de solucionar problemas matemáticos.

Fuente: David Salvador Arauz Dávila.


UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA
UNAN - MANAGUA

12. ¿Qué obstáculos presentan los estudiantes al momento de desarrollar el teorema de Thales? El estudiante no realiza las tareas, no presenta los ejercicios resuelto algunos no tienen interés en la clase.

13. ¿Desarrolla usted algún tipo de estrategia para la superación de obstáculos didácticos? En muchos caso si. Trabajo en grupo cuanto el tiempo lo permite o comentario sobre el tema donde se aclaren dudas.

14. ¿Qué estrategias de evaluación utiliza en el desarrollo del contenido del teorema de Thales? Para evaluar se realizan trabajos en casa, pruebas orales, escrita. resolución de ejercicios en la pizarra o el cuaderno.

15. Cuando sus estudiantes no logran un aprendizaje satisfactorio, ¿Usted es capaz de utilizar nuevas acciones para vencer los obstáculos? En algunas ocasiones se implementan acciones que puedan ayudar. Ej. trabajos extraescolares

Firma del docente entrevistado.
José Antonio Ortiz.

Firma de quien realizó la entrevista
Roberto Carlos Herrera Soza

Fuente: David Salvador Arauz Dávila.

ANEXO 9. ENCUESTA A ESTUDIANTES

UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA

DATOS GENERALES:

Encuesta a estudiantes

Estimado estudiante, la presente encuesta tiene como objetivo recopilar información veraz, con fines investigativos acerca de los obstáculos en el aprendizaje del teorema de Thales, noveno grado, turno vespertino, Colegio público la Independencia, municipio de Rancho Grande, segundo semestre 2021. Agradecemos de antemano la objetividad de sus respuestas.

I. Encierre en un circulo el inciso que contiene la respuesta que usted considere correcta.

1- ¿Qué entiende por obstáculo de aprendizaje?

a. Acción equivocada o no acertada al realizar una actividad.

2 b. inconvenientes o barreras que hay que superar para lograr un objetivo.

c. impedimento para enlazar los conocimientos previos con nuevos conocimientos.

2- ¿Qué entiende usted por obstáculo didáctico?

1 a. Reto o barrera que impide enseñar y aprender

b. Errores y dificultades de los estudiantes

c. Impedimento en el aprendizaje que se producen por la misma enseñanza.

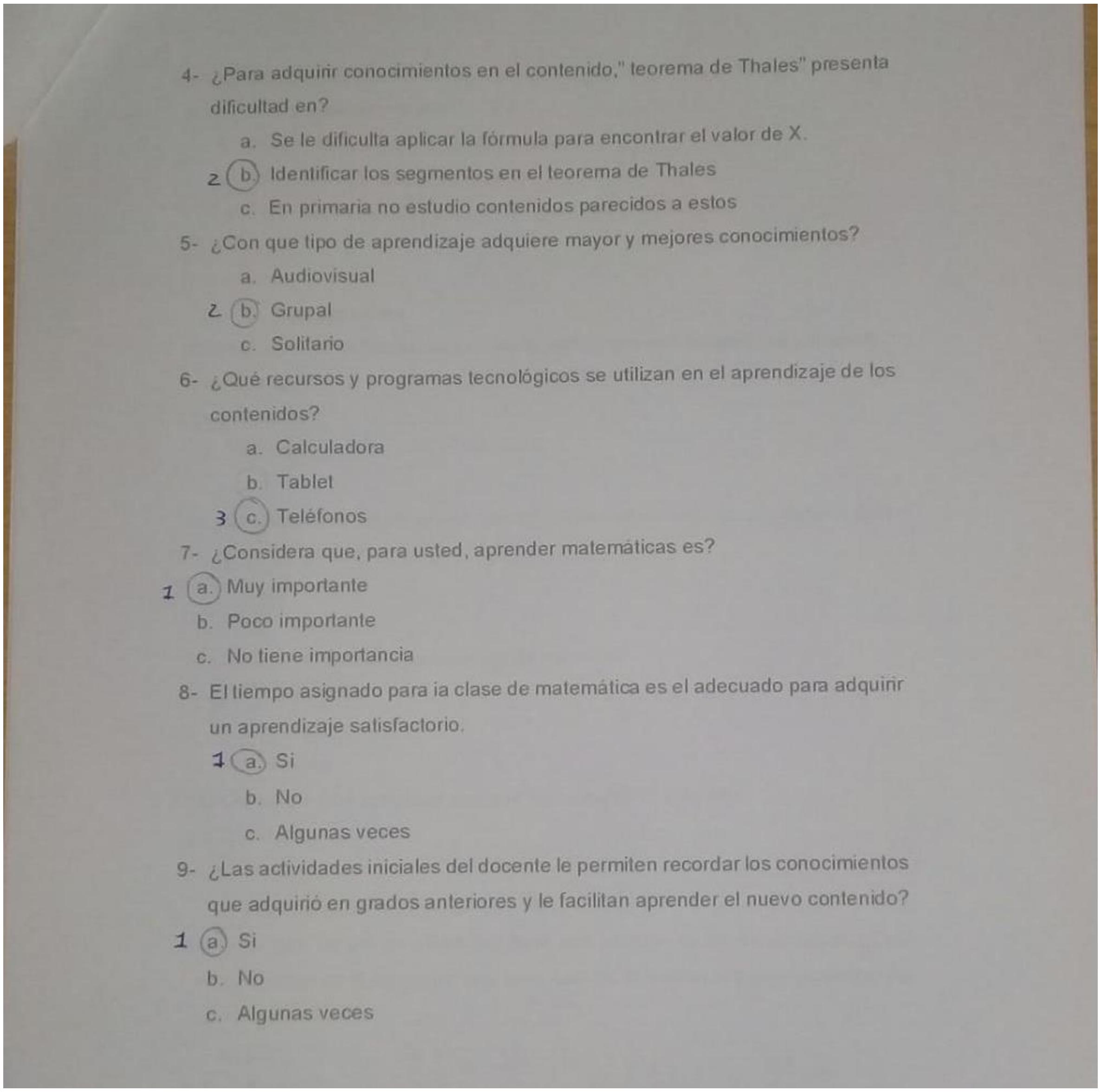
3- ¿Los conocimientos que usted adquirió en grados anteriores le permiten asimilar o adquirir nuevos conocimientos en el nivel que se encuentre actualmente?

1 a. si

b. no

c. algunas veces

Fuente: David Salvador Arauz Dávila



4- ¿Para adquirir conocimientos en el contenido," teorema de Thales" presenta dificultad en?

a. Se le dificulta aplicar la fórmula para encontrar el valor de X.

2 b. Identificar los segmentos en el teorema de Thales

c. En primaria no estudio contenidos parecidos a estos

5- ¿Con que tipo de aprendizaje adquiere mayor y mejores conocimientos?

a. Audiovisual

2 b. Grupal

c. Solitario

6- ¿Qué recursos y programas tecnológicos se utilizan en el aprendizaje de los contenidos?

a. Calculadora

b. Tablet

3 c. Teléfonos

7- ¿Considera que, para usted, aprender matemáticas es?

1 a. Muy importante

b. Poco importante

c. No tiene importancia

8- El tiempo asignado para ia clase de matemática es el adecuado para adquirir un aprendizaje satisfactorio.

1 a. Si

b. No

c. Algunas veces

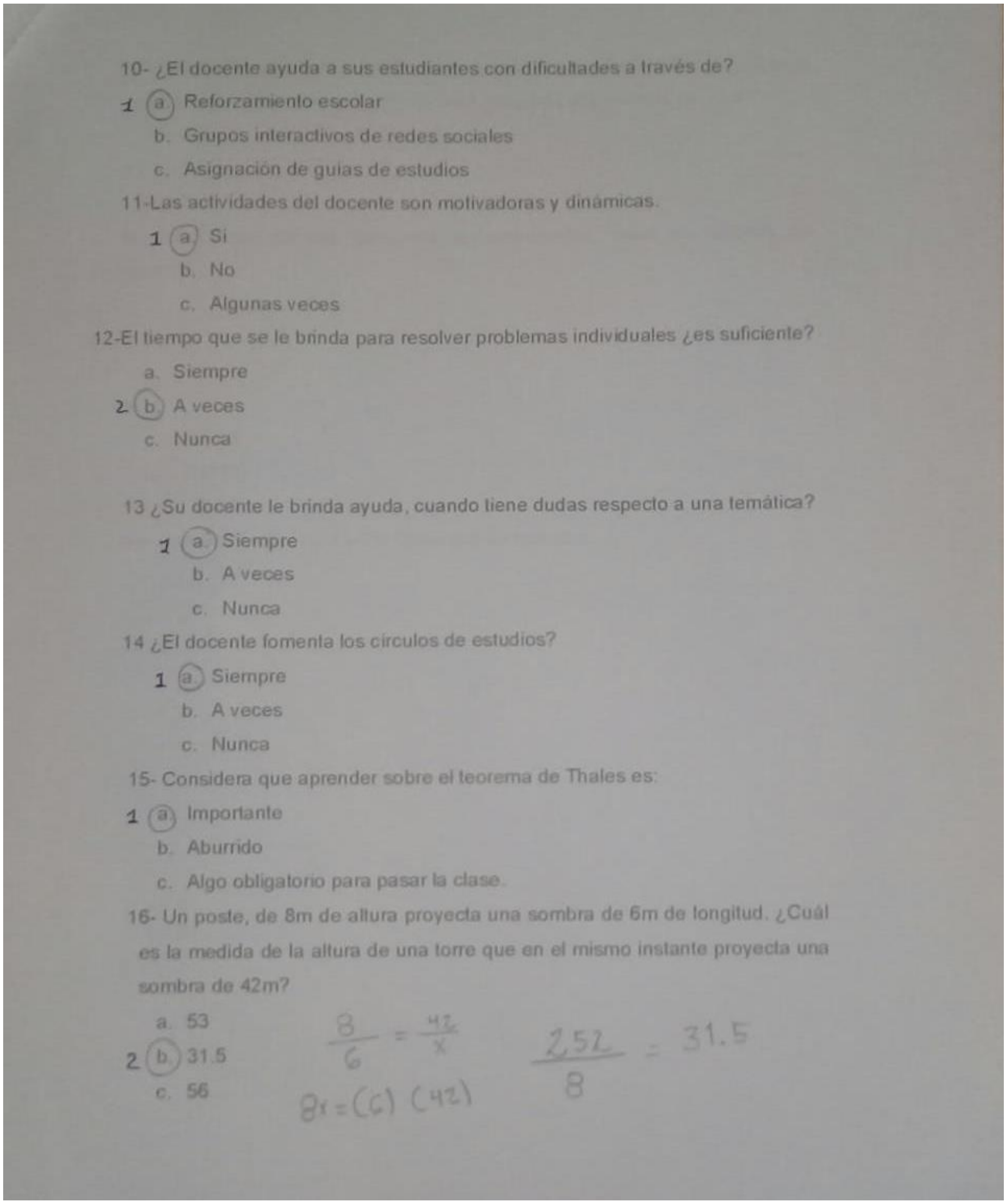
9- ¿Las actividades iniciales del docente le permiten recordar los conocimientos que adquirió en grados anteriores y le facilitan aprender el nuevo contenido?

1 a. Si

b. No

c. Algunas veces

Fuente: David Salvador Arauz Dávila.



10- ¿El docente ayuda a sus estudiantes con dificultades a través de?

1 a. Reforzamiento escolar
b. Grupos interactivos de redes sociales
c. Asignación de guías de estudios

11-Las actividades del docente son motivadoras y dinámicas.

1 a. Si
b. No
c. Algunas veces

12-El tiempo que se le brinda para resolver problemas individuales ¿es suficiente?

a. Siempre
2 b. A veces
c. Nunca

13 ¿Su docente le brinda ayuda, cuando tiene dudas respecto a una temática?

1 a. Siempre
b. A veces
c. Nunca

14 ¿El docente fomenta los círculos de estudios?

1 a. Siempre
b. A veces
c. Nunca

15- Considera que aprender sobre el teorema de Thales es:

1 a. Importante
b. Aburrido
c. Algo obligatorio para pasar la clase.

16- Un poste, de 8m de altura proyecta una sombra de 6m de longitud. ¿Cuál es la medida de la altura de una torre que en el mismo instante proyecta una sombra de 42m?

a. 53
2 b. 31.5
c. 56

$\frac{8}{6} = \frac{42}{x}$

$8x = (6)(42)$

$\frac{252}{8} = 31.5$

Fuente: David Salvador Arauz Dávila.

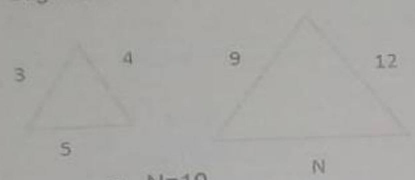
17- Una torre vertical de 6 m de alto proyecta una sombra de 4m. ¿Cuál es la altura de un árbol que, a la misma hora, proyecta una sombra de 1,8m?

a. 2.8

2 b. 2.7

c. 3

18- siendo que los dos triángulos son semejantes, hallar las medidas del segmento N.

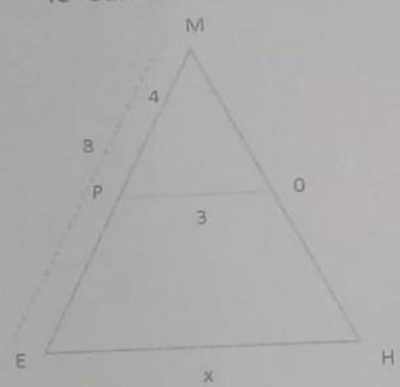


a. N=10

2 b. N=15

c. N=12

19- Calcule el valor de X en la figura que se muestra.



a. 5

b. 6

3 c. 9

Fuente: Fredy Meza Antonio Meza

Aplicación de encuesta con estudiantes de novena grado escuela La Independencia.

Fuente Fredy Antonio Meza

Aplicación de encuesta con estudiantes de novena grado escuela La Independencia.

Fuente Roberto Carlos Herrera Soza.