



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA

UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA MATAGALPA

UNAN FAREM MATAGALPA

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

**Para optar al título de ciencias de la educación con mención en Física –
Matemática.**

TEMA:

Elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje de Física o Matemática,
educación media, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2019

SUBTEMA:

Elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de
Pitágoras, noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco
Matagalpa, segundo semestre 2019.

AUTORES:

Br. Anielka Marisela Escobar Cruz.

Br. Holman Uriel Duarte Tórrez.

Br. Jonathan Saul Rivera Espinoza.

TUTORA:

MSc. Mercedes Mendoza Tórrez.

13 de febrero, 2020.



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA

UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA MATAGALPA

UNAN FAREM MATAGALPA

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

**Para optar al título de ciencias de la educación con mención en Física –
Matemática.**

TEMA:

Elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje de Física o Matemática,
educación media, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2019

SUBTEMA:

Elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de
Pitágoras, noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco
Matagalpa, segundo semestre 2019.

AUTORES:

Br. Anielka Marisela Escobar Cruz.

Br. Holman Uriel Duarte Tórrez.

Br. Jonathan Saul Rivera Espinoza.

TUTORA:

MSc. Mercedes Mendoza Tórrez.

13 de febrero, 2020.

Dedicatoria

A Dios, por darme la oportunidad de vivir, por estar conmigo en cada paso que doy, por fortalecer mi corazón e iluminar mi mente, por haberme dado la inteligencia, la sabiduría y la fuerza.

A mis padres, por ser el pilar fundamental en todo lo que soy en toda mi educación, y por su apoyo incondicional durante todo este proceso.

A mis compañeros de clase, por haberme apoyado cuando lo necesite.

A todos los docentes, que me impartieron las diferentes asignaturas durante los cinco años, por su amor, por su paciencia y disposición.

Anielka Marisela Escobar Cruz.

Dedicatoria

A Dios por ser el inspirador y darme la fuerza para continuar en este proceso de obtener uno de los anhelos más deseados.

A mis padres, por su amor, trabajo y sacrificio en todos estos años, gracias a ellos he logrado llegar hasta aquí y convertirme en lo que soy, ha sido un orgullo y privilegio ser su hijo.

A mis hermanos por estar siempre presente acompañándome y por el apoyo moral, que me brindaron a lo largo de esta etapa de mi vida.

A mí esposa por su paciencia y apoyo incondicional. Por estar conmigo en mis tropiezos y darme su mano para seguir adelante.

A todas las personas que me han apoyado y han hecho que el trabajo se realice con éxito, en especial a aquellos que abrieron las puertas y compartieron sus conocimientos.

Holman Uriel Duarte Tórrrez.

Dedicatoria

“La paciencia es la virtud del éxito”.

La presente investigación es el resultado de un arduo trabajo realizado con mucho esfuerzo; durante un cierto periodo de tiempo. Por la confianza, la motivación y la alegría que muchas personas transmiten. Por ello dedicado a:

Mis padres

Porque ellos son mi ejemplo a seguir y mi fuente de inspiración.

Mis hermanos

Quienes, con su ayuda, su motivación y su apoyo incondicional han influido en cierta manera para poder lograr este sueño.

Mi tía

Quien fue una protagonista en mi vida para poder cumplir esta meta y aunque hoy no está aquí conmigo, está presente día a día en mi mente y corazón.

Mis docentes

Por todas sus paciencias y todos sus conocimientos transmitidos durante mi preparatoria profesional me brindaron todos los conocimientos y habilidades que hoy poseo.

Mi novia: Flor Méndez

Porque ella es mi mayor bendición, la cual ha estado incondicionalmente brindándome su apoyo.

Jonathan Saul Rivera Espinoza.

Agradecimiento

Primeramente, gracias a todas aquellas personas las cuales fueran una pieza muy importante para darle sentido y darle fin a esta investigación.

Por ello se le agradece a: **MSc. Mercedes Mendoza Tórrez**, tutora de este trabajo investigativo, quien con su paciencia y su inteligencia trasmitió sus conocimientos adecuados a cada uno de nosotros, los cuales necesitábamos para poder darle continuidad y finalidad a este trabajo investigativo.

Se le agradece a: **Lic. Marlon Tórrez**, Director del Instituto Publico Molino Sur Sébaco, quien nos permitió realizar esta investigación en dicho centro de estudio de educación secundaria.

También a: **Lic. Francisco León Cabezas Amador**, Docente de matemática del Instituto Público molino sur Sébaco, ya que colaboro para darle seguimiento a esta investigación, en donde su ayuda fue de mucha importancia para el investigador.

Autores.

Valoración de la Tutora

Con el Seminario de Graduación “Elaboración de conceptos en el aprendizaje de Física o Matemática, educación media, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2019”, abordado desde el subtema: **“Elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras, noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco, Matagalpa, segundo semestre 2019”**, los autores Anielka Marisela Escobar Cruz, Jonathan Saúl Rivera Espinoza y Holman Uriel Duarte Tórrez, culminan sus estudios de Licenciatura en Ciencias de la Educación con mención en Física – Matemática, en UNAN Managua, Facultad Regional Multidisciplinaria de Matagalpa.

El presente informe final reúne los requisitos establecidos en el Reglamento de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN – Managua; la estructura del mismo obedece a lo contemplado en la normativa para esta modalidad de graduación y sus autores han cumplido con la metodología propuesta para desarrollar el seminario de graduación.

Los autores de este trabajo de investigación han dado muestra de constancia, disciplina y dedicación por la temática investigada, presentan un tema de interés pedagógico y de actualidad que servirá en gran manera tanto a docentes de Matemáticas del Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco, Matagalpa, como a docentes que imparten dicha asignatura en el nivel básico de secundaria, así mismo a estudiantes de la carrera Física – Matemática de UNAN Managua.

MSc. Mercedes Mendoza Tórrez
Tutora
UNAN – FAREM Matagalpa

Resumen

Esta investigación pretende analizar la elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco Matagalpa, segundo semestre 2019.

Se debe de tomar en cuenta que el proceso de elaboración de conceptos en general constituye una garantía para un adecuado aprendizaje de la Matemática en los estudiantes, por eso se considera importante el estudio de esta temática en cuanto al aprendizaje del teorema de Pitágoras, para que los estudiantes puedan crear los conceptos matemáticos con la ayuda del docente, de igual forma para que estos conozcan y reflexionen en base a este proceso en pro de obtener mejores resultados en el aprendizaje de los discentes.

Al concluir la investigación según los objetivos propuestos se llegó a las siguientes conclusiones: el proceso de elaboración de conceptos matemáticos no se lleva a cabo totalmente, pero se logró reconocer algunas partes de su desarrollo, los estudiantes no elaboran conceptos en Matemática, simplemente aplican los conceptos que presenta el docente, de igual forma se hace uso de algunos componentes del proceso de elaboración de conceptos, como: vías, fases, procedimientos, acciones y modelos; los cuales se ponen en práctica empíricamente.

Los estudiantes desarrollan el pensamiento lógico convergente y divergente, sin embargo, solo el 33% desarrollan el pensamiento formal para la elaboración de conceptos en Matemática, el proceso de aprendizaje del teorema de Pitágoras, presenta un alto nivel en la resolución de ejercicios.

INDICE

Dedicatoria	i
Dedicatoria	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimiento	iv
Valoración de la Tutora	v
Resumen	vi
I. Introducción	1
II. Justificación	5
III. Objetivos de la investigación	6
3.1. General	6
3.2. Específicos	6
IV. Desarrollo del subtema.....	7
4.1. Proceso de elaboración de conceptos	7
4.1.1. Definición de concepto	7
4.1.2. Tipos de conceptos.....	8
4.1.3. Elaboración de conceptos en Matemática	9
4.1.4. Características de la elaboración de conceptos en Matemática	11
4.1.5. Vías para la elaboración de conceptos en Matemática	12
4.1.6. Fases del proceso de elaboración de un concepto en Matemática ...	14
4.1.7. Procedimientos lógicos asociados a la formación de conceptos en Matemática	17
4.1.8. Acciones para la elaboración de conceptos en Matemática	20
4.1.9. Modelos para la elaboración de conceptos en Matemática	22
4.2. Desarrollo del pensamiento lógico para la elaboración de conceptos en Matemática	25
4.2.1. Definición.....	25
4.2.2. Periodos del pensamiento lógico matemático	26
4.2.3. Estructura del pensamiento lógico matemático	27
4.2.4. Tipos de pensamiento	28
4.2.5. Importancia del pensamiento lógico matemático	30
4.3. Proceso de aprendizaje del teorema de Pitágoras.....	31
4.3.1. Aprendizaje.....	31

4.3.2. Teorema de Pitágoras	38
V. Conclusiones	48
VI. Referencias	49
Anexos	
Anexo 1: Operacionalización de variables.	
Anexo 2. Instrumentos	
Anexo 3: Parrilla de resultados de encuestas	
Anexo 4: Tablas de resultados numéricos de encuesta	
Anexo 5: Resultados de la guía de observación	
Anexo 6: Resultados de la entrevista	
Anexo 7: Ejemplos de secuencias didácticas	

I. Introducción

La Matemática es la ciencia que estudia las propiedades de los números y las relaciones que establecen entre ellos. Esta asignatura no solo se basa en la resolución de una serie de ejercicios, sino también en la elaboración de conceptos matemáticos para obtener una mejor comprensión de un determinado tema y así poder resolver ejercicios con más facilidad, por ende, esta investigación aborda la elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras en los estudiantes de noveno grado, del Colegio Público Molino sur, del municipio de Sébaco.

En educación secundaria los docentes de Matemática realizan una función muy importante al desarrollar sus clases basadas en conceptos y definiciones, pero en el aula de clases es común encontrarse con estudiantes que esperan a que sea el docente quien les brinde los conceptos, y esto les limita a desarrollar su pensamiento lógico matemático. El problema es que, en el estudio de esta asignatura tan importante, generalmente no se propician condiciones para que los discentes puedan crear sus propios conceptos y es necesario ponerlos a pensar para que presenten sus ideas y obtengan un mejor resultado creando su propio aprendizaje.

Se realizó una búsqueda en las distintas plataformas digitales a nivel nacional e internacional respecto a los diferentes autores que hayan tratado temas relacionados a la elaboración de conceptos, dentro de los cuales se encontraron distintos documentos en los que se pudo identificar que se han llevado a cabo estudios de esta temática.

Por consiguiente, Moreno (2011), Cuba, aborda un modelo para el tratamiento didáctico del concepto magnitud en el proceso de formación del profesional de la educación, centró el trabajo en la problemática de elaboración de conceptos en la Matemática, y para el caso de la formación de docentes en particular.

También Turégano (2006), España, en su artículo “Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula” en este presenta los modelos que tienen que ver con el proceso de enseñanza aprendizaje, y realizó un análisis sobre los componentes psicológicos de los estudiantes que ponen en juego durante el aprendizaje haciendo una clara distinción entre la definición de conceptos y la imagen de conceptos.

Para la realización del trabajo se investigó acerca de la elaboración de conceptos como: características, definiciones, clasificación, vías para elaborar conceptos, sus fases, procedimientos lógicos, acciones y modelos del proceso. También se indagó respecto al aprendizaje del teorema de Pitágoras, como las dimensiones, definiciones, propiedades, fórmulas, ejemplos y campos de aplicación.

Este trabajo se realizó con el propósito de analizar el proceso elaboración de conceptos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras en los estudiantes de noveno grado del Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2019. De lo anterior también se pretende describir cómo se desarrollan estos procesos en las aulas de clases con los discentes y el docente de Matemática y por último presentar algunos ejemplos de secuencias didácticas.

Esta investigación tiene un enfoque cuantitativo con algunos elementos del enfoque cualitativo; es cuantitativo ya que, la información recolectada se expresó numéricamente mediante el registro y la organización de técnicas estadísticas de los datos obtenidos; en relación a la cantidad de estudiantes que desarrollan el proceso de elaboración de conceptos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras. Es cualitativo, dado que se toman en cuenta las características evidenciadas en relación al tema de la investigación, es decir se aplicaron instrumentos cualitativos; como la entrevista y observación, con el objetivo de describir el proceso de elaboración de conceptos matemáticos relacionados al teorema de Pitágoras de manera que se respondan las preguntas directrices.

Según su nivel de profundidad la investigación realizada es descriptiva, debido a que su objetivo es describir el proceso de elaboración de conceptos y el aprendizaje del teorema de Pitágoras en estudiantes de noveno grado del colegio Público Molino Sur. En esta se especifican definiciones, características, clasificaciones, categorizaciones, aplicaciones y otros rangos importantes de tales procesos; haciendo usos de métodos descriptivos como la observación, la entrevista y encuesta para buscar las relaciones que hay entre los distintos factores que puede estar influyendo en el fenómeno investigado y poner en manifiesto las semejanzas y diferencias entre estos.

De igual manera se busca describir la naturaleza de estos procesos, describiendo el tema de investigación sin centrarse en las razones del porque ocurre, analizando e interpretando los datos obtenidos en términos claros y precisos y predecir las relaciones entre las variables de estudio.

Para esta investigación la población corresponde al docente de Matemática y los dieciochos estudiantes de noveno grado del Colegio Público Molino Sur, del municipio de Sébaco. El total de estudiantes está constituido por dieciocho miembros, entre ellos están diez niñas y ocho varones.

Debido a que la población es muy pequeña, la muestra para esta investigación será la misma que la población, por lo consiguiente no fue necesario hacer uso de la fórmula estadística para determinar el tamaño de esta, entonces, la muestra corresponderá a los dieciocho estudiantes de noveno grado y el docente de Matemática del Colegio Público Molino Sur.

Para recolectar información en el centro educativo se realizó la aplicación de instrumentos como la observación de las clases, la cual contenía un total de 26 preguntas, una entrevista al docente de Matemática compuesta por 14 preguntas y a los estudiantes se les aplicó una encuesta con 9 preguntas de opción múltiples y 2 preguntas de respuestas únicas. Tales instrumentos fueron parte esencial para concluir esta investigación.

Una vez aplicada la guía de observación, la encuesta a los estudiantes y la entrevista al docente se utilizó el procesador de texto Word y la hoja de cálculo de Excel, así como algunas herramientas estadísticas en la elaboración de tablas y gráficos.

Se debe reconocer que la información presentada en esta investigación es de gran importancia y puede ser útil para llevar a cabo la elaboración de conceptos y un proceso de aprendizaje eficiente y significativo para su desarrollo personal.

II. Justificación

Un hecho importante en el estudio de la Geometría es el aprendizaje del teorema de Pitágoras conocido y usado a través de la historia y la humanidad, este teorema de Pitágoras es un contenido que se desarrolla en noveno grado de educación secundaria. Es posible notar que el teorema ha trascendido más que un hecho matemáticamente demostrable a una simple fórmula, sin embargo, muchos estudiantes desconocen conceptos matemáticos relacionados con este teorema, como es el triángulo rectángulo y sus características.

Para una mejor comprensión de un contenido es necesario que tanto el docente como el estudiante se dispongan a elaborar conceptos partiendo de los conocimientos previos que se tienen, expresando con palabras sus ideas de un nuevo conocimiento. En este caso el concepto del teorema Pitágoras se puede considerar un concepto básico del cual se pueden obtener otros conceptos.

Por tanto, es de gran importancia investigar a cerca de este proceso de elaboración de conceptos matemáticos, por lo que se decidió realizar este trabajo con el objetivo de analizar el proceso de elaboración de conceptos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras, para poder averiguar cómo se da este proceso en noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco Matagalpa.

Esta investigación será de gran utilidad para los docentes que imparten la asignatura de Matemática en noveno grado, especialmente para los docentes de la Comunidad Molino Sur del municipio de Sébaco, Matagalpa, ya que podrán reflexionar en cuanto al proceso de elaboración de conceptos si siguen los pasos adecuados para elaborarlos o los elaboran como ellos creen está bien, de igual manera beneficiará a los estudiantes porque a quienes están interesados en aprender, les servirá para un mejor desarrollo del pensamiento lógico matemático, y por ende los discentes podrían tener una mejor participación en el proceso de elaboración de conceptos y sobre todo en aprendizaje del teorema de Pitágoras.

III. Objetivos de la investigación

3.1. General

Analizar la elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco Matagalpa, segundo semestre 2019.

3.2. Específicos

1. Describir el proceso de elaboración de conceptos matemáticos, noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco Matagalpa, segundo semestre 2019.
2. Describir el proceso de aprendizaje del teorema de Pitágoras, noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco Matagalpa, segundo semestre 2019.
3. Elaborar ejemplos de algunas secuencias didácticas de aplicación en el proceso de elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco Matagalpa, segundo semestre 2019.

IV. Desarrollo del subtema

4.1. Proceso de elaboración de conceptos

4.1.1. Definición de concepto

Según Howard (1987) citado por Schunk (2012) “los conceptos son conjuntos rotulados de objetos, símbolos o acontecimientos que tienen características comunes o atributos críticos. Un concepto es un constructo mental o representación de una categoría que nos permite identificar ejemplos y no ejemplos de la categoría” (p.293).

De lo anterior se puede decir que un concepto es un elemento lógico necesario para la construcción del conocimiento que requiere de abstracciones de experiencias con objetos, estos pueden ser reales o ideales, pero relacionados entre sí, que se demuestra a través del lenguaje. En Matemática los objetos pueden ser cosas reales o mentales, estructuras, sistemas de objetos organizados o estructurados.

Howard (1987) citado por Schunk (2012) considera que, un concepto es un elemento lógico central en la construcción del conocimiento se trata de una forma de razonamiento lógico es decir, refleja las propiedades y nexos internos, esenciales y determinantes en la captación intelectual de los objetos y este puede estar regulado por leyes, entre los objetos del mundo material y su interpretación ideal, llegando a ser un componente importante en las áreas científicas tecnológicas y humanística, se puede decir que el concepto es resultado de la captación intelectual de las características esenciales de un objeto y estos solo designan objetos del mundo real. Es por medio de los conceptos que los sujetos conocen el mundo, lo interpretan y se lo apropian.

Al preguntarle al docente de Matemática sobre qué entiende por concepto matemático, expreso que son aquellas descripciones mentales que relacionan símbolos, procesos y operaciones para el entendimiento de una situación, esta definición se corresponde con la mencionada anteriormente, la cual el concepto

está diseñado a través de descripciones simbólicas que deben ser interpretadas por el estudiante para aplicarlas a las diferentes situaciones presentadas en clase, ya sean ejercicios numéricos y contextos relacionadas con su entorno.

Sin embargo, para Curbeira, Bravo y Bravo (2016) es muy importante que se tenga en cuenta que:

- Conceptuar es la segunda operación de la mente.
- El concepto es el producto reflejo de las cualidades generales y esenciales de un objeto o fenómeno.
- Las proposiciones están formadas por conceptos.
- Los conceptos pueden ser de la realidad o de la imaginación.
- Los conceptos indican, no aseveran ni niegan.
- La comprensión del concepto está determinada por el conjunto de notas esenciales que el objeto posee.
- Los conceptos son espacio temporal, por tanto, no son perennes.
- Los conceptos son entes lógicos que facilitan el entendimiento.
- Los conceptos son de distinta naturaleza: relacionales, operacionales, numéricos, espaciales, de clasificación, de seriación, etc.
- Un concepto es un conjunto de propiedades o predicados posibles de una clase o de una relación.

4.1.2. Tipos de conceptos

Para Schunk (2012) los conceptos se clasifican en:

- Concepto conjuntivo: Es representado por dos o más características, por ejemplo, dos círculos rojos. Otras características, como el número de bordes, no son relevantes.

- Concepto disyuntivo: Es representado por una de dos o más características; por ejemplo, dos círculos de cualquier color o un círculo rojo.
- Concepto relacional: Especifica una relación entre características que deben estar presentes, por ejemplo, el número de objetos en la figura debe superar al número de bordes o bien el tipo de objeto y el color no son importantes.

De lo anterior se puede inferir que estos tipos de conceptos son de gran importancia en el aprendizaje de los estudiantes y pueden ser evidentes cuando se representa diferentes características entre los objetos, ya sea una o más, el aprendizaje de estos tipos de conceptos se refiere a la formación de representaciones y esto para identificar atributos, generalizarlos a nuevos ejemplos y discriminar ejemplos.

Al observar la clase en una de las visitas se notó que predominan algunas de las propiedades del teorema de Pitágoras como lo es, el reconocimiento que este teorema solo opera en triángulos rectángulos, de igual manera los estudiantes identificaron catetos y la hipotenusa, por lo tanto, los tipos de conceptos matemáticos observados fueron conjuntivos y disyuntivos.

En la segunda visita se observó que los estudiantes desarrollaron los tres tipos de conceptos ya que pusieron en práctica lo aprendido, relacionando el teorema de Pitágoras con aplicaciones en figuras geométricas, siendo este caso del cono, del cual debían conocer las propiedades de la figura (generatriz, radio, volumen, altura) para realizar los cálculos.

4.1.3. Elaboración de conceptos en Matemática

Según Ausubel, Novak y Hanesian (1998) “la formación de conceptos consiste esencialmente en un proceso de abstraer las características comunes y esenciales de una clase de objetos o acontecimientos que varían contextualmente, en otros aspectos que no atañen al criterio, o a lo largo de dimensiones aparte de la que se está explorando” (p.96).

De lo anterior se puede inferir que este proceso juega un papel muy importante en el desarrollo del conocimiento de los estudiantes, pues ayuda a la comprensión de relaciones matemáticas, así como el desarrollo las capacidades de aplicar lo aprendido de forma segura y creativa, permite la transmisión de nociones acerca del conocimiento. Es ineludible considerar que este proceso puede estar regido por leyes que los discentes deben tener en cuenta para el análisis de los fenómenos y objetos y están caracterizados contradictoriamente, por lo que su propósito debe encaminarse a resolver esas contradicciones y esto les permitirá distinguir los objetos matemáticos en su vida cotidiana.

Este proceso puede convertirse en una actividad verdaderamente intelectual y esta no puede ser de forma directa ni automática, sino mediante un proceso, por eso se debe tratar de activar la mente del estudiante con operaciones mentales y una adecuada motivación para despertar en ellos el interés por asimilar un nuevo concepto.

Para Ausubel et al. (1998) se debe tener una secuencia de los procesos cognitivos que intervienen en la elaboración de conceptos tales como: el análisis discriminativo de diferentes patrones de estímulo, así como la formulación de hipótesis relativa a los elementos comunes abstraídos para la resolución de problemas planteados, de igual forma la comprobación subsecuente de estas hipótesis o proposiciones en situaciones específicas para la designación selectiva entre ellos, y una categoría general de conjuntos de atributos comunes, bajo los cuales pueden incluirse con éxito todas las variantes para establecer relaciones entre conjuntos de atributos, con las ideas de afianzamiento pertinentes de la estructura cognoscitiva.

Se debe realizar una diferenciación del concepto nuevo, de los conceptos relacionados y previamente aprendidos para la generalización de los atributos de criterio del concepto nuevo a todos los miembros de la clase que finalmente permita la representación de nuevo contenido categorial, por medio de un símbolo lingüístico que concuerde con el empleo convencional.

Al entrevistar al docente de Matemática respecto que es para él, un proceso de elaboración de conceptos en Matemática expresó que, es una serie de pasos que ayuden a la apropiación de una idea o procedimiento. Entonces la opinión del docente indica tener conocimientos sobre este proceso basándose en pasos que lleven a los estudiantes a comprender una idea o desarrollar un procedimiento de forma adecuada, por tanto, esto no lleva a los discentes a crear conceptos sino, a aprenderlos mediante una serie de actividades de carácter intelectual.

4.1.4. Características de la elaboración de conceptos en Matemática

Según Moreno (2007) el proceso de elaboración de conceptos se caracteriza por un proceso de aprendizaje desarrollador, distinguido según tres dimensiones: significatividad, activación-regulación y motivación por emprender. Lo distinguen tres fases: preparatoria, de formación y de asimilación. Es un proceso de abstracción, como reflejos de los objetos de la realidad, considerando las cantidades, formas y relaciones de estos objetos que dispone de cinco modelos básicos: número, figura, magnitud, variable y función y se considera un sistema de símbolos específicos que reflejan una identidad de los objetos.

Para Ausubel, et al. (1998) el proceso específico de elaboración de conceptos se caracteriza por el hecho de ser espontáneo, sin guía, de carácter inductivo, donde los atributos de criterio del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, transitando por etapas sucesivas de generación de hipótesis, comprobación y por último generalización de las mismas. Aunque, este es un proceso puede ocurrir principalmente en el niño preescolar, considera que puede darse en cualquier edad, lo que amplía el espectro de su presencia y significación en el proceso educacional.

De acuerdo a lo observado en las dos visitas realizadas fueron notables algunas de las características del proceso de elaboración de conceptos matemáticos mediante la generación de hipótesis al momento que el docente plantea el problema central del contenido presentado al inicio de la clase con la

aplicación del plan pizarra. Así mismo el docente con los estudiantes realizaron la comprobación las mismas con la solución del problema. En cuanto a la generalización de las hipótesis no fue realizada, ya que simplemente el profesor dicta los conceptos del libro de texto.

4.1.5. Vías para la elaboración de conceptos en Matemática

En busca de un camino a seguir para elaborar un concepto matemático, se entrevistó al docente con el fin de conocer cómo hace él para desarrollar un concepto matemático en sus estudiantes, respondiendo que plantea una situación en donde motiva a que el estudiante busque una estrategia de solución, luego brinda una alternativa eficiente para proceder a resolver, y concluye con una visión retrospectiva para proponer situaciones nuevas, donde practica repetidamente el procedimiento de solución.

Según la respuesta dada por el docente, indica el uso de algunas de las vías que a través de una situación planteada busca la solución y luego elabora conclusiones para después repetir el mismo procedimiento en nuevas situaciones, donde el estudiante aplica el aprendizaje obtenido.

4.1.5.1. Deductiva

Para Zilmer (1981) citado por Curbeira et al. (2016) “en esta se parte de la definición del concepto y mediante el análisis de ejemplos se descubre la extensión y el contenido del concepto” (p.3).

De acuerdo con lo anterior en esta vía se parte de la definición del concepto y el análisis de ejemplos de conceptos y se llega a descubrir el contenido del concepto, por tanto, conduce de lo general a lo particular siguiéndose algunos pasos: asegurar el nivel de partida, motivar y orientar hacia el objeto, se debe partir de la definición y analizar cada parte de ella, poner a disposición a sus estudiantes para examinar los ejemplos y contraejemplos para caracterizar el concepto.

De igual forma para Zilmer (1981) citado por Curbeira et al. (2016) el empleo de vía deductiva ofrece algunas ventajas, estas son:

- Los estudiantes conocen los conceptos anteriores que están incluidos en el nuevo concepto a definir.
- El concepto a definir contiene elementos que son comprendidos por los estudiantes.
- Los estudiantes están facultados para realizar un trabajo relativamente alto de abstracción.

Se puede decir que esta vía es de gran importancia porque permite a los estudiantes conocer los conceptos, así como definir los elementos que lo conforman y de esta forma desarrollar la capacidad de realizar sus trabajos de una manera más abstracta permitiéndoles desarrollar su pensamiento.

En las observaciones realizadas se pudo constatar que en el desarrollo de la clase específicamente en la primera visita, no se inició de la definición del concepto debido a que el contenido era de ejemplos prácticos. Sin embargo, en la segunda visita se observó que, si se dio inicio con la definición de los aspectos a desarrollar, mediante la solución de ejercicios relacionados a la aplicación del teorema de Pitágoras en figuras geométricas, por lo tanto, se descubrió la extensión y el contenido de este tema aplicándose la vía deductiva.

Así mismo se entrevistó al docente en base a la importancia que le atribuye él, a que los estudiantes realicen sus propias deducciones en el proceso de elaboración de conceptos, a la cual indicó que es necesario motivarlos a desarrollar su ingenio para resolver situaciones nuevas y diversas, y consideró necesario dar el espacio para la generación de ideas y después guiarlo usando sus propias propuestas. Es claro que el docente considera importante la aplicación de esta vía y ponerla en práctica en el aula de clases a como se ha orientado por el Ministerio de Educación para la clase de Matemática con la implementación del plan pizarra.

4.1.5.2. Inductiva

Zilmer (1981) citado por Curbeira et al. (2016) define que “en esta se parte de ejemplos, el concepto se desarrolla por medio de descripciones, explicaciones, hasta llegar a la definición, esta última es elaborada paso a paso” (p.4).

De acuerdo con lo anterior esta vía se da por medio de instrucciones y explicaciones, se llega a la conclusión del concepto lo que presupone un tránsito de lo particular (contenido) a lo general (extensión), se realiza partiendo de ejemplos hasta llegar a la explicación o definición. Cuenta con los siguientes pasos: asegurar el nivel de partida, motivar y orientar hacia el objeto, poner a disposición a los estudiantes que son quienes hacen las representaciones del concepto, así como, el análisis de los las características comunes o no comunes de los objetos y formular la definición del concepto.

En las observaciones realizadas se pudo constatar que se inició de ejemplos basados en el teorema de Pitágoras, hasta llegar a la definición del concepto. En la primera lección de clases que se realizó la visita se parte de la definición del concepto y luego la solución de ejemplos, es decir que en este caso se aplicó la vía inductiva, sucediendo lo contrario en la siguiente visita donde se inicia con la solución de ejercicios para luego dar la definición del concepto.

Sin embargo, para Zilmer (1981) citado por Curbeira et al. (2016) sugiere los siguientes pasos para la formación de un concepto por esta vía:

- Crear condiciones necesarias que permitan reactivar los medios que tienen implicación en el nuevo concepto a definir.
- Motivar y orientar correctamente hacia el objetivo que nos ocupa.
- Seleccionar un principio adecuado para la construcción de objetos correspondientes.
- Construir los objetos.
- Analizar los objetos respecto a características comunes y no comunes.

- Establecer un sistema de características necesarias y suficientes.
- Formular la definición o explicación del concepto.

4.1.6. Fases del proceso de elaboración de un concepto en Matemática

Según Curbeira et al. (2016) la estructura total del proceso de elaboración de un concepto consta de las siguientes fases.

4.1.6.1. Primera fase

Consideraciones y ejercicios preparatorios. Estos comienzan mucho antes de la introducción del concepto, mediante ellos los estudiantes se familiarizan con fenómenos y formas de trabajo correspondientes.

Por ejemplo, antes de introducir el concepto del teorema de Pitágoras ya los estudiantes conocen las definiciones de triángulo y sus características.

En la primera observación realizada se pudo ver que el docente presenta ejercicios previos al inicio de la clase, sin embargo, en la segunda visita realizada no se presentaron ejercicios previos. Entonces es claro que se cumple la primera fase siempre y cuando el contenido a desarrollar lo amerite.

4.1.6.2. Segunda fase

Trata de la formación del concepto. Es la parte del proceso que conduce desde la creación del nivel de partida, la motivación y la orientación hacia el objetivo, y que pasa por la separación de las características comunes y no comunes, hasta llegar a la definición o explicación del concepto, el objetivo de esta fase es que los estudiantes desarrollen la capacidad para definir conceptos.

Según lo anterior esta fase parte de la motivación y la orientación a los discentes, lo cual se pretende llegar a la definición o explicar el concepto donde permite desarrollar la capacidad de definir, conceptualizar los mismos.

En las observaciones realizadas en clase fue notable que el docente motiva a los estudiantes a resolver ejercicios, estando a disposición de cada uno de ellos

para aclarar dudas. Esta parte ayuda que los estudiantes apliquen los conceptos estudiados aplicándose esta fase para elaborar conceptos.

4.1.6.3. Tercera fase

Asimilación del concepto o fijación del concepto. En esta fase se realizan las ejercitaciones, profundizaciones, sistematizaciones y aplicaciones y repasos del concepto que siguen a la formación del mismo pues es acá donde el estudiante puede asimilar el contenido del concepto y esto lo puede hacer a través de acciones mentales y prácticas.

De acuerdo a lo citado en esta fase se pretende asimilar y dar una fijación propia a cada concepto y para ello es necesario realizar ejercitaciones, que incluyen hasta repasos del concepto, para permitir a los estudiantes realizar acciones mentales y prácticas que lo conlleven a la formación de estos.

En las observaciones realizadas se notó que en algunos casos el docente interactuó con los estudiantes al momento de resolver el problema principal, tomando en cuenta las opiniones de cada uno de ellos y así mismo dando ideas para llegar a la solución, y posteriormente sacar conclusiones creando el concepto. Entonces esto indica que el docente a través de los conocimientos previos del estudiante le ayuda al descubrimiento del otro, por lo tanto, si se aplica esta fase.

4.1.6.4. Cuarta fase

Generalización y profundización de conceptos. Esta fase corresponde a la generalización del concepto sin poder cambiarlo una vez que se modifican determinadas condiciones de un concepto invariante.

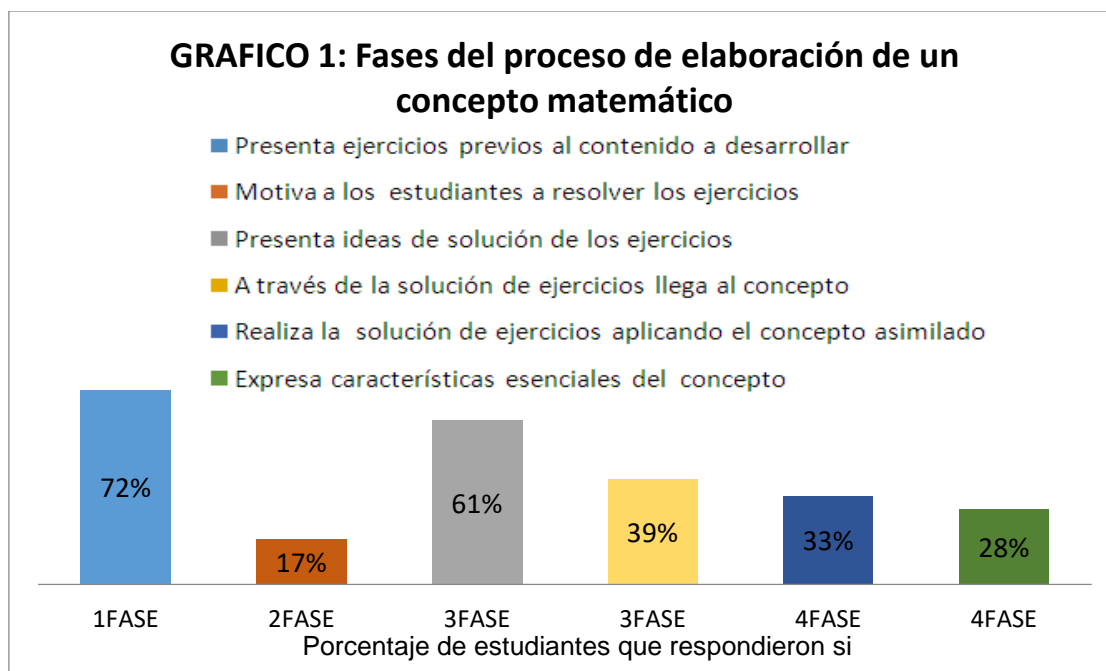
De lo anterior se puede decir que esta fase consiste en profundizar los conceptos ya asimilados donde el estudiante no puede modificarlos, ya que se generalizan estos, es decir se expresan las características y las condiciones esenciales llegando a ser un concepto que no puede variar.

De acuerdo a las observaciones realizadas en el aula, se lleva a cabo la solución de ejercicios aplicando el concepto asimilado, pero no se presentan

características esenciales del concepto. Es decir que se resuelven ejercicios aplicando los conceptos dados, pero de forma que el estudiante solo repite lo que el docente explica sin profundizar las características del mismo.

Conociendo cada una de las fases para la elaboración de conceptos en Matemática, fue necesario conocer la opinión de los estudiantes basados en las acciones que realiza el docente durante la clase, para verificar cuales fases se están poniendo en práctica en el escenario pedagógico.

En el gráfico siguiente se muestra que la mayoría de los estudiantes encuestados coinciden en que el docente presenta ejercicios previos al contenido a desarrollar es decir el cumplimiento de la primera fase con un 72%. De igual forma gran parte los discentes correspondientes a un 61%, indican que se presentan ideas de solución de los ejercicios, sin embargo, solamente el 39% consideran que a través de estas soluciones se llega al concepto. En las demás fases se puede observar en el gráfico que pocos estudiantes están de acuerdo con el cumplimiento de estas donde, es evidente que las fases que frecuentemente se utilizan en la elaboración de conceptos es la primera y tercera fase.



Fuente: Resultados de la investigación.

4.1.7. Procedimientos lógicos asociados a la formación de conceptos en Matemática

Antes de mencionar cuales son los procedimientos lógicos asociados a formación de conceptos. Se quiso saber cuáles utiliza el docente de Matemática, por tanto, al realizar la entrevista el respondió que realiza procedimientos como: planteamiento de un problema, búsqueda de soluciones, aplicación de una estrategia, revisión de resultados, ejercitación.

De acuerdo con lo que respondió el docente, se corresponde con lo orientado en la nueva estrategia conocida como plan pizarra, lo cual en algunos casos puede llevar a la formación de conceptos si se realiza de forma interactiva entre docente y estudiantes.

4.1.7.1. Comparar

Según Santiesteban (2010) comparar es una operación lógica del pensamiento a partir de la cual se determinan las particularidades relativas de dos o más objetos, fenómenos o procesos.

De los anterior se puede decir que este procedimiento se realiza mediante la comparación es decir se da la contraposición de las características de los objetos para determinar sus similitudes y diferencias. La comparación está relacionada solo con la percepción que nos permite el conocimiento directo de las propiedades del objeto ya sea de forma visual táctil o auditiva. Se pueden realizar algunas operaciones como el análisis de los objetos, sus características e identificar rangos generales y particulares.

De acuerdo a los resultados obtenidos en las observaciones realizadas se pudo constatar que solamente en la primera visita sucedió el caso en donde se realizaron comparaciones de los distintos conceptos estudiados en base al teorema de Pitágoras, expresando similitudes y diferencias entre las diferentes propiedades de este, por ende, no siempre se utiliza este procedimiento en el desarrollo de las clases.

4.1.7.2. Definir

De acuerdo con Santiesteban (2010) definir consiste en poder precisar la esencia misma del objeto de estudio, aun cuando se puede hablar de diferentes tipos de definiciones, el propósito es lograr que los alumnos sean capaces de definir los conceptos fundamentales que constituyen las bases de las ciencias.

Se puede decir que definir es un procedimiento que permite expresar los rasgos esenciales, suficientes y necesarios del objeto. Se puede llevar a cabo mediante ciertas operaciones para definir como determinar los rasgos o propiedades del objeto, determinación de las propiedades generales, apreciación de las propiedades esenciales, apreciación de las propiedades necesarias y reconocer las propiedades suficientes del objeto.

Durante las clases observadas fue claro que no se llega a crear las definiciones, simplemente el docente las lee del libro de texto. Entonces en este caso no se utiliza el procedimiento de definir los conceptos.

4.1.7.3. Clasificar

Santiesteban (2010) expresa que clasificar es realizar una operación lógica que consiste en distribuir, encasillar, organizar objetos teniendo en consideración su pertenencia a determinadas clase, género o grupo.

De lo citado anteriormente se puede expresar que para este procedimiento es necesario que los alumnos dominen práctica y teóricamente la operación de agrupar objetos sobre la base de sus semejanzas y diferencias. Esto les permitirá descubrir las características esenciales del objeto que lo identifican tal como es.

Observando en la práctica fue evidente que se desarrolla este procedimiento al momento de pasar a resolver los ejercicios propuestos por el docente, donde se realizaron diferencias y semejanzas entre las distintas definiciones presentadas en base al teorema de Pitágoras. Además, tienen dominio de la teoría para aplicarlas a situaciones en diferentes contextos.

4.1.7.4. Argumentar

Para Santiesteban (2010) argumentar consiste en la exposición del juicio o sistema de juicios donde por él se fundamenta la conformidad o veracidad de otro juicio o idea dada. Al argumentar se exponen las ideas por las cuales la adhesión o la confirmación de un planteamiento, de un juicio hecho por el propio sujeto o por otra persona.

Según lo anterior este es uno de los procedimientos lógicos fundamentales en la elaboración de conceptos, pues son los argumentos que contribuyan a dar un punto de partida para la demostración y para ello se debe exponer las ideas y los conocimientos.

Es claro de observar cuando los estudiantes participan en la formación de conceptos y elaboran sus propios conocimientos, así como en las búsquedas de informaciones continuas.

En las observaciones realizadas en la clase de Matemática es evidente que, si se utiliza este procedimiento, pues el docente presenta argumentos como punto de partida para que el estudiante pueda realizar distintas demostraciones relacionando sus ideas expuestas con los conocimientos adquiridos.

4.1.8. Acciones para la elaboración de conceptos en Matemática

Según Santiesteban (2010) señala las siguientes acciones para la elaboración de conceptos.

4.1.8.1. Identificar el concepto

Significa determinar la pertenencia de un objeto o relación a conceptos dados.

De lo anterior se puede decir que esta acción es muy importante para elaboración de conceptos matemáticos pues permite estar en el plano de los objetos. Dado un objeto, decidir si es o no representante del concepto, además se

pueden usar otras acciones como recordar propiedades necesarias y suficientes del objeto; reconocer si el objeto posee o no la propiedad; decidir si es o no representante del concepto.

Para conocer si se utiliza esta acción para elaborar conceptos matemáticos, se quiso conocer las respuestas dadas por los estudiantes, donde indicaron que el 67% identifican los conceptos bajo distintas perspectivas, lo cual es relevante destacar que son los discentes que deciden si un concepto es relevante o no, por ende, el 33% no hacen uso de esta acción.

4.1.8.2. Realización del concepto

Implica crear un objeto, complementar o transformar los existentes, o relacionarlos de manera que se originen representantes de los conceptos.

En esta acción se pretende crear un objeto o bien modificar lo que ya están, y esto para ayudar a representar los nuevos conceptos que se pretende construir. Es importante haber reconocido cuales son las propiedades que lo identifican.

Al encuestar los estudiantes en base que, si en la clase hacen uso de la realización de un concepto el 50% indicó que sí, es decir son capaces de realizar los conceptos y a partir de estos dan origen a nuevas definiciones, sin embargo, es evidente que la mitad de ellos no lo hacen.

4.1.8.3. Aplicación del concepto

Se aplican los conceptos adquiridos mediante el proceso de identificación y realización de estos.

Se puede concluir que estas acciones permiten la asimilación y elaboración de los conceptos matemáticos considerando por tres etapas generales: la identificación, la realización y la aplicación del concepto. Al trabajar los conceptos, se ha establecido que su formación presupone la formación de tres acciones, como mínimo, que son necesarias en el trabajo con cualquier concepto.

De acuerdo a los resultados de la encuesta los estudiantes indicaron que el 67% si aplicaban el concepto, es decir mediante el procedimiento de identificar y luego realizar el concepto aplican el mismo en diferentes situaciones que se le presenten, el 33% restante no hacen uso de esta acción, lo que indica que esta considerable porción de discentes tiene alguna dificultad en los procedimientos antes mencionados que les impide la aplicación de un concepto matemático.

4.1.9. Modelos para la elaboración de conceptos en Matemática

Es importante que los docentes conozcan y comprendan los diversos modelos de enseñanza asociados en el proceso de elaboración de conceptos, ya que permiten desarrollar las habilidades cognitivas básicas de los estudiantes, siguiendo ciertos pasos o procedimientos para enseñar de una forma más directa los elementos de un concepto y su utilización, y estos ayudan a que los discentes sean más activos y tengan un control para la búsqueda conceptual de las distintas situaciones de la vida cotidiana.

Por ende, se indagó al docente de Matemática para conocer que pautas presenta durante la clase para que los estudiantes logren formar un concepto matemático y de esta manera identificar qué modelo utiliza el, a lo cual el profesor respondió que presenta algunas pautas como la exploración de conceptos previos, función del nuevo concepto, interpretación teórica del concepto, la aplicación y ejercitación y finalmente el análisis de factores que pueden afectar el aprendizaje de los discentes.

Según la respuesta dada, es claro que el docente hace uso de modelos, pero de forma implícita ya que su contestación se corresponde con exploración de conocimientos previos para fluir uno nuevo, de esta manera el estudiante realiza una interpretación teórica para aplicar el concepto asimilado a diferentes situaciones donde se brinda la oportunidad evaluar los factores que intervienen en el proceso de aprendizaje, describe una serie de pasos a seguir basándose en un modelo como tal.

4.1.9.1. Modelo receptivo

Para Joyce y Weil (2012) las fases propias de este modelo son: Primera fase consiste en presentar a primera datos al sujeto ya sea de forma positiva o negativa y los estudiantes son los encargados de elaborar sus propias proposiciones del concepto, así como realizando comparaciones entre las propiedades para luego anunciar la definición formal del mismo. Segunda fase: los discentes se encargan de buscar ejemplos adicionales para clasificarlos y el docente comprueba las suposiciones hechas para definir y aprobar la definición y los estudiantes son capaces de construir sus propios ejemplos. Tercera fase: En esta fase se describen los pensamientos propios de los alumnos, discutiendo propiedades para descubrir el número de hipótesis.

Este modelo es de gran importancia; es llevado a cabo mediante tres etapas, lo cual permite al estudiante tener acceso a datos generales que le permiten crear sus propias hipótesis, para luego comprobarlas con la ayuda de su docente y esta manera crear una definición formal de un concepto.

Durante las observaciones realizadas a la clase de Matemática en las dos visitas, se observó que el docente presenta datos para que el estudiante a partir de estos cree su propio concepto, de igual forma mediante procedimientos realizaron comparaciones para resolver los ejemplos presentados en la clase, entonces prevaleció este modelo receptivo cumpliéndose la mayoría de fases que corresponden a este.

4.1.9.2. Modelo de selección

Para Joyce y Weil (2012) este modelo se diferencia en gran parte del anterior ya que los ejemplos no son calificados sino hasta que el estudiante descubre por sí mismo si este es positivo o negativo, llevando una secuencia lógica de los mismos para elegir los de su conveniencia. Dentro de este se encuentran tres fases: la primera se basa en presentar ejemplos sin calificar de esta manera se puede investigar y comprobar sus hipótesis, la segunda se construyen los ejemplos

adicionales a los datos y la tercera se basa en discutir el papel de las proposiciones hechas, así como las propiedades para presentar sus propios conocimientos.

En este modelo el estudiante selecciona los ejemplos que se les da para calificarlos en positivos o negativos y son responsables de buscar conceptos para analizar sus propiedades, tomado en cuenta sus hipótesis hechas para elaborar sus propios ejemplos.

Mediante observaciones realizadas a la clase de Matemática el estudiante no siempre se hace uso de este modelo para la elaboración de conceptos matemáticos, en la primera visita se observó que es el docente quien brinda los ejemplos y el estudiante procesa a resolver siguiendo un procedimiento, sin embargo, no se le brinda la oportunidad de calificarlos y el concepto se le es dado.

En la segunda visita se observó que el docente plantea un problema y los estudiantes crean sus propias hipótesis y a partir de estas resuelven los ejercicios presentados posteriormente haciendo usos de sus conocimientos, por ende, en este caso prevaleció el modelo de selección.

4.1.9.3. Modelo con material no organizado

Según Joyce y Weil (2012) este modelo a diferencia de los anteriores se basa en dos fases: la primera se localiza y se designan los conceptos, identificando las propiedades para luego hacer una descripción de los mismo, la segunda se discute el uso adecuado los conceptos y hacer comparaciones con otros ejemplos en los que se pueden estar usando estos para al final evaluarlos.

De lo anterior se puede decir que este modelo es de gran importancia para la elaboración de conceptos siempre y cuando se lleve a cabo ciertos procedimientos, como la identificación del problema para discutir la adecuación de estos en otras palabras consiste en el análisis conceptual a partir de materiales sin organizar y es parte de una secuencia didáctica en el proceso de estos.

Se observó la clase de Matemática y fue evidente que no se localizan los conceptos para que el estudiante identifique las propiedades de estos, porque se parte de problemas de aplicación, entonces no se discute ni se analiza de manera conceptual para realizar distintas comparaciones, entonces se puede decir que no se hace uso de este modelo.

4.2. Desarrollo del pensamiento lógico para la elaboración de conceptos en Matemática

4.2.1. Definición

Para Andonegui (2004) se entiende como lógico al pensamiento que es correcto, es decir, el pensamiento que garantiza que el conocimiento inmediato que proporciona se ajusta a lo real. El hombre se vale de procedimientos para actuar. Algunos procedimientos pueden ser específicos, como el procedimiento de resolución de ecuaciones Matemáticas; otros son procedimientos generales que son utilizados para cualquier campo del conocimiento humano, pues garantiza pensar.

El desarrollo del pensamiento lógico se puede decir que es un proceso de adquisición de nuevos conocimientos y permite la comunicación con el entorno, así como las relaciones lógicas – matemático que constituyen base indispensable para la adquisición de los conocimientos de todas las áreas académicas dentro del futuro profesional de los estudiantes.

Se entrevistó al docente de Matemática en base a que entendía por pensamiento lógico matemático. indicando que es la capacidad de comprender términos numéricos, conceptos abstractos y relaciones basadas en la lógica, para luego deducir conclusiones.

La respuesta dada por el profesor indica tener conocimientos sobre el pensamiento lógico matemático, por lo tanto, su respuesta se corresponde con lo mencionado anteriormente, en específico se basa en la capacidad de entender ciertos términos o conceptos sumamente abstractos, es decir con un nivel de profundidad superior haciendo uso de una lógica que permite relacionar los conocimientos para elaborar conclusiones sobre algo.

4.2.2. Periodos del pensamiento lógico matemático

Según Piaget (1999), Citado por Paltan y Quilli (2011) para el desarrollo de este pensamiento se necesita de cuatro periodos o estadios:

➤ **Periodo sensorio motor** que se encuentra subdividido en sub-estadios, en cuanto se consideran los cambios intelectuales que tiene lugar entre el nacimiento y los dos años.

En este espacio de tiempo permite al niño pasar por sus estados de adaptación, para luego aparecer un pensamiento que lo represente mediante los Cambios intelectuales que sufre durante este periodo su vida. Pues se puede caracterizar por ser egocéntricos, y realistas.

➤ **Periodo sensorio pre operacional** más conocido como el período de las representaciones, va desde los dos a los seis o siete años, en él se consolidan las funciones semióticas que hacen referencia a la capacidad de pensar sobre los objetos en su ausencia.

Se puede decir que en esta etapa se desarrollan las habilidades del dibujo, lenguaje e imágenes, pero los niños pueden actuar de forma egocéntrica, pero a la vez de forma voluntaria para analizar los fenómenos que se le presenten en su vida cotidiana.

➤ **Periodo operacional concreto** comprende entre los seis y doce años; en esta etapa los niños pueden adoptar otros puntos de vista, considerando más una perspectiva y representación de transformaciones.

En este periodo el individuo tiene la capacidad de operar mentalmente sobre representaciones del mundo que los rodea, pero no siempre pueden llegar a considerar todos los resultados lógicamente posibles, ni captar los conceptos abstractos. Se puede caracterizar por una adecuada comprensión, por tener diferentes perspectivas y proyecciones pues permite al estudiante realizar procedimientos y resolver ecuaciones.

➤ **Periodo de las operaciones formales** en este período, los niños son capaces de pensar sobre su propio pensamiento, los que se convierten también en objeto de pensamiento.

Se puede inferir de lo anterior que en este periodo se adquieren nuevas habilidades cognitivas la cual permite razonar sobre las distintas teorías y las realidades concretas para analizar las diferentes situaciones y pensar en posibles soluciones.

Conociendo cada uno de los periodos del pensamiento lógico matemático y evaluando la importancia de cada uno de ellos es de gran relevancia destacar la opinión brindada por el docente de Matemática, sobre cómo ha notado el que se desarrolla el pensamiento lógico matemático en el aula de clase con sus estudiantes, indicando que no siempre se alcanza el objetivo que se pretende alcanzar, es la parte más compleja de desarrollar en los estudiantes.

Según la respuesta dada es difícil lograr en el estudiante desarrollar este pensamiento, pues no siempre en el aula de clase se logra el propósito planteado, siempre se presentan algunos obstáculos de diferentes orígenes, enmarcándose en las etapas de cada individuo.

4.2.3. Estructura del pensamiento lógico matemático

Según Campistrous (1993) la estructura del pensamiento, desde el punto de vista de su corrección es a lo que se determina como las formas lógicas del pensamiento, dentro de las cuales se pueden distinguir tres formas fundamentales:

- El concepto: Es el reflejo en la conciencia del hombre, de la esencia de los objetos o clases de objetos, de los nexos esenciales sometidos a ley de los fenómenos de la realidad objetiva.
- El juicio: Un juicio es el pensamiento en el que se afirma o niega algo.
- El razonamiento: Es la forma de pensamiento mediante la cual se obtienen nuevos juicios a partir de otros ya conocidos.

Estas formas lógicas del pensamiento pueden ser utilizadas en Matemática al momento de resolver ejercicios con textos de forma objetiva y adecuada y es así que se habla de un pensamiento lógico matemático, lo cual puede surgir mediante un proceso.

Es importante conocer si los estudiantes hacen uso de la estructura del pensamiento lógico matemático, mediante las observaciones realizadas se consta, que los docentes usan del juicio y el razonamiento, es decir, plantean sus propios juicios, a partir de otros, pero no elaboran sus propias conclusiones, sino que son dadas por el docente.

4.2.4. Tipos de pensamiento

Campistrous (1993) señala los siguientes tipos de pensamiento:

- a) **Pensamiento Convergente:** Es un proceso intelectual que el organismo realiza sobre una información dada, para producir una información determinada completamente por la primera información. Es una búsqueda de imperativos lógicos.

En este pensamiento se necesita seguir algunos procedimientos como pautas o premisas para llegar hacia el objeto previsto, es decir nos permite llegar a la información para dar una solución lógica y enfrentar los problemas que se puedan presentar. También este se puede estar relacionado con el lenguaje, la lógica y el pensamiento abstracto.

Mediante observaciones realizadas fue evidente que este pensamiento se desarrolla únicamente bajo el uso de ciertos procedimientos donde el estudiante utiliza el lenguaje para desarrollar su lógica y en algunos casos el pensamiento abstracto lo cual se observó que esto permite a los discentes llegar al objetivo.

- b) **Pensamiento Divergente:** Es un proceso intelectual que el organismo realiza a partir de una información dada tendiente a producir variedad y cantidad de información partiendo de la misma fuente. Es una búsqueda de alternativas lógicas.

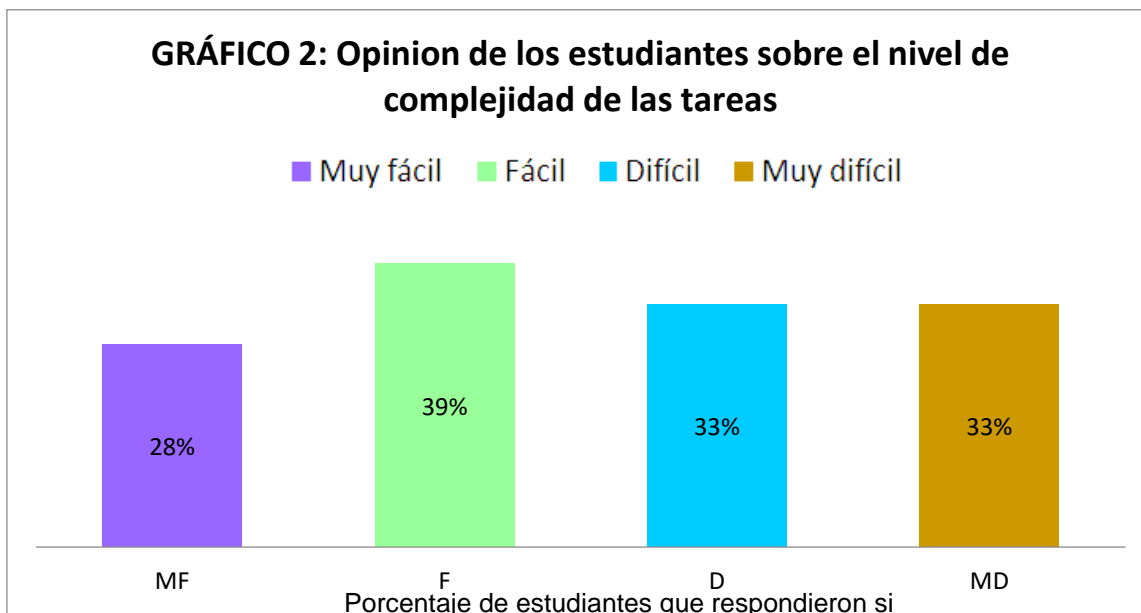
Se puede decir que este tipo de pensamiento se caracteriza por buscar diferentes perspectivas y encontrar la solución que se busca, no tiene límite ya que se explora y abre caminos frecuentemente hacia lo objetivo. Actúa removiendo desarticulando y flexibilizando esquemas para producir nuevos horizontes.

Es importante conocer como los estudiantes desarrollaron este pensamiento, por tanto, se realizaron observaciones a la clase de matemática donde se observó que si por medio de la búsqueda de soluciones a los distintos problemas y ejercicios planteados por el docente, se explora y se encamina a llegar al objetivo, además, fue evidente que durante la clase se buscan diferentes perspectivas bajo el criterio de una información brindada considerándose que si se desarrolla el pensamiento divergente.

- c) **Pensamiento formal:** Es una capacidad muy sofisticada y poderosa que permite resolver problemas complejos de una forma característica de la ciencia, pero eso no quiere decir que los sujetos que han alcanzado el nivel del pensamiento formal lo utilicen siempre para resolver todas las tareas que se les presentan.

Se puede expresar que este pensamiento se basa en un sistema de conjuntos que constituye una estructura lógica, lo cual permite al individuo resolver tareas con un grado de complejidad superior, es un grado elevado del pensamiento humano y se puede desarrollar en la adolescencia.

Como se ha mencionado el pensamiento formal se desarrolla cuando el estudiante resuelve problemas con alto grado de complejidad en sus tareas, por ello, en la encuesta aplicada se obtuvieron los siguientes resultados:



Fuente: Resultados de la investigación .

En el gráfico anterior se puede observar que la opinión de los estudiantes varia, ya que no siempre se resuelven las tareas con el mismo grado de complejidad, aunque se puede ver que predominan los niveles de fácil, difícil y muy difícil, sin embargo, en estos dos últimos se observa una mínima diferencia respecto a las tareas fáciles. Estos resultados indican que no siempre se desarrolla el pensamiento formal en los estudiantes.

4.2.5. Importancia del pensamiento lógico matemático

Para Campistrous (1993) el pensamiento lógico matemático sirve para analizar, argumentar, razonar, justificar o probar razonamientos. Se puede caracterizar por ser preciso y exacto es decir analiza datos probables o simplemente hechos. El pensamiento lógico es analítico se basa en dividir cada razonamiento en partes equitativas y racional sigue paso a paso llevando una secuencia lógica. Esto permite llevar a comprender, entender y manipular la lógica, los números y entender los distintos razonamientos para enfrentar diversas situaciones o problemas que se presenten en la vida cotidiana.

El pensamiento lógico matemático es de gran importancia ya que, permite comprender conceptos abstractos, desarrolla la inteligencia y la capacidad de

solucionar problemas de diferentes ámbitos, así como relacionar los distintos conceptos y comprenderlos de una manera generalizada, de igual forma proporciona un sentido lógico y ordenado de cada una de las acciones llevadas a cabo en los individuos. Además, permite diferenciar semejanzas y similitudes entre los conceptos matemáticos.

Se entrevistó al docente de Matemática sobre qué opina él, en base a la importancia del pensamiento lógico matemático. A lo cual respondió, que es fundamental para el desarrollo de muchos aspectos personales, desarrolla el pensamiento, la capacidad de resolver problemas en diferentes ámbitos de la vida, fomenta la capacidad de razonar. La respuesta dada se corresponde a lo citado anteriormente, porque ambas opiniones conllevan a que este tipo de pensamiento es de gran importancia para enfrentar diversas situaciones o problemas, desarrollando la capacidad de razonar.

4.3. Proceso de aprendizaje del teorema de Pitágoras

4.3.1. Aprendizaje

4.3.1.1. Concepto de aprendizaje

Para Schunk (2012) aprender implica construir y modificar nuestro conocimiento. Las personas aprenden habilidades cognitivas, lingüísticas, motoras y sociales, las cuales pueden adoptar muchas formas.

A un nivel sencillo, los niños aprenden a resolver $2+2=x$, a reconocer la letra p en la palabra papá, a amarrarse las agujetas y a jugar con otros niños. Aun nivel más complejo, los estudiantes aprenden a resolver problemas con divisiones largas, a redactar trabajos escolares, a andar en bicicleta y a trabajar en cooperación para un proyecto de grupo.

De forma científica la definición del aprendizaje queda expresada de la siguiente manera: “El aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia” (Schunk, 2012, pag.3)

No es sencillo hablar de aprendizaje, ya que existen diversas teorías y aproximaciones al hecho. Lo que se tiene claro es que los seres humanos y los animales superiores estamos dotados de cierta capacidad de adaptación de la conducta y de resolución de problemas del entorno.

Según las observaciones que se realizaron en el aula de clases, los estudiantes mostraron actitudes positivas que contribuyen con la obtención de aprendizaje, debido a que lo principal para aprender es una buena conducta y disciplina consiente de acuerdo a sus intereses personales. Si el estudiante muestra interés desde que se presenta el problema, aunque no sepa cómo resolverlo podrá llegar a la solución con ayuda del docente creando su propio conocimiento.

4.3.1.2. ¿Cómo ocurre el aprendizaje?

Para Schunk (2012) las teorías conductuales y cognoscitivas concuerdan en que las diferencias entre los aprendices y en el entorno pueden afectar el aprendizaje. También hace conciencia en la influencia de las condiciones ambientales sobre el aprendizaje.

Las explicaciones y demostraciones que los docentes ofrecen de los conceptos proporcionan entradas de información para los educandos. La práctica de habilidades del estudiante, combinada con la retroalimentación correctiva necesaria, promueve el aprendizaje. Lo que los estudiantes hagan con la información cómo la reciben, repasan, transforman, codifican, almacenan y recuperan es sumamente importante. La manera en que los aprendices procesan la información determina qué aprenden, cuándo y cómo, así como el uso que darán al aprendizaje.

Schunk (2012) también menciona que las teorías cognoscitivas subrayan la función de los pensamientos, las creencias, las actitudes y los valores de los estudiantes. Aquellos que dudan de su capacidad para aprender, tal vez no se dediquen convenientemente a sus tareas o trabajen sin entusiasmo, lo que retardará el aprendizaje. Pensamientos como “¿por qué esto es importante?” o “¿qué tal lo estaré haciendo?” pueden afectar el aprendizaje. Los educadores necesitan tomar en cuenta los procesos de pensamiento de los alumnos al planear sus lecciones.

Se entrevistó al docente para conocer su punto de vista respecto a cómo él cree que los estudiantes obtienen un mejor aprendizaje, a lo cual respondió que aprenden mejor con la experimentación de novedosas estrategias didácticas para fomentar la motivación hacia el aprendizaje. Al preguntarle cuales serían esas novedosas estrategias, el menciona que se basa en el plan pizarra, el cual trata de que el estudiante aprende a través de sus propios descubrimientos al resolver problemas que se presentan al inicio de cada clase. Algo importante que se debe saber de esta estrategia es que, se da un tiempo corto para ver si el estudiante es capaz de resolver el problema, si este no es el caso, entonces interfiere el docente con su explicación y demostración.

De igual manera se quiso saber lo que el docente espera de sus estudiantes al crearles un nuevo aprendizaje, de la cual él respondió que espera que tengan la capacidad de aplicar lo aprendido en diferentes situaciones que se le presenten. Lo cual indica que el docente desea preparar a sus estudiantes para que sean capaces de resolver los problemas con pleno dominio de los conceptos estudiados.

4.3.1.3. Aprendizaje de conceptos en Matemática

A través de la historia se ha venido mostrando que lo importante en el desarrollo de una ciencia tan abstracta como lo es la Matemática, lo constituyen las exigencias y necesidades de la realidad que se vive en nuestro entorno.

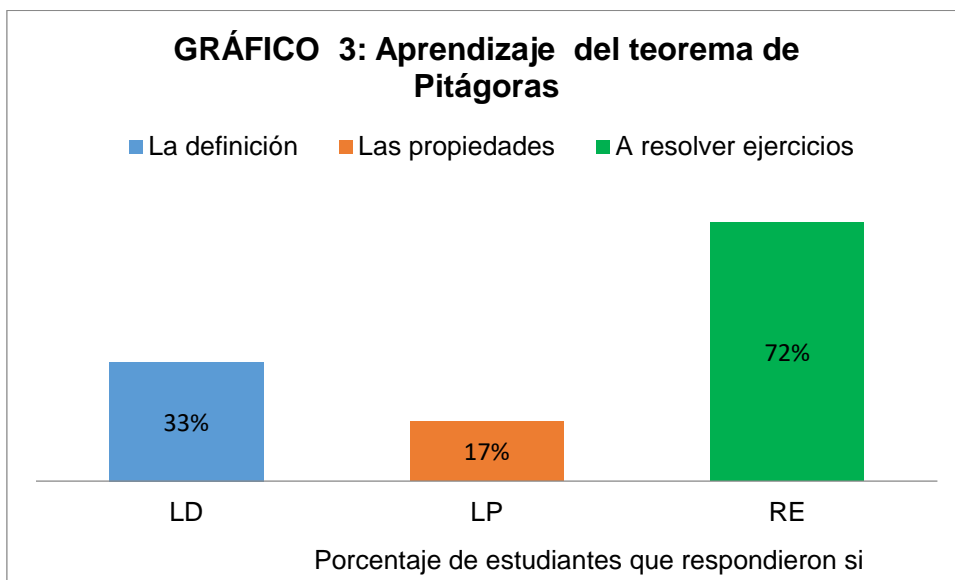
Para García, Mora, Alvares y Nardin (2012) en las teorías matemáticas modernas las formas y relaciones frecuentemente se presentan de manera sumamente refinada y abstracta. En ellas se habla de conjuntos de elementos, cuyas propiedades y reglas de operación se dan con ayuda de un sistema de axiomas. Se debe tener presente que la Matemática emplea diversos marcos de representación de sus conceptos: verbal, simbólico, gráfico, pictórico, etc. A su vez, lo hace en distintos contextos (algebraico, numérico, geométrico, de la Estadística, etc.).

Una de las tareas importantes del ser humano es que, para la comprensión de la Matemática, en el proceso de enseñanza aprendizaje se deben estudiar objetos del mundo real, las propiedades que presentan, las relaciones recíprocas, interacciones, formas de su modificación, para utilizar este conocimiento en la solución de problemas prácticos.

Sin embargo, para la apropiación, aplicación y fijación de un concepto, ya sea aritmético o algebraico debe apoyarse en el empleo de recursos de la Geometría o viceversa, que aseguren la comprensión y la utilización sistemática de los contenidos dentro de cada unidad de la Matemática, que formen el sistema de recursos o conceptos que les sirve a los alumnos para resolver problemas prácticos.

Los conceptos matemáticos se representan en los libros, pizarras, y en cualquier fuente de información, expresados por sistemas matemáticos de signos y

letras. Estos signos con soporte material forman parte de la representación imaginaria del mundo real; dicho de otra manera, presupone que los alumnos en su mente producen procesos mentales, y que los objetos externos a ellos generan representaciones internas, donde la representación no puede estudiarse separadamente de la significación.



Fuente: Resultados de la investigación.

De acuerdo con el gráfico, se puede observar la respuesta de los estudiantes respecto al aprendizaje obtenido en la clase de Matemática con relación al teorema de Pitágoras. En cuanto al aprendizaje de conceptos es notable que son pocos los que reconocen que se aprendieron la definición y las propiedades, sin embargo, la mayoría en la resolución de ejercicios es consciente que si sabe realizarlo. Según estos resultados, hay una contradicción debido a que para resolver ejercicios primero se debería manejar el concepto, a menos que este tema se halla basado más en la aplicación de la fórmula del teorema de Pitágoras y no en interiorizar la definición del mismo. Esto último va en contra de la representación imaginaria del mundo real que no contribuye a un buen aprendizaje, solamente a sustituir datos y realizar cálculos.

Al realizar observaciones en la clase para verificar estos aprendizajes, fue notable, en la primera visita que algunos estudiantes aplicaron sus conocimientos

resolviendo ejercicios en su cuaderno, este día el tema fue práctico; sin embargo, en la segunda visita no se mostró mucho dominio por parte de los estudiantes en todo el desarrollo del contenido. Es evidente que los estudiantes no aprendieron los conceptos, simplemente realizan la solución de ejercicios por medio de los procedimientos que presenta el docente.

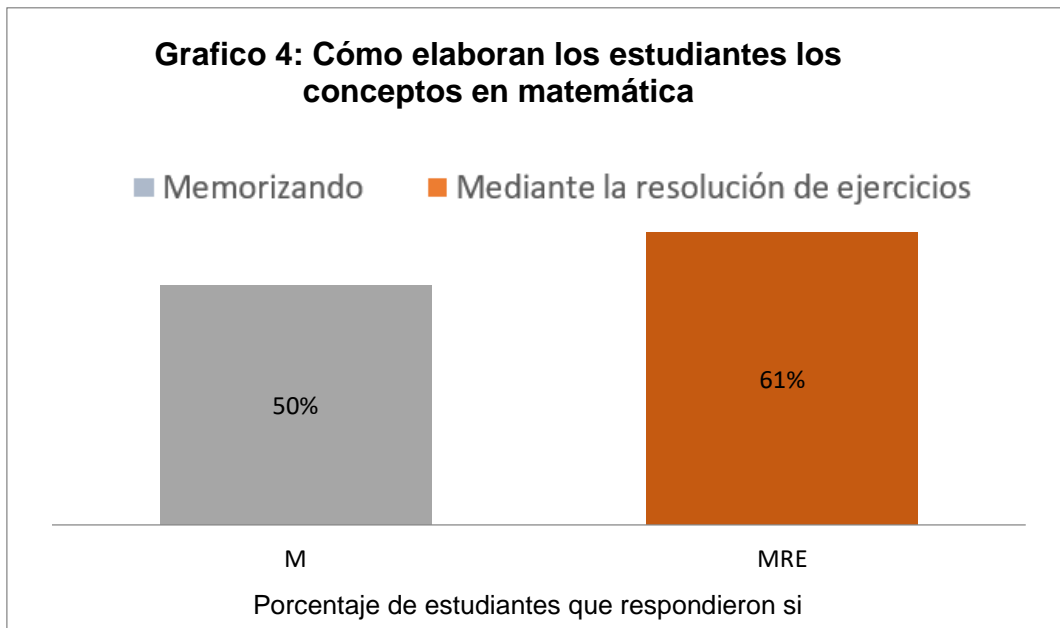
También se quiso saber que sucede en el desarrollo del contenido en el momento de presentar conceptos, si lo crean los estudiantes con el docente o simplemente este se escribe en la pizarra; de lo cual el resultado de las observaciones fue que el docente realiza un dictado de los conceptos tomados del libro de texto. Entonces se puede decir que ni los estudiantes ni el docente crean el concepto, simplemente este es presentado de forma directa a los discentes.

4.3.1.4. Dimensiones del aprendizaje

En busca de cuáles son las dimensiones del aprendizaje que se aplican en el aula de clases, solamente se vio en las dos visitas de observación a clases que los estudiantes exponen sus dudas al docente cuando no logran comprender alguna parte del contenido desarrollado.

Entrevistando al docente tratando de saber cómo considera que los estudiantes para resolver los ejercicios tengan que aprenderse el concepto o definición estudiada, el respondió que ellos aprenden la definición o concepto con la repetición continua de los enunciados al momento de resolver o aplicar determinado teorema. Entonces se refiere a que los estudiantes aprenden por medio de la ejercitación.

También se quiso saber la opinión de los estudiantes, por tanto, al aplicar la encuesta se les preguntó cómo ellos elaboran los conceptos en Matemática, si los memorizan o mediante la resolución de ejercicios. Los resultados se muestran en el gráfico siguiente:



Fuente: Resultados de la investigación.

Como se puede ver en el gráfico anterior, la mayoría de los estudiantes opinan que los conceptos en Matemática los elaboran mediante la resolución de ejercicios, aunque a veces también memorizan las definiciones dadas por el docente o a través del libro de texto.

Sin embargo, para saber cuáles deben ser estas dimensiones Moreno (2007) muestra la definición de tres dimensiones del aprendizaje:

- Activación-regulación, expresada como actividad productiva y creadora, como reflexión y regulación meta cognitivas.
- Significatividad, expresada como establecimiento de relaciones de significado en la constitución como sistema de su contenido y tendencia a la formación de sentimientos, actitudes y valores.
- Motivación por aprender, expresada como la relación de lo nuevo con la experiencia cotidiana, del conocimiento y la vida, de la teoría con la práctica, como motivaciones especialmente intrínsecas, autovaloraciones y expectativas positivas, como la relación entre los nuevos contenidos y el mundo afectivo-motivacional del sujeto.

Se suscriben estas tres dimensiones del aprendizaje como exigencias para el proceso de elaboración de conceptos que en cuanto a la investigación a realizar es lo que se estará tratando de describir. Tal descripción será basada en el trabajo que realiza el docente de Matemática y el alumno en el aula de clases respecto a la elaboración de conceptos matemáticos y aprendizaje de los mismos relacionados al teorema de Pitágoras.

Para identificar las dimensiones del aprendizaje en los estudiantes encuestados, se preguntó que, si aparte del tema realizan investigaciones para reforzar sus conocimientos, dentro de la respuesta está un total de 78% de estudiantes que dijeron que si realiza investigaciones y el otro 22% restante respondió que no. De acuerdo con los resultados los estudiantes que si realizan investigaciones cumplen con la primera dimensión del aprendizaje en la que busca regular sus conocimientos para crear los nuevos.

Durante la realización de la entrevista al docente, se indagó que como cree el que los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo relacionado con su entorno; la respuesta dada por el docente fue que para alcanzar un aprendizaje significativo primero es necesario presentar situaciones en las que el conocimiento sea útil, después ejercitar procedimientos de solución y durante desarrollo de nuevos contenidos procurar usar ese conocimiento adquirido para que no se olvide. Es evidente que, si hay significatividad, la respuesta tiene relación con la definición de significatividad presentada en uno de los párrafos anteriores.

Se observó en las visitas realizadas que los estudiantes tienen motivación por aprender, ellos relacionan las teorías presentadas con su entorno, realizan preguntas para aclarar sus dudas y como se mencionó anteriormente se muestran activos en la investigación.

Por todo lo mencionado anteriormente se puede decir qué si se cumplen las tres dimensiones del aprendizaje en gran parte de los estudiantes.

4.3.2. Teorema de Pitágoras

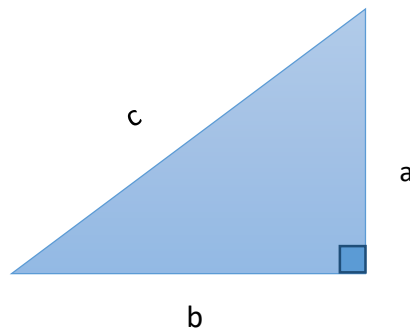
Stewart (2012) presenta una reseña de la historia del creador del teorema de Pitágoras:

Pitágoras nació en la Isla Griega de Samos, en el Egeo Oriental, alrededor del 570a.C. Fue un Filósofo y un geómetra. Lo poco que se conoce de su vida proviene de escritores bastante posteriores y su exactitud histórica es cuestionable, pero los eventos clave son probablemente correctos. Alrededor del 530 a.C. se mudó a Crotona, una Colonia Griega en lo que ahora es Italia. Ahí, fundó una secta filosófico-religiosa, los Pitagóricos, quienes creían que el universo estaba basado en los números. La fama actual de su fundador recae sobre el teorema que lleva su nombre. Se ha enseñado durante más de 2.000 años y ha pasado a formar parte de la cultura popular.

4.3.2.1. Definición del teorema de Pitágoras

Según Rich (1997) el teorema de Pitágoras enuncia que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los lados, así en la figura 1. $c^2 = a^2 + b^2$

Figura 1: Triángulo rectángulo



Fuente: Elaboración propia.

Esta proposición es sin duda una de las más conocidas de la historia de la Matemática, y la que cuenta con el mayor número de demostraciones a lo largo de

los tiempos, a través de diferentes métodos y elaboradas por diversos filósofos y matemáticos.

Según el docente en la entrevista explica que el dominio de esta fórmula en sus estudiantes es satisfactorio, porque al realizar pruebas demostraron su correcta aplicación, aunque destaca que se debe mejorar la interpretación de problemas que es donde presentan dificultades.

También durante la observación se vio la identificación de las partes de un triángulo rectángulo, especialmente las que deben conocer los estudiantes para aplicar el teorema de Pitágoras; en lo cual si fue observado que los estudiantes saben identificar los catetos y la hipotenusa en un triángulo rectángulo y por ende sustituyen correctamente en los valores correspondientes en la fórmula.

El teorema de Pitágoras también se puede enunciar de la forma siguiente:

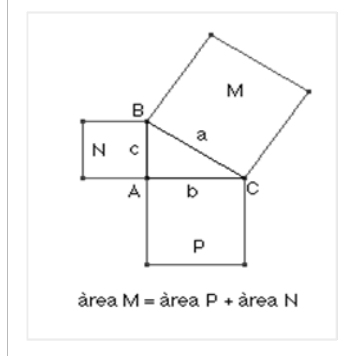
El cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo tiene la misma área que la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos:

$$\text{área}M = a^2$$

$$\text{área}P = b^2$$

$$\text{área}N = c^2$$

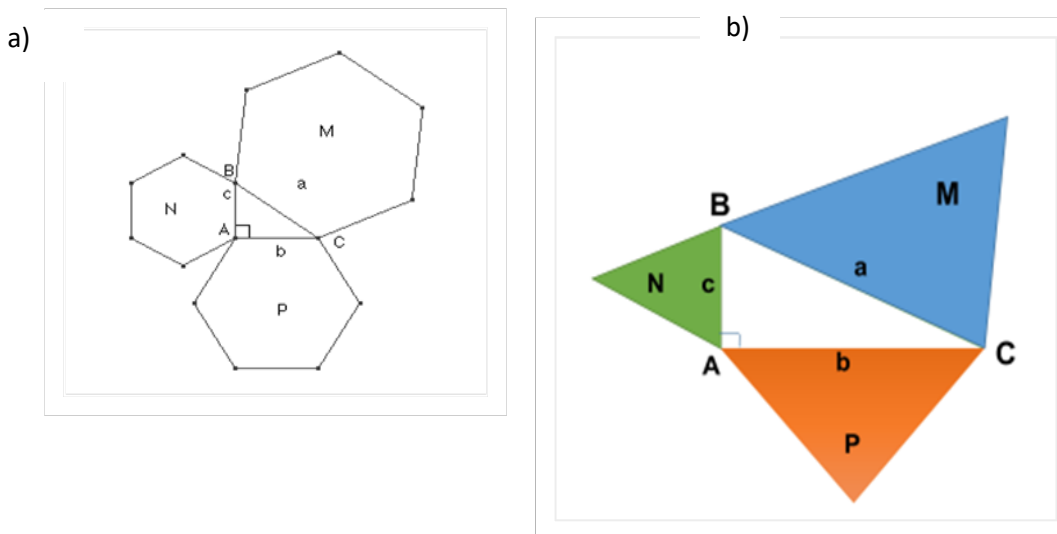
Figura 2: Triángulo rectángulo



Fuente: Elaboración propia.

Generalizando las afirmaciones anteriores se puede decir que el área de la figura construida sobre la hipotenusa es la misma que la suma de las áreas de las figuras semejantes construidas sobre los catetos.

Figura 3: a) Hexágonos formado en los lados de un triángulo rectángulo. b) Triángulos equiláteros formados en los lados de un triángulo rectángulo.



Fuente: Elaboración propia

Uriarte (2018) explica la fórmula del teorema de Pitágoras:

El teorema de Pitágoras se formula de la siguiente manera: $a^2 + b^2 = c^2$, donde a y b son los catetos de un triángulo rectángulo y donde c será su hipotenusa. De esta formulación se derivan tres corolarios o formulaciones posteriores, de aplicación práctica y verificación algebraica:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \text{ (a es igual a la raíz cuadrada de c al cuadrado menos b al cuadrado)}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} \text{ (b es igual a la raíz cuadrada de c al cuadrado menos a al cuadrado)}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ (c es igual a la raíz cuadrada de a al cuadrado más b al cuadrado)}$$

Como puede observarse estas tres formulaciones son resultado de la formula general del teorema de Pitágoras, las cuales el docente de Matemática debe explicar a los estudiantes como se realiza el despeje y de esta forma el estudiante no tendrá la necesidad de aprender cada una y simplemente manejar el concepto del teorema definido anteriormente.

La encuesta aplicada a los estudiantes muestra que un 67% de los estudiantes sabe identificar el teorema de Pitágoras a través de su fórmula, el resto de ellos tienden a equivocarse con las formulaciones despejadas. Lo cual indica que no reconocen el enunciado en su forma textual o no lograron comprenderlo y simplemente se basaron en la fórmula básica para resolver ejercicios.

De igual manera la encuesta muestra que el 78% de los estudiantes sabe realizar los despejes de la ecuación para encontrar cualquiera de las medidas de los lados de un triángulo rectángulo.

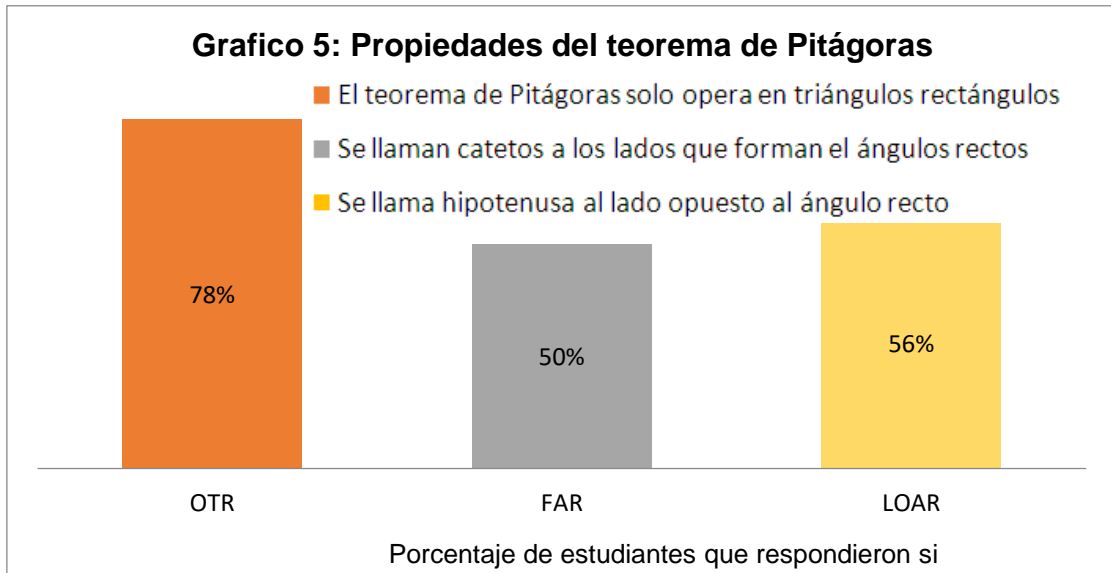
4.3.2.2. Propiedades del teorema de Pitágoras

Algunas propiedades del teorema de Pitágoras se encuentran en Uriarte (2018):

- 1) El teorema solo opera en triángulos rectángulos, no en isósceles ni en escalenos.
- 2) Se llama catetos a los lados de un triángulo rectángulo que forman el ángulo recto (de 90°).
- 3) Se llama hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto.

De las propiedades anteriores se puede decir que son esenciales para poder aplicar el teorema de Pitágoras y que deben ser conocidas y dominadas por el docente y los estudiantes para poder resolver los ejercicios en las diferentes situaciones que se le presenten.

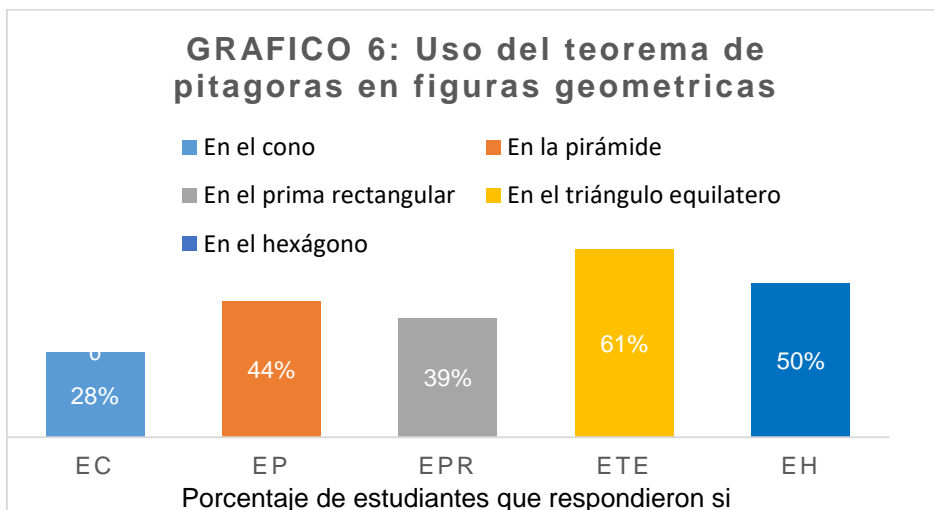
En el gráfico siguiente se puede observar que los estudiantes encuestados lo que tienen más claro es que el teorema de Pitágoras solo opera en triángulo rectángulo siendo una de las propiedades presentadas. De acuerdo a los resultados no todos dominan las demás propiedades, por tanto, esta sería una dificultad a la hora de aplicar el teorema de Pitágoras para resolver los ejercicios, porque podría ser el caso que lo apliquen en otro triángulo que no sea rectángulo.



Fuente: Resultados de la investigación.

También el teorema de Pitágoras se caracteriza por ser un teorema que está presente en la Matemática, especialmente en Geometría, que en la cual muchos teoremas surgen a partir de este, ya que cualquier triángulo puede ser dividido en triángulos rectángulos y los polígonos están compuestos por triángulos y esto de igual manera debe ser manejado por los estudiantes.

Por lo antes mencionado, se procedió a preguntarle a los estudiantes en que figura geométrica se puede usar el teorema de Pitágoras, obteniéndose los siguientes resultados:



Fuente: Resultados de la investigación.

Analizando los resultados obtenidos, es notorio que los estudiantes tienen conocimientos sobre las distintas aplicaciones del teorema de Pitágoras, donde en cada una de estas figuras es correcto aplicar este teorema.

4.3.2.3. Importancia del teorema de Pitágoras

Según Stewart (2012) el teorema de Pitágoras fue un primer paso vital hacia las técnicas geométricas necesarias para la Cartografía, la navegación y la Topografía. También proporcionó la llave a una relación vital entre la Geometría y el Algebra. Esta línea de desarrollo nos lleva de la Antigüedad directamente a la relatividad general y la cosmología moderna. La ecuación de Pitágoras abrió por completo nuevas direcciones para la exploración humana, tanto metafóricamente como literalmente. Reveló la forma de nuestro mundo y su lugar en el universo.

Este teorema ha llegado a convertirse en un enunciado muy valioso a través de la historia, nos proporciona un vínculo importante entre la Geometría y el Algebra, permitiéndonos calcular distancias en términos de coordenadas. De igual forma también inspiró la trigonometría.

En las observaciones realizadas en el aula de clase fue apreciable en los discentes la buena explicación por parte del profesor, en donde se notó significativo el estudio del teorema de Pitágoras, luego que el docente explicó el contenido, ya que los estudiantes adquirieron los conocimientos necesarios para comprender, identificar y resolver algún determinado ejercicio sobre el teorema de Pitágoras.

4.3.2.4. Aplicaciones del teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras es de gran utilidad en multitud de aplicaciones en diferentes situaciones de la vida, dentro de las cuales corresponden a situaciones personales, profesionales, sociales y científicas. Reflejan una amplia variedad en la que los individuos pueden encontrarse con oportunidades matemáticas.

Las situaciones en las que se aplica el Teorema de Pitágoras son diversas, según Pisa (2013) se pueden involucrar las siguientes:

Situaciones personales: Deportes; altura de la canasta, dimensiones de una mesa de ping-pong, canchas o pistas. Estas situaciones se presentan en actividades de entretenimiento o juego que son del propio individuo y que se mantienen con su grupo de iguales o su familia.

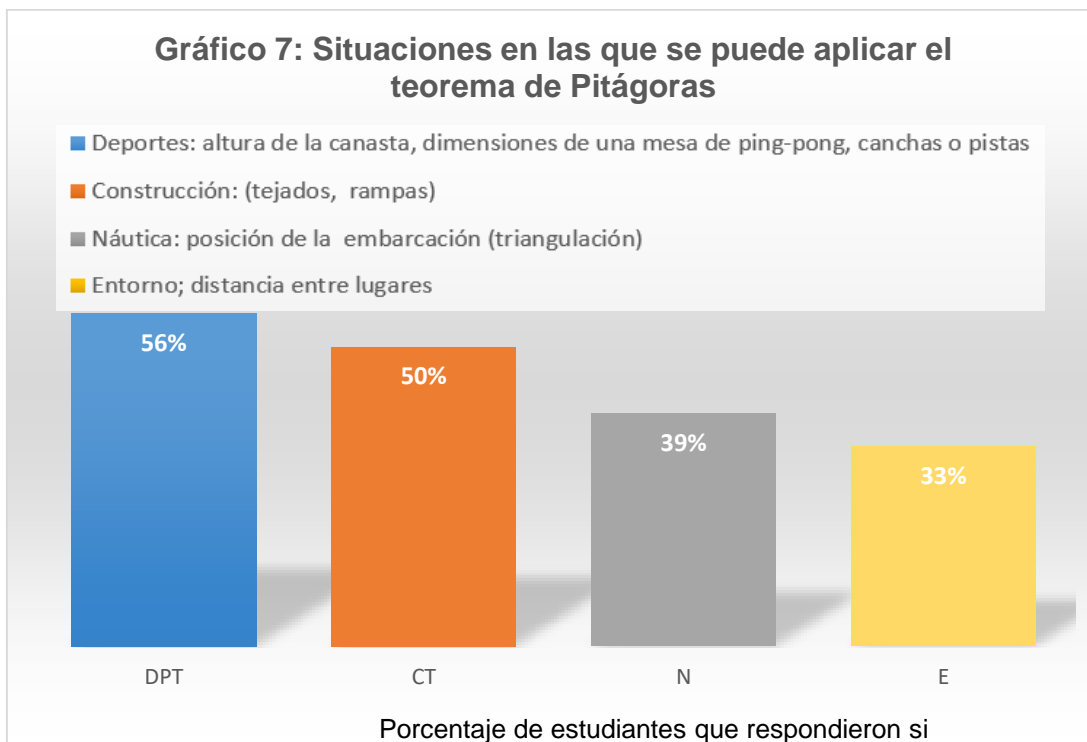
Situaciones profesionales: Estas situaciones quedan un poco más alejadas de la vida del alumno. Pertenecen al campo laboral y obteniéndose ejemplos como en la construcción (tejados, rampas); náutica: posición de la embarcación. (Triangulación).

Situaciones sociales: Entorno; distancia entre lugares, balística: trayectorias de proyectiles. Las situaciones sociales involucran a la comunidad de forma general.

Situaciones Científicas: Se usa el Teorema de Pitágoras para la definición de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente de un ángulo. Esto tiene multitud de aplicaciones en el ámbito de la física. Por ejemplo: determinación de la trayectoria de un misil o de una bala o movimiento parabólico.

En las dos visitas realizadas, fue observable en los estudiantes dos maneras diferentes para dar la solución a situaciones en diferentes contextos aplicando el teorema de Pitágoras, en la primera visita se pudo ver que partieron de la definición para resolver los ejercicios presentados, de los cuales la mayoría eran problemas relacionados a la vida cotidiana. En la segunda visita primero el docente planteó el problema y le dieron solución aplicando una de las formulaciones derivadas del teorema de Pitágoras para encontrar la medida de los lados de un triángulo rectángulo inscrito en un cono, del cual posteriormente se encontró el volumen.

Es importante que los estudiantes conozcan a que situaciones se puede aplicar el teorema de Pitágoras, por lo cual al realizar la encuesta se obtuvieron los siguientes resultados:



Fuente: Resultados de la investigación.

En el gráfico anterior es evidente que la mayoría de los estudiantes conocen las diferentes situaciones en las que se puede aplicar el teorema de Pitágoras, sin embargo, es notorio que les faltan conocimientos ya que todas opciones presentadas son correctas y en muchos casos no indicaron que en todas se podía aplicar.

4.3.2.5. Ejemplos de secuencias didácticas del proceso de elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras.

Según Moreira (2012), citado por Montilla y Arrieta (2013) definen una secuencia didáctica como secuencias de enseñanza potencialmente facilitadoras de aprendizaje significativo, de temas específicos de conocimiento conceptual o procedimental, que pueden estimularla investigación aplicada en la enseñanza diaria de las clases. Las secuencias didácticas pueden estar fundamentadas teóricamente, de tal manera que oriente al aprendizaje significativo, de igual forma se siguen algunas etapas donde emplean diversos materiales y estrategias de enseñanza.

Entonces una secuencia didáctica viene siendo los pasos a seguir en la solución de un problema cualquiera, siendo así es una manera más sencilla y resolver situaciones en diferentes contextos para después tener los conocimientos necesarios para enfrentar la vida cotidiana. Por tanto, se presentan algunos ejemplos de secuencias didácticas para la elaboración de concepto del teorema de Pitágoras.

(Ver anexo 7)

V. Conclusiones

Después de lo abordado en el presente trabajo investigativo se llegó a las siguientes conclusiones:

1. El proceso de elaboración de conceptos matemáticos en noveno grado del Colegio Público Molino Sur, del municipio de Sébaco Matagalpa, segundo semestre 2019, no se lleva a cabo totalmente, pero se logró reconocer algunas partes de su desarrollo.
2. Los estudiantes de noveno grado del Colegio Público Molino sur, del municipio de Sébaco Matagalpa, no elaboran conceptos en Matemática, simplemente aplican los conceptos que presenta el docente.
3. Se hace uso de algunos componentes del proceso de elaboración de conceptos, como vías, fases, procedimientos, acciones y modelos; los cuales se ponen en práctica empíricamente.
4. En los estudiantes de noveno grado del Colegio Público Molino Sur, del municipio de Sébaco Matagalpa, desarrollan el pensamiento lógico convergente y divergente, sin embargo, solo el 33% desarrollan el pensamiento formal para la elaboración de conceptos en Matemática.
5. El proceso de aprendizaje del teorema de Pitágoras, noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco Matagalpa, segundo semestre, presenta un alto nivel en la resolución de ejercicios.
6. Los estudiantes de noveno grado del Colegio público Molino Sur, del municipio de Sébaco Matagalpa, presentan poco aprendizaje de los conceptos, propiedades y aplicaciones del teorema de Pitágoras.
7. Se presentan ejemplos de secuencias didácticas de aplicación en el proceso de elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras.

VI. Referencias

1. Andonegui, M. (2004). El desarrollo del pensamiento lógico. Colección procesos educativos: Caracas.
2. Ausebel, D., Novak, J. & Hanesian, H. (1997). Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas.
3. Campistrous, L. (1993). Lógica y procedimientos lógicos del pensamiento. Documento digital. La Habana, Cuba.

García Acevedo, A. L., Caballero Lopez, J. C., & Gonzales Funes, A. B. (2019). Matematica Noveno Grado.

4. García , Caballero y Gonzales (2019), Matematica Noveno Grado. Nicaragua: MINED
5. García, Mora, Alvares y Nardin (2012). El aprendizaje de conceptos matemáticos desde una perspectiva desarrolladora. Recuperado el 5 de julio del 2019 de: <http://cvi.mes.edu.cu/peduniv/index.php/peduniv/article/viewFile/9/10>
6. Joyse, b.& Weil, M. (2012). Formación de conceptos en: Modelos de enseñanza. (En línea). Recuperado el 20 de julio de 2019, de <http://portalalumnaspedagogia.blogspot.com/2012/06/formacion-de-conceptos.html?m=1>
7. Moreno, W. (2011), Modelo para el tratamiento didáctico del concepto magnitud en el proceso de formación del profesional de la educación, especialidad Ciencias Exactas. Recuperado el 5 de Julio de 2019 : <http://www.eumed.net/tesisdoctorales/2011/wom/MODELO%20PARA%20EL%20TRATAMIENTO%20DIDACTICO%20DEL%20CONCEPTO%20MAGNITUD%20EN%20EL%20PROCESO%20DE%20FORMACION%20DEL%20PROFESIONAL%20DE%20LA%20EDUCACION%20INTRODUCCION.htm>
8. Paltan, G. & Quilli, K. (2011). Estrategias metodológicas para desarrollar el razonamiento lógico- matemático en los niñas y niños del cuarto año de

- educación básica de la escuela “Martin Welte” del Cantón Cuenca. Tesis previa a la obtención del Título de Licenciada en Educación General Básica, Universidad de Cuenca.
9. Piaget, L. (1984). La representación del mundo en el niño. Madrid: Editorial Morata.
 10. Pisa, I. (2013). El teorema de Pitágoras en la formación inicial del profesor de educación secundaria. Recuperado el 23 de julio del año 2019: https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&url=https://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM_MariloliTorresgonzalez.pdf&ved=2ahUKEwiqgMiJpobkAhXGqFkKHaHZDIkQFjAAegQIBRAB&usq=AOvVaw0JhWtd9qBAYkPvVQyOg54w
 11. Santiesteban, F. (2010, julio). Apuntes sobre el tratamiento a la elaboración de conceptos matemáticos. Cuadernos de educación y desarrollo, 2.(17) recuperado el 01 de agosto de 2019, de <http://www.eumed.net/rev/ced/17/frsm.htm>
 12. Schunk (2012). Teorías del aprendizaje. México: Pearson.
 13. Stewart (2012), 17 ecuaciones que cambiaron el mundo. Recuperado el 1 de junio del 2019 de: <https://www.librosmaravillosos.com>
 14. Rich, B. (1991). Geometría. (2da ed) México: McGraw Hill.
 15. Turégano, P. (2006), Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula. Recuperado el 30 de junio del 2019: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2280879.pdf>
 16. Uriarte, J. M. (16 de agosto de 2018). 10 características del Teorema de Pitágoras. Recuperado el 6 de Julio de 2019, de: <https://www.caracteristicas.co/teorema-pitagoras/>.
 17. Zilmer, W. (1981). Metodología de la enseñanza de la Matemática I. (3ra. ed.) Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

ANEXOS

Anexo 1: Operacionalización de variables.

Variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicadores	Escala	Técnicas	Preguntas
Proceso de elaboración de conceptos.		<p>“La formación de conceptos consiste esencialmente en un proceso de abstraer las características comunes y esenciales de una clase de objetos o acontecimientos que varían contextualmente, en otros aspectos que no atañen al criterio, o a lo largo de dimensiones aparte de la que se está explorando”</p> <p>(Ausebel, Novak y Hanesian,1998 pag.96).</p>	<p>Definición</p> <p>Clasificación de conceptos matemáticos</p> <p>Características de la elaboración de conceptos</p> <p>Vías para la elaboración de conceptos matemáticos</p> <p>-Vía Deductiva</p>	<p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p>	<p>Entrevista</p> <p>Entrevista</p> <p>Observación</p> <p>Observación</p> <p>Entrevista</p> <p>Observación.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Qué significa para usted un concepto matemático? 2. ¿Qué es para usted el proceso de elaboración de conceptos en Matemática? 3. Los estudiantes desarrollan los conceptos: conjuntivo, disyuntivo, relacional. 4. En el desarrollo de la clase se generan hipótesis, comprueban hipótesis y se hacen generalizaciones de las mismas. 5. ¿Cómo hace usted para desarrollar un concepto matemático en sus estudiantes? 6. ¿Durante el desarrollo de la clase se parte de la definición del concepto y mediante el análisis de ejemplo se descubre la extensión y el contenido de los mismos?

Proceso de elaboración de conceptos		<p>“La formación de conceptos consiste esencialmente en un proceso de abstraer las características comunes y esenciales de una clase de objetos o acontecimientos que varían contextualmente, en otros aspectos que no atañen al criterio, o a lo largo de dimensiones aparte de la que se está explorando” (Ausebel, Novak y Hanesian,1998 pag.96).</p>	<p>-Vía inductiva</p> <p>Fases</p> <p>Primera fase</p> <p>Segunda fase</p> <p>Tercera fase</p> <p>Cuarta fase</p>	<p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p>	<p>Entrevista</p> <p>observación</p> <p>Encuesta y observación</p> <p>Encuesta y observación</p> <p>Encuesta y Observación</p> <p>Encuesta y observación</p> <p>Encuesta y observación</p>	<p>7. ¿Qué importancia le atribuye usted que el estudiante cree sus propias deducciones en el proceso de elaboración de conceptos?</p> <p>8. ¿En el desarrollo de la clase se parte de ejemplos y el concepto se desarrolla por medio de descripciones, explicaciones hasta llegar a la definición?</p> <p>9. Presenta ejercicios previos al contenido a desarrollar.</p> <p>10. Motiva a los estudiantes a resolver los ejercicios</p> <p>11. presenta ideas de solución de los ejercicios</p> <p>12. A través de la solución de ejercicios se llega al concepto.</p> <p>13. Realiza la solución de ejercicios aplicando el concepto asimilado.</p>
-------------------------------------	--	--	---	--	--	--

<p>Proceso de elaboración de conceptos.</p>		<p>“La formación de conceptos consiste esencialmente en un proceso de abstraer las características comunes y esenciales de una clase de objetos o acontecimientos que varían contextualmente, en otros aspectos que no atañen al criterio, o a lo largo de dimensiones aparte de la que se está explorando” (Ausebel, Novak y Hanesian,1998 pag.96).</p>	<p>Procedimientos lógicos</p> <p>-Comparar</p> <p>-Definir</p> <p>-Clasificar</p> <p>-Argumentar</p> <p>Acciones para le elaboración de concepto</p>	<p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p>	<p>Encuesta y observación</p> <p>Entrevista</p> <p>observación</p> <p>Observación</p> <p>Observación</p> <p>Observación</p> <p>Encuesta</p>	<p>14. Expresa características esenciales del concepto.</p> <p>15. ¿Qué procedimientos realiza usted en la clase para elaborar un concepto matemático?</p> <p>16. Se realizan comparaciones es decir se comparan las características de los objetos para determinar sus similitudes y diferencias</p> <p>17. Se definen los conceptos fundamentales.</p> <p>18. Los alumnos dominan la práctica y teóricamente la operación de agrupar objetos sobre la base de sus semejanzas y diferencias.</p> <p>19. Se representan argumentos que contribuyen a dar un punto de partida para la demostración.</p> <p>20. ¿Qué acciones realiza usted durante la clase para elaborar conceptos matemáticos?</p>
---	--	--	--	--	---	---

Proceso de elaboración de conceptos.	Desarrollo del pensamiento lógico en el proceso de elaboración de conceptos	Se entiende como lógico al pensamiento que es correcto, es decir, el pensamiento que garantiza que el conocimiento mediato que proporciona se ajusta a lo real. (Andonegui, 2004)	Modelos para la elaboración de conceptos matemáticos	Nominal	Entrevista	21. ¿Qué pautas presenta durante la clase para que los estudiantes logren formar un concepto matemático?
			Definición de pensamiento lógico matemático	Nominal	Observación	22. ¿De acuerdo a las actividades en el salón de clase que modelo de elaboración de concepto prevalece en noveno grado?
			Periodos del pensamiento lógico	Nominal	Entrevista	23. ¿Qué entiende por pensamiento lógico matemático?
			Estructura del pensamiento lógico	Nominal	Observación	24. ¿Cómo ha notado usted que se desarrolla el pensamiento lógico matemático en el aula de clase con sus estudiantes?
			Tipos de pensamientos -Convergente	Nominal	Observación	25. ¿los estudiantes hacen uso de la estructura del pensamiento lógico al momento de elaborar sus propios conceptos?
		Se entiende como lógico al pensamiento que es				26. Se siguen algunos procedimientos como

Proceso de aprendizaje del teorema de Pitágoras.		<p>“El aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia” (Schunk, 2012, pag.3).</p>	Aprendizaje	Nominal	observación	<p>30. ¿En el momento en que el docente plantea el problema principal del contenido a desarrollar, cual es la actitud de los estudiantes?</p>
				Nominal	Entrevista	<p>31. ¿De qué manera cree usted que los estudiantes obtengan un mejor aprendizaje en clase?</p>
				Nominal	Entrevista	<p>32. ¿Qué espera usted de sus estudiantes al crearles sus conocimientos a través de las demostraciones y explicaciones realizadas en la clase?</p>
			Aprendizaje de concepto matemático	Nominal	Encuesta	<p>33. Que has aprendido en estos últimos días en la clase de matemáticas respecto al teorema de Pitágoras:</p>
				Nominal	Observación	<p>34. ¿Durante la clase es notable el aprendizaje adquirido por los estudiantes en el desarrollo del contenido?</p>
			Dimensiones del aprendizaje	Nominal	Observación	<p>35. ¿Qué sucede en el desarrollo del contenido en el momento de presentar conceptos lo crean los estudiantes con</p>

<p>Proceso de aprendizaje del teorema de Pitágoras</p>		<p>“El aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia” (Schunk, 2012, pag.3).</p>	<p>Activación-regulación (1^{ra} dimensión)</p> <p>Significatividad (2^{da} dimensión)</p> <p>Motivación por aprender (3^{ra} dimensión)</p>	<p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p>	<p>Observación</p> <p>Entrevista</p> <p>Encuesta</p> <p>Encuesta</p> <p>Entrevista</p> <p>Observación</p>	<p>el docente o simplemente este se escribe en la pizarra?</p> <p>36. ¿Los estudiantes exponen sus dudas al docente durante la clase cuando estos no comprenden lo realizado?</p> <p>37. ¿Cómo considera usted que algunos estudiantes para resolver ejercicios prácticos se aprendan los conceptos y definiciones textualmente?</p> <p>38. ¿Cómo elabora usted los conceptos matemáticos?</p> <p>39. ¿Aparte de la información dada en la clase de matemática realiza investigaciones respecto al tema para reforzar sus conocimientos?</p> <p>40. ¿Cómo cree usted que los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo relacionado con su entorno?</p> <p>41. ¿El estudiante muestra motivación por aprender?</p>
--	--	---	--	--	---	---

<p>Proceso de aprendizaje del teorema de Pitágoras</p>		<p>“El aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia” (Schunk, 2012, pag.3).</p>	<p>Teorema de Pitágoras</p> <p>Formula</p> <p>Propiedades</p>	<p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p> <p>Nominal</p>	<p>Entrevista</p> <p>Observación</p> <p>Encuesta</p> <p>Encuesta</p> <p>Encuesta</p> <p>Encuesta</p> <p>Observación</p>	<p>42. ¿Cómo considera que es el dominio de la definición del teorema de Pitágoras en los estudiantes?</p> <p>43. ¿El estudiante sabe identificar los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo?</p> <p>44. ¿La definición del teorema de Pitágoras a través de su fórmula es?</p> <p>45. ¿Realiza usted despejes de la ecuación para calcular la medida de cualquiera de los lados del triángulo rectángulo a través del teorema de Pitágoras?</p> <p>46. ¿Cuáles de las siguientes propiedades del teorema de Pitágoras conoce usted?</p> <p>47. ¿En que figura geométrica cree que se puede aplicar el teorema de Pitágoras?</p> <p>48. ¿se nota significativo en los estudiantes el estudio del teorema de Pitágoras</p>
--	--	---	---	---	---	---

			Importancia			luego que el docente explico el contenido?
			Aplicaciones	Nominal	Observación	49. ¿Cómo desarrollan los estudiantes la solución de situaciones en diferentes contextos aplicando el teorema de Pitágoras?
				Nominal	Encuesta	50. ¿En cuál de las siguientes situaciones se puede aplicar el teorema de Pitágoras?

Anexo 2. Instrumentos

Anexo 2.1.



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua

Facultad Regional Multidisciplinaria de Matagalpa

Entrevista a docente de Matemática

Objetivo: La presente entrevista tiene como objetivo adquirir información veraz con fines de investigación acerca de la elaboración de conceptos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras, noveno grado, Colegio Público Molino Sur, municipio de Sébaco Matagalpa, segundo semestre 2019. Agradecemos su atención y la objetividad en sus respuestas.

I. Datos generales

Nombre del entrevistado: _____

Nombre del entrevistador: _____

Fecha: _____

II. Preguntas a desarrollar

1. ¿Qué significa para usted un concepto matemático?
2. ¿Qué es para usted el proceso de elaboración de conceptos en Matemática?
3. ¿Cómo hace usted para desarrollar un concepto matemático en sus estudiantes?
4. ¿Qué importancia le atribuye usted que el estudiante cree sus propias deducciones en el proceso de elaboración de conceptos?
5. ¿Qué procedimientos realiza usted en la clase para elaborar un concepto matemático?
6. ¿Qué pautas presenta durante la clase para que los estudiantes logren formar un concepto matemático?
7. ¿Qué entiende por pensamiento lógico matemático?
8. ¿Cómo ha notado usted que se desarrolla el pensamiento lógico matemático en el aula de clase con sus estudiantes?
9. ¿Qué importancia considera usted que tiene el pensamiento lógico matemático?
10. ¿De qué manera cree usted que los estudiantes obtengan un mejor aprendizaje en clase?
11. ¿Qué espera usted de sus estudiantes al crearles sus conocimientos a través de las demostraciones y explicaciones realizadas en la clase?
12. ¿Cómo considera usted que algunos estudiantes para resolver ejercicios prácticos se aprendan los conceptos y definiciones textualmente?

13. ¿Cómo cree usted que los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo relacionado con su entorno?
14. ¿Cómo considera que es el dominio de la definición del teorema de Pitágoras en los estudiantes?

Anexo 2.2.



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua

Facultad Regional Multidisciplinaria de Matagalpa

Encuesta dirigida a estudiantes

Estimado estudiante de noveno grado del Centro Escolar Publico Molino Sur: La presente encuesta tiene como objetivo obtener información veraz con fines de investigación, acerca de la elaboración de conceptos matemáticos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras, agradecemos de antemano la objetividad de sus respuestas.

I. Marque con una X las respuestas que usted considere correcta de las siguientes interrogantes.

1. ¿Cuáles de las siguientes acciones realiza el docente durante la clase?

1.1. Presenta ejercicios previos al contenido a desarrollar _____

1.2. Motiva a los estudiantes a resolver los ejercicios _____

1.3. Presenta ideas de solución de los ejercicios _____

1.4. A través de la solución de ejercicios llega al concepto _____

1.5. Realiza la solución de ejercicios aplicando el concepto asimilado _____

1.6. Expresa características esenciales del concepto _____

2. ¿Qué acciones realiza usted durante la clase para elaborar conceptos matemáticos?

2.1. Identificar el concepto: _____

2.2. Realización del concepto: _____

2.3. Aplicar el concepto: _____

3. ¿A qué nivel considera usted que se resuelven tareas durante la clase?

3.1. Muy Fácil _____

3.2. Fácil _____

3.3. Difícil _____

3.4. Muy difícil _____

4. Que ha aprendido en estos últimos días en la clase de matemáticas respecto al teorema de Pitágoras:

- 4.1. La Definición__
- 4.2. Las Propiedades: ____
- 4.3. A resolver ejercicios: _____

5. ¿Cómo elabora usted los conceptos matemáticos?

- 5.1. Memorizando _____
- 5.2. Mediante la resolución de ejercicios _____

6. ¿Cuáles de las siguientes propiedades del teorema de Pitágoras conoce usted?

- 6.1. El teorema de Pitágoras solo opera en triángulos rectángulos _____
- 6.2. Se llaman catetos a los lados que forman el ángulo recto _____
- 6.3. Se llama hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto _____

7. ¿La definición del teorema de Pitágoras a través de su fórmula es?

- 7.1. $c^2 = a^2 + b^2$: ____
- 7.2. $c^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$: _____
- 7.3. $c^2 = a^2 - b^2$: _____

8. ¿En cuál de las siguientes situaciones se puede aplicar el teorema de Pitágoras?

- 8.1. Deportes: altura de la canasta, dimensiones de una mesa de ping-pong, canchas o pistas _____
- 8.2. construcción (tejados, rampas) _____
- 8.3. náutica: posición de la embarcación. (Triangulación) _____
- 8.4. Entorno; distancia entre lugares _____

9. ¿En que figura geométrica cree usted que se puede aplicar el teorema de Pitágoras?

- 9.1. En el cono _____
- 9.2. En la pirámide _____
- 9.3. En el prisma rectangular _____
- 9.4. En el triángulo equilátero _____
- 9.5. En el hexágono _____

II. Marque con una X la respuesta que usted considera correcta de las siguientes de las siguientes interrogantes.

10. ¿Aparte de la información brindada en la clase de matemática realiza investigaciones respecto al tema para reforzar sus conocimientos?

10.1. Si: _____

10.2. No: _____

11. ¿Realiza usted despejes de la ecuación para calcular la medida de cualquiera de los lados del triángulo rectángulo a través del teorema de Pitágoras?

11.1. Si: _____

11.2. No: _____

Anexo 2.3.



Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua Facultad Regional Multidisciplinaria de Matagalpa Guía de observación

Objetivo: observar cualidades y características del proceso de elaboración de conceptos en el aprendizaje del teorema de Pitágoras en estudiante de octavo noveno grado del Colegio Público Molino Sur, de la cual se pretende obtener información veraz con fines de investigación para ser analizada.

I. DATOS GENERALES

- Nombre del Centro: _____
- Departamento: _____ Municipio: _____
- Nombre del docente: _____ Fecha: _____
- Grado observado _____ No. de estudiantes: _____
- Tema: _____
- Hora de inicio: _____ Hora de finalización: _____

Aspectos a observar	Visita No.		Observaciones
	Si	No	
1. Los estudiantes desarrollan los conceptos de: 1.1. Conjuntivos 1.2 Disyuntivos. 1.3 De relaciones.			
2 En el desarrollo de la clase se cumplen las siguientes características: 2.1. Generan hipótesis 2.2. Comprueban hipótesis 2.3. Se hacen generalizaciones de las mismas.			
3 ¿Durante el desarrollo de la clase se parte de la definición del concepto y mediante el análisis de ejemplo se descubre la extensión y el contenido de los mismos?			
4 ¿En el desarrollo de la clase se parte de ejemplos y el concepto se desarrolla por medio de descripciones, explicaciones hasta llegar a la definición?			

5	Presenta ejercicios previos al contenido a desarrollar.			
6	Motiva a los estudiantes a resolver los ejercicios			
7	presenta ideas de solución de los ejercicios			
8	A través de la solución de ejercicios se llega al concepto.			
9	Realiza la solución de ejercicios aplicando el concepto asimilado.			
10	Expresa características esenciales del concepto.			
11	Se realizan comparaciones es decir se comparan las características de los objetos para determinar sus similitudes y diferencias.			
12	Se definen los conceptos fundamentales			
13	Los alumnos dominan la práctica y teóricamente la operación de agrupar objetos sobre la base de sus semejanzas y diferencias.			
14	Representan argumentos que contribuyen a dar un punto de partida para la demostración.			
15	¿De acuerdo a las actividades y a las cualidades desarrolladas en el salón de clase que modelo de elaboración de concepto prevalece en noveno grado? 15.2 Modelo receptivo. 15.3 Modelo de selección. 15.4 Modelo con material no organizado.			
16	¿los estudiantes hacen uso de la estructura del pensamiento lógico al momento de elaborar sus propios conceptos? 16.1 El concepto. 16.2. El juicio. 16.3. El razonamiento.			
17	Se siguen algunos procedimientos como pautas o premisas para llegar al objeto previsto. 17.2 Lenguaje 17.3 Lógica 17.4 Pensamiento abstracto			
18	Se buscan diferentes perspectivas para encontrar la solución sin límite explorando y abriendo caminos frecuentemente hacia lo objetivo.			
19	¿En el momento en que el docente plantea el problema principal del contenido a desarrollar, cual es la actitud de los estudiantes? 19.2 Positiva.			

15.2 Negativa.			
20 ¿Durante la clase es notable el aprendizaje adquirido por los estudiantes en el desarrollo del contenido?			
21 ¿Qué sucede en el desarrollo del contenido en el momento de presentar conceptos lo crean los estudiantes con el docente o simplemente este se escribe en la pizarra?			
21.1. Crean el concepto.			
21.2. Se escribe en la pizarra			
21.3. Se dicta a los estudiantes			
22 ¿Los estudiantes exponen sus dudas al docente durante la clase cuando estos no comprenden lo realizado?			
23 ¿El estudiante muestra motivación por aprender?			
24 ¿El estudiante sabe identificar los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo?			
25 ¿se nota significativo en los estudiantes el estudio del teorema de Pitágoras luego que el docente explico el contenido?			
26 ¿Cómo desarrollan los estudiantes la solución de situaciones en diferentes contextos aplicando el teorema de Pitágoras?			
26.1. Parten de la definición para luego resolver.			
26.2. Solo hacen uso de las ecuaciones.			

Anexo 3: Parrilla de resultados de encuestas aplicadas a estudiantes de 9no grado del Colegio Público Molino Sur

No	Preguntas de respuesta múltiples	Encuestas																	
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	¿Cuáles de las siguientes acciones realiza el docente durante la clase?	PEP, ASE, CA, CE	PEP, ASE, CE	PEP, PIS, CE	PEP	PEP, PIS, CA	PEP, PIS, CA	PEP, PIS	PEP, ASE	PIS, CE	MRE, PIS, CA	PEP, ASE	PEP, PIS	PEP, MRE, PISE	PEP, ASE, CA	MRE, PIS, ASE	PEP, ASE	PIS, CA, CE	PEP, PIS, CE
2	¿Qué acciones realiza usted durante la clase para elaborar conceptos matemáticos?	IC, RC, AC	IC, RC	RC	AC	IC, RC, AC	IC	IC, AC	IC, RC, AC	AC	RC	IC, RC, AC	IC, AC	IC	IC, RC, AC	AC	IC, AC	IC, RC, AC	IC, RC
3	¿A qué nivel considera usted que se resuelven tareas durante la clase?	F, MD	MF, MD	D	D	MF, D	MD	F	MF, F, D	F	MD	F, D	MD	MF	F	D	MF	F, MD	MD
4	¿Qué ha aprendido en estos últimos días en la clase de matemáticas respecto al teorema de Pitágoras?	LD	RE	RE	RE	RE	RE	RE	LD, RE	RE	LD, LC, RE	RE	LD	LC	RE	LD, RE	RE	LC, RE	RE
5	¿Cómo elabora usted los conceptos matemáticos?	M	MRE	M	MRE	M	MRE	MRE	M	M	M	M	M, MRE	M	MRE	MRE	MRE	MRE	MRE
6	¿Cuáles de las siguientes propiedades del teorema de Pitágoras conoce usted?	OTR, FAR	OTR, FAR	OTR	OTR, FAR, LOAR	OTR, FAR, LOAR	OTR	OTR, FAR, LOAR	OTR, FAR, LOAR	OTR, FAR, LOAR	OTR	FAR	LOAR	OTR, FAR, LOAR	OTR	LOAR	OTR, FAR	LOAR	OTR
7	La definición del teorema de Pitágoras a través de su fórmula es:	C, I	C	C	C	I	C	C	I	C	I	C	C	C	I	C	I	C	I
8	¿En cuáles de las siguientes situaciones se puede aplicar el teorema de Pitágoras?	DPT, CT, N	DPT, CT, N	E	DPT, CT	DPT, CT	CT, N	DPT, CT	DPT, CT	N	E	DPT	DPT	E	N, S	CT, N, E	DPT, E	DPT, CT, N	DPT, CT
9	¿En que figura geométrica cree usted que se puede aplicar el teorema de Pitágoras?	EPR, ETE, EH	EP, EPR, HE	EP, ETE	EC, EPR, EH	EP, ETE	EP, EH	EP, ETE, EH	EC, EPR, ETE, EH	ETE, EH	EC, EP, EPR	EPR	EP, ETE	EP, ETE	EC, ETE	EPR, ETE, EH	ETE	EC, EP, EPR, ETE, EH	ETE, EH
No	Preguntas de respuesta única	Encuestas																	
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
10	¿Aparte de la información brindada en la clase de matemáticas realiza investigaciones respecto al tema para reforzar sus conocimientos?	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	N	N	S	S	S	S	N	N
11	¿Realiza usted despejes de la ecuación para calcular la medida de cualquiera de los lados del triángulo rectángulo a través del teorema de Pitágoras?	S	S	S	S	S	N	N	S	S	S	S	S	S	N	N	S	S	S

Códigos para respuestas de selección múltiple

Cód.	Significado de códigos
PEP	Presenta ejercicios previos al contenido a desarrollar
MRE	Motiva a los estudiantes a resolver los ejercicios
PIS	Presenta ideas de solución de los ejercicios
ASE	A través de la solución de ejercicios llega al concepto
CA	Realiza la solución de ejercicios aplicando el concepto asimilado
CE	Expresa características esenciales del concepto
IC	Identificar el concepto
RC	Realización del concepto
AC	Aplicar el concepto

MF	Muy fácil
F	Fácil
D	Difícil
MD	Muy difícil
LD	La definición
LP	Las propiedades
RE	A resolver ejercicios
M	Memorizando
MRE	Mediante la resolución de ejercicios
OTR	El teorema de Pitágoras solo opera en triángulos rectángulos
FAR	Se llaman catetos a los lados que forman el ángulos rectos
LOAR	Se llama hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto
C	$c^2 = a^2 + b^2$
I	$c^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$
I	$c^2 = a^2 + b^2$
DPT	Deportes: altura de la canasta, dimensiones de una mesa de ping-pong, canchas o pistas
CT	Construcción: (tejados, rampas)
N	Náutica: posición de la embarcación (triangulación)
E	Entorno; distancia entre lugares
EC	En el cono
EP	En la pirámide
EPR	En el prisma rectangular
ETE	En el triángulo equilátero
EH	En el hexágono

Códigos para las respuestas únicas

Cód.	significado de códigos
S	Si
N	No

Anexo 4: Tablas de resultados numéricos de encuesta aplicada a estudiantes de 9no grado del Colegio Público Molino Sur.

Anexo 4.1.

No	Preguntas de respuesta múltiples	Total	TOTALES CODIGOS						PORCENTAJES % CODIGOS					
			PEP	MRE	PIS	ASE	CA	CE	PEP	MRE	PIS	ASE	CA	CE
1	¿Cuáles de las siguientes acciones realiza el docente durante la clase?	18	13	3	11	7	6	5	72%	17%	61%	39%	33%	28%

Cód.	Significado de códigos
PEP	Presenta ejercicios previos al contenido a desarrollar
MRE	Motiva a los estudiantes a resolver los ejercicios
PIS	Presenta ideas de solución de los ejercicios
ASE	A través de la solución de ejercicios llega al concepto
CA	Realiza la solución de ejercicios aplicando el concepto asimilado
CE	Expresa características esenciales del concepto

Anexo 4.2

No	Preguntas de respuesta múltiples	Total	TOTALES CODIGOS			PORCENTAJES % CODIGOS		
			IC	RC	AC	%IC	%RC	%AC
2	¿Qué acciones realiza usted durante la clase para elaborar conceptos matemáticos?	18	12	9	12	67%	50%	67%

Cód.	Significado de códigos
IC	Identificar el concepto
RC	Realización del concepto
AC	Aplicar el concepto

Anexo 4.3

No	Preguntas de respuesta múltiples	Total	TOTALES CODIGOS				PORCENTAJES % CODIGOS			
			MF	F	D	MD	%MF	%F	%D	%MD
3	¿A qué nivel considera usted que se resuelven tareas durante la clase?	18	5	7	6	6	28%	39%	33%	33%

Cód.	Significado de códigos
MF	Muy fácil
F	Fácil
D	Difícil
MD	Muy difícil

Anexo 4.4

No	Preguntas de respuesta múltiples	Total	TOTALES CODIGOS			PORCENTAJES % CODIGOS		
			LD	LP	RE	%LD	%LP	%RE
4	¿Qué ha aprendido en estos últimos días en la clase de matemáticas respecto al teorema de Pitágoras?	18	6	3	13	33%	17%	72%

Cód.	Significado de códigos
LD	La definición
LP	Las propiedades
RE	A resolver ejercicios

Anexo 4.5

No	Preguntas de respuesta múltiples	Total	TOTALES CODIGOS		PORCENTAJES % CODIGOS	
			M	MRE	%M	%MRE
5	¿Cómo elabora usted los conceptos matemáticos?	18	9	11	50%	61%

Cód.	Significado de códigos
M	Memorizando
MRE	Mediante la resolución de ejercicios

Anexo 4.6

No	Preguntas de respuesta múltiples	Total	TOTALES CODIGOS			PORCENTAJES % CODIGOS		
			OTR	FAR	LOAR	% OTR	% FAR	% LOAR
6	¿Cuáles de las siguientes propiedades del teorema de Pitágoras conoce usted?	18	14	9	10	78%	50%	56%

Cód.	Significado de códigos
OTR	El teorema de Pitágoras solo opera en triángulos rectángulos
FAR	Se llaman catetos a los lados que forman el ángulos rectos
LOAR	Se llama hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto

Anexo 4.7

No	Preguntas de respuesta múltiples	Total	TOTALES CODIGOS		PORCENTAJES % CODIGOS	
			C	I	% C	% I
7	La definición del teorema de Pitágoras a través de su fórmula es:	18	12	7	67%	33%

Cód.

C.
I
I

Significado de códigos

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Anexo 4.8

No	Preguntas de respuesta múltiples	Total	TOTALES CODIGOS				PORCENTAJES % CODIGOS			
			DPT	CT	N	E	% DPT	% CT	%N	%E
8	¿En cuáles de las siguientes situaciones se puede aplicar el teorema de Pitágoras?	18	10	9	7	6	56%	50%	39%	33%

Cód.

DPT
CT
N
E

Significado de códigos

Deportes: altura de la canasta, dimensiones de una mesa de ping-pong, canchas o pistas
Construcción: (tejados, rampas)
Náutica: posición de la embarcación (triangulación)
Entorno; distancia entre lugares

Anexo 4.9

No	Preguntas de respuesta múltiples	Total	TOTALES CODIGOS					PORCENTAJES % CODIGOS				
			EC	EP	EPR	ETE	EH	%EC	%EP	%EPR	%ETE	%EH
9	¿En que figura geométrica cree usted que se puede aplicar el teorema de Pitágoras?	18	5	8	7	11	9	28%	44%	39%	61%	50%

Cód.

EC
EP
EPR
ETE
EH

Significado de códigos

En el cono
En la pirámide
En prisma rectangular
En triángulo equilátero
En hexágono

Anexo 4.10

No	Preguntas de respuesta única	Total	TOTALES CODIGOS		PORCENTAJES % CODIGOS	
			S	N	%S	%N
10	¿Aparte de la información brindada en la clase de matemáticas realiza investigaciones respecto al tema para reforzar sus conocimientos?	18	14	4	78%	22%

Cód.

S

N

Significado de códigos

Si

No

Anexo 4.11

No	Preguntas de respuesta única	Total	TOTALES CODIGOS		PORCENTAJES % CODIGOS	
			S	N	%S	%N
11	¿Realiza usted despejes de la ecuación para calcular la medida de cualquiera de los lados del triángulo rectángulo a través del teorema de Pitágoras?	18	14	4	78%	22%

Cód.

S

N

Significado de códigos

Si

No

Anexo 5: Resultados de la guía de observación

Aspectos a observar	Visita 1		Visita 2	
	Si	No	Si	No
1. Los estudiantes desarrollan los conceptos de: 1.1. Conjuntivos 1.2. Disyuntivos. 1.3. De relaciones	X		X	
	X		X	
			X	
2. En el desarrollo de la clase se cumplen las siguientes características: 2.1. Generan hipótesis 2.2. Comprueban hipótesis 2.3. Se hacen generalizaciones de las mismas.	X		X	
	X		X	
3. ¿Durante el desarrollo de la clase se parte de la definición del concepto y mediante el análisis de ejemplo se descubre la extensión y el contenido de los mismos?		X	X	
4. ¿En el desarrollo de la clase se parte de ejemplos y el concepto se desarrolla por medio de descripciones, explicaciones hasta llegar a la definición?	X			X
5. Presenta ejercicios previos al contenido a desarrollar.	X			X
6. Motiva a los estudiantes a resolver los ejercicios	X		X	
7. presenta ideas de solución de los ejercicios	X		X	
8. A través de la solución de ejercicios se llega al concepto.	X			X
9. Realiza la solución de ejercicios aplicando el concepto asimilado.	X		X	
10. Expresa características esenciales del concepto.		X		X
11. Se realizan comparaciones es decir se comparan las características de los objetos para determinar sus similitudes y diferencias.	X			X
12. Se definen los conceptos fundamentales		X		X
13. Los alumnos dominan la práctica y teóricamente la operación de agrupar objetos sobre la base de sus semejanzas y diferencias.	X		X	
14. Representan argumentos que contribuyen a dar un punto de partida para la demostración.	X		X	

15. ¿De acuerdo a las actividades y a las cualidades desarrolladas en el salón de clase que modelo de elaboración de concepto prevalece en noveno grado?	X		X	
15.1. Modelo receptivo.			X	
15.2. Modelo de selección.				
15.3. Modelo con material no organizado.				
16. ¿los estudiantes hacen uso de la estructura del pensamiento lógico al momento de elaborar sus propios conceptos?				
16.1. El concepto.	X		X	
16.2. El juicio.	X		X	
16.3. El razonamiento.				
17. Se siguen algunos procedimientos como pautas o premisas para llegar al objeto previsto.	X		X	
17.1. Lenguaje	X			
17.2. Lógica			X	
17.3. Pensamiento abstracto				
18. Se buscan diferentes perspectivas para encontrar la solución sin límite explorando y abriendo caminos frecuentemente hacia lo objetivo.	X		X	
19. ¿En el momento en que el docente plantea el problema principal del contenido a desarrollar, cual es la actitud de los estudiantes?	X		X	
19.1. Positiva.				
19.2. Negativa.				
20. ¿Durante la clase es notable el aprendizaje adquirido por los estudiantes en el desarrollo del contenido?	X		X	
21. ¿Qué sucede en el desarrollo del contenido en el momento de presentar conceptos lo crean los estudiantes con el docente o simplemente este se escribe en la pizarra?				
21.1 Crean el concepto.				
21.2. Se escribe en la pizarra				
21.3. Se dicta a los estudiantes	X		X	
22. ¿Los estudiantes exponen sus dudas al docente durante la clase cuando estos no comprenden lo realizado?	X		X	

23. ¿El estudiante muestra motivación por aprender?	X		X	
24. ¿El estudiante sabe identificar los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo?	X		X	
25. ¿se nota significativo en los estudiantes el estudio del teorema de Pitágoras luego que el docente explico el contenido?	X		X	
26. ¿Cómo desarrollan los estudiantes la solución de situaciones en diferentes contextos aplicando el teorema de Pitágoras?	X			
26.1. Parten de la definición para luego resolver.			X	
26.2. Solo hacen uso de las ecuaciones.				

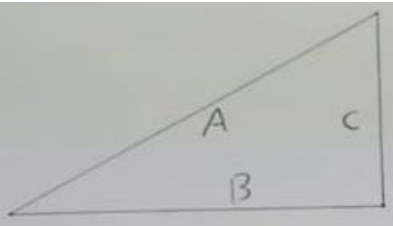


Anexo 6: Resultados de la entrevista

N0.	Preguntas	Respuestas
	¿Qué significa para usted un concepto matemático?	Son aquellas descripciones mentales que relacionan símbolos, procesos y operaciones para el entendimiento de una situación.
2	¿Qué es para usted el proceso de elaboración de conceptos en Matemática?	Una serie de pasos que ayuden a la apropiación de una idea o procedimiento
3	¿Cómo hace usted para desarrollar un concepto matemático en sus estudiantes?	Planteo una situación donde se motivan a que el estudiante busque una estrategia de solución, luego brindo una alternativa eficiente para proceder a resolver y se concluye con una visión retrospectiva para proponer situaciones nuevas, donde se practica repetidamente el procesamiento de solución.
4	¿Qué importancia le atribuye usted que el estudiante cree sus propias deducciones en el proceso de elaboración de conceptos?	Es necesario motivarlo a desarrollar su ingenio para resolver situaciones nuevas y diversas, y considero necesario dar el espacio para la generación de ideas y después guiarlo usando sus propias propuestas
5	¿Qué procedimientos realiza usted en la clase para elaborar un concepto matemático?	Realizo algunos procedimientos como: <ul style="list-style-type: none"> -Planteamiento de un problema -Búsqueda de soluciones -Aplicación de una estrategia -Revisión de resultados -Ejercitación
6	¿Qué pautas presenta durante la clase para que los estudiantes logren formar un concepto matemático?	Presento algunas pautas como: <ul style="list-style-type: none"> -Exploración de conceptos previos -Función del nuevo concepto -Interpretación teórica del concepto -Aplicación y ejercitación

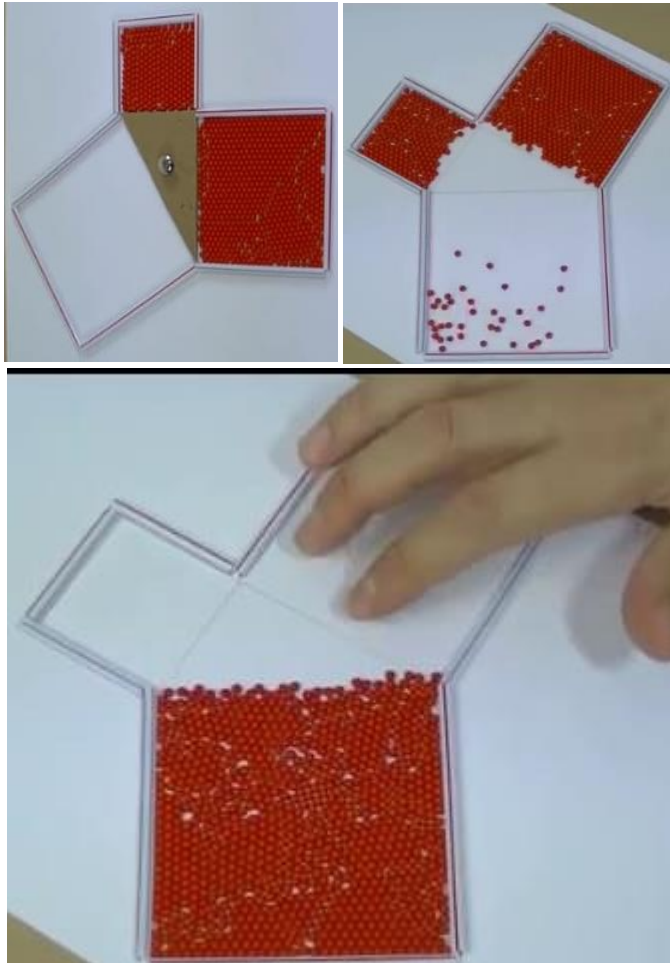
		-Análisis de factores que pueden afectar su aprendizaje
7	¿Qué entiende por pensamiento lógico matemático?	Es la capacidad de comprender términos numéricos, conceptos abstractos y relaciones basadas en la lógica para luego deducir conclusiones.
8	¿Cómo ha notado usted que se desarrolla el pensamiento lógico matemático en el aula de clase con sus estudiantes?	No siempre se alcanza el objetivo que se pretende alcanzar, es la parte más compleja de desarrollar en los estudiantes.
9	¿Qué importancia considera usted que tiene el pensamiento lógico matemático?	Es fundamental para el desarrollo de muchos aspectos personales, desarrolla el pensamiento, la capacidad de resolver problemas en diferentes ámbitos de la vida, fomenta la capacidad de razonar.
10	¿De qué manera cree usted que los estudiantes obtengan un mejor aprendizaje en clase?	Con la experimentación de novedosas estrategias didácticas para fomentar la motivación hacia el aprendizaje.
11	¿Qué espera usted de sus estudiantes al crearles sus conocimientos a través de las demostraciones y explicaciones realizadas en la clase?	Que tengan la capacidad de aplicarlas a diferentes situaciones que se le presenten.
12	¿Cómo considera usted que algunos estudiantes para resolver ejercicios prácticos se aprendan los conceptos y	Con la repetición continua de los enunciados al momento de resolver o aplicar determino teorema o demostración.

	definiciones textualmente?	
13	¿Cómo cree usted que los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo relacionado con su entorno?	Para alcanzar un aprendizaje significativo primero es necesario presentar situaciones en las que el conocimiento sea útil, después ejercitar procedimientos de solución y durante desarrollo de nuevos contenidos procurar usar ese conocimiento adquirido para que no se olvide.
14	¿Cómo considera que es el dominio de la definición del teorema de Pitágoras en los estudiantes?	Satisfactorio, porque al realizar pruebas demostraron su correcta aplicación, aunque se debe mejorar la interpretación de problemas

Anexo 7: Ejemplos de secuencias didácticas

Ejemplo de aplicación del teorema de Pitágoras	Elaboración del concepto del teorema de Pitágoras
<p>Estimado estudiante para resolver el siguiente problema primero debe realizar la siguiente practica:</p> <ul style="list-style-type: none">• Dibuje un triángulo rectángulo $\triangle ABC$ con medidas de 9cm y 12cm en los catetos que forma el ángulo de 90° como se muestra en la figura.  <p>Forma un cuadrado en cada lado del triángulo con sus medidas correspondientes como la figura.</p>  <ul style="list-style-type: none">• Utilizando pajillas crear la figura que se formó en el paso anterior. Véase el siguiente ejemplo: 	<ul style="list-style-type: none">✓ Primeramente, el estudiante debe realizar la práctica.✓ Se le presentan consideraciones y ejercicios preparatorios (como el experimento presentado), para que el estudiante cree el concepto del teorema de Pitágoras, haciéndose uso de la primera fase para la elaboración de conceptos en Matemática.

- Ahora colocarlo en una superficie plana como una mesa o cartulina y llenar el cuadrado pequeño y mediano utilizando pelotitas pequeñas o granos de arroz. Puedes crear el triángulo con cartón para colocarlo en el centro y sostener las pelotitas.



A través de lo observado forma un enunciado que explique lo sucedido. Recuerda que la fórmula para encontrar el área de un cuadrado es l^2 , por ejemplo el área del cuadrado de lado A es A^2 .

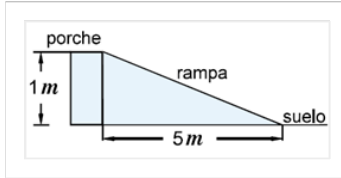
De acuerdo con los posibles resultados obtenidos, ahora puedes resolver el problema siguiente:

1. Roberto quiere construir una rampa que ascienda del suelo al porche de la entrada de su casa. El porche está a 1 metro sobre el suelo, y debido a regulaciones de construcción, la rampa debe empezar a 5 metros de distancia del porche.

- ✓ Posteriormente a través del experimento usando su razonamiento deberá llegar a la conclusión de que “si sumamos el área de los cuadrados construidos en los catetos de un triángulo será igual área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.”
- ✓ Aquí el estudiante forma la definición del teorema de Pitágoras poniendo en práctica la segunda fase de la elaboración de concepto.
- ✓ También a través de las pistas brindadas podría realizar la formulación del proceso como $A^2 + B^2 = C^2$
- ✓ Ahora con los conocimientos obtenidos procede con la solución del problema, haciendo uso de la tercera fase de la elaboración de conceptos para lograr asimilar correctamente la definición del teorema por medio de ejercitaciones como es el caso de aplicar el teorema de Pitágoras a una situación práctica.

¿Qué tan larga debe ser la rampa?

Figura No. 4



Fuente: Garcia , Caballero y Gonzales (2019)

Solución:

1. Se presenta la situación planteada con el triángulo rectángulo de la derecha.

Se aplica el teorema de Pitágoras, para calcular la medida del lado que no se conoce, que es la hipotenusa:

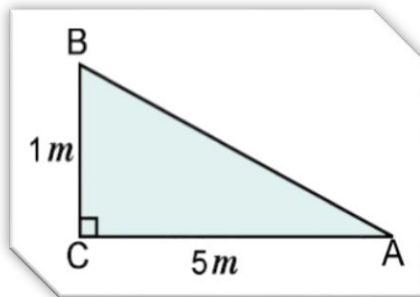
Figura No.5

$$C^2 = A^2 + B^2$$

$$C^2 = 1^2 + 5^2$$

$$C^2 = 1 + 25$$

$$C^2 = 26$$



Fuente: Garcia et al.(2019).

Como la distancia es positiva, entonces $C > 0$,

$$C = \sqrt{26}$$

Por tanto, la rampa tiene $\sqrt{26} \text{ m}$ de largo.

- ✓ Para iniciar el estudiante lee y analiza el problema (como puede notarse es un problema relacionado a la vida cotidiana, lo cual hace que sea más interesante para el estudiante).
- ✓ De acuerdo con los aprendizajes obtenidos, el realiza una observación en la figura mostrada para buscar la manera de resolverlo.
- ✓ Para una mejor comprensión el estudiante realiza una modificación de la figura en la cual forma nuevamente el triángulo con sus medidas correspondientes, nombrando los vértices del mismo como en el ejemplo presentado.
- ✓ Luego de esto el estudiante debe proceder a aplicar el concepto que maneja según lo aprendido en la práctica, sobre la definición del teorema de Pitágoras, expresándolo como una fórmula, a como se ve en el ejemplo de la izquierda.
- ✓ Posterior a esto ya el estudiante procede a sustituir los valores y encontrar la medida del segmento buscado.
- ✓ Finalmente, el estudiante procede a argumentar su respuesta, generalizando y profundizando las mismas, aplicando la cuarta fase para la elaboración de conceptos.