



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
NICARAGUA,  
MANAGUA  
UNAN - MANAGUA

**FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA**

**FAREM MATAGALPA**

**SEMINARIO DE GRADUACIÓN**

**Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en  
Matemática**

**Tema**

**Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando método de Polya,  
décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.**

**Subtema**

**Resolución de problemas en Área y Volumen del prisma, aplicando el Método de  
Polya, décimo grado, turno vespertino, Colegio público Miguel Larreynaga,  
Matagalpa, segundo semestre 2017.**

**Autores**

**Jackssen Dayana Montenegro Mendoza  
Darling de los Ángeles Chavarría Vargas**

**Tutora**

**MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle.**

**Enero, 2018**





UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
NICARAGUA,  
MANAGUA  
UNAN - MANAGUA

**FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA**

**FAREM MATAGALPA**

**SEMINARIO DE GRADUACIÓN**

**Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en  
Matemática**

**Tema**

**Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando método de Polya,  
décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.**

**Subtema**

**Resolución de problemas en Área y Volumen del prisma, aplicando el Método de  
Polya, décimo grado, turno vespertino, Colegio público Miguel Larreynaga,  
Matagalpa, segundo semestre 2017.**

**Autores**

**Jackssen Dayana Montenegro Mendoza  
Darling de los Ángeles Chavarría Vargas**

**Tutora**

**MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle.**

**Enero, 2018**

### **Tema**

**Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando método de Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.**

### **Subtema**

**Resolución de problemas en Área y Volumen del prisma, aplicando el Método de Polya, décimo grado, turno vespertino, Colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.**

## Índice

|   |     |
|---|-----|
| Agradecimiento.....   | i   |
| Carta Aval.....   | ii  |
| Resumen .....   | iii |
| I. Introducción .....   | 1   |
| II. Justificación .....   | 5   |
| III. Objetivos.....   | 6   |
| IV. Desarrollo del subtema .....  | 7   |
| 4.1 Resolución de problemas .....                                       | 7   |
| 4.1.1 Concepto de ejercicio matemático .....                            | 10  |
| 4.1.2 Concepto de problema matemático .....                             | 11  |
| 4.1.3 Diferencia entre problema matemático y ejercicio matemático ..... | 12  |
| 4.1.4 Concepto de resolución de problema matemático .....               | 13  |
| 4.1.5 Características de un problema matemático.....                    | 14  |
| 4.1.6 Clasificación de los problemas matemáticos .....                  | 16  |
| 4.1.6.1 Problemas de traducción simple o compleja .....                 | 17  |
| 4.1.6.2 Problemas de proceso .....                                      | 17  |
| 4.1.6.3 Problemas sobre situaciones reales .....                        | 18  |
| 4.1.6.4 Problemas de investigación matemática.....                      | 18  |
| 4.1.6.5 Problemas mal condicionados .....                               | 19  |
| 4.1.7 Importancia de resolver problemas matemáticos.....                | 22  |
| 4.1.7 Modelos de resolución de problemas .....                          | 25  |
| 4.1.8.1 Modelo de resolución de problemas de Wallas .....               | 25  |
| 4.1.8.2 Modelos de resolución de problemas de Miguel de Guzmán .....    | 26  |
| 4.1.8.3 Modelos de resolución de problemas de Allan Schoenfeld.....     | 27  |
| 4.2 Método de Polya para resolver problemas Matemáticos.....            | 29  |
| 4.2.1 Reseña biográfica de George Polya .....                           | 31  |
| 4.2.2 Concepto del método de Polya .....                                | 32  |
| 4.2.3 Propósito del método de Polya .....                               | 32  |
| 4.2.4 Pasos del método de Polya .....                                   | 33  |
| 4.2.4.1 Comprender el problema.....                                     | 33  |

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 4.2.4.2 | Concepción del plan .....  | 33 |
| 4.2.4.3 | Ejecución del plan .....   | 34 |
| 4.2.4.4 | Examinar la respuesta.....   | 34 |
| 4.2.5   | Importancia de la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas .....             | 36 |
| 4.3.    | Área y volumen del prisma .....  | 39 |
| 4.3.1   | Definición del prisma.....   | 39 |
| 4.3.2   | Elementos del prisma.....  | 39 |
| 4.3.3   | Clasificación del prisma .....   | 41 |
| 4.3.3.1 | Prisma recto.....  | 41 |
| 4.3.3.2 | Prisma oblicuo .....   | 41 |
| 4.3.3.3 | Tipos de prismas rectos.....   | 42 |
| 4.3.4   | Área del prisma .....  | 43 |
| 4.3.4.1 | Área lateral del prisma .....  | 43 |
| 4.3.4.2 | Área total del prisma recto .....  | 44 |
| 4.3.5   | Volumen del prisma .....   | 44 |
| V.      | Propuesta metodológica para mejorar le resolución de problemas aplicando el método de Polya..... | 45 |
| VI.     | Conclusiones.....  | 87 |
| VII.    | Bibliografía .....   | 88 |
| VIII.   | Anexos   |    |
|         | Anexo 1: operacionalización de variables   |    |
|         | Anexo 2: Encuesta  |    |
|         | Anexo 3: Guía de observación   |    |
|         | Anexo 5: Entrevista  |    |
|         | Anexo 5: Parrilla de resultados  |    |
|         | Anexo 6: Resultados de la entrevista   |    |
|         | Anexo 7: Resultados de la entrevista   |    |

## **Agradecimiento**

A Dios, primeramente, por darnos salud, sabiduría, tolerancia y fuerzas para lograr alcanzar nuestra meta.

A nuestros padres, por darnos siempre su apoyo incondicional, tanto económico como espiritualmente, por animarnos a seguir adelante con nuestros estudios y no dejarnos caer.

A nuestros docentes, por darnos el pan de la enseñanza, por tenernos paciencia al momento de enseñarnos los nuevos conocimientos y por brindarnos también su apoyo incondicional.

A nuestra tutora MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle, por acompañarnos en este largo proceso investigativo y estar dispuesta a escuchar nuestras inquietudes y ayudarnos en lo posible.

A las personas que nos ayudaron a realizar este trabajo, como los estudiantes del décimo grado, turno vespertino del colegio Miguel Larreynaga y el docente de matemática que los atiende, así como el director de dicho centro que nos dio la autorización de aplicar los instrumentos en este colegio.

## **Carta Aval**

Por este medio avalo la entrega para su debida defensa ante el tribunal examinador del informe final del seminario de graduación para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Matemática, que lleva por nombre:

**Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando Método de Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.**

### **Subtema**

**Resolución de problemas en Área y Volumen del prisma, aplicando el Método de Polya, décimo grado, turno vespertino, Colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.**

### **Autoras**

**Jackssen Dayana Montenegro Mendoza. N° Carné: 13063591**

**Darling de los Ángeles Chavarría Vargas. N° Carné: 13064317**

Considero que el informe final reúne los requisitos básicos establecidos en el Reglamento de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-Managua, se ha cumplido con la metodología propuesta para desarrollar el seminario, así mismo la estructura obedece a lo contemplado en la normativa de la Universidad.

MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle

Tutora

UNAN Managua, FAREM Matagalpa



## Resumen

Este trabajo investigativo tiene como tema general Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando método de Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017 y como tema delimitado Resolución de problemas en Área y Volumen del prisma, aplicando el Método de Polya, décimo grado, turno vespertino, Colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017. El principal propósito fue analizar la resolución de problemas en área y volumen del prisma aplicando el método de Polya, décimo grado, turno vespertino, colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.

Dicha problemática tiene mucha importancia, pues los docentes no resuelven problemas en el contenido Geometría de sólidos, lo cual afecta a los estudiantes, pues mediante la resolución de problemas, éstos adquieren un mejor análisis y reflexión, así como un mejor razonamiento lógico, también al resolver un problema Matemático los estudiantes demuestran sus habilidades y destrezas, por lo cual era necesario investigar este problema.

Mediante las encuestas aplicadas y las observaciones realizadas, se logró determinar los tipos de problemas que el docente aplica en el aula de clase, así como la manera en que el docente los resuelve, se determinó también que el docente no implementa el método de Polya en la resolución de problemas, se observó que solo utiliza un paso de este método, lo cual no es correcto para los estudiantes, ya que estos requieren de un guía para comprender y resolver los problemas planteados en clase y poder resolver cualquier problema que se les presente en la vida cotidiana.

## I. Introducción

De acuerdo a la complejidad y la dificultad que presentan los estudiantes en el análisis de problemas, en la Geometría de sólidos, y siendo que esta requiere de mucha atención por parte de los docentes, era necesario investigar esta situación, donde proponemos un método como estrategia para ayudar en la resolución de problemas de área y volumen del prisma.

La presente investigación se basó en el tema resolución de problemas en Geometría de sólidos, aplicando el método de Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017, teniendo como subtema la resolución de problemas en área y volumen del prisma, aplicando el método de Polya, décimo grado, turno vespertino, colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.

Regularmente se deduce que estudiantes del décimo grado de secundaria presentan dificultades en la resolución de diversos problemas con respecto al cálculo de área y volumen del prisma. Esto es realmente preocupante porque en este contenido se pretende alcanzar el indicador de logro que es básicamente la resolución de problemas.

Según el programa de décimo grado de educación secundaria, esta unidad debe ser abordada al final del año escolar, es por tal razón que puede tener muchas complicaciones con respecto al progreso que se debe alcanzar para lograr el desarrollo en la enseñanza-aprendizaje, el cual posiblemente ocurra por diversas razones: poco conocimiento sobre aspectos de Geometría, falta de uso de bibliografía tanto en estudiantes como en docentes, poco interés por parte de los estudiantes por el tema del prisma y a la vez timidez hacia los maestros al hacer preguntas de aclaración del tema que se desarrolla en ese momento.

Si no se le da tratamiento a esta problemática educacional traerá consigo muchas consecuencias en el ámbito educativo y laboral, por lo que sería excelente utilizar algún

método adecuado en la resolución de problemas en área y volumen del prisma y así obtener resultados satisfactorios.

Con el fin de recopilar información de esta temática se consultó diversa bibliografía; documentos digitales, diccionarios, libros de texto, encontrando también seminarios de graduación tales como el de Granados y Laguna (2014), cuyo tema delimitado era modelos de resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas, noveno grado, Colegio Waswali Abajo, Matagalpa, segundo semestre 2013, donde su propósito era “Analizar los modelos de resolución de problemas aplicados durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, noveno grado, Colegio Waswali Abajo municipio de Matagalpa, segundo semestre 2013.

Así mismo Escalante (2015), en su tesis de grado, cuyo tema era “Método de Polya en la resolución de problemas Matemáticos” donde su propósito era determinar los procesos que aplica el método de Polya en la resolución de problemas Matemáticos en los estudios de quinto grado primaria de la Escuela Oficial Rural Mixta “Bruno Emilio Villatoro” del municipio de la Democracia, departamento de Huehuetenango, Guatemala C.A.

En este proceso de investigación se indagó la caracterización de los problemas que se están resolviendo, relacionados al área y volumen del prisma, se describió el proceso de resolución de problemas de este contenido y se determinó la implementación del método de Polya en la resolución del tema antes mencionado. Todo esto con el propósito de observar la resolución de problemas del tema en investigación y la forma de resolverlos.

La investigación es de enfoque cuantitativo ya que llevó un proceso lineal durante su desarrollo y a la vez porque se procesó estadísticamente la información recolectada a través de diferentes técnicas de recolección de datos, lo cual nos permitió evaluar las variables en estudio. El tipo de investigación es descriptivo ya que se describió como se da la resolución de problemas en área y volumen del prisma en décimo grado aplicando

método de Polya, además porque se analizó la información obtenida por parte del docente y el estudiante implementando la estadística descriptiva.

El diseño de investigación es no experimental de tipo transversal, ya que no se manipularon las variables en estudio y éste se encontraba delimitado en un tiempo establecido (segundo semestre del año 2017) para su análisis.

La población o universo de estudio estuvo conformada por 77 estudiantes de décimo grado, turno vespertino del Colegio Público Miguel Larreynaga, Matagalpa, el cual contenía tres secciones de décimo grado nombrados A, B y C. también forma parte de la población de estudio el docente de la asignatura de Matemática.

La muestra de los estudiantes que fueron parte de la investigación, para aplicar las encuestas diseñadas, fue calculada por la ecuación siguiente de (Sheaffer, Mendenhall y Ott, 1986):

$$n = \frac{N \cdot p \cdot q}{(N - 1) \cdot D + p \cdot q}$$

En este caso se obtuvo una muestra que corresponde a 52 estudiantes con un margen de error del 0.08 por ciento.

El tipo de muestreo con que se seleccionó la muestra es probabilístico sistemático, ya que todos tendrán la misma probabilidad de ser seleccionados para formar parte de la muestra y sistemático por que existirá un número fijo que nos ayudará a la selección de ésta.

El método que se utilizó es teórico a partir de la búsqueda de antecedentes, información científica y análisis propios, además tiene sus fundamentos en el método empírico ya que durante el proceso de recolección de información se utilizaron ciertos instrumentos tales como: entrevista, encuesta y guía de observación.

Los datos recolectados se tabularon en tablas estadísticas las cuales fueron elaboradas en SPSS y Microsoft Excel, que facilitó tanto el ordenamiento, procesamiento, presentación de datos como el análisis de resultados e interpretación de estos por medio de gráficas.

## II. Justificación

La presente investigación se basó en el tema de resolución de problemas en área y volumen del prisma aplicando el método de Polya, décimo grado, turno vespertino, colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.

El propósito de esta investigación es observar y analizar sí se aplica o no este método en el contenido antes mencionado durante el desarrollo de la clase y de qué manera se está aplicando dicho método para la resolución de problemas en la vida cotidiana.

Se debe valorar que el estudiante se ha acostumbrado a resolver solo ejercicios prácticos y no problemas de aplicación en la Geometría de sólidos, siendo preocupante ya que estos no desarrollan destrezas y habilidades que ayuden al análisis mental para resolver este tipo de problemas.

Probablemente los docentes no se interesen por implementar metodologías que ayuden al análisis y resolución de problemas de la unidad de Geometría de sólidos planificado en el programa de Matemática de décimo grado de educación secundaria del Ministerio de educación, es por tal razón que nos concierne inmediatamente el estudio de esta problemática.

De esta forma estaríamos ayudando al docente a tener conocimientos de cómo aplicar el método de Polya en la resolución de problemas de área y volumen del prisma. Así mismo ayudará al estudiante a mejorar su capacidad de análisis y por ende la resolución de problemas relacionados a área y volumen del prisma.

### **III. Objetivos**

#### **Objetivo general**

Analizar la resolución de problemas en Área y Volumen del Prisma, aplicando el método de Polya, décimo grado, turno vespertino, colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.

#### **Objetivos específicos**

1. Caracterizar los problemas que se están resolviendo, relacionados al Área y Volumen del Prisma, aplicando el método de Polya, décimo grado, turno vespertino, colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.
2. Describir el proceso de resolución de problemas en Área y Volumen del Prisma, aplicando el método de Polya, décimo grado, turno vespertino, colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017
3. Determinar la implementación del método de Polya en la resolución de Área y Volumen del Prisma, aplicando el método de Polya, décimo grado, turno vespertino, colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.
4. Proponer resolución de problemas, relacionados al cálculo de Área y Volumen del Prisma, aplicando el Método de Polya.

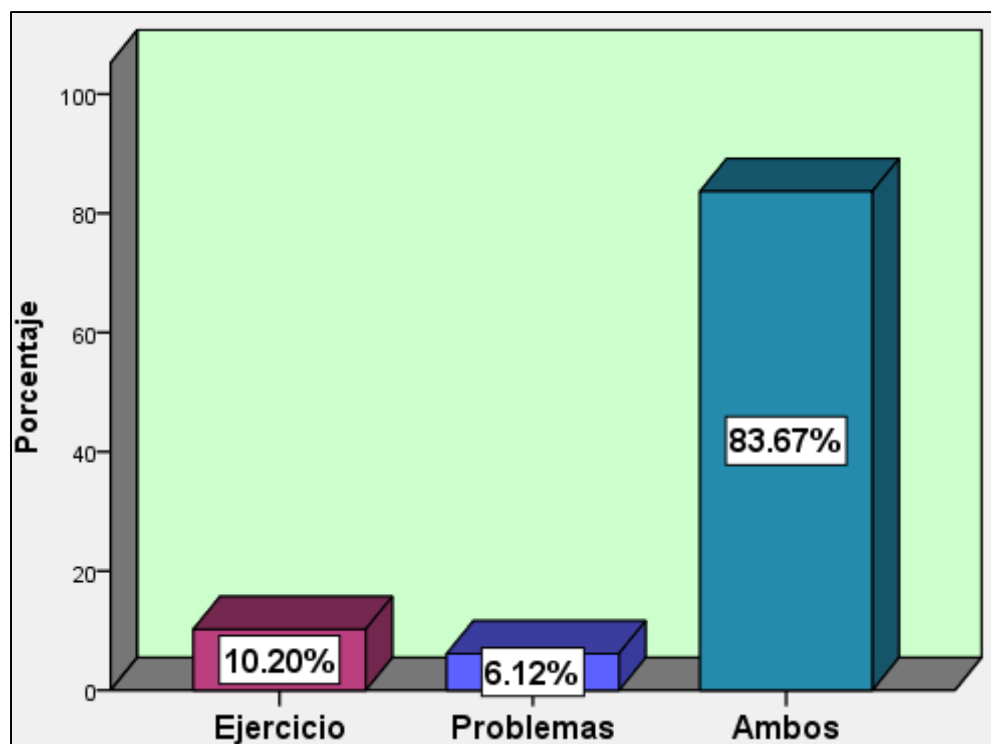
## IV. Desarrollo del subtema

### 4.1 Resolución de problemas

Schoenfeld (1985), citado por Bahamonde y Vicuña (2011), define la resolución de problemas como: “el uso de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuales los/las alumnas aprenden a pensar matemáticamente” (p.8).

El término “difícil” hace referencia a que es una situación en la que su solución no es inmediata, por lo cual el éxito depende de los conocimientos y habilidades previas que posea el estudiante.

*Gráfico 1. Actividades que realizan en el periodo de clase.*

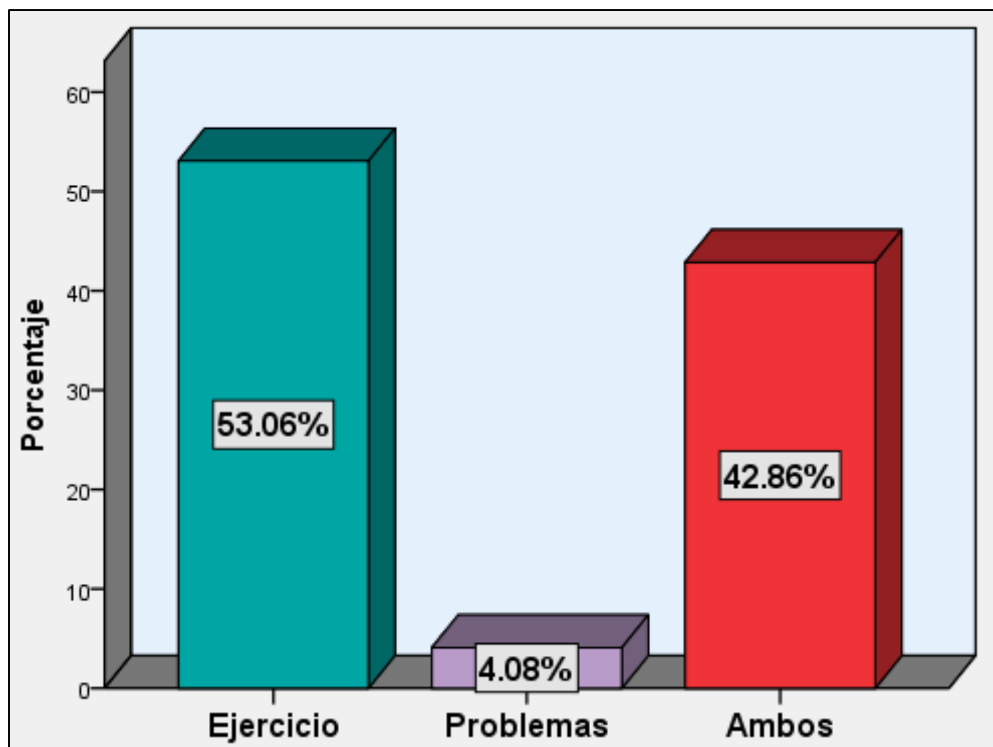


*Fuente: Resultados de la investigación.*



El 10.20% de los encuestados que representan 5 estudiantes resuelven ejercicios, un 6.12% equivalente a 3 de los estudiantes contestaron resolver solo problemas y un 83.67% que son 44 estudiantes dicen resolver ambos en el periodo de clase, se observó que el docente asigna ambos, tanto ejercicios como problemas matemáticos donde solo resuelve los ejercicios, en cambio los problemas después que los asigna no los resuelve en el aula de clases.

*Gráfico 2: Actividades que realiza en extra clase*



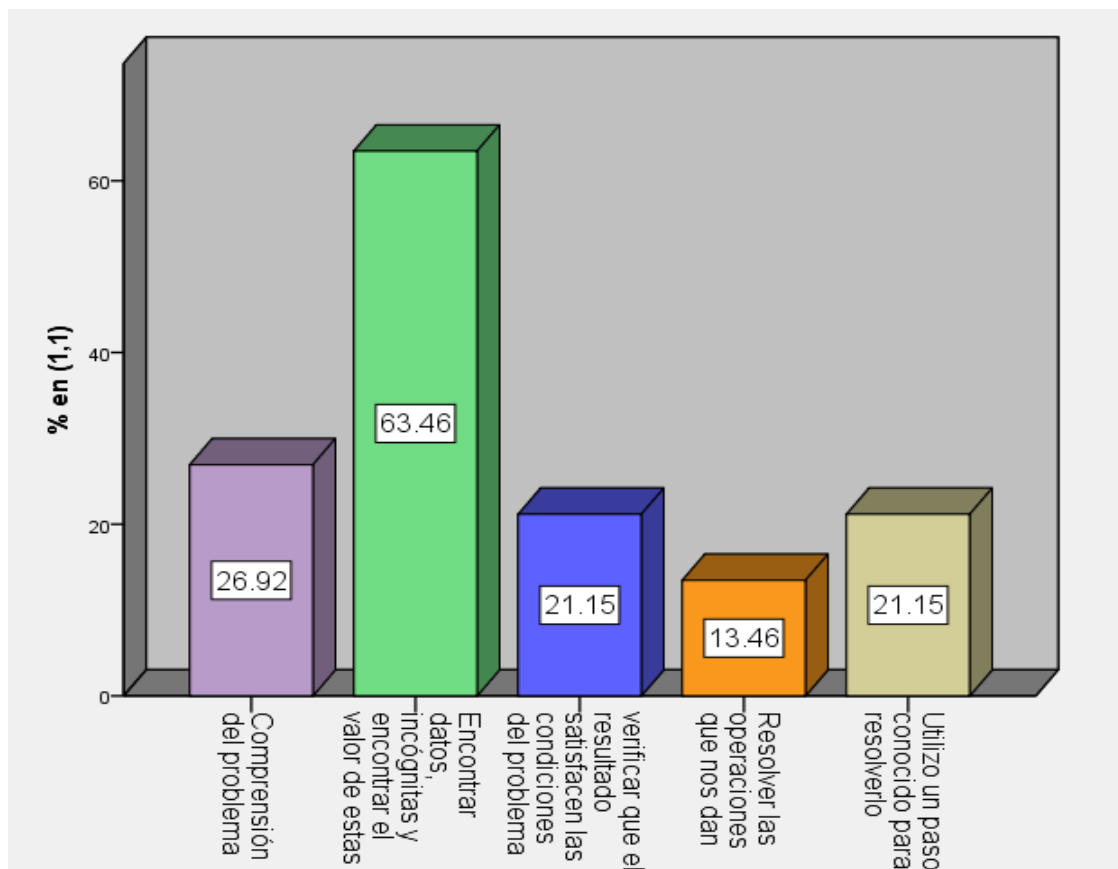
*Fuente: Resultados de la investigación*

En las encuestas aplicadas se notó que un 53.06% de los estudiantes que representan 28 de estos prefieren resolver ejercicios matemáticos, un 42.86% equivalente a 22 estudiantes prefieren resolver ambos y un 4.08% que son 2 de los estudiantes reflejó que les gusta resolver problemas, durante la observación de la clase, se determinó la dificultad que presentaron los estudiantes en la resolución de un problema que el

docente les planteó, no así al momento de resolver ejercicios del tema en estudio, pues se pudo observar que los ejercicios los resuelven de manera más sencilla, notándose así lo que refleja la gráfica anterior, se puede decir que esto pasa porque los estudiantes no están acostumbrados a resolver problemas sino, solo ejercicios, lo cual hace que ellos se sientan inseguros de sí mismos al momento que se les presenta un problema y no encuentran la manera de resolverlos.

Debido a esta situación lo correcto sería enseñarles a los estudiantes a no acostumbrarse a resolver solo ejercicios, ni solo problemas, pues lo ideal debe ser que ellos puedan resolver ambos sin ninguna dificultad y para lograr esto se debe implementar tanto en el aula de clase como en las extra clases la resolución de problemas matemáticos y la aplicación de ejercicios.

*Gráfico 3: Procedimientos que utiliza en la resolución de problemas*



*Fuente: Resultados de la investigación*

Un 26.92% que representa 14 de los estudiantes encuestados consideran que primero hay que comprender el problema, luego un 63.46% equivalente a 33 estudiantes afirman que hay que encontrar los datos e incógnitas, un 21.15% de los estudiantes igual a 11 de estos contestaron que hay que verificar que el resultado satisface las condiciones del problema y un 21.15% que lo conforman 11 estudiantes utiliza un paso conocido para resolverlo, como se puede apreciar en la gráfica anterior la mayoría de ellos saben qué pasos utilizar para resolver un problema matemático, ya que solo un 13% que equivale a 7 estudiantes, no acertó en los procedimientos que se deben utilizar en la resolución de problemas, aunque al momento que el docente les asignó un problema en el aula de clase sobre área y volumen del prisma los estudiantes no lograron resolverlo.

Se observó que estos estudiantes miran complicado resolver un tipo de problema de estos, en este caso el problema pedía encontrar el área y volumen de la sección donde ellos reciben clase, no pudiendo resolverlo ninguno de los estudiantes de las tres secciones que el docente atiende, debido a que los estudiantes no lograron resolver el problema que se les orientó, se puede concluir que no están acostumbrados a resolver problemas, quizá con el docente que tenían en años atrás no resolvían problemas o simplemente se les dificulta la resolución de estos.

Lo recomendable es que los estudiantes sean capaces de resolver cualquier tipo de problema matemático y esto se debe enseñar en el aula de clase, teniendo ellos conocimientos de los pasos para resolver un problema, como docentes debemos guiarlos para que puedan aplicar dichos pasos y puedan así resolver cada problema planteado.

#### **4.1.1 Concepto de ejercicio Matemático**

Según García (1998), da a conocer que “los ejercicios son herramientas útiles para que los alumnos automaticen grupos de rutinas y procedimientos, asimilen determinados algoritmos por la aplicación mecánica de los mismos o simplemente memoricen las

formalizaciones” (p. 159). Es decir que un ejercicio Matemático es cuando resolvemos una situación planteada de forma mecanizada, solo de aplicar las fórmulas que corresponden al contenido visto y llegar a la respuesta correcta.

#### **4.1.2 Concepto de problema Matemático**

De acuerdo con Alonso y Martínez (2003) citado por Fuentes (2008), Un problema es:

Una situación Matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones entre ellos; agrupados en dos componentes: condiciones y exigencias relativas a esos elementos; y que motiva en el resolutor la necesidad de dar respuesta a las exigencias o interrogantes, para lo cual deberá operar con las condiciones, en el marco de su base de conocimientos y experiencias. (p. 39)

Un problema es una situación descrita en la cual trata sobre una realidad que se presenta con características de estas, que luego serían los datos del problema y que posteriormente al relacionar estas características con la situación, podríamos encontrar el modo de darle solución, ya sea por métodos aritméticos o métodos algebraicos.

Según la Enciclopedia universal ilustrada (1958), comenta que:

Todo problema consta de enunciado, planteo, resolución, solución, discusión y comprobación o prueba. El enunciado indica las cantidades o relaciones que se buscan (incógnitas) y de las conocidas (datos) y sus relaciones, estas se establecen directamente o se suponen conocidas. El planteo traduce al lenguaje matemático las relaciones que determinan las incógnitas; la resolución permite determinarlas y las fórmulas finales que las determinan son la solución del problema (p. 153).

Un problema es una situación ordenada que inicia con el enunciado hasta llegar a la prueba para verificar la solución de este, donde encontramos datos desconocidos, que

es lo que queremos encontrar o saber y datos conocidos, los cuales nos ayudan a encontrarle solución a dicho problema.

#### 4.1.3 Diferencia entre problema Matemático y ejercicio Matemático

Según Gonzales (2009) citado por Guido y Laguna (2014), existen varias diferencias entre un ejercicio Matemático y problema Matemático (pp. 23-24).

Tabla1: Diferencia entre problema Matemático y ejercicio Matemático

|             | Problema  | Ejercicio   |
|-------------|---|---|
| Comprensión | No se sabe a primera vista como atacarlo y resolverlo; a veces ni siquiera se ve claro en que consiste el problema.   | Se entiende de inmediato en que consiste la cuestión y cuál es el medio para resolverlo.                      |
| Objetivos   | Es que el alumno busque, investigue, utilice la intuición, profundice en el conjunto de conocimientos y experiencias anteriores y elabore una estrategia de resolución. | Es que el alumno aplique de forma mecánica conocimientos y algoritmos ya adquiridos y fáciles de identificar. |
| Aplicación  | Están abiertos a posibles variantes y generalizaciones y a nuevos problemas.  | Son cuestiones cerradas.  |
| Motivación  | Supone una fuerte inversión de energías y de afectividad, a lo largo de la resolución, se   | No suele implicar la afectividad  |

|        |   |   |
|--------|---|---|
|        | suelen experimentar sentimientos de ansiedad, de confianza, de frustración, de entusiasmo, de alegría, etc. |   |
| Tiempo | Exige un tiempo que es imposible de prever de antemano.   | Exige poco tiempo y éste se puede prever de antemano. |
| Textos | Son escasos   | Abundan   |

*Fuente: Granados y Laguna (2014)*

Son muchas las diferencias entre un ejercicio Matemático y un problema Matemático, ya que para resolverlos intervienen factores que diferencian la resolución entre uno y el otro, entre estos, los más importantes: la comprensión, los objetivos, la aplicación, el tiempo y los textos que se pueden encontrar para resolver cada uno de ellos.

En la entrevista aplicada al docente menciono otras diferencias entre un ejercicio Matemático y un problema Matemático: *“en un ejercicio no hay preguntas que responder, están implícitas, un problema matemático si exige respuestas a preguntas, análisis y síntesis de un enunciado oracional.”*

#### **4.1.4 Concepto de resolución de problema Matemático**

Según Chavez y Quintanar (2015, p.333) sostiene que la resolución de problemas “es una cuestión práctica en la que deben determinarse ciertas cantidades desconocidas (incógnitas) al conocer sus relaciones con otras cantidades conocidas (datos)” Para resolver un problema hay que realizar las operaciones necesarias para encontrar el valor de las incógnitas. Para comprender un problema hay que cerciorarse de que los valores hallados para las incógnitas, una vez resuelto el problema, satisfacen las condiciones del mismo.

La resolución de problemas en un procedimiento que se lleva a cabo con el fin de llegar a la solución de un problema planteado, donde primeramente depende de la extracción de los datos e incógnitas a utilizar, para poder determinar así un plan que se pueda llevar a cabo para la resolución de este, ya sea por un método aritmético o algebraico.

Para el docente entrevistado resolver un problema Matemático es encontrar una incógnita o variable que se nos pide.

#### **4.1.5 Características de un problema Matemático**

Según Pardo (2004, pp. 175-181) comenta lo siguiente.

Desde no hace demasiados años parte de los miembros de la comunidad de Educadores de Matemáticas ha estado realizando investigaciones sobre «Resolución de problemas». Muchas de estas investigaciones pretendían conocer cómo actúa el alumno ante un problema, qué pautas sigue para resolverlo, qué tipo de estrategias utiliza, qué dificultades encuentra, etc. En particular, han sido investigadas las dificultades que plantean los problemas dependiendo de las características de los mismos.

Las características a las que el autor se refiere son:

- a) Formato externo.
- b) Número de operaciones.
- c) Indicaciones de resolución.
- d) Significado matemático.

- a) Formato externo

Hace referencia a:

- Tamaño del problema.
- Complejidad gramatical.
- Datos.
- Pregunta.

- Secuencia del enunciado.

- **Tamaño del problema**

Se refiere al número de frases del enunciado y el tamaño de las frases.

El tamaño del problema depende del número de enunciados que contiene éste, podemos encontrar problemas grandes que pueden contener hasta 40 enunciados oracionales y también podemos encontrar problemas pequeños de 20 enunciados oracionales.

- **Complejidad gramatical**

Se refiere a los significados de las palabras que aparecen en el enunciado y que hacen referencia al contexto del problema. A aquellas palabras que son decisivas para la elección de la operación, palabras clave, y no a las palabras nuevas para el alumno cuyo significado desconoce.

- **Datos**

Se refiere a la presentación de los datos. Estos pueden venir dados con dibujos, materiales concretos, símbolos numéricos, nombre de los números.

Dificultad creciente

- Dibujos. Material.
- Símbolos numéricos (cifras).
- Nombres de los números.

- **Pregunta**

Se refiere a la situación de la pregunta en el enunciado.

- Pregunta al final del enunciado.
- Pregunta en medio o al comienzo.



### ➤ **Secuenciación del enunciado**

Se refiere al orden de presentación de los datos, si se corresponden o no con el orden en que son utilizados para efectuar las operaciones que le llevan a la solución del problema.

#### b) Número de operaciones

Esta característica se refiere al número mínimo de operaciones que ha de realizar el resolutor.

Está claro que el problema se podrá resolver con más operaciones.

#### c) Indicaciones de resolución

Esta característica se refiere al hecho de que haya o no alguna indicación para empezar a resolver el problema.

#### d) Significado Matemático.

Esta característica hace referencia al sentido del texto, al significado global del texto, a la relación que se establece entre los datos. Hay situaciones o problemas que se resuelven con la misma expresión matemática.

En la entrevista aplicada al docente encontramos otras características que debe tener un problema Matemático “tener un sentido racional, que esté vinculado a problemas cotidianos y que su solución sea acorde a la unidad o tema estudiado.”

### **4.1.6 Clasificación de los problemas Matemáticos**

A continuación, se presentan algunos tipos de problemas más usados en el área de las Matemáticas donde cada uno de ellos se resuelve bajo diferentes condiciones.

De acuerdo con Nieto (1993) estos tipos de problemas son:

#### **4.1.6.1 Problemas de traducción simple o compleja**

Nieto (1993), comenta que:

Son problemas formulados en un contexto concreto y cuya resolución supone una traducción del enunciado, oral o escrito, a una expresión Matemática. En el enunciado del problema aparece toda la información necesaria para la resolución del mismo y suele, implícitamente, indicar la estrategia a seguir. Son los típicos problemas de los libros de texto en los que el método de solución se reduce a interpretar correctamente el problema, es decir, a elegir el algoritmo adecuado. Se quiere reforzar la comprensión de los conceptos Matemáticos y de las habilidades computacionales de los alumnos y conseguir que estos sean capaces de traducir situaciones del mundo real a expresiones matemáticas (p. 3).

En estos tipos de problemas se debe interpretar y analizar bien el enunciado para saber que algoritmo se utilizará para resolverlos, pues se debe crear del enunciado una expresión matemática que ayude a la resolución del problema.

#### **4.1.6.2 Problemas de proceso**

Nieto (1993), comenta que “Son problemas que se diferencian de los anteriores en que la forma de cálculo no aparece claramente delimitada, dándose la posibilidad de conjeturar varios caminos para encontrar la solución” (p. 4).

Este tipo de problema suele ser un poco más complicado que los anteriores, pues no se identifica con facilidad que algoritmo se utilizar para resolverlo, si no, que se deben buscar posibles algoritmos que creamos nos ayudarán a encontrar la solución al problema.

#### **4.1.6.3 Problemas sobre situaciones reales**

Nieto (1993), interpreta que:

Se trata de plantear actividades lo más cercanas posibles a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos. Aunque no sean típicamente matemáticos al considerar otros tipos de información, las Matemáticas juegan un papel preponderante para encontrar la solución. Es una herramienta que ayuda a organizar, sintetizar y representar los datos, dándole significado a las decisiones que se tomen (p. 5)

Nieto (1993), expresa que “Estos problemas dan oportunidad a la construcción de diagramas, a la realización de estimaciones, cálculo de las medidas, procesos de análisis y síntesis, pero sobre todo ayudan a comprender el significado de las Matemáticas y su relación con la realidad” (p. 5).

En este caso hay que considerar una serie de decisiones que no son puramente de contenido matemático. Así, la relación precio del proyecto y presupuesto escolar, referencias a la estética que puede condicionar la forma de las baldosas escogidas y por tanto el número, distintas posibilidades de colocación de acuerdo con algunos de los factores anteriores, etc.

Estos problemas son clásicos en Matemática, ya que casi siempre se emplean problemas Matemáticos relacionados a la vida real y es algo que el Ministerio de Educación pide se cumpla en los indicadores de logro del programa de Matemáticas.

#### **4.1.6.4 Problemas de investigación Matemática**

Nieto (1993), afirma que:

Son problemas directamente relacionados con contenidos Matemáticos, cuyas proposiciones pueden no contener ninguna estrategia para representarlos, y

sugieren la búsqueda de algún modelo para encontrar la solución. En estas actividades son usuales las expresiones como "Probar que. . ."; "Encontrar todos los. . ."; "Para qué. . . es. . .", etc. (p. 6).

Este tipo de problemas suele asociarse con actividades que implican conceptos difíciles y un alto conocimiento Matemático, lo que provoca que en los niveles de enseñanza elemental no aparezcan, causándoles un perjuicio a nuestros estudiantes.

Según Nieto (1993), establece que:

El contexto puede ser en términos de hipótesis de un teorema, a resolver alguna necesidad para algún hecho Matemático, o para producir una prueba, o algún texto particular. Los métodos de aproximación pueden ser variados, y suponen el uso de conceptos y propiedades Matemáticas que consolidan la formación de futuros Matemáticos (p. 6).

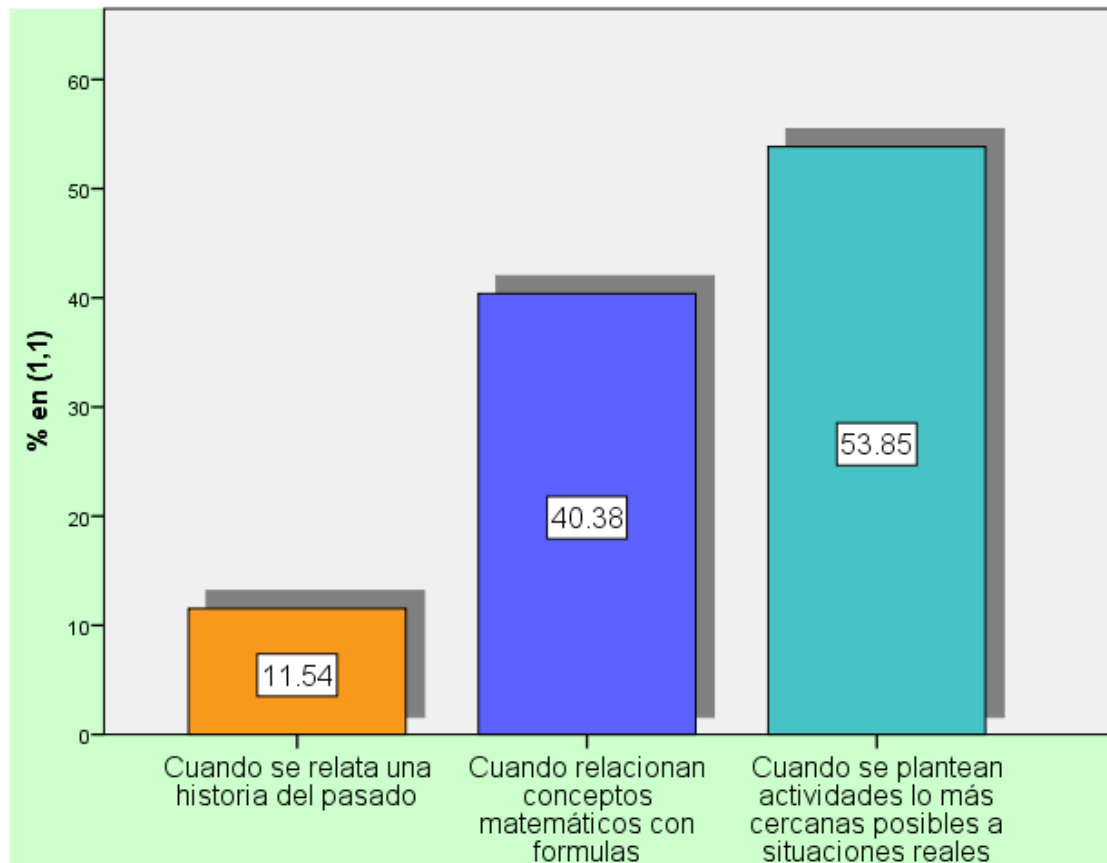
Estos tipos de problemas presentan mayor complejidad que los anteriores, pues se debe buscar un modelo para resolverlos y no se cuenta con ninguna estrategia que nos ayude a identificar la solución de estos.

#### **4.1.6.5 Problemas mal condicionados**

De acuerdo con el Diccionario de matemáticas (2000), menciona que "se denomina con este nombre al problema en el que pequeños cambios en los datos originan grandes cambios en la resolución" (p. 234).

Son problemas en los que se debe tener cuidado al momento de realizar algún tipo de cambio en los datos, por pequeños que parezcan, pues afectaría la resolución del problema y por ende la solución de este.

Gráfico 4: Diferenciar un problema de la vida cotidiana



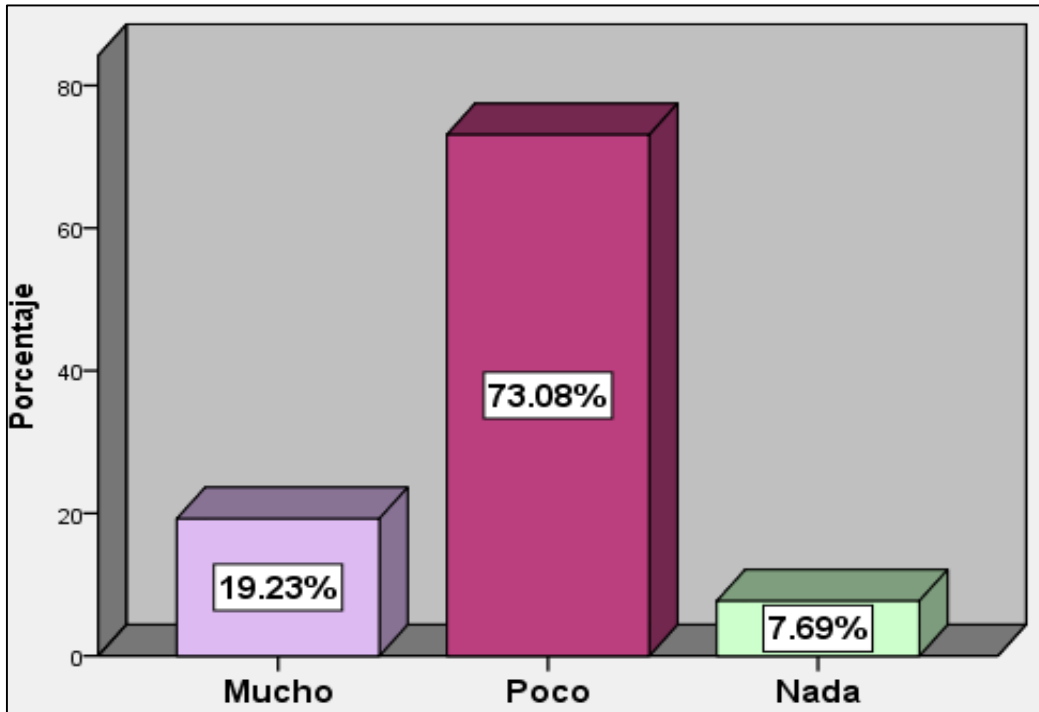
Fuente: Resultados de la investigación

Como se puede observar en la gráfica anterior la mayoría de los estudiantes conocen cuando un problema es de la vida cotidiana, pues un 53.85% que representan 28 de estos contestaron correctamente mientras que un 11.54% equivalente 6 estudiantes y un 40.38% que son 21 de ellos, fallaron en la respuesta correcta. Se observó que a los estudiantes se les dificulta resolver un problema de este tipo, pues aunque el docente les explicó que iban a hacer para resolver el problema que él les asignó ellos no pudieron llegar a la solución de éste, esta situación es preocupante por lo que se debe poner en práctica la resolución de problemas de la vida cotidiana en cualquier tema impartido para que los estudiantes al momento de enfrentarse a un problema de estos, lo pueda resolver con ayuda de los conocimientos adquiridos en el aula de clase.

En la entrevista aplicada al docente, nos confirmó que él resuelve problemas de la vida cotidiana de carácter cuantitativo, notándose así mismo en las observaciones de que sí

se dieron a conocer dos problemas de la vida real, aunque no fueron resueltos por el docente ni por los estudiantes.

*Gráfico 5: Frecuencia con que se resuelven problemas de la vida cotidiana*



*Fuente: Resultados de la investigación*

En las encuestas aplicadas un 19.23% que representa a 10 de los estudiantes expresaron resolver problemas de la vida cotidiana con mucha frecuencia, un 73.08% equivalente a 38 de los estudiantes contestaron que se resolvían problemas con poca frecuencia y un 7.69% que son 4 de los estos expresaron que no se resuelven estos tipos de problemas.

En la observación de la clase, el docente asignó ejercicios sobre el tema estudiado y luego para cerrar el tema realizó una clase práctica donde orientó diversas actividades; medir la sección donde reciben clase, su largo, ancho y altura, así como la medida de cada ladrillo del piso de la sección, luego les pidió que encontraran el área y el volumen de dicho lugar. Según lo observado en la gráfica y la dificultad que los estudiantes demostraron al momento de esta clase práctica, se puede concluir que estos tipos de problemas se resuelven con poca frecuencia.

Estos resultados no son buenos, pues lo recomendable es que se resuelvan problemas en el aula de clase como lo orienta el Ministerio de Educación y como está escrito en el indicador de logro de esta unidad, Geometría de sólidos. Para lograr que este indicador y orientación se cumplan, se debería ver esta unidad al comienzo del año, pues al final del año escolar se ven muchas complicaciones y atrasos en las clases, lo cual no permite el cumplimiento de estos.

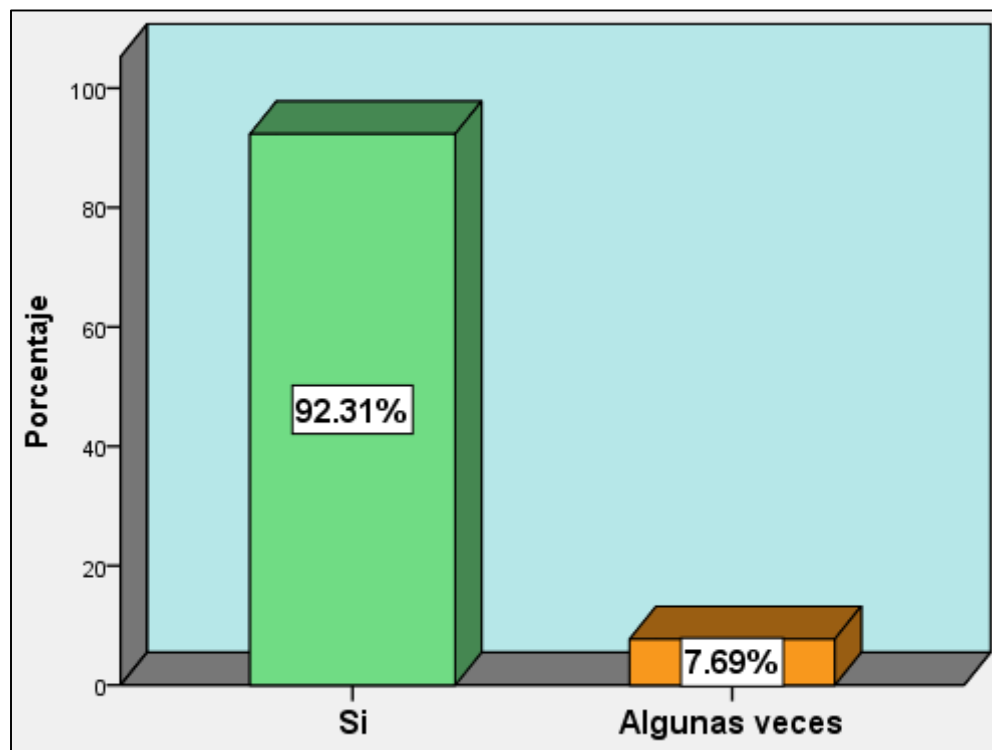
#### **4.1.7 Importancia de resolver problemas Matemáticos**

Según Gagne (1985), citado por Cruz y Flores (2014), comenta que:

La resolución de problema es la etapa más alta del que hacer Matemático, tanto en el aula como fuera de ella, porque a través de esta se logra propiciar la interpretación, el análisis, la reflexión, el razonamiento lógico, el descubrimiento de modelos o patrones, la demostración del teorema (p. 28).

Resolver problemas Matemáticos siempre ha sido un reto muy difícil de lograr, pues se debe interpretar bien en que consiste el problema a resolver, además de analizar y saber que estrategias utilizar para poder resolverlo, es por eso que es de gran importancia la resolución de problemas Matemáticos ya que los estudiantes ponen a trabajar su mente para encontrarle solución al problema planteado pues no lo resuelven mecánicamente como se resuelve un ejercicio Matemático y así van desarrollando habilidades y destrezas que le ayudarán a resolver cualquier problema que se les presente en su entorno.

Gráfico 6: Importancia de resolver problemas matemáticos



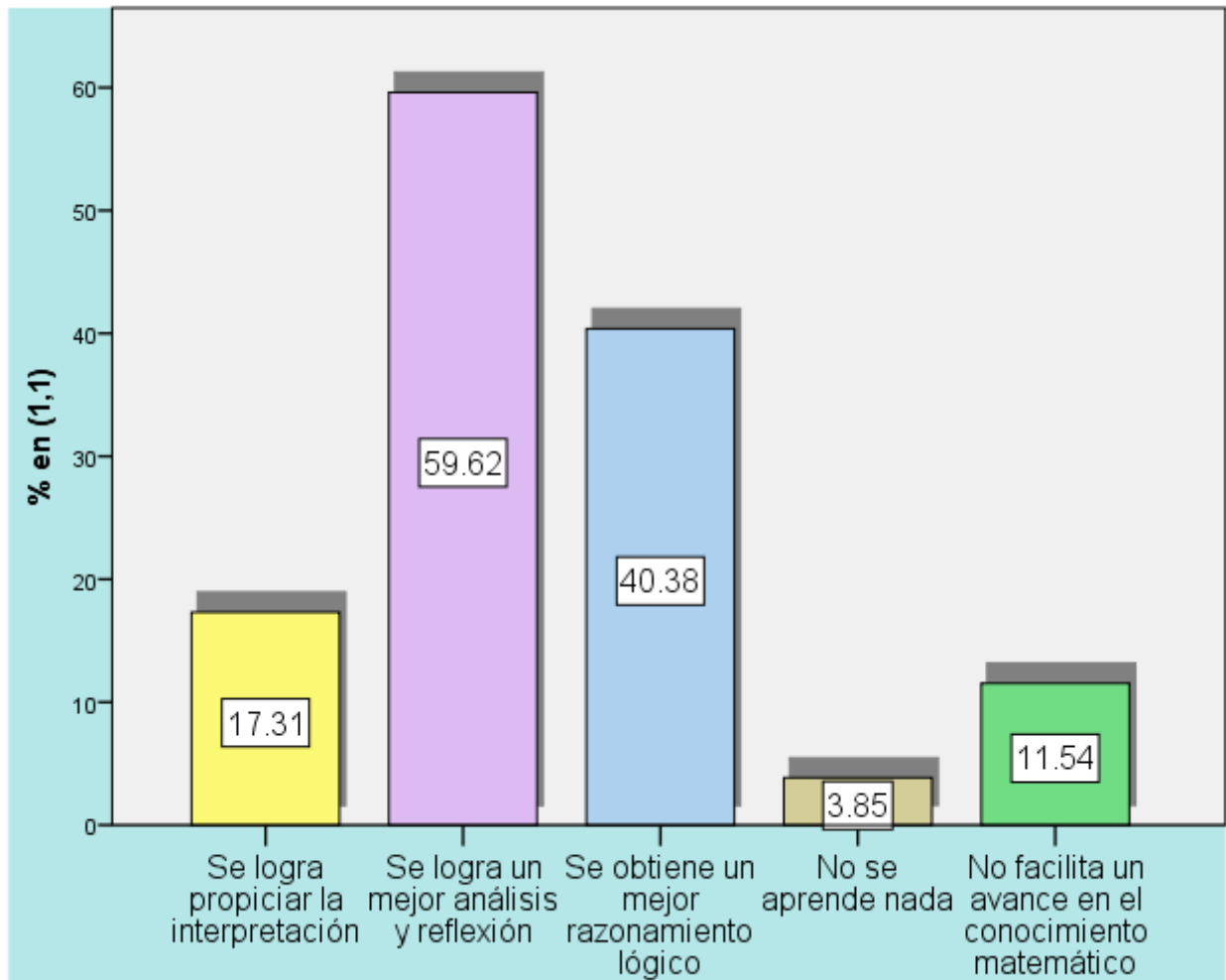
Fuente: Resultados de la investigación

En las encuestas aplicadas el 92.31% que representa 48 de los estudiantes respondió que sí es importante resolver problemas Matemáticos, mientras que el 7.69% que equivale a 4 estudiantes contestaron que algunas veces, relacionando la entrevista del docente, éste también nos mencionó la importancia que tiene la resolución de problemas, ya que se sintetizan los conocimientos adquiridos, se vincula la teoría con la práctica y se da respuestas a situaciones de la vida real.

Es bueno que el estudiante sepa que la resolución de problemas Matemáticos es importante, pues la mayoría así lo consideró, a pesar de no gustarles la resolución de éstos, lo más recomendable es buscar estrategias que ayuden a que el estudiante logre resolver los problemas Matemáticos de una forma más sencilla, como es el caso del método de Polya, pues con ayuda de éste se logra analizar, interpretar y lograr encontrar solución a cada problema Matemático.



Gráfico 7: Logros con la resolución de problemas matemáticos



Fuente: Resultados de la investigación

Un 17.31% que equivale a 9 de los encuestados respondieron que se logra propiciar la interpretación, el 59.62% que representan 31 estudiantes contestaron que se logra un mejor análisis y reflexión de éstos, un 40.38% que son 21 de ellos respondieron que se obtiene un mejor razonamiento lógico, el 3.85 que es igual a 2 de los encuestados contestaron que no se aprendía nada y el 11.54 que equivalen a 6 indicaron que no facilita un avance en el conocimiento Matemático.

Lo antes expresado es muy preocupante ya que para los estudiantes la resolución de problemas no tiene muchos beneficios para ellos y consideran que eso no sirve en un avance lógico de las habilidades y destrezas.

Por lo tanto, estos resultados deben ser mejorados, hacer una clase diferente donde el estudiante se interese por resolver los problemas y que se dé cuenta de la gran utilidad que tiene la resolución de problemas en el avance de su desarrollo mental ya que va desarrollando en él la capacidad de pensar, analizar, buscar soluciones y tomar decisiones que ayuden en la resolución de problemas.

#### **4.1.7 Modelos de resolución de problemas**

De acuerdo con Blanco (1996), comenta que es “una doctrina que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognoscitivos, emocional, cultural, científico, etc. que intervienen en el proceso” (p. 11).

Los modelos de resolución de problemas Matemáticos son una serie de procesos a seguir en el cual se va analizando cada paso que se va dando y saber cuál es el siguiente que hay que dar, de manera que el docente pueda dar salida y poder aplicarlos con los diferentes estudiantes que estén presentes.

##### **4.1.8.1 Modelo de resolución de problemas de Wallas**

Según Blanco, (1996), el modelo más relevante entre los primeros propuestos se debe a Wallas en su famoso libro *The Art of Thought* de 1926. Muchos de los modelos propuestos le son tributarios (pp. 12-13).

Las cuatro fases de resolución, según Wallas, serían:

1. Preparación: recolección de información e intentos preliminares de solución.
2. Incubación: dejar el problema de lado para realizar otras actividades o descansar.
3. Iluminación: es cuando se produce la aparición de la idea clave para la solución (el famoso aja insight).

4. Verificación: se comprueba la solución.

Como se puede apreciar es una descripción del proceso de invención más que un modelo para el análisis o la instrucción en la resolución de problemas, por lo tanto, se debe combinar la orientación del profesor con el empleo personal de estrategias heurísticas.

#### **4.1.8.2 Modelos de resolución de problemas de Miguel de Guzmán**

De acuerdo con González (2009), citado por Guido y Laguna (2014) para resolver los problemas en Matemáticas se puede seguir el siguiente modelo, llamado modelo de Guzmán, el cual consta de las siguientes fases:

Primera fase: Familiarización.

1. Comprender el enunciado.
2. Idea clara de los datos que intervienen, las relaciones entre ellos y lo que se pide.
3. Ser capaces de contar el problema con nuestras palabras.

Segunda fase: estrategias.

1. Encontrar formas de abordar el problema.
2. Estrategias generales: empezar por algún caso fácil, experimentar y buscar regularidades; hacer figuras, esquemas y diagramas; escoger un lenguaje o notación adecuados; buscar semejanza; empezar por el final, suponer que no es posible; técnicas específicas (Matemáticas).

Tercera fase: Llevar adelante la estrategia.

1. Seleccionar la estrategia que parece más viable.

2. Llevar adelante la estrategia con decisión, confianza, orden, tesón y sosiego.
3. Asegurarse de haber llegado a la solución, no quedarse a medias.
4. Apuntar ideas nuevas que puedan surgir sin que te desvíen del camino trazado.
5. Revisar la idoneidad de la estrategia elegida si no prospera.

Cuarta fase: revisión y consecuencias.

1. En este paso es importante tener un buen protocolo del problema: tener escritos los datos, las ideas, los pasos, las conclusiones, los problemas.
2. Revisión: ¿Era adecuada la estrategia, se ha seguido correctamente, la solución está de acuerdo con el problema?
3. Consecuencias:  
¿Hay otras formas de resolver, permite generalizar conclusiones, interesan variaciones del problema?

#### **4.1.8.3 Modelos de resolución de problemas de Allan Schoenfeld**

Según Blanco (1996), citado por Guido y Laguna Lopez (2014) comenta que, si bien la mayoría de los Matemáticos reconocen en las estrategias heurísticas de Polya los métodos que ellos mismos utilizan habitualmente, no es tan fácil para el que no tiene experiencias aplicarlas exitosamente. En otras palabras, dichas estrategias son más descriptivas que prescriptivas.

Allan Schoenfeld es uno de los que más han estudiado esta problemática. En su análisis identifica los siguientes cuatro factores relevantes para la resolución de problemas:

Recursos cognitivos. Son nuestros conocimientos Matemáticos generales, tanto de conceptos y resultados, como de procedimientos (algoritmos).

Heurística. Es el conjunto de estrategias y técnicas para resolver problemas que conocemos y estamos en capacidad de aplicar.

Control o meta cognición. Es la capacidad de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo.

Creencias. Se refiere a aquellas creencias y opiniones relacionadas con la resolución de problemas y pueden afectarla favorable o desfavorablemente.

Schoenfeld elaboró también una lista de las estrategias más utilizadas:

Primera fase: Análisis y comprensión.

1. Dibujar un diagrama.
2. Examinar casos especiales.
3. Simplificar utilizando simetría o “sin pérdida de generalidad”.

Segunda fase: Diseño y planificación de una estrategia.

1. Planificar soluciones jerárquicamente.
2. Explicar qué se está ejecutando y por qué y qué se hará con el resultado de esa operación.

Tercera fase: exploración de soluciones.

1. Considerar una variedad de problemas equivalentes:
  - a) Reemplazar condiciones por otras equivalentes.
  - b) Combinar elementos del problema de diferentes formas.
  - c) Introducir elementos auxiliares.
  - d) Reformular el problema.
2. Considerar leves modificaciones del problema original.
  - a) Elegir sub metas.

- b) Eliminar o relajar una condición e intentar después imponerla.
  - c) Descomponer el problema y trabajar caso a caso.
3. Considerar amplias modificaciones de problemas originales:
- a) Examinar problemas análogos con menos complejidad.
  - b) Explorar el papel de una sola variable o condición dejando el resto fijo.
  - c) Explotar algún problema similar (forma, datos o conclusiones), intentando sacar partido tanto del resultado como del método de resolución.

Cuarta fase: verificación de la solución.

1. Usar test o criterios específicos
  - a) ¿Se usan todos los datos pertinentes?
  - b) ¿Es razonable?
  - c) ¿Resiste ensayos de simetría, análisis dimensional o cambios de escala?
  
2. Usar test o criterios generales.
  - a) ¿Se puede llegar a la solución de otra manera?
  - b) ¿Puede quedar concretada en casos particulares?
  - c) ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
  - d) ¿Se puede utilizar para generar algo conocido?

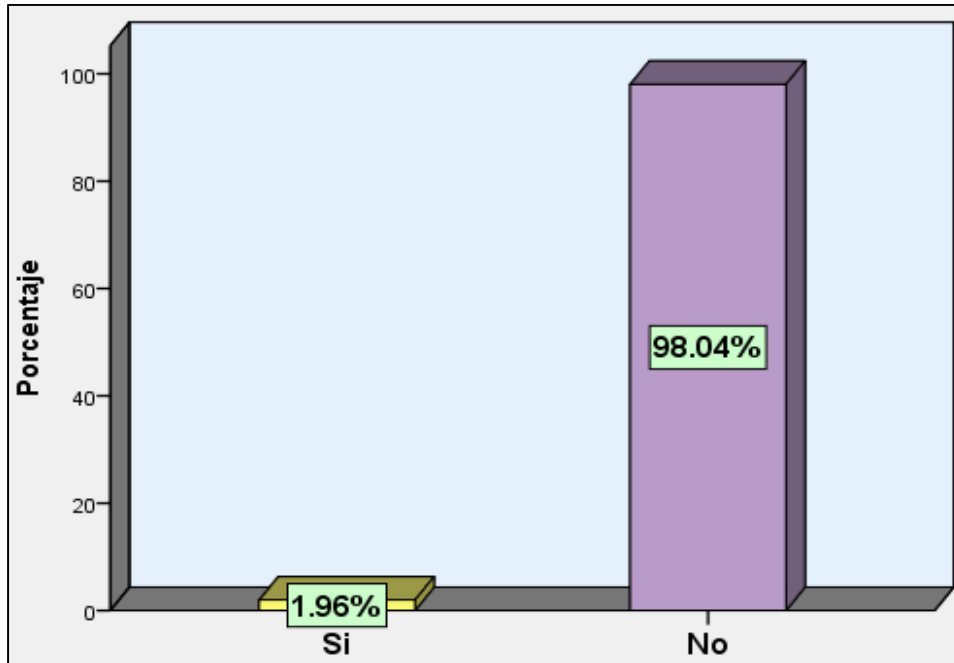
#### **4.2 Método de Polya para resolver problemas Matemáticos**

Según Ibarra (2006), tomado por Martínez (2015) define que “el método Polya es un método general basado en cuatro sencillos pasos; entender el problema, configurar el plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás” (p. 20).

Es un método que abarca cuatro pasos a seguir el cual está conformado por preguntas sugeridas que sirve para adaptarlas al pensamiento de los estudiantes que se tenga de

manera que ellos logren resolver un problema Matemático donde el docente juega un papel de facilitador.

*Gráfico 8: Conocimiento del método de Polya*



*Fuente: Resultados de la investigación*

Se les preguntó a los estudiantes si tenían conocimiento del método de Polya, contestando un 1.96% que equivale a 1 estudiante contestó que sí y un 98.04% que representaban 51 de los estudiantes encuestados respondieron que no conocen este método. Y mediante la entrevista aplicada al docente, este confirmó que sí tenía conocimiento del método de Polya.

Durante los periodos de la observación de la clase, se notó que el docente no aplica el método de Polya en la resolución de problemas Matemáticos, y que no tiene una interacción constante en el proceso de la resolución de éstos, ya que se apreció que después de darles el problema solo aplicó el primer paso del método de Polya que es la comprensión del problema y luego los dejaba trabajando solos.

Es importante lograr que el estudiante llegue a la configuración de un plan para la resolución de problemas y no darles servido los procedimientos que tienen que aplicar para llegar a la respuesta, ya que no están aprendiendo a analizar y comprender una situación real que se le pueda presentar.

#### **4.2.1 Reseña biográfica de George Polya**

Según Miller (2006), citado por Martínez Escalante (2015, Pp. 7-8), Comenta que el 13 de diciembre de 1887 en Hungría nació un científico-matemático llamado George Polya. Estudió en la universidad de Budapest; donde abordó temas de probabilidad. Luego en 1940 llegó a la Universidad de Brown en E.U.A y pasó a la universidad de Stanford en 1942 como maestro. Elaboró tres libros y más de 256 documentos, donde indicaba que para entender algo se tiene que comprender el problema.

George Polya investigó muchos enfoques, propuestas y teorías; su teoría más importante fue la combinatoria. El interés en el proceso del descubrimiento y los resultados matemáticos llegaron en él, despertar el interés en su obra más importante la resolución de problemas. Se enfatizaba en el proceso de descubrimiento más que desarrollar ejercicios sistematizados.

Polya después de tanto estudio Matemático murió en 1985 a la edad de 97 años, enriqueció la Matemática con un importante legado en la enseñanza en el área para resolver problemas, dejando diez mandamientos para los profesores de Matemática.

1. Interés en la materia.
2. Conocimiento de la materia.
3. Observar las expectativas y dificultades de los estudiantes.
4. Descubrir e investigar.
5. Promover actitudes mentales y el hábito del trabajo metódico.
6. Permitir aprender a conjeturar.



7. Permitir aprender a comprobar.
8. Advertir que los rasgos del problema que tiene a la mano pueden ser útiles en la solución de problemas futuros.
9. No mostrar todo el secreto a la primera: dejar que los estudiantes hagan las conjeturas antes.
10. Sugerir; no obligar que lo traguen a la fuerza.

#### **4.2.2 Concepto del método de Polya**

Según Ibarra (2006), citado por Martínez Escalante (2015, p. 20) define que “el método Polya es un método general basado en cuatro sencillos pasos; entender el problema, configurar el plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás”. Lo cual es de gran significado para el ámbito Matemático ya que facilita en gran medida atacar el problema para encontrar la solución pertinente, a la vez contribuye a que el discente discierne que hacer al momento de estar frente a un problema.

#### **4.2.3 Propósito del método de Polya**

Nos comenta Blanco (1996) que “el propósito fundamental del modelo es conseguir que cualquier persona, preferiblemente con la ayuda de un tutor, logre asimilar las técnicas de resolución que se han demostrado efectivas, hasta convertirse en un buen resolutor de problemas” (P. 13)

Este método trata de cuatro pasos en el cual cada uno de ellos contiene ciertas preguntas que son necesarias para que las personas logren comprender y resolver los problemas Matemáticos con la ayuda del tutor, hasta que estas logren un día resolver los problemas aplicando esta misma técnica por si solos.

#### **4.2.4 Pasos del método de Polya**

Para resolver un problema se necesita:

1. – Comprender el problema.
2. – Concepción del plan.
3. – Ejecución del plan.
4. – Examinar la solución obtenida.

##### **4.2.4.1 Comprender el problema**

Polya (1965) comenta que “el alumno debe comprender el problema. Pero no solo debe comprenderlo, sino también debe desear resolverlo” (p. 28).

De acuerdo con Polya (1965) comenta que “el alumno debe considerar las primeras partes del problema atentamente, repetidas veces y bajo diversos ángulos. Si hay alguna figura relacionada al problema, debe dibujar la figura y destacar en ella la incógnita y los datos” (p. 29).

Para Polya (1965) Comprender el problema está dividido en dos partes: “familiarizarse” y “trabajar” para una mejor comprensión (p. 29).

Para comprender el problema es necesario que los estudiantes tengan conocimiento sobre los datos en dicho enunciado, con el fin que este logre imaginárselo, entenderlo y si es posible que dibuje la situación reflejada en el problema. Esto hará posible la identificación de los datos que presenta el problema y de las incógnitas necesarias para la resolución de este.

##### **4.2.4.2 Concepción del plan**

Polya (1965) establece que “tenemos un plan cuando sabemos al menos a “grosso modo” que cálculos, que razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita” (p. 30).

Polya (1965, p. 30) comenta que

Lo esencial es la solución de un problema es el concebir la idea de un plan. Esta idea puede tomar forma poco a poco o bien, después de ensayos aparentemente infructuosos y de un periodo de duda, se puede tener de pronto una idea brillante (p. 30).

En el procedimiento de concebir el plan, es necesario que el estudiante ya haya entendido bien el problema y sus datos, para que después logre determinar la incógnita que se desea hallar y logre imaginarse o encontrar un procedimiento para llegar a la solución de este problema.

#### **4.2.4.3 Ejecución del plan**

Polya (1965) Comenta que para llevar a cabo la segunda etapa “hace falta para lograrlo, el concurso de toda una serie de circunstancias: conocimientos ya adquiridos, buenos hábitos de pensamiento, concentración y lo que es más buena, suerte” (p. 33).

Polya (1965) comenta que “el plan proporciona una línea general, nos debemos de asegurar que los detalles encajan bien en esa línea, nos hace falta pues examinar los detalles uno tras otro, pacientemente hasta que todo esté perfectamente claro” (p. 33).

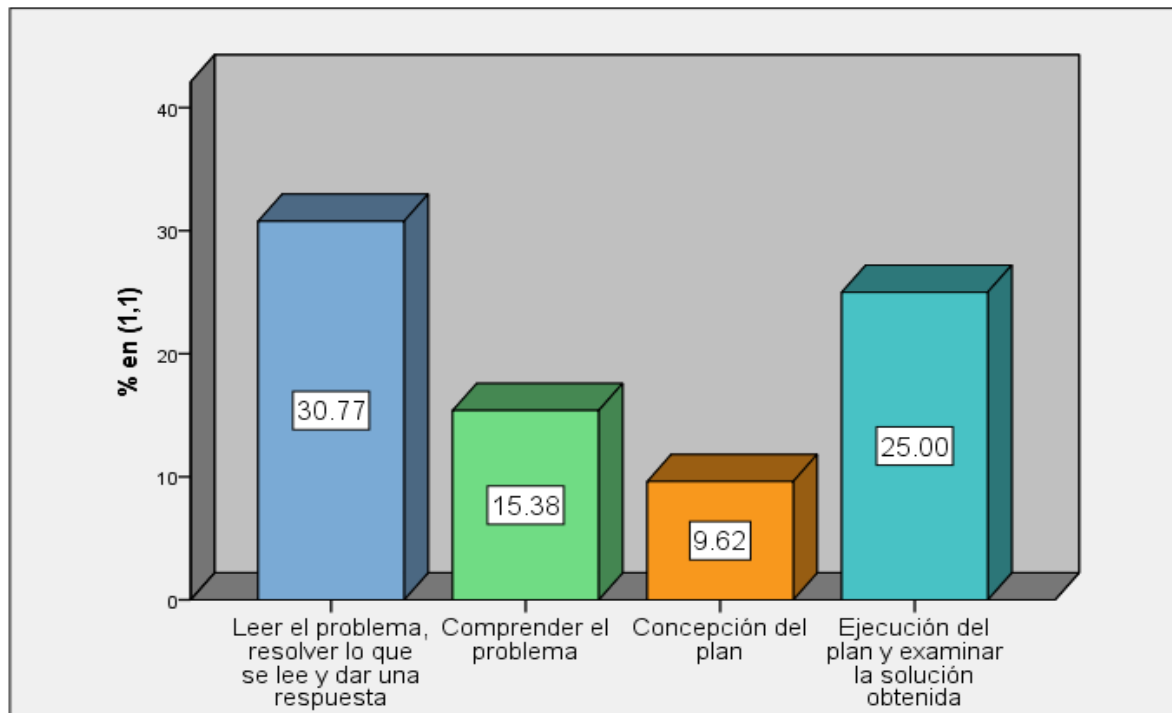
La ejecución del plan se logra, cuando se tiene en mente un plan para la resolución del problema y de tener dicho plan, solo falta la realización de este para llegar al resultado deseado que satisfaga las necesidades que el problema presenta.

#### **4.2.4.4 Examinar la respuesta**

Después de que los pasos anteriores se han cumplido, Polya (1965) plantea que después que:

Se ha redactado la solución, verificando cada paso del razonamiento. Tiene pues buenos motivos para creer que su solución es correcta. No obstante, puede haber errores, sobre todo si el razonamiento es largo y enredado. Por lo tanto es recomendable verificar. Especialmente si existe un medio rápido e intuitivo para asegurarse de la exactitud del resultado o del razonamiento, no debe dejar uno de hacerlo (p. 35).

Gráfico 9: Pasos del método del Polya



*Fuente: resultado de la investigación*

Un 30.77% que representan 16 de los estudiantes encuestados considera que algunos de los pasos del método de Polya es leer el problema, resolver lo que se lee y dar una respuesta el 15.38% que son 8 de ellos comentaron que es comprender el problema, el 9.62 que equivalen a 5 encuestados comenta que es la concepción del plan y el 25.00% que representan 13 estudiantes respondieron que los pasos de este método son ejecución del plan y examinar la respuesta obtenida.

Como se puede notar, los estudiantes tienen idea de cuáles pueden ser los pasos del método de Polya aunque lo desconozcan, ya que en el gráfico 8 el 98.04% que corresponden a 51 de los estudiantes destacaron que no conocían dicho método.

Durante la entrevista aplicada al docente se le preguntó ¿cuáles son los pasos del método de Polya? Contestando este que eran: el análisis del problema, vincular las variables, dar la respuesta, volver atrás y revisar la respuesta.

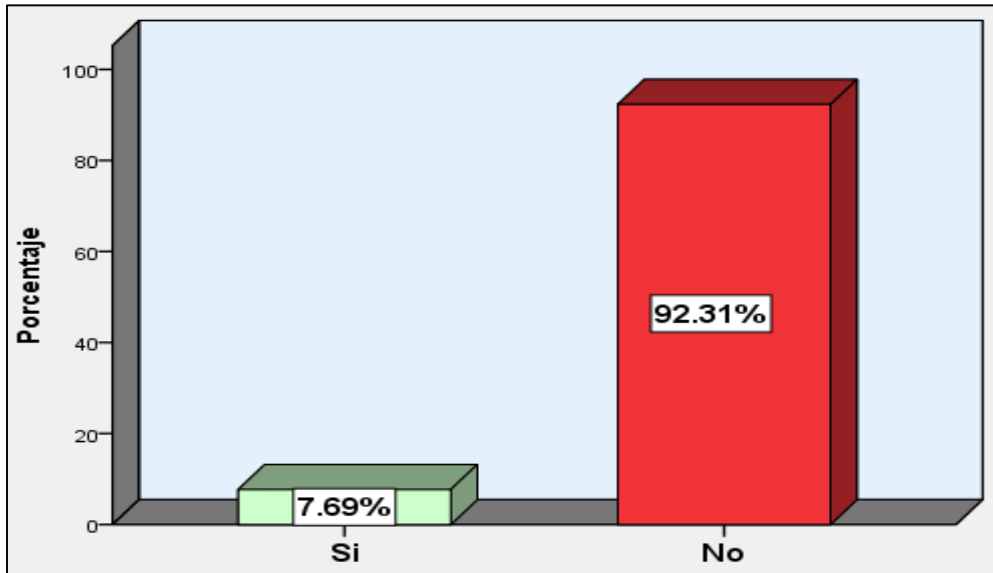
En los periodos de las clases que se observó que el docente no está aplicando el método de Polya, y apenas llega a cumplir el primer paso de este, que es la comprensión del problema, esto es muy preocupante ya que no se utilizó un método en la resolución de los problemas planteados en la clase, ya que el docente después los dejó avanzar solos sin que tuvieran alguna interacción para poder llegar a la solución del problema.

Es recomendable que se aplique un método lo más pronto posible, ya que, al momento de las observaciones, ningún estudiante logró resolver uno de los problemas que se les asignó, y si no se le busca solución, estos estudiantes no podrán resolver ningún problema Matemático que se les pueda presentar más adelante.

#### **4.2.5 Importancia de la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas**

Según Polya (1965) establece que “reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ellas, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas” (p. 35). Es de mucha importancia ya que fortalece los conocimientos que los estudiantes ya han adquiridos en años anteriores y de esa manera se puede lograr que los estudiantes puedan tener una mejor capacidad y comprensión de resolver situaciones relacionadas a la vida cotidiana.

Gráfico 10: Aplicación del método de Polya en la resolución de problemas



Fuente: Resultados de la investigación

Con respecto a lo expresado por los estudiantes el 92.31% que son igual a 48 estudiantes contestaron que no se aplicaba el método de Polya en la resolución de problemas y un 7.69% que equivalen a 4 de estos respondieron que sí, mediante las observaciones que se hicieron en el desarrollo de los diferentes períodos de clases, en especial, la clase práctica que desarrolló con problemas, se confirma las respuestas de los estudiantes, ya que no se presencié la implementación del método de Polya en la resolución de problemas Matemáticos.

Estos resultados son preocupantes, pues a partir del próximo año escolar será exigido que los docentes apliquen problemas en el aula de clase y que utilicen el método mencionado anteriormente para su solución, por lo que se esperaba presenciar la aplicación de dicho método en las observaciones realizadas, al no ser así se espera que en el 2018 sí se aplique el método de Polya en la resolución de problemas Matemáticos, pues este método es de mucha importancia para resolver de manera más fácil cualquier problema planteado.

Gráfico 10: Interés por resolver problemas



Fuente: Resultados de la investigación

Como se puede observar en la gráfica, los estudiantes no lograron resolver el problema que se les planteó, pero se logró observar que muchos lograron extraer algunos de los datos del problema y así mismo identificaron el tipo de prisma correspondiente al problema.

El docente entrevistado mencionó también la importancia de utilizar el método de Polya en la resolución de problemas, donde expresa que es un método fácil de aplicar y que permite el análisis y síntesis de un problema planteado.

Por otro lado, se observó que los estudiantes no mostraron interés de resolver la situación que se les planteó, esto quiere decir que no consideran importante la resolución de problemas, lo cual puede ser causado porque el docente no los resuelve en el aula de clases, solo los asigna y con ayuda de ellos les extrae los datos, les dice que operaciones realizar y luego deja de darle un acompañamiento para llegar a la solución de éste.

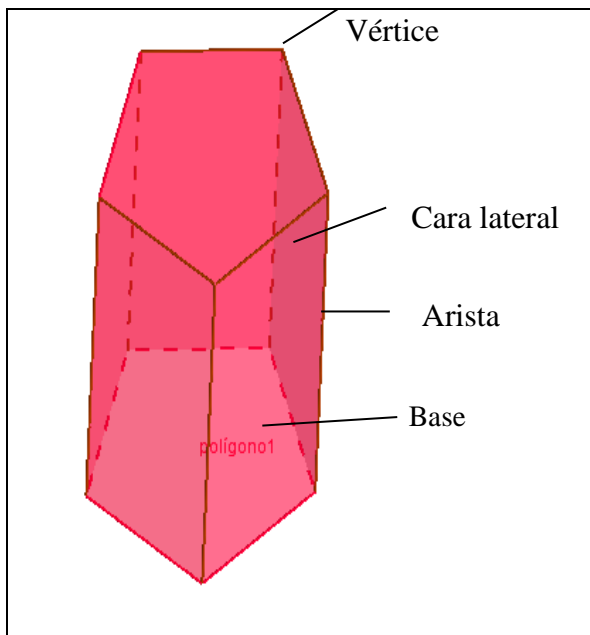
Es recomendable que, si se va utilizar un método en la resolución de problemas, que se aplique completamente, de manera que se logre dar solución a la situación planteada en ese momento, de preferencia el método de Polya que solo son cuatro pasos a seguir y son fáciles de aplicar.

### 4.3. Área y volumen del prisma

#### 4.3.1 Definición del prisma

Según Morales (2012) “Se llama prisma a un poliedro, cuyas caras que lo limitan: dos son polígonos paralelos y congruentes de cualquier número de lados llamados bases y, las otras caras restantes son paralelogramos, iguales o no, llamadas caras laterales” (pág. 232).

#### 4.3.2 Elementos del prisma



*Fuente: elaboración propia*



## **Vértice**

Según Rivera (2015), comenta que “es un punto extremo de una arista y en donde concurren tres o más caras. En palabras sencillas, es una esquina (punto) de un cuerpo geométrico (o sólido)” (pág. 303).

## **Caras laterales**

Son rectángulos congruentes que limitan la figura del prisma, cuyo número de rectángulos depende del número de lados que tiene el polígono de la base del prisma.

## **Aristas**

De acuerdo con Rivera (2015) “es el segmento de recta donde se intersecan dos caras de un sólido” (pág. 303).

## **Base**

Según Morales (2012) son “dos polígonos paralelos congruentes de cualquier número de lados.” (pág. 232).

## **Altura**

De acuerdo con Morales (2012) la altura de un prisma “es el segmento vertical y perpendicular a las bases que determina la longitud entre ellas. Si el prisma es recto, es igual a la arista lateral.” (pág. 233)

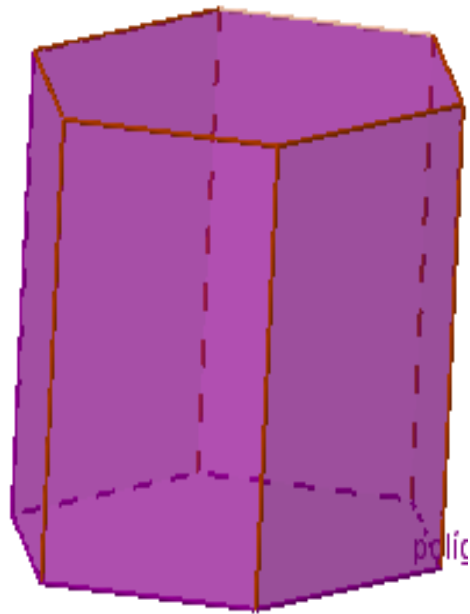
Pero si el prisma no es recto su altura de acuerdo con Baldor (1996) “Es la distancia entre los planos de sus bases.” (pág. 251).

### 4.3.3 Clasificación del prisma

Los prismas se clasifican de acuerdo a sus lados laterales y las caras de las bases, esos tipos de prisma se presentan a continuación.

#### 4.3.3.1 Prisma recto

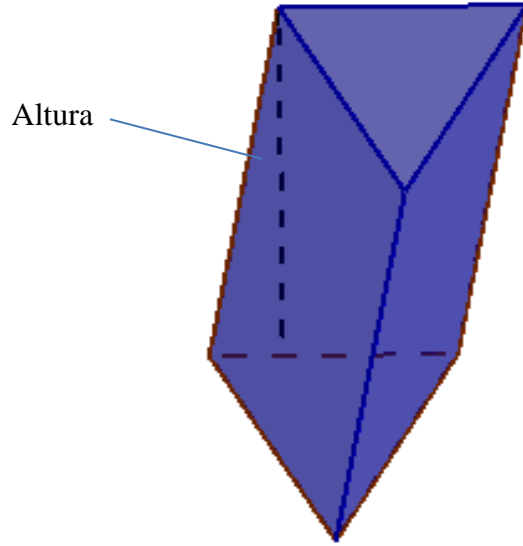
Según Baldor (1996) “Es aquel cuyas aristas laterales son perpendiculares a los planos de las bases.” (pág. 250).



*Fuente: elaboración propia*

#### 4.3.3.2 Prisma oblicuo

De acuerdo con Chavez y Quintanar (2015) En el prisma oblicuo “las aristas laterales no son perpendiculares a los planos de las bases, y la altura se obtiene trazando desde un punto de una base la perpendicular a la otra base” (pág. 809).








*Fuente: elaboración propia*

#### 4.3.3.3 Tipos de prismas rectos

Según Chavez y Quintanar (2015) los tipos de prismas son “de acuerdo con el número de lados de los polígonos que forman las bases, los prismas pueden ser:” (pág. 809).

*Tabla2: tipos de prismas rectos*

| Nombre            | Forma de las bases | Número de caras laterales | Dibujo  |
|-------------------|--------------------|---------------------------|---|
| Prisma triangular | Triángulo          | 3                         |  |

|                    |            |   |   |
|--------------------|------------|---|---|
| Prisma rectangular | Rectángulo | 4 |    |
| Prisma pentagonal  | Pentágono  | 5 |    |
| Prisma hexagonal   | Hexágono   | 6 |    |
| Prisma octagonal   | Octágono   | 8 |  |

*Fuente: Rivera 2015*

#### 4.3.4 Área del prisma

##### 4.3.4.1 Área lateral del prisma

Según Morales (2012) “Es la suma de las áreas de cada cara lateral, quiere decir, que, si encuentro el área de una cara, solo multiplico el número de caras por el área encontrada, así:  $A_L = n A_C$ , donde n es el número de caras y  $A_C$  es el área de la cara lateral” (pág. 234).

#### 4.3.4.2 Área total del prisma recto

De acuerdo con Morales (2012) “El área total se obtiene sumando al área lateral el doble del área de la base. Si llamamos  $B$  al área de la base, entonces tenemos” (pág. 235).

$$A_T = A_L + 2B \text{ entonces } A_T = P \cdot h + 2B.$$

Donde:

$A_L = \text{área lateral}$

$B = \text{es el área de la base.}$

$P = \text{Perímetro del polígono.}$

$h = \text{altura del prisma.}$

#### 4.3.5 Volumen del prisma

De acuerdo con Rivera (2015), comenta que “podemos intuir al volumen de un prisma como la cantidad de espacio que hay dentro del prisma. El volumen se mide en unidades cúbicas. Estas unidades nos dicen cuántos cubos de determinado tamaño se necesitan para llenar el prisma.”

Para hallar el volumen de un prisma, se multiplica el área de la base  $A_B$  por la altura  $h$ .

Es decir,

$$V = A_B \cdot h$$

El último punto de la encuesta aplicada a los estudiantes fue un problema donde ellos debían encontrar el área y volumen de una caja rectangular y del empaque de cada jugo que alcanzarían en la caja, encontrando resultados negativos, pues ningún estudiante logró resolverlo, lo más que llegaron a realizar fue el dibujo del empaque del jugo y algunos extraer los datos de dicho problema.

## **V. Propuesta metodológica para mejorar la resolución de problemas aplicando el método de Polya.**

### **Introducción**

La resolución de problemas es un tema muy importante que debe ponerse en práctica la mayoría del tiempo que sea necesario en el aula de clases, ya que ayuda a que los estudiantes puedan desarrollar de una mejor manera su análisis, su interpretación, su comprensión, sus habilidades y destrezas para lograr solucionar un problema, al ir desarrollando esa habilidad en el estudiante él va adquiriendo un mejor razonamiento lógico ante cualquier problema Matemático y hacer pautas antes de seguir con algún paso para tratar de solucionarlo.

Mediante los diferentes instrumentos para la recopilación de datos, se pudo observar que los estudiantes no lograron resolver un problema, muchos de estos porque no le entendían al problema, esto es muy preocupante, ya que son estudiantes de décimo grado y a la fecha no logran resolver un problema, durante el desarrollo de la clase, se notó que el docente asignó dos problemas después de haber dado unos ejercicios, dichos problemas eran para un trabajo evaluativo, en el cual no hubo una interacción por parte del docente con los estudiante para la resolución de estos, los estudiantes trataron de hacerlo pero ningún grupo logro hacerlo, ya que no habían visto algún problema de ejemplo del cual se pudieran auxiliar.

Es por eso que se plantean diversos problemas aplicando el método de Polya que es un método sencillo de cuatro pasos que es de gran utilidad para la resolución de problemas ya que este permite que el docente tenga una mayor interacción con el estudiante en cada paso que se dé para poder llegar a la solución del problema, durante la resolución de éste.

De acuerdo con Alfaro (2006), comenta que:

El docente debe comenzar con una pregunta general o una sugerencia, ir poco a poco a preguntas más precisas hasta obtener respuestas de los alumnos; luego debe realizar preguntas y sugerencias simples y naturales. En este libro de Polya aparecen constantemente diálogos entre el profesor y estudiante (p. 4).

Así mismo en este trabajo se da a conocer un docente que formula una serie de preguntas adecuadas al problema que se presenta para crear un diálogo entre docente-estudiante ayudado de materiales concretos y dibujos de acuerdo al problema que ayuden a que el estudiante vaya entendiendo el problema, concebir un plan para solución de éste, poner en práctica el plan que se concibió y luego de haber llegado a la respuesta verificar si la respuesta es lo que se pedía en el problema. Después de aplicar este método muchas veces en la resolución de problemas Matemáticos, llegará un momento en que el estudiante no necesite la interacción con el docente y que por sí solo logre formular las preguntas necesarias para lograr darle una solución a un problema Matemático.

**Objetivo general:**

Proponer resolución de problemas de aplicación, relacionados al cálculo de Área y Volumen del Prisma, aplicando el Método de Polya.

**Objetivos específicos:**

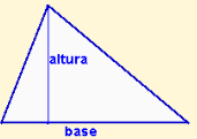


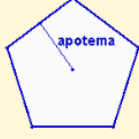
Diseñar problemas contextualizados sobre área y volumen del prisma.

Aplicar el método de Polya en el proceso de la resolución de problemas aplicados en área y volumen del prisma.

Actividades iniciales.

- El alumno ya tiene conocimiento sobre la construcción de polígonos.
- Calcula el área de diferentes polígonos y reconoce sus nombres según sus lados.

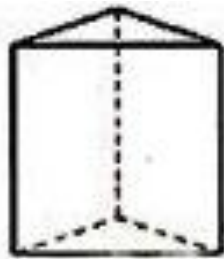
A continuación se presenta algunas de las figuras geométricas con sus ecuaciones.

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| <p><b>Triángulo</b></p>  <p><math>A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}</math></p> | <p><b>Cuadrado</b></p>  <p><math>A = \text{lado}^2</math></p> | <p><b>Rectángulo</b></p>  <p><math>A = \text{base} \cdot \text{altura}</math></p> | <p><b>Polígono regular</b></p>  <p><math>A = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}</math></p> |
|---|--|--|--|

Ecuación de la apotema  $a = \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}$  donde l es la longitud de lado.

Actividad 1.

Observa la figura que se les presenta y complete lo que se les pide.



Numero de caras laterales \_\_\_\_\_

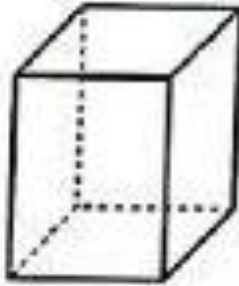
Numero de bases \_\_\_\_\_

¿Qué polígono forma sus bases? \_\_\_\_\_

Numero de vértices \_\_\_\_\_

Numero de aristas \_\_\_\_\_





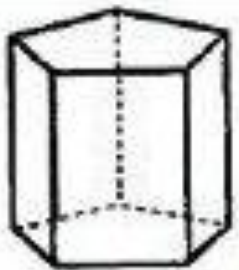
Numero de caras laterales \_\_\_\_\_

Numero de bases \_\_\_\_\_

¿Qué polígono forma sus bases? \_\_\_\_\_

Numero de vértices \_\_\_\_\_

Numero de aristas \_\_\_\_\_



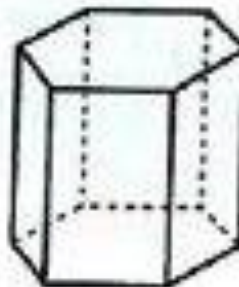
Numero de caras laterales \_\_\_\_\_

Numero de bases \_\_\_\_\_

¿Qué polígono forma sus bases? \_\_\_\_\_

Numero de vértices \_\_\_\_\_

Numero de aristas \_\_\_\_\_



Numero de caras laterales \_\_\_\_\_

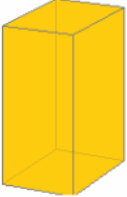
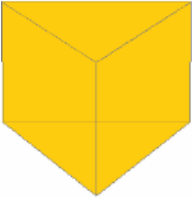
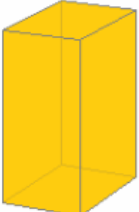
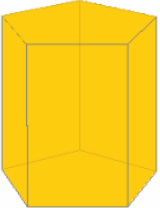

Numero de bases \_\_\_\_\_

¿Qué polígono forma sus bases? \_\_\_\_\_

Numero de vértices \_\_\_\_\_

Numero de aristas \_\_\_\_\_

Actividad 2. Encuentra las áreas que se piden de los diferentes prismas presentados.

|   |  |  |
|---|--|--|
|    | Alto: 20 cm<br>Ancho: 15 cm<br>Largo: 10 cm              | Área lateral:<br>Área de las bases:<br>Área total: |
|    | Altura: 20 cm.<br>Arista de la base:<br>15 cm.           | Área lateral:<br>Área de las bases:<br>Área total: |
|   | Altura: 20 cm<br>Arista de la base:<br>15 cm             | Área lateral:<br>Área de las bases:<br>Área total: |
|  | Altura: 25 cm<br>Arista de la base:<br>17 cm<br>Apotema: | Área lateral:<br>Área de las bases:<br>Área total: |
|  | Altura: 15 cm<br>Arista de la base:<br>10 cm             | Área lateral:<br>Área de las bases:<br>Área total: |

## Desarrollo.

### Método de Polya, aplicado en la resolución de problemas de área y volumen del prisma.

#### Problema 1. Una estatua en la azotea

Adela visualiza de larga distancia que en la azotea de un edificio se encuentra una estatua en forma de prisma cuadrangular; ella desea saber qué área ocupa dicha estatua, pero no se tiene las medidas correspondientes, entonces supone que  $h$  es la altura de la estatua y  $b$  la longitud de la base. Encontrar el área que ocupa la estatua en función de la altura y la base.

**Paso 1:** comprensión del problema.

**Docente:** ¿De qué trata el problema?

**Estudiante:** sobre que Adela observa una estatua.

**Docente:** ¿y qué forma tiene esa estatua?

**Estudiante:** tiene forma de un prisma cuadrangular.

**Docente:** y si es cuadrangular, ¿Cómo es la base de este?

**Estudiante:** es un cuadrado profesor.

**Docente:** y ¿cómo son los lados de un cuadrado?

**Estudiante:** son iguales.

**Docente:** bien, ¿y que nos pide encontrar el problema?

**Estudiante:** nos pide encontrar el área que ocupa la estatua en función de la altura y la base.

**Docente:** bien, ¿Cuál es la altura y la base?

**Estudiante:** el problema no da esos datos profesor.

**Docente:** pero ¿nos dice como representar esos datos mediante algunas variables?

**Estudiante:** sí.

**Docente:** ¿y cuáles son?

**Estudiantes:**  $h = \text{altura}$

$b = \text{base}$

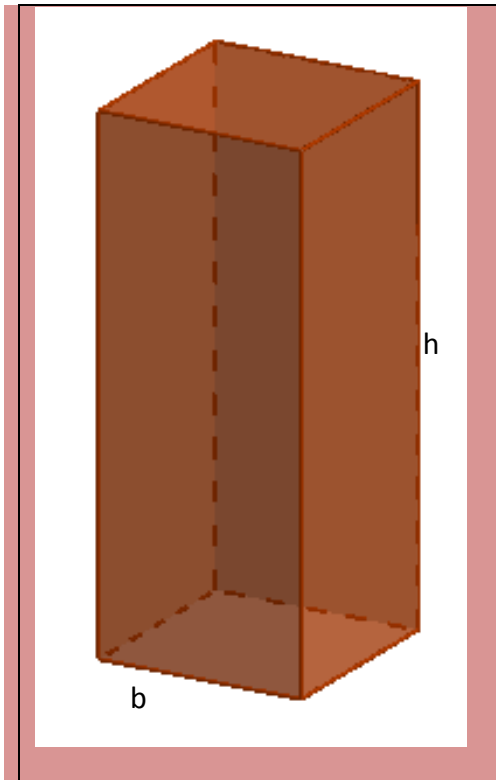
**Paso 2.** Concebir un plan

**Docente:** muy bien, ¿podemos elaborar la forma de este prisma en cartulina?

**Estudiante:** sí.

**Docente:** muy bien, teniendo la forma de este quiero que lo dibujen y escriban en él los datos que tenemos del problema.

**Estudiante:** nos quedaría así.

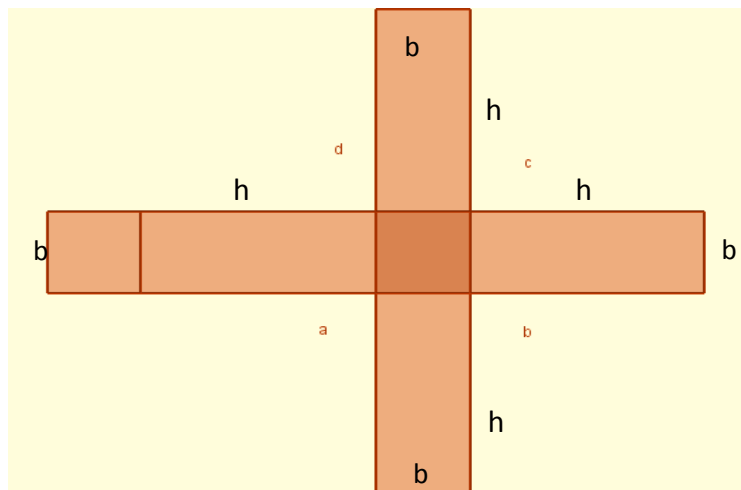


**Docente:** bien, y para ubicar los datos en las otras caras del prisma, ¿Cómo hacemos?

**Estudiante:** está difícil profesor, a menos que abramos el prisma para ver todos sus lados.

**Docente:** ya lo dijeron ustedes, así que abriré el prisma que tengo para que logren apreciar todas sus caras y de esa manera puedan dibujarlo como se miraría el prisma si lo abriéramos.

**Estudiante:** se miraría así profesor, ya ubicados los datos.



**Docente:** bien, ¿Cuántas caras laterales tiene el prisma?

**Estudiante:** tiene 4 caras.

**Docente:** y ¿Qué forma tiene cada cara del prisma?

**Estudiante:** tienen la forma de un rectángulo.

**Docente:** y ¿cuántas caras de bases tiene y qué forma tienen estas?

**Estudiante:** tiene dos caras como bases y tienen la forma de un cuadrado.

**Docente:** muy bien, y ¿cómo encontraría el área del prisma?

**Estudiante:** está difícil profesor, solo podemos encontrar el área de los cuadrados y de los rectángulos, porque ya conocemos esas ecuaciones.

**Docente.** Y si hallamos el área de todos los lados del prisma, ¿Qué harían ustedes?

**Estudiante:** sumarlos todos profesor

**Paso 3.** Ejecución del plan.

**Docente:** así es, solo que ya sabemos que no hay medidas, así que trabajaremos con variables. ¿Cuál es la ecuación del área de un cuadrado?

**Estudiante:** es lado al cuadrado  $l^2$

**Docente:** bueno, observando la figura anterior, ¿Cómo están representadas los lados de las bases que son cuadrados?

**Estudiante:** están representadas como la base del prisma, así que el área de cada cuadrado será  $b^2$

**Docente:** pero son dos las bases, entonces ¿Cómo calcularíamos el área del cuadrado?

**Estudiante:** multiplicando por dos el área de uno de los cuadrados.

**Docente:** ah entonces el área de las bases del prisma formado por los cuadrados sería  $2b^2$

**Docente:** y ¿Cómo se encuentra el área de cada rectángulo?

**Estudiante.** Multiplicando la base por la altura, y como son cuatro rectángulos, entonces el área de todos los rectángulos sería  $4(b \cdot h)$

**Docente:** muy bien, teniendo las áreas ¿Qué íbamos hacer?

**Estudiante:** sumar las áreas de los cuadrados y las áreas de los rectángulos.

**Docente:** Correcto, de manera que nos quedaría así:  $A_T = 4(b \cdot h) + 2b^2$ í:

Pero ya multiplicando por el 4 se vería así:

$$A_T = 4bh + 2b^2$$

¿Qué caso de factorización podemos utilizar para reducir un poco más la fórmula?

**Estudiante.** Factor común profesor.

**Docente:** y ¿Cuáles el factor que encontramos?

**Estudiante:** es  $2b$

**Docente:** bien, entonces abrimos un paréntesis delante de este factor común y dividimos cada término entre el factor común, así que  $4bh$  entre  $2b$  ¿cuánto es?

**Estudiante:** es  $2h$

**Docente:** y  $2b^2$  entre  $2b$ , ¿cuánto es?

**Estudiante:** nos queda solo " $b$ " profesor

**Docente:** entonces la ecuación resultante es:

$$A_T = 2b(2h + b)$$

**Paso 4.** Visión retrospectiva.

**Docente:** ¿Hemos encontrado lo que nos pedía el problema?

**Estudiante:** Yo creo que sí, ya que nos pedía encontrar el área total de la estatua en función de la base y la altura.

**Docente:** Entonces podemos decir que ya resolvimos el problema.



## **Problema 2. La excavación en la comarca**

Se tiene conocimiento que en una comarca han realizado una excavación con la forma de un prisma cuadrangular. Un niño curioso pregunta a su papá la cantidad de litros de agua que pueden caber en dicho hueco; el papá se preocupó mucho ya que no tiene conocimientos de las dimensiones respectivas. Ayudemos al padre del niño a calcular la cantidad de litros de agua en función del lado de la base y de la altura, si suponemos que la longitud de los lados de la base es  $L$  y la profundidad es  $H$ .

### **Paso 1. Comprender el problema**

**Docente:** Leamos el problema nuevamente. Una vez finalizado la lectura, ¿han comprendido el enunciado?

**Estudiante:** Profesor se habla de una excavación en forma de prisma cuadrangular, pero del que no se sabe sus dimensiones y de un niño que desea saber la cantidad de agua en litros que pueden caber en el hueco.

**Docente:** ¡Qué bien! y cuando se habla de cantidad de agua que pueden caber en el hueco, ¿a qué se refiere?

**Estudiante:** Al parecer es volumen ya que el agua vendría a ocupar la porción definida por la excavación.

**Docente:** Así es, hay duda alguna.

**Estudiante:** Tengo una duda profesor, el problema pide la cantidad de agua en litros no el volumen.

**Docente:** Ah es que primero calcularemos el volumen y después la convertimos a litros, esto para saber qué cantidad de agua pueden caber en la excavación.

**Estudiante:** Bueno, y las dimensiones, cuales utilizaremos porque no nos dan datos numéricos.

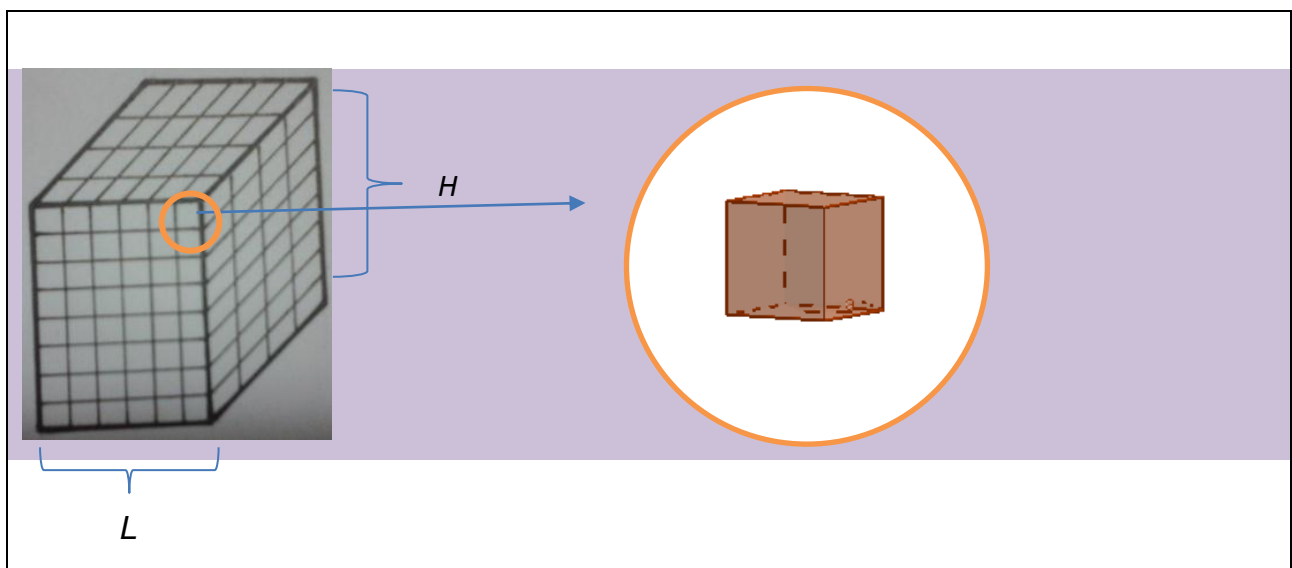
**Docente:** Ah, el problema no dice las medidas respectivas de las dimensiones, entonces como dimensiones del prisma cuadrangular tomaremos como longitud de la base  $L$  y como altura que sería la profundidad  $H$ .

**Estudiante:** Ah ya, ahora si profesor ya entendí.

## Paso 2. Configurar un plan

**Docente:** ¿Cómo encontraremos el volumen?

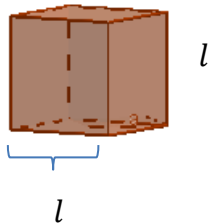
**Estudiante:** Profesor y si imaginamos a un prisma cuadrangular con medidas cualquiera, y le acomodamos pequeños cubitos dentro de él, bueno como el volumen es el espacio que ocupa el cuerpo, el volumen del prisma cuadrangular sería la sumatoria de todos los cubitos que puedan alcanzar dentro del prisma, se lo voy a dibujar en la pizarra para que tenga una mejor connotación de mi idea.



**Docente:** Oh que bien, me gusta su idea, aunque se debe saber que cada cubito también ocuparía un espacio.

**Estudiante:** Es cierto profe, pero sabemos que la porción que ocupa un cubito sería el volumen, es decir, que para encontrar el volumen del prisma cuadrangular sumaremos volúmenes de todos los cubitos que alcanzan en el prisma.

**Docente:** Ahí sí, se complementa la idea, entonces como no sabemos las dimensiones numéricas del prisma cuadrangular, supondremos que el cubito tendrá las siguientes dimensiones:



**Estudiante:** Esta bien profe, y el volumen de ese cubito, al ser todos sus lados iguales, sería tomar un lado y elevarlo al cubo

**Docente:** Claro que así es. ¿Y cómo calcularemos la cantidad de agua en litros?

**Estudiante:** Profesor si tomamos las dimensiones del prisma cuadrangular en centímetros, podemos utilizar la unidad de volumen que expresa que  $1\text{cm}^3 = 0.001\text{ l}$ , es decir, aplicando la regla de tres, se puede encontrar la cantidad en litros.

**Docente:** Excelente, un buen análisis.

**Tercer paso:** Ejecutar el plan.

**Docente:** Recordemos lo dicho anteriormente: ¿cómo se calcula el volumen de un cubo?

**Estudiante:** Tomamos un lado y se eleva al cubo.

**Docente:** Muy bien, entonces calculemos la suma de los volúmenes de todos los cubitos que alcanzan en el prisma cuadrangular, el cual será el volumen del prisma. Nos auxiliaremos de las siguientes figuras.

$$\text{Volumen del prisma} = l^3 + l^3 + l^3 + l^3 + \dots = nl^3$$

**Estudiante:** Porque le dio eso como respuesta.

**Docente:** Bueno como no sabemos las dimensiones numéricas del prisma cuadrangular, entonces no se sabe la cantidad de cubitos que se pueden ubicar dentro del prisma.

**Estudiante:** Ahora si entendí, por tal razón le quedan  $nl^3$  y eso corresponde ya al volumen del prisma profesor en función de los cubitos.

**Docente:** Así es.

**Estudiante:** Profe, pero en el problema nos pide que encontremos la cantidad de agua que pueden caber en el hueco en función de la longitud L y la altura H.

**Docente:** Ah lo que haremos es transformar la ecuación que encontramos.

**Estudiante:** Y ¿cómo?

**Docente:** Ustedes saben que la suma de los volúmenes de los cubitos corresponde a un solo volumen que corresponde al prisma cuadrangular.

**Estudiante:** Si profe, entonces la adecuación como se hará.

**Docente:** Un cubito está formado por la base, el ancho y la altura, en donde todos tienen la misma altura, entonces lo que se hará es lo siguiente:  $n(b \times a \times h)$

**Estudiante:** Ah ya, Profesor la expresión  $b \times a$  está indicando el cálculo del área y en este caso se está refiriendo a la base.

**Docente:** Así es, entonces la expresión de la suma de los volúmenes de los cubitos se expresará ahora de la siguiente forma:  $n(A_b \times h)$

**Estudiante:** Profesor que bien todo esto que estamos aprendiendo, ahora como usted nos había dicho, la expresión que acabamos de hallar corresponde al volumen del prisma cuadrangular, claro en función de los volúmenes de los cubitos.

**Docente:** Así es,  $n$  corresponde a la cantidad de cubitos, pero como ahora representaremos el volumen del prisma en función de  $L$  que es la longitud de las bases del prisma cuadrangular y  $H$  la altura, lo haremos de la siguiente manera:

$$V \text{ del prisma} = n(A_b \times h) = n(b \times a \times h) = L \times L \times H = L^2 \times H = A_b \times H$$

Esto significa que la sumatoria de lo largo de todos los cubitos representa el largo de la base del prisma, la sumatoria de lo ancho de todos los cubitos representa el ancho del prisma y la sumatoria de la altura de todos los cubitos representa la altura del prisma.

**Estudiante:** Profesor que hermoso son las matemáticas, hemos aprendido.

**Docente:** Ahora supongamos que tanto  $L$  y  $H$  están expresadas en centímetros.

**Estudiante:** Lo hago profesor.

**Docente:** Pase a hacerlo en la pizarra

**Estudiante:**

$$\text{Volumen del prisma} = L\text{cm} \times L\text{cm} \times H\text{cm} = L^2\text{cm}^2 \times H\text{cm} = L^2H\text{cm}^3$$

**Docente:** Muy bien. Ahora ya expresada en  $\text{cm}^3$  el volumen del prisma cuadrangular se puede proceder a calcular la cantidad de agua, ¿cómo lo íbamos a hacer?

**Estudiante:** Aplicando la expresión que dice:  $1\text{cm}^3 = 0.001\text{ l}$

**Docente:** Muy bien, hagámoslo aplicando la regla de tres:

$$1\text{cm}^3 = 0.001\text{ l}$$

$$L^2H\text{cm}^3 = x\text{ l}$$

En donde:

$$x = \frac{L^2H\text{cm}^3 \times 0.001\text{ l}}{1\text{cm}^3}$$

$$x = 0.001L^2H\text{ l}$$

Es decir que la cantidad de agua en litros y en función de L y H es  $0.001L^2H$  litros.

Estudiante: Ah ya profesor, muy buen planteamiento.

**Paso 4.** Visión retrospectiva.

**Docente:** Hemos encontrado lo que nos pedía el problema.

**Estudiante:** Yo creo que sí, ya que nos pedía calcular la cantidad de agua en litros y expresada en función de L y H y la hemos encontrado, la cual es  $0.001L^2H$  litros.

**Docente:** Muy bien, y que harán cuando se le presente un problema similar.

**Estudiante:** Aplicar detalladamente lo que hemos aprendido.

**Docente:** Eso está muy bien, y gracias por su amable atención

**Estudiante:** Gracias a usted profesor.

**Problema 3. La caja de pizza.**

Una pizzería hace pizzas de varios tamaños y los vende en cajas hexagonales de 39 cm de lado y 4.7 cm de alto. ¿Qué cantidad de cartón se necesita para cada caja teniendo en cuenta que la caja está formada por dos partes compuestas de una base y el lateral?

**Primer paso:** Comprender el problema.

**Docente:** ¿A qué se refiere cuando dice que la caja es hexagonal?

**Estudiante:** que tiene forma de un hexágono.

**Docente:** ¿y cuantos lados tiene un hexágono?

**Estudiante:** 7!, 8!, 6!

**Docente:** Recordemos en orden, Un triángulo tiene....

**Estudiante:** 3 lados.

**Docente:** un cuadrado tiene...

**Estudiante:** 4 lados.

**Docente:** un pentágono tiene...

**Estudiante:** 5 lados.

**Docente:** ¿y un hexágono?

**Estudiante:** ¡6 lados!

**Docente:** ¿y cuánto mide el lado de cada pizza?

**Estudiante:** mide 39 cm.

**Docente:** ¿y cuánto mide la altura de la pizza?

**Estudiante:** mide 4.7cm.

**Segundo paso:** Concebir un plan.

**Docente:** ¿podemos hacer una figura de esta situación?

**Estudiante:** sí.

**Docente:** ¿Qué vamos a dibujar?

**Estudiante:** ¡la caja de pizza!

**Docente:** pero ¿Qué forma tiene la caja de pizza?

**Estudiante:** la forma de un hexágono, que tiene 6 lados.

**Docente:** Entonces, la caja que les presentaré hecha de cartón, tiene la forma de la caja de pizza con sus datos que son los siguientes.





**Docente:** ¿Qué nos pide encontrar?

**Estudiante:** la cantidad de cartón.

**Docente.** Si encuentro la cantidad de cartón ¿Qué encontraría, área o volumen?

**Estudiante.** Área.

**Docente.** Como encontramos el área, ¿cuál es la ecuación?

**Estudiante:**

$$A_T = A_L + 2B$$

**Docente.** Tenemos el área lateral.

**Estudiante:** No.

**Docente:** Como encontramos el área lateral, ¿cuál es la fórmula?

**Estudiante:**

$$A_L = n \cdot A_C$$

**Docente:** Tenemos n.

**Estudiante:** Si.

**Docente:** ¿Quién es n?

**Estudiante:** El número de lados de la figura que tiene la caja.

**Docente:** ¿Quién es  $A_C$ ?

**Estudiante:** El área de la cara lateral.

**Docente:** Y qué forma tiene la figura que tiene la cara lateral.

**Estudiante:** Un rectángulo.

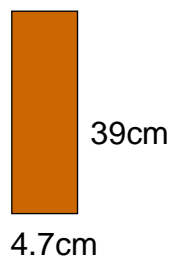
**Docente:** y ¿Cuál es la altura del rectángulo?

**Estudiante:** es 39cm.

**Docente:** ¿y la base del rectángulo?

**Estudiante:** 4.7cm

**Docente:** si dibujamos el rectángulo, nos quedaría así:



**Docente:** Como encontramos  $A_C$ , que sería el área de este rectángulo.

**Estudiante:** Multiplicando la base por la altura del rectángulo.

**Docente:** Ahora teniendo  $n$  y  $A_C$  podemos encontrar  $A_L$ .

**Estudiante:** Si

**Docente:** Teniendo el área lateral podemos encontrar el área total.

**Estudiante:** No.

**Docente:** ¿Por qué?

**Estudiante:** Falta B.

**Docente:** Ah, falta encontrar el área de la base, que es B. ¿Y qué forma tiene la base?

**Estudiante:** un hexágono.

**Docente:** y ¿Cómo encontramos el área de un hexágono?

**Estudiante:** no sabemos.

**Docente:** Bueno, el área de un hexágono se encuentra de la siguiente forma.

$B = 2.598 \cdot l^2$ , donde B es el área del hexágono.

**Docente:** Ahora, ¿podemos encontrar el área total?

**Estudiante:** Si.

**Docente:** ¿Por qué?

**Estudiante:** Porque ya tenemos todo lo que nos pide la ecuación.

**Tercer paso:** Ejecución del plan.

**Docente:** ahora que sabemos que vamos a encontrar, procedamos a resolver el problema.

Ecuación.  $A_T = A_L + 2B$

Encontrando  $A_L$ .

$$\begin{array}{l} A_T = A_L + 2B \\ \swarrow \quad \searrow \\ A_L = n \cdot A_C \quad B = 2.598 \cdot l^2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 6 \quad b \cdot h \\ A_L = n \cdot A_C \\ A_L = n \cdot (b \cdot h) \\ A_L = 6 \cdot (4.7cm)(39cm) \\ \mathbf{A_L = 1099.8cm^2} \end{array}$$

Encontrando  $B$ .

$$\begin{array}{l} B = 2.598 \cdot l^2 \\ B = 2.598 \cdot (39cm)^2 \\ B = 2.598 \cdot (1521cm^2) \\ \mathbf{B = 3951.558cm^2} \end{array}$$

Sustituyendo  $A_L$  y  $B$  en la ecuación.

$$\begin{array}{l} A_T = A_L + 2B \\ A_T = 1099.8cm^2 + 2(3951.558cm^2) \\ A_T = 1099.8cm^2 + 7903.116cm^2 \\ \mathbf{A_T = 9002.916cm^2} \end{array}$$

Respuesta: Se necesita la cantidad de  $9002.916cm^2$ .

**Cuarto paso:** Visión retrospectiva.

**Docente:** ¿La solución que hemos obtenido, es la que nos pide el problema?

**Estudiante:** Vamos a leer el problema.

**Docente:** Entonces.

**Estudiante:** Si profe esa es la respuesta, ya que nos pide cantidad de cartón que se necesita para la caja de la pizza.

**Docente:** exacto, esa es la respuesta que nos pide el problema, excelente.

**Problema 4. Pececitos en el acuario.**

¿Cuántos peces pequeños o medianos se pueden introducir en un acuario cuyas medidas interiores son 88cm de largo, 65cm, de ancho y 70cm de alto? Se recomienda introducir a la suma un pez mediano o pequeño cada cuatro litros de agua.

**Primer paso:** Comprender el problema.

**Docente:** ¿De qué trata el problema? Leámoslo.

**Estudiante:** Sobre los peces que contiene el acuario.

**Docente:** Y ¿Qué es lo que vamos a encontrar?

**Estudiante:** El número máximo de peces que pueden alcanzar en el acuario.

**Docente:** Muy bien y ¿Qué forma tiene el acuario?

**Estudiante:** la forma de un prisma.

**Docente:** ¿Qué tipo de prisma?

**Estudiante:** un prisma rectangular.

**Docente:** ¿y qué nombre recibe el prisma rectangular?

**Estudiante:** paralelepípedo.

**Segundo paso:** Concebir un plan.

**Docente:** podemos dibujar esta situación, para una mejor comprensión.

**Estudiante:** Si

**Docente:** ¿Qué podemos dibujar?

**Estudiante:** El acuario con los peces.

**Docente:** Muy bien, pero antes díganme las medidas del acuario.

**Estudiante:**

Largo = 88

Ancho = 65

Alto = 70



**Docente:** ¿y cuál es la incógnita?

**Estudiante:** no sabemos profesor.

**Docente:** quiere decir que ¿Cuál es ese valor desconocido que queremos encontrar? Sabiendo que es la cantidad de agua que queremos encontrar.

**Estudiante:** ah, profesor es el volumen, esa es la incógnita desconocida que tenemos que encontrar.

**Docente:** ¿es posible satisfacer la condición?

**Estudiante:** creo que sí.

**Docente:** veamos, ¿Cuál es la condición que nos dan, para saber cuántos peces van a estar en el acuario?

**Estudiante:** Profesor nos da al final del problema.

**Docente:** Y ¿Cuál es entonces?

**Estudiante:** Que se recomienda introducir a la suma un pez mediano o pequeño cada cuatro litros de agua.

**Docente:** y la condición que nos da, es suficiente para resolverlo.

**Estudiante:** creo que sí, pero no estoy seguro.

**Docente:** Bueno, una vez que encontramos el volumen, ¿Qué hacemos?

**Estudiante:** dividir el volumen entre los 4 litros.

**Docente:** que unidad de medida tendrá el volumen cuando lo encontremos.

**Estudiante:** la unidad de medida será en  $cm^3$

**Docente:** ¿y será correcto dividir el volumen en  $cm^3$  entre el número de litros?

**Estudiante:** no profesor, tiene que ser la misma unidad de medida.

**Docente:** ¿Cómo haremos eso?

**Estudiante:** Profesor, está complicado eso, no recuerdo nada ahorita.

**Docente:** Entonces les diré como realizar ese paso.

**Estudiante:** muy bien profesor, pero necesitamos de su ayuda.

**Docente:** Así es, entonces para saber cuántos pececitos alcanzaran en el acuario, necesitan realizar una conversión, la cual es:

*1 litros de agua equivale a  $1000cm^3$ .*

**Tercer paso:** Ejecutar el plan.

**Docente:** Ahora que tenemos claro lo que vamos a hacer, procedamos hacer los cálculos necesarios, para la resolución de este.

Como primer paso de resolución, calcularemos el volumen del acuario.

$$\begin{aligned}V &= A_B \cdot h \\V &= (88cm)(65cm)(70cm) \\V &= 400400cm^3\end{aligned}$$



Ahora que tenemos el volumen del acuario, lo convertiremos a litros de agua, para poder encontrar el número total de litros de agua que hay dentro de esta.

$$\text{litros de agua} = \frac{400400\text{cm}^3}{1000} = 400.4$$

Docente: como ya sabemos que por cada 4 litros de agua alcanza un pececito, encontraremos el número de peces que hay dentro del acuario.

$$\text{Numero de peces en el acuario} = \frac{400.4}{4} = 100.1 \approx 100 \text{ peces.}$$

Respuesta: Se pueden introducir 100 peces medianos o pequeños dentro del acuario.

#### **Cuarto paso: Visión retrospectiva.**

**Estudiante:** Que interesante respuesta profesor.

**Docente:** Así es, ¿Seguro que esa es la respuesta que nos pide el problema?

**Estudiante:** Si profesor, esa es la respuesta, ya que nos piden el número de peces que pueden estar en el acuario, pero profesor ¿tienen que ser peces pequeños o medianos?

**Docente:** Bueno, el problema dice que, por cada cuatro litros de agua, tiene que alcanzar un pececito, ya sea mediano o pequeño, eso no afectará esa condición.

Y por tal razón la respuesta que encontramos es la correcta.

#### **Problema 5.El precio del queso.**

Un queso de forma cubica, cuyas aristas tiene como medida 30cm. Se venderá a razón de 25,00 córdobas por cada porción. Si cada porción del queso tiene la forma de un ortoedro (prisma rectangular) con medida de 3cm; 5cm y 9cm. Determine el posible precio de venta del queso completo.

**Primer paso: Comprender el problema.**

**Docente:** ¿De qué nos habla el problema?, leámoslo.

**Estudiante:** De un queso que se va vender.

**Docente:** ¿y se va vender entero el queso?

**Estudiante:** No, se va a vender en porciones.

**Docente:** y ¿Qué forma tiene esas porciones?

**Estudiante:** de un prisma rectangular.

**Docente:** y ¿Cuáles son las medidas de ese prisma rectangular?

**Estudiante:**

Largo = 3cm.

Ancho = 5cm.

Alto = 9cm

**Docente:** ¿Y la forma del queso completo?

**Estudiante:** de forma cubica.

**Docente:** Ah, muy bien, y ¿Cuánto mide el lado de este cubo?

**Estudiante:** mide 30 cm.

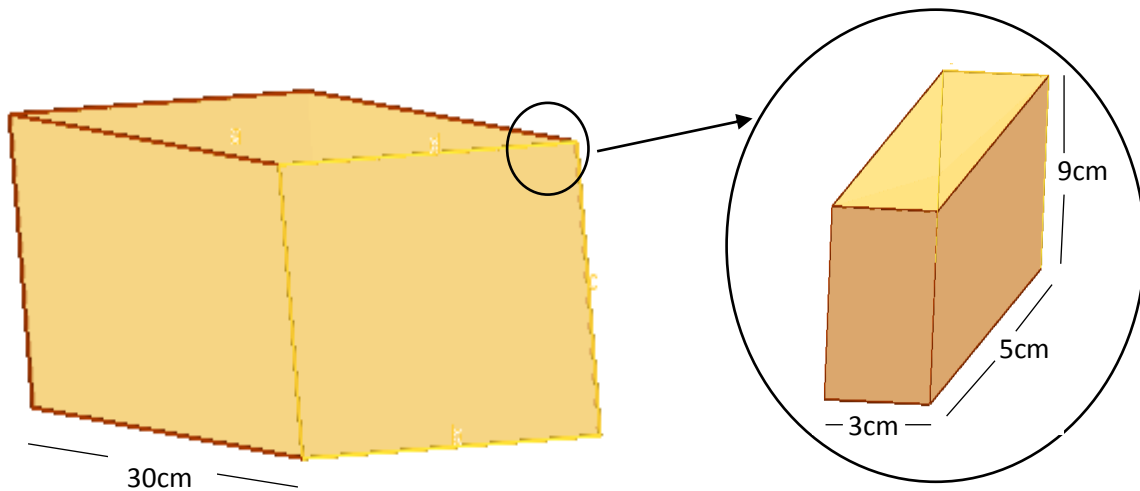
**Docente:** perfecto.

**Segundo paso:** concebir un plan.

**Docente:** podemos hacernos un dibujo, que nos facilite entender mejor el problema.

**Estudiante:** sí.

**Docente:** bueno, entonces dibujémoslo y ubiquemos los datos en el dibujo.



**Docente:** ¿Qué nos pide encontrar el problema? Volvámoslo a leer.

**Estudiante:** Determinar el precio de venta del queso completo.

**Docente:** pero, ¿Cuánto vale cada porción?

**Estudiante:** Vale 25 córdobas.

**Docente:** ¿Cuántas porciones hay?

**Estudiante:** no se sabe.

**Docente:** les pondré un ejemplo sencillo, si compro una bolsa de confites a 50 córdobas y me doy cuenta de que cada confite me sale a 0.50 córdobas, ¿Cuántos confites habían?

**Estudiante:** Ah, había 100 confites.

**Docente:** correcto, ¿Qué operación hicieron para que les diera 100?

**Estudiante:** Dividimos el precio de la bolsa de confites entre el precio de cada confite.

**Docente:** Muy bien, ¿tenemos el precio del queso?

**Estudiante:** No.

**Docente:** Pero ¿Tenemos las medidas de estos?

**Estudiante:** Si.

**Docente:** bueno, ¿Qué podemos encontrar, área o volumen? Sabiendo que es la cantidad de queso que queremos encontrar.

**Estudiante:** Volumen.

**Docente:** Si encontramos el volumen del queso completo y el de cada porción, ¿Qué podemos hacer entonces para encontrar la cantidad de porciones?

**Estudiante:** Ah lo mismo que el ejemplo que nos dio, dividir el volumen del queso completo entre el volumen de cada porción.

**Docente:** muy bien, sabiendo las cantidades de porciones del queso y que cada porción vale 25 córdobas, ¿Cómo hago para saber cuánto vale el queso completo?

**Estudiante:** Multiplicando 25 por la cantidad de porciones que hay.

**Tercer paso:** Ejecución del plan.

**Docente:** ahora que sabemos que vamos a encontrar, procedamos a resolver el problema.

Volumen de la porción del queso.

$$\begin{aligned}V &= A_B \cdot h \\V &= (3cm)(5cm)(9cm) \\V &= 135cm^3\end{aligned}$$

Volumen del queso completo.

$$\begin{aligned}V &= (30cm)(30cm)(30cm) \\V &= 27000cm^3\end{aligned}$$

Ahora dividimos el volumen del queso completo entre el volumen de la porción del queso.

$$\frac{27000cm^3}{135cm^3} = 200 \text{ porciones.}$$

Ahora multiplicamos el valor de cada porción del queso por el número de porciones, para obtener el precio del queso completo.

$$200 \times 25,00 = 5000,00$$

Respuesta: El precio de venta del queso completo es de 5000 córdobas.

**Cuarto paso: Visión retrospectiva.**

**Docente:** ¿La solución que hemos obtenido, es la que nos pide el problema?

**Estudiante:** Leeremos de nuevo el problema profesor.

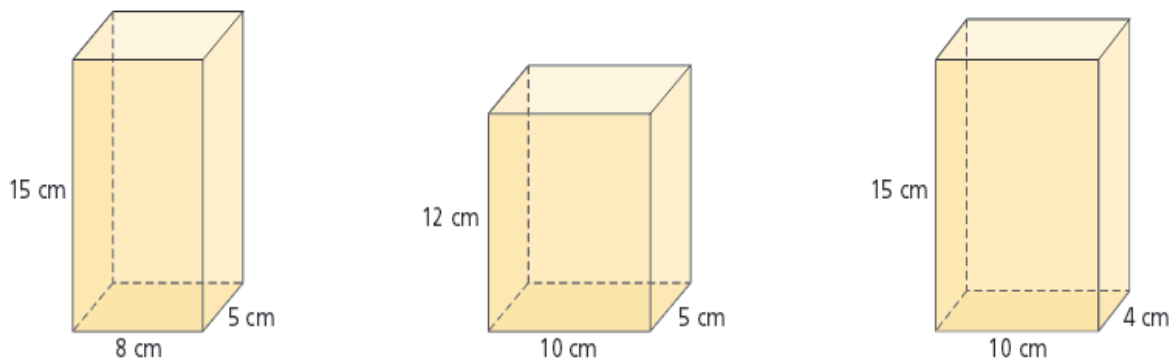
**Docente:** muy bien, léanlo detenidamente.

**Estudiante:** Realmente, la respuesta que hemos encontrado es la que nos pide.

**Docente:** Así es, buen análisis.

### Problema 6. Productos lácteos en la escuela.

Una empresa de lácteos eligió uno de estos tres envases, que tienen el mismo volumen, para comercializar su nuevo producto. ¿Qué envase eligió la empresa si optó por aquel que está hecho con menos material?



**Primer paso:** comprender el problema.

**Docente:** aquí les presento los tres envases con sus diferentes medidas del que nos habla el problema hechos de cartulina satinada, pero ¿A qué se refiere cuando nos dicen que todos tienen el mismo volumen?

**Estudiante:** que los tres envases tienen la misma capacidad de almacenar la misma cantidad del producto.

**Docente:** ¿Qué nos pide encontrar el problema?

**Estudiante:** el envase que tiene menos material.

**Docente:** ¿Cuál envase creen que la empresa escogió?

**Estudiantes:**  $a_i, b_i, a_i, a_i, \dots$

**Docente:** ¿y de todas esas cual creen que es el envase correcto?

**Estudiante:** no sabemos profe, díganos usted.

**Docente:** bueno, resolvamos el problema para saber la respuesta.

**Segundo paso:** concebir un plan.

**Docente:** ¿Cómo hacemos para saber cuál es el envase que tiene menos material?

**Estudiante:** encontrar la medida de cartón de cada envase.

**Docente:** la medida que tiene cada envase, ¿será el área o el volumen?

**Estudiante:** el área profe, porque ya el problema nos dice que todos tienen el mismo volumen.

**Docente:** ¿y cómo encontramos el área?

**Estudiante:**  $A_T = P_B \cdot H + 2A_B$

**Docente:** para encontrar el área lateral necesitamos el perímetro de la base, ¿tenemos el perímetro de los tres envases?

**Estudiante:** no.

**Docente:** ¿y cómo hacemos para encontrarla?

**Estudiante:**  $P_B = 2b + 2h$

**Docente:** muy bien, ¿y cómo encontramos  $A_B$ ?

**Estudiante:** multiplicando la base por la altura.

**Docente:** está muy bien todo.

**Docente:** ¿y cuál es la base y la altura de ese rectángulo?

**Estudiante.** Profe, ¿pero de cuál de los tres envases?

**Docente:** ah, en este caso sería hacer todos los cálculos necesarios para cada uno de esos envases, así que los denotaremos como envase: a, b y c.

Comencemos primero con el envase “a”, ¿Cuál es la base y la altura de la base del envase a?

**Estudiante:**  $base = 8cm$

$altura = 5cm.$

**Docente:** ¿y la altura del envase?

**Estudiante:**  $altura (H) = 15cm$

**Docente:** bien, ahora díganme ¿Cuáles son los daos del envase b?

**Estudiante:**  $base = 8cm$



$$\text{altura} = 5\text{cm.}$$

$$\text{altura (H)} = 15\text{cm}$$

**Docente:** ¿y las del envase c?

**Estudiante:**  $\text{base} = 8\text{cm}$

$$\text{altura} = 5\text{cm.}$$

$$\text{altura (H)} = 15\text{cm}$$

**Tercer paso:** Ejecutar el plan.

**Docente:** ahora que tenemos claro lo que vamos a hacer, procedamos hacer los cálculos necesarios para resolver este problema.

Para el envase a. calculamos el perímetro de la base.

$$P_B = 2b + 2h$$

$$P_B = 2(8\text{cm}) + 2(5\text{cm})$$

$$P_B = 16\text{cm} + 10\text{cm}$$

$$P_B = 26\text{cm}$$

Calculando área de la base.

$$A_B = b \cdot h$$

$$A_B = (8\text{cm}) \cdot (5\text{cm})$$

$$A_B = 40\text{cm}^2$$

Ahora calculamos área total del envase.

$$A_T = P_B \cdot H + 2A_B$$

$$A_T = (26\text{cm}) \cdot (15\text{cm}) + 2(40\text{cm}^2)$$

$$A_T = (26\text{cm}) \cdot (15\text{cm}) + 2(40\text{cm}^2)$$

$$A_T = 390\text{cm}^2 + 80\text{cm}^2$$

$$A_T = 470\text{cm}^2$$

Para el envase b. calculamos el perímetro de la base.

$$P_B = 2b + 2h$$

$$P_B = 2(10cm) + 2(5cm)$$

$$P_B = 20cm + 10cm$$

$$P_B = 30cm$$

Calculando área de la base.

$$A_B = b \cdot h$$

$$A_B = (10cm) \cdot (5cm)$$

$$A_B = 50cm^2$$

Ahora calculamos área total del envase.

$$A_T = P_B \cdot H + 2A_B$$

$$A_T = (30cm) \cdot (12cm) + 2(50cm^2)$$

$$A_T = (30cm) \cdot (12cm) + 2(50cm^2)$$

$$A_T = 360cm^2 + 100cm^2$$

$$A_T = 460cm^2$$

Para el envase c. calculamos el perímetro de la base.

$$P_B = 2b + 2h$$

$$P_B = 2(10cm) + 2(4cm)$$

$$P_B = 20cm + 8cm$$

$$P_B = 28cm$$

Calculando área de la base.

$$A_B = b \cdot h$$

$$A_B = (10cm) \cdot (4cm)$$

$$A_B = 40cm^2$$

Ahora calculamos área total del envase.

$$A_T = P_B \cdot H + 2A_B$$

$$A_T = (28cm) \cdot (15cm) + 2(40cm^2)$$

$$A_T = (28cm) \cdot (15cm) + 2(40cm^2)$$

$$A_T = 420cm^2 + 80cm^2$$

$$A_T = 500cm^2$$

**Cuarto paso:** visión retrospectiva.

**Docente:** habiendo encontrado el área de los tres envases, ¿Cuál es el envase que contiene menos material?

**Estudiante:** es la del envase b.

**Docente:** ¿Por qué la del envase b?

**Estudiante:** porque es el que contiene menos  $cm^2$ .

### Problema 7. La piscina.

Una piscina tiene unas dimensiones de 7x4x2 m. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenarla dos grifos cuyo caudal es de 70 litros por minuto cada uno?

**Primer paso:** comprender el problema.

**Docente:** ¿Qué es lo que deseamos saber?

**Estudiante:** el tiempo que tardara dos grifos en llenar la piscina.

**Docente:** ¿y cuál es la cantidad de litros que deposita cada grifo en un minuto?

**Estudiante:** 70 litros cada uno.

**Docente:** y los dos juntos ¿cuántos litros harán en un minuto?

**Estudiante:** 140 litros profe.

**Docente.** Correcto,

**Segundo paso:** concebir un plan.

**Docente:** ya sabemos que deseamos encontrar el tiempo que tardaran dos grifos en llenar la piscina, ahora díganme ¿cuáles son las medidas de la piscina?

**Estudiante:** Largo: 7m

Ancho: 4m

Alto: 2m

**Docente:** ¿Qué vamos a encontrar, área o volumen? Sabiendo que es la cantidad de litros que pueden alcanzar en la piscina.

**Estudiante:** volumen profe.

**Docente:** si encontramos el volumen que sería la cantidad de litros que alcanza en la piscina, ¿Qué podemos hacer para saber en cuántos minutos se llenara, si ya sabemos que en un minuto caen 140 litros?

**Estudiante:** encontrar el número de litros que alcanzan en la piscina.

**Docente:** ¿y cómo encontramos la cantidad de litros que alcanza en la piscina?

**Estudiante:** encontrando el volumen.

**Docente:** bien, si encontramos el volumen estaríamos encontrando el número de  $m^3$ , no el número de litros.

**Estudiante:** y entonces, ¿Qué hacemos?

**Docente:** bueno, para esto necesitamos de una conversión, la cual es.

$$1 \text{ litro de agua equivale a } 0.001m^3$$

Encontrando la cantidad de litros que alcanzan en la piscina, ¿Cómo sabremos en cuantos minutos se llenara con los dos grifos?

**Estudiante:** vamos a dividir la cantidad de litros entre los 140 litros que caen cada minuto en la piscina.

**Tercer paso:** Ejecutar el plan.

**Docente:** Bueno, ahora que tenemos claro todo lo que tenemos que hacer, les pregunto ¿Qué ecuación vamos a utilizar?

**Estudiante:** la ecuación del volumen.

**Docente:** ¿Y cuál es la ecuación del volumen?

**Estudiante:**  $V = A_B \cdot h$

**Docente:** bien, ahora sustituyamos los datos que ya tenemos en la ecuación.

$$V = (7m)(4m)(2m)$$

$$V = 56m^3$$

Ahora que tenemos el volumen de la piscina, lo convertiremos a litros de agua, para poder encontrar el número total de litros de agua que alcanzan en ella.

$$\text{litros de agua} = \frac{56m^3}{0.001} = 56000 \text{ litros de agua}$$

Po lo tanto, ahora que tenemos la cantidad de litros de agua en la piscina, ¿Qué hacemos?

**Estudiante:** calcular en cuantos minutos se llenará la piscina.

**Docente:** muy bien, como ya habíamos dicho anteriormente, dividiremos la cantidad de litros que alcanza en ese entre los 140 litros que se va llenando por minuto para encontrar el total de minutos necesarios para llenar la piscina.

$$\text{minutos} = \frac{56000 \text{ litros}}{140 \text{ litros}} = 400 \text{ minutos}$$

¿Cuál es respuesta?

**Estudiante:** que en 400 minutos se llenara la piscina.

**Cuarto paso:** Visión retrospectiva.

**Docente:** ¿Qué nos pedía encontrar el problema?

**Estudiante:** encontrar la cantidad de minutos en la que arda la piscina en llenarse.

**Docente:** y ¿encontramos la respuesta?

**Estudiante:** si profe, esa es la respuesta.

**Docente:** buenos, díganme si están seguros de que en cada minuto caían 140 litros en la piscina.

**Estudiante:** si profe, por cada uno daba 70 litros por minuto y 70 por los 2 grifos es de 140 litros.

### **Conclusiones de la propuesta**

El diseño de nuestra propuesta didáctica se elaboró tomando en cuenta la resolución de problemas en área y volumen del prisma, utilizando el método de Polya, la cual sigue una secuencia de fases con aspectos metodológicos que permiten al estudiante poner en práctica lo aprendido a través de un diálogo en la interacción entre docente y estudiante.

## VI. Conclusiones

Mediante los estudios realizados en la presente la investigación, se puede concluir lo siguiente:

1. Se determinó que el docente no resuelve problemas en el desarrollo de la clase, pero si propone en actividades de extra clases problemas de la vida cotidiana, ya que los propuestos por el docente trataban de situaciones del entorno relacionados al área y volumen del prisma, según lo observado y según las encuestas aplicadas.
2. El docente orienta a los estudiantes el problema a resolver en el aula de clases, pero no los acompaña en la resolución de éstos, pues solo les ayudó al comienzo para que comprendieran el problema y luego los dejó trabajando solos, logrando que estos no pudieran resolver los problemas que se les orientó.
3. Según las encuestas y las observaciones realizadas, se determinó que el docente no aplica el método de Polya, pero se logró presenciar la implementación del primer paso de este método en la resolución de problemas Matemáticos de la vida cotidiana.
4. Se proponen una serie de problemas de la vida cotidiana que fueron diseñados tomando en cuenta el cálculo del área y volumen del prisma utilizando el método de Polya, como una estrategia didáctica para mejorar el proceso de resolución y aprendizaje significativo de los estudiantes.



## VII. Bibliografía

- Alfaro, C. (2006). *LAS IDEAS DE POLYA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS*.  
Obtenido de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6967/6653>
- Baldor, A. (2012). *ALGEBRA*. La Habana, Cuba: S.A. (CCEDTA).
- Baldor, A. A. (1996). *Geometria plana y del espacio con una introduccion a la geometria*. Mexico: Publicaciones CULTURAL, S.A.
- Blanco, J. L. (febrero de 1996). La resolucion de problemas. Una revisión teorica. *SUMA*, 11-20.
- Chavez, C. R., & Quintanar, A. L. (2015). *La biblia de las matematicas*. Mexico D.F.: Editorial Letrarte, S.A.
- Cruz, E. d., & Flores, M. H. (2014). *Modelos de resolucion de problemas de ecuaciones lineales con una variable, octavo grado, turno matutino, Instituto Nacional de la Dalia, Matagalpa, Segundo semestre 2013*. Matagalpa.
- Diccionario de matematicas*. (2000). Madrid: Cultural, S.A.
- Enciclopedia universal ilustrada*. (1958). Madrid: Calpe S.A.
- Fuentes, X. V. (2008). Resolución de Problemas Matemáticos: Un Cambio Epistemológico con Resultados Metodológicos. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 36-58.
- García, J. J. (1998). La creatividad y la resolución de problemas como base de un modelo didáctico alternativo. *Revista educación y pedagogía*, 145-174.
- Guido, J. A., & Laguna Lopez, D. (2014). *Modelos de resolucion de problemas de ecuaciones cuadraticas, noveno grado, Colegio Waswali Abajo, Matagalpa, Segundo semestre 2013*. Matagalpa.
- Martinez, S. B. (Enero de 2015). <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86>. *Metodo Polya en la resolucion de problemas matematicos*. Obtenido de

<http://recursosbiblio.url.edu.gt/>:

<http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf>

Morales, R. S. (2012). *Fundamentos de la matematica de decimo grado*. Managua.

Nieto, L. B. (1993). *blanco93. Una clasificación de problemas*. Recuperado el 02 de Mayo de 2017, de <http://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/documentos/blanco93.pdf>

Pardo, E. (Mayo de 2004). *Características, en los problemas escolares, que inciden en la dificultad de los mismos*. Obtenido de [http://www.euskara.euskadi.eus/r59-738/eu/contenidos/informacion/dia6\\_sigma/eu\\_sigma/adjuntos/sigma\\_24/14\\_Prob%20escolares.pdf](http://www.euskara.euskadi.eus/r59-738/eu/contenidos/informacion/dia6_sigma/eu_sigma/adjuntos/sigma_24/14_Prob%20escolares.pdf)

Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. Mexico, D. F.: Trillas, S. A. de C. V.

Rivera, G. P. (2015). *Matematica, educacion secundaria 10 grado*. Nicaragua.

Scheafer, R. L. (1986). *Elementos de muestreo*. Mexico: Grupo editorial Iberoamerica, S.A. de C.V.

Sebastian Bahamonde Villarroel, J. V. (2011). *Resolucion de problemas matematicos*. Obtenido de [http://www.umag.cl/biblioteca/tesis/bahamonde\\_villarroel\\_2011.pdf](http://www.umag.cl/biblioteca/tesis/bahamonde_villarroel_2011.pdf)

## VIII. Anexos

### ANEXO 1: OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

| variable                | subvariable | Definición conceptual   | indicadores                           | Pregunta  | Escala de valores | Instrumento | Fuente  |
|-------------------------|-------------|---|---------------------------------------|---|-------------------|-------------|---------|
| Resolución de problemas |             | Para resolver un problema hay que realizar las operaciones necesarias para encontrar el valor de las incógnitas. Para comprender un problema hay que cerciorarse de que los valores hallados para las incógnitas, una vez resuelto el problema, satisfacen las condiciones del mismo. | Concepto de ejercicio                 | ¿Qué entiende por ejercicio matemático?                               | -                 | Entrevista  | Docente |
|                         |             |   | Concepto de problema                  | ¿Qué entiende por problema matemático?                                | -                 | Entrevista  | Docente |
|                         |             |   | Características de un problema        | ¿Qué características debe contener un problema matemático?            | -                 | Entrevista  | Docente |
|                         |             |   | Diferencia entre ejercicio y problema | ¿Qué diferencias existen entre un ejercicio y un problema matemático? | -                 | Entrevista  | Docente |
|                         |             |   | Resolución de problemas               | ¿Qué es para usted resolución de problemas matemáticos?               | -                 | Entrevista  | Docente |

| variable                | subvariable | Definición conceptual  | indicadores             | Pregunta  | Escala de valores                | Instrumento | Fuente               |
|-------------------------|-------------|--|-------------------------|---|----------------------------------|-------------|----------------------|
| Resolución de problemas |             | Para resolver un problema hay que realizar las operaciones necesarias para encontrar el valor de las incógnitas. Para comprender un problema hay que cerciorarse de que los valores hallados para las incógnitas, una vez resuelto el problema, satisfacen las condiciones del mismo | Resolución de problemas | ¿Se resuelven problemas matemáticos de situaciones reales en el aula de clases? | Sí<br>No<br>Algunas veces        | Observación | Proceso de enseñanza |
|                         |             |  |                         | ¿El docente asigna problemas dentro del aula de clases?                         | Si<br>No                         | Observación | de enseñanza         |
|                         |             |  |                         | ¿Qué te gusta resolver de extra clase?  | Ejercicios<br>Problemas<br>Ambos | Encuesta    | Estudiante           |
|                         |             |  |                         | ¿Qué se resuelve durante el periodo de la clase?                                | Ejercicios<br>Problemas<br>Ambos | Encuesta    | Estudiante           |

| variable                | subvariable | Definición conceptual  | indicadores             | Pregunta  | Escala de valores   | Instrumento | Fuente               |
|-------------------------|-------------|--|-------------------------|---|---|-------------|----------------------|
| Resolución de problemas |             | Para resolver un problema hay que realizar las operaciones necesarias para encontrar el valor de las incógnitas. Para comprender un problema hay que cerciorarse de que los valores hallados para las incógnitas, una vez resuelto el problema, satisfacen las condiciones del mismo | Resolución de problemas | ¿El docente asigna Problemas como tarea en casa                                   | Si<br>No  | Observación | Proceso de enseñanza |
|                         |             |  |                         | ¿El docente presta atención al momento que los estudiantes resuelven un problema? | Siempre ____<br>Casi siempre ____<br>Algunas veces ____<br>Poco ____<br>Nada ____ | Observación | Proceso de enseñanza |
|                         |             |  |                         | ¿Es importante resolver problemas matemáticos?                                    | Si ____<br>No ____<br>Algunas veces ____  | Encuesta    | Estudiante           |
|                         |             |  |                         | ¿Qué se logra con la resolución de problemas matemáticos?                         |   | Entrevista  | Docente              |

| variable                | subvariable | Definición conceptual   | indicadores                       | Pregunta   | Escala de valores   | Instrumento | Fuente     |
|-------------------------|-------------|---|-----------------------------------|--|---|-------------|------------|
| Resolución de problemas |             | Para resolver un problema hay que realizar las operaciones necesarias para encontrar el valor de las incógnitas. Para comprender un problema hay que cerciorarse de que los valores hallados para las incógnitas, una vez resuelto el problema, satisfacen las condiciones del mismo. | Importancia de resolver problemas | ¿Qué se logra con la resolución de problemas matemáticos?                  | a) Se logra propiciar la interpretación<br>b) Se logra un mejor análisis y reflexión.<br>c) Se obtiene un mejor razonamiento lógico.<br>d) No se aprende nada<br>e) No facilita un avance en el conocimiento matemático   | Encuesta    | Estudiante |
|                         |             |   |                                   | ¿Qué procedimientos se realizan en la resolución de problemas matemáticos? | a) Comprensión del problema.<br>b) Encontrar datos, incógnitas y encontrar el valor de estas.<br>c) verificar que el resultado satisface las condiciones del problema<br>d) Resolver las operaciones que nos dan<br>e) Utilizo un paso conocido para resolverlo |             |            |

| variable                | subvariable | Definición conceptual   | indicadores                                | Pregunta   | Escala de valores   | Instrumento | Fuente     |
|-------------------------|-------------|---|--|--|---|-------------|------------|
| Resolución de problemas |             | Para resolver un problema hay que realizar las operaciones necesarias para encontrar el valor de las incógnitas. Para comprender un problema hay que cerciorarse de que los valores hallados para las incógnitas, una vez resuelto el problema, satisfacen las condiciones del mismo. | Clasificación de los problemas matemáticos | ¿Cuándo considera usted que un problema es de la vida cotidiana? | a) Cuando se relata una historia del pasado____<br>b) Cuando relacionan conceptos matemáticos con fórmulas.<br>c) Cuando se plantean actividades lo más cercanas posibles a situaciones reales. | Encuesta    | Estudiante |
|                         |             |   | Clasificación de los problemas matemáticos | ¿Qué tipos de problemas desarrolla en la clase?                  |   | Entrevista  | Docente    |

| variable                | subvariable | Definición conceptual   | indicadores                                | Pregunta   | Escala de valores     | Instrumento | Fuente     |
|-------------------------|-------------|---|--|--|-----------------------|-------------|------------|
| Resolución de problemas |             | Para resolver un problema hay que realizar las operaciones necesarias para encontrar el valor de las incógnitas. Para comprender un problema hay que cerciorarse de que los valores hallados para las incógnitas, una vez resuelto el problema, satisfacen las condiciones del mismo. | Clasificación de los problemas matemáticos | ¿Con que frecuencia resuelven problemas de la vida cotidiana?    | Mucho<br>Poco<br>Nada | Encuesta    | Estudiante |
|                         |             |   |  | ¿Qué modelos matemáticos conoces para la resolución de problemas |                       | Entrevista  | Docente    |
|                         |             |   | Método de Polya                            | ¿Tiene conocimiento del método de Polya?                         |                       | Entrevista  | Docente    |
|                         |             |   |  | ¿Tiene conocimiento del método de Polya?                         | Si<br>No              | Encuesta    | Estudiante |



| variable        | subvariable | Definición conceptual  | indicadores     | Pregunta  | Escala de valores                  | Instrumento | Fuente               |
|-----------------|-------------|--|-----------------|---|------------------------------------|-------------|----------------------|
| Método de Polya |             | El método de Polya es un método general basado en cuatro sencillos pasos; entender el problema, configurar el plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás | Método de Polya | ¿Menciona el docente a los estudiantes el modelo de resolución de problemas que aplica? | Si<br>No                           | Observación | Proceso de enseñanza |
|                 |             |  |                 | ¿Aplica el docente el método de Polya durante el desarrollo de la clase?                | Si<br>No                           | Observación | Proceso de enseñanza |
|                 |             |  |                 | ¿Se ha utilizado el método de Polya en la resolución de problemas matemáticos?          | Si____<br>No ____<br>Algunas veces | Encuesta    | Estudiante           |

| variable        | subvariable | Definición conceptual   | indicadores     | Pregunta   | Escala de valores   | Instrumento | Fuente     |
|-----------------|-------------|---|-----------------|--|---|-------------|------------|
| Método de Polya |             | El método de Polya es un método general basado en cuatro sencillos pasos; entender el problema, configurar el plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás. | Método de Polya | ¿Cuáles son los pasos del método del método de Polya?          |   | Entrevista  | Docente    |
|                 |             |   |                 | ¿Para usted cuales son los pasos que posee el método de Polya? | a) Leer el problema, resolver lo que se lee y dar una respuesta<br>b) Comprender el problema<br>c) Concepción del plan<br>d) Ejecución del plan y examinar la solución obtenida | Encuesta    | Estudiante |

| variable        | subvariable | Definición conceptual   | indicadores     | Pregunta   | Escala de valores  | Instrumento | Fuente               |
|-----------------|-------------|---|-----------------|--|--|-------------|----------------------|
| Método de Polya |             | El método de Polya es un método general basado en cuatro sencillos pasos; entender el problema, configurar el plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás. | Método de Polya | ¿Aplica el docente algunos pasos del método de Polya al momento de resolver problemas matemáticos? | Si<br>No   | Observación | Proceso de enseñanza |
|                 |             |   |                 | ¿Qué pasos del método de Polya aplica el docente?  | Comprender el problema__<br>Concebir un plan ____<br>Ejecutar el plan ____<br>Visión retrospectiva__ | Observación | Proceso de enseñanza |
|                 |             |   |                 | ¿Cuál es la importancia de utilizar el método de Polya en la resolución de problemas?              |  | Entrevista  | Docente              |

| variable        | subvariable | Definición conceptual   | indicadores             | Pregunta   | Escala de valores                              | Instrumento | Fuente      |
|-----------------|-------------|---|-------------------------|--|--|-------------|-------------|
| Método de Polya |             | El método de Polya es un método general basado en cuatro sencillos pasos; entender el problema, configurar el plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás. | Resolución de problemas | Doña Julia se prepara en la hora de receso para ofertar a los estudiantes del colegio Miguel Larreynaga un nuevo producto lácteo, si dicho producto tiene forma de un cubo de lado 3 cm ¿cuántos productos lácteos lleva a vender en una caja que tiene forma rectangular con dimensiones: 12 cm de ancho, 9 cm de largo y 6 cm de altura? | Respuesta: lleva a vender 24 productos lácteos | Encuesta    | Estudiantes |

## ANEXO 2: Encuesta



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
NICARAGUA,  
MANAGUA

UNAN - MANAGUA

### Encuesta dirigida a Estudiantes de décimo grado, turno vespertino, Colegio Público Miguel de Larreynaga, Matagalpa.

Estimados estudiantes: La siguiente encuesta es para recopilar información veraz sobre la resolución de problemas en área y volumen del prisma, aplicando método de Polya.

#### I. Marque con una X las respuestas que usted considere correctas.

- ¿Qué te gusta resolver de extra clase?  
Ejercicios \_\_\_ Problemas \_\_\_ Ambos \_\_\_
- ¿Qué se resuelve durante el periodo de la clase?  
Ejercicios \_\_\_ Problemas \_\_\_ Ambos \_\_\_
- ¿Es importante resolver problemas matemáticos?  
Sí \_\_\_ No \_\_\_ Algunas veces \_\_\_
- ¿Qué se logra con la resolución de problemas matemáticos?
  - Se logra propiciar la interpretación \_\_\_
  - Se logra un mejor análisis y reflexión \_\_\_
  - Se obtiene un mejor razonamiento lógico \_\_\_
  - No se aprende nada \_\_\_
  - No facilita un avance en el conocimiento matemático \_\_\_
- ¿Qué procedimientos se realizan en la resolución de problemas matemáticos?
  - Comprensión del problema \_\_\_
  - Encontrar datos, incógnitas y encontrar el valor de estas \_\_\_
  - verificar que el resultado satisface las condiciones del problema \_\_\_
  - Resolver las operaciones que nos dan \_\_\_
  - Utilizo un paso conocido para resolverlo \_\_\_
- ¿Cuándo considera usted que un problema es de la vida cotidiana?
  - Cuando se relata una historia del pasado \_\_\_
  - Cuando relacionamos conceptos matemáticos con fórmulas \_\_\_
  - Cuando relacionan conceptos matemáticos con formulas \_\_\_
  - Cuando se plantean actividades lo más cercanas posibles a situaciones reales \_\_\_
- ¿Con que frecuencia resuelven problemas de la vida cotidiana?  
Mucho \_\_\_ Poco \_\_\_ Nada \_\_\_
- ¿Tiene conocimiento del método de Polya?  
Sí \_\_\_ No \_\_\_
- ¿Se ha utilizado el método de Polya en la resolución de problemas matemáticos?  
Sí \_\_\_ No \_\_\_ Algunas veces \_\_\_
- ¿Para usted cuales son los pasos que posee el método de Polya?
  - Leer el problema, resolver lo que se lee y dar una respuesta \_\_\_
  - Comprender el problema \_\_\_
  - Concepción del plan \_\_\_
  - Ejecución del plan y examinar la solución obtenida \_\_\_

#### Resuelva el siguiente problema

Doña Julia se prepara en la hora de receso para ofertar a los estudiantes del colegio Miguel Larreynaga un nuevo producto lácteo, si dicho producto tiene forma de un cubo de lado 3 cm ¿cuántos productos lácteos lleva a vender en una cajita que tiene forma rectangular con dimensiones: 12 cm de ancho 9 cm de largo y 6 cm de altura?

### ANEXO 3: Guía de observación



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
NICARAGUA,  
MANAGUA  
UNAN - MANAGUA

### Guía de observación a clase

Objetivo: recopilar información sobre qué modelo matemático utiliza el docente para resolver problemas de área y volumen del prisma en décimo grado, turno vespertino, colegio público, Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.

#### Datos generales:

Docente visitado: \_\_\_\_\_

Nombre del observador: \_\_\_\_\_

Tema impartido: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_ Número de estudiantes: \_\_\_\_\_

#### Aspectos a observar:

1. ¿Se resuelven problemas Matemáticos de situaciones reales en el aula de clases?  
Si. \_\_\_\_  
No. \_\_\_\_
2. ¿El docente asigna problemas dentro del aula de clases?  
Si. \_\_\_\_ No. \_\_\_\_
3. ¿El docente asigna Problemas de tarea en casa?  
Si. \_\_\_\_ No. \_\_\_\_
4. ¿El docente presta atención al momento que los estudiantes resuelven un problema?  
Siempre \_\_\_\_ Casi siempre \_\_\_\_ Algunas veces \_\_\_\_ Poco \_\_\_\_ Nada \_\_\_\_
5. ¿Menciona el docente a los estudiantes el modelo de resolución de problemas que aplica?  
Si. \_\_\_\_ No. \_\_\_\_
6. ¿Aplica el docente el método de Polya durante el desarrollo de la clase?  
Si. \_\_\_\_ No. \_\_\_\_

7. ¿Aplica el docente algunos pasos del método de Polya al momento de resolver problemas Matemáticos?

Si. \_\_\_\_ No. \_\_\_\_

8. ¿Qué pasos del método de Polya aplica el docente?

Comprender el problema \_\_\_\_

Concebir un plan \_\_\_\_

Ejecutar el plan \_\_\_\_

Visión retrospectiva \_\_\_\_

**Observaciones generales:**

---

---

---

---

## Anexo 5: Entrevista



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
NICARAGUA,  
MANAGUA  
UNAN - MANAGUA

### Entrevista dirigida a docente de matemática

La siguiente entrevista está dirigida al docente que imparte la disciplina de Matemática. Con el propósito de obtener información objetiva acerca de la Resolución de problemas en área y volumen del prisma aplicando el método de Polya, décimo grado, turno vespertino, colegio público Miguel Larreynaga, Matagalpa, segundo semestre 2017.

#### Datos generales:

Nombre del profesor: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_ fecha: \_\_\_\_\_

Centro: \_\_\_\_\_ número de estudiantes: \_\_\_\_\_

#### Preguntas a desarrollar:

1. ¿Qué entiende por ejercicio Matemático?
2. ¿Qué entiende por problema Matemático?
3. ¿Qué características debe contener un problema Matemático?
4. ¿Qué diferencias existen entre un ejercicio y un problema Matemático?
5. ¿Qué es para usted resolución de problemas Matemáticos?
6. ¿Qué se logra con la resolución de problemas Matemáticos?
7. ¿Qué tipos de problemas desarrolla en la clase?
8. ¿Qué modelos matemáticos conoces para la resolución de problemas?
9. ¿Tiene conocimiento del método de Polya?
10. ¿Cuáles son los pasos del método del método de Polya?
11. ¿Cuál es la importancia de utilizar el método de Polya en la resolución de problemas?



### Anexo 5: Parrilla de resultados

| P 1 | P 2 | P 3 | P4 A | P4 B | P4 C | P4 D | P4 E | P5 A | P5 B | P5 C | P5 D | P5 E | P6 A | P6 B | P6 C | P 7 | P 8 | P 9 | P10 A | P10 B | P10 C | P10 D | P1 1 |
|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-------|-------|-------|-------|------|
| 2   | 2   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 1     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 1     | 2    |
| 3   | 1   | 1   | 2    | 1    | 1    | 2    | 2    | 1    | 1    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 1     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 2     | 1     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 1   | 2   | 2   | 1     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 1   | 2   | 2   | 1     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1   | 2   | 2   | 1     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 2    | 1    | 1    | 2    | 1    | 1    | 1    | 1    | 2    | 1    | 2    | 1    | 2    | 2   |     | 1   | 1     | 1     | 1     | 1     | 2    |
| 3   | 2   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2   | 2   | 1   | 2     | 2     | 1     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 3   | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 3   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 1     | 2     | 2     | 2     | 2    |
|     |     | 3   | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 3   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 1   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 1   | 1   | 1     | 2     | 2     | 1     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 1   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 2     | 1     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 1     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 1    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2    | 1    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 1    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 1    | 1    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 1    | 2    | 1    | 1    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 1     | 2     | 2     | 1     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 1     | 2    |
| 1   |     | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 1     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 1     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 1     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 1    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 3   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 2   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 2    | 2   | 2   | 2   | 1     | 1     | 1     | 1     | 2    |
| 1   | 3   | 1   | 2    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2    | 1    | 2    | 1    | 2    | 2    | 1    | 1    | 1   | 2   | 2   | 2     | 2     | 2     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 1    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 1    | 2    | 2    | 2    | 1    | 2    | 1    | 2   | 2   | 2   | 2     | 2     | 1     | 2     | 2    |
| 3   | 3   | 1   | 1    | 1    | 1    | 2    | 2    | 1    | 1    | 2    | 2    | 1    | 2    | 1    | 2    | 3   | 2   | 2   | 1     | 2     | 2     | 2     | 2    |

### Anexo 6: Resultados de la entrevista

|  | CRITERIOS   | RESPUESTA A LOS CRITERIOS OBSERVADOS | OBSERVACIÓN CON RESPECTO AL CRITERIO  |
|--|---|--------------------------------------|---|
| R<br>E<br>S<br>O<br>L<br>U<br>C<br>I<br>Ó<br>N<br>D<br>E | 1. ¿Se resuelven problemas matemáticos de situaciones reales en el aula de clases?                    | No                                   | El docente oriento problemas para que fueran resueltos por el estudiante, casi sin la ayuda de él.        |
|  | 2. ¿El docente asigna problemas dentro del aula de clases?  | Si                                   |   |
|  | 3. ¿El docente asigna Problemas de tarea en casa?   | No                                   | No se logró apreciar que el docente asignará problemas de área en casa.                                   |
|  | 4. ¿El docente presta atención al momento que los estudiantes resuelven un problema?                  | No                                   | No prestó atención al momento que los estudiantes resolvían el problema ya que se ausentó en ese periodo. |
| M<br>É<br>T<br>O<br>D<br>O<br>D<br>E                     | 1. ¿Menciona el docente a los estudiantes el modelo de resolución de problemas que aplica?            | No                                   | No dio a conocer el nombre del método que estaba utilizando.  |
|  | 2. ¿Aplica el docente el método de Polya durante el desarrollo de la clase?                           | No                                   | Ya que el método consta de cuatro pasos, los cuales fueron aplicados por el docente.                      |
|  | 3. ¿Aplica el docente algunos pasos del método de Polya al momento de resolver problemas matemáticos? | Si                                   |   |
|  | 4. ¿Qué pasos del método de Polya aplica el docente?  | Comprender el problema               |   |

### Anexo 7: Resultados de la entrevista

| PREGUNTA  | RESPUESTA DADA   |
|---|--|
| 1) ¿Qué entiende por ejercicio matemático?  | Es aquella situación en donde se debe de encontrar alguna variable o no está orientada a problemas que tiene que ver con la realidad.                          |
| 2) ¿Qué entiende por problema matemático?   | Se refiere a criterios que tienen que ver con el entorno y con la vida cotidiana.  |
| 3) ¿Qué características debe contener un problema matemático?                             | Primero tener un sentido racional segundo que esté vinculado a problemas cotidianos y tercero que su solución sea acorde a la unidad o tema estudiado.         |
| 4) ¿Qué diferencias existen entre un ejercicio y un problema matemático?                  | En un ejercicio no hay preguntas que responder, están implícitas; un problema si exige respuesta a preguntas, análisis y síntesis de un enunciado oracional.   |
| 5) ¿Qué es para usted resolución de problemas matemáticos?                                | Resolver un problema es en síntesis encontrar la incógnita o variable que se nos pregunta.   |
| 6) ¿Qué se logra con la resolución de problemas matemáticos?                              | Se sintetizan los conocimientos adquiridos, vincula íntimamente la teoría y la práctica y por último dar respuestas a situaciones o problemas de la vida real. |
| 7) ¿Qué tipos de problemas desarrolla en la clase?  | Problemas de la vida cotidiana de carácter cuantitativo.   |
| 8) ¿Qué modelos matemáticos conoces para la resolución de problemas?                      | Método de Polya, método inductivo y deductivo.   |
| 9) ¿Tiene conocimiento del método de Polya?   | Si   |
| 10) ¿Cuáles son los pasos del método del método de Polya?                                 | Análisis del problema, vincular las variables, dar la respuesta, volver atrás, revisar la respuesta.   |
| 11) ¿Cuál es la importancia de utilizar el método de Polya en la resolución de problemas? | Es un método de fácil aplicación y permite el análisis y síntesis de un problema planeado.   |

