



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
NICARAGUA,  
MANAGUA

UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE CHONTALES  
FAREM-CHONTALES  
PROGRAMA DE DOCTORADO EN MATEMÁTICA APLICADA

# RESUMEN

## La Integral Definida

---

Análisis de la incidencia de la Unidad Didáctica sobre la integral definida, en la conceptualización que tienen los estudiantes de segundo año de la Carrera de Contaduría Pública y Finanzas de la Universidad Politécnica de Nicaragua (UPOLI), en la asignatura de Matemática I, durante el primer semestre del año 2017

**Autor: M.Sc. Neyling Gricelda Potosme Mercado**

**Tutor: M.Sc. – Ph.D. Antonio Parajón Guevara**

**Diciembre, 2017**

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>3</b>
<b>2. ETAPA 1: DIAGNÓSTICO DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>5</b>
2.1 JUSTIFICACIÓN .....	5
2.2 PROPÓSITOS.....	8
2.3 INSTRUMENTOS.....	9
2.4 ANÁLISIS INTENSIVO .....	10
2.5 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	15
<b>3. ETAPA 2: INNOVACIÓN APLICADA .....</b>	<b>16</b>
3.1 PROPÓSITOS.....	17
3.2 UNIDAD DIDÁCTICA (U.D.).....	17
3.3 CRITERIOS ORIENTADORES PARA EL DISEÑO DE LA U.D.....	19
<b>4. ETAPA 3: CONCEPTUALIZACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA.....</b>	<b>20</b>
4.1 JUSTIFICACIÓN .....	20
4.2 PROPÓSITOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	21
4.3 ANÁLISIS INTENSIVO .....	22
<b>5. CONCLUSIONES.....</b>	<b>26</b>
<b>6. PERSPECTIVAS DE FUTURO.....</b>	<b>31</b>
<b>7. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>32</b>

## 1. INTRODUCCIÓN

En este estudio se realizaron tres etapas: un diagnóstico, fase de implementación de la unidad didáctica y el análisis de las conceptualizaciones. La primera permitió identificar nuestro problema de investigación, al evidenciar que existe poco nivel de adquisición de conocimientos en los estudiantes de la carrera de Contaduría Pública, respecto al concepto de integral definida. Dada la importancia de este y la amplia gama de aplicaciones a la administración y economía, nació la idea de proponer cambios en la práctica docente, por lo que, esto nos condujo a actuar en consecuencia, realizando un plan de intervención metodológica, concebido en el diseño e implementación de una Unidad Didáctica y esto conformó una segunda etapa, ahora trabajaremos una más, analizando los protocolos escritos, fotografías y entrevistas de los estudiantes.

En la tercer etapa se exponen los resultados del análisis de la conceptualización de la integral definida en los estudiantes de segundo año de la carrera de Contaduría Pública y Finanzas de la Universidad Politécnica de Nicaragua. A través de la conceptualización (conexiones con otros conceptos, representaciones gráficas, algebraica, numérica, etc.) de los alumnos, podemos obtener conocimientos más profundos sobre el tema en cuestión y, esto permitirá realizar regulación del proceso de enseñanza aprendizaje, creando actividades innovadoras que fortalezcan las estructuras de futuras unidades didácticas y aprendizaje significativo.

Específicamente en este estudio se identifican las formas de razonamientos mostrados por los docentes antes y después de la implementación de la Unidad Didáctica, bajo el marco de la teoría SOLO, desarrollado por Biggs & Collis(1982) y la de los campos conceptuales de Vergnaud(1990, 1996, 2007b). Así mismo, se compararán las conceptualizaciones con otro grupo de alumnos que recibió proceso de enseñanza aprendizaje tradicional, para

determinar si la innovación didáctica, proporciona las herramientas necesarias para la apropiación y aplicación del nuevo concepto, en situaciones concretas relacionadas con su medio. El estudio está enmarcado dentro del paradigma de investigación naturalista o cualitativa, desde una perspectiva de exploración fenomenológica y de investigación acción.

## 2. ETAPA 1: DIAGNÓSTICO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 JUSTIFICACIÓN

En los últimos tiempos se le ha dado mucha importancia al diagnóstico en los procesos de investigación, pues sin él sería prácticamente imposible de llevar a buen término y con resultados positivos, un estudio relacionado con mejoras de cualquier situación.

En la comunidad de educación matemática, últimamente se ha dado mucha relevancia a los diagnósticos, prueba de esto son los siguientes estudios:

- **Cerda (2014)** trabaja en una Propuesta didáctica con enfoque constructivista para mejorar el aprendizaje significativo de las matemáticas en el contexto universitario. Esta investigación se centra en dos aspectos: impulsar estrategias de aprendizaje en el alumnado para abordar y resolver problemas matemáticos con más eficacia y facilitar un aprendizaje significativo, y por otra, a mejorar la actitud y el clima social de los estudiantes en las aulas universitarias.

Para el logro de estos aspectos primero realizó un diagnóstico para averiguar las estrategias de aprendizaje que utilizan los estudiantes que inician estudios universitarios y abordar los conocimientos matemáticos, la actitud general que presentan ante la matemática, y la influencia del clima social del aula en el aprendizaje matemático. Luego construyó y aplicó una Propuesta de Unidad didáctica, con enfoque constructivista para mejorar el aprendizaje significativo.

- **Hernández y Cuevas (2013)**, realizan un estudio diagnóstico sobre las competencias básicas por parte de estudiantes de nuevo ingreso sobre Cálculo diferencial en educación superior, en la ciudad de

México. Analizaron las respuestas de los estudiantes y las clasificaron usando el modelo taxonómico SOLO y en base a estos niveles hicieron propuesta de mejora.

- Por otro lado, **Calvo (1997)** realizó un estudio diagnóstico con el fin de preparar las bases para una propuesta didáctica que permitiese a los estudiantes de un primer curso de Cálculo la construcción de la imagen del concepto de Integral Definida (concepto imagen, en el sentido de Vinner, 1991). Uno de los instrumentos que utilizó fue un cuestionario de 10 ítems, que aplicó a 56 estudiantes.

Por tanto realizar un diagnóstico genera información valiosa respecto de qué saben, cómo lo saben, en qué medida saben y son capaces al enfrentarlos con problemas relacionados con la matemática u otro campo del saber.

Pero en nuestro caso, ¿Por qué hacer un diagnóstico sobre la integral definida en la UPOLI? En primer lugar este tema es representativo en el estudio del Cálculo infinitesimal, no se concibe el estudio de este último sin las integrales, esta temática está presente en los planes de estudio de carreras afines a la Matemática en la UPOLI, dado que la integración se considera un eje fundamental para el planteamiento y desarrollo de conceptos que permiten entender y asimilar conocimientos de casi todas las áreas de la economía (modelar y comprender problemas), ingeniería y la tecnología aplicada, especialmente en la física, para finalmente abordar temáticas generales del saber específico en el campo profesional.

En el caso específico de la Carrera de Contaduría Pública de la UPOLI, en el programa de Matemática Aplicada se plantea, que el futuro Contador Público debe tener un nivel adecuado de comprensión de este contenido (integral definida) para tener éxito en las asignaturas consecuentes relacionadas con los cálculos contables, financieros y económicos (Economía empresarial,

Estadística, Matemáticas Financieras, Contabilidad de Costos, Gerencia de Operaciones I y II).

Además es considerada una valiosa herramienta que proporciona conceptos básicos y esenciales que contribuyen a desarrollar el perfil profesional con un espíritu emprendedor, pensamiento lógico, crítico, heurístico y algorítmico que le permitirá comprender fenómenos donde interviene el concepto de integralidad, además de modelar y resolver problemas referidos a fenómenos reales.

En base a la importancia de este tema en la formación del futuro profesional, consideramos necesario averiguar la incidencia del proceso de enseñanza aprendizaje del estudiante sobre la integral definida. Consideramos que solo estando clarificado lo anterior, hay gran posibilidad de formular propuesta de mejora acerca el proceso de enseñanza aprendizaje con sus principales involucrados, es decir docente y estudiantes.

Ahora bien este estudio beneficiará al docente que imparte esta asignatura porque con los resultados obtenidos podrá adoptar medidas de acción colegiadas para instrumentar actividades de intervención didáctica. Los estudiantes de Contaduría pública se beneficiarán al conocer sus debilidades y fortalezas en el aprendizaje de la integral definida.

También coadyuvará a la institución al tomar líneas de acción para prevenir y reducir los índices de reprobación y por último pero no menos importante, mejorar el nivel de aprendizaje significativo del estudiante, dado que las habilidades adquiridas les ayudará a desempeñarse exitosamente en la vida universitaria y profesional.

Consideramos que el estudio es factible de realizar porque no requiere de una gran inversión económica, se cuenta con las fuentes principales de información, pero sobre todo se tiene cercanía con la población de estudio.

## **2.2 PROPÓSITOS**

### **GENERAL**

- Diagnosticar el proceso de enseñanza aprendizaje de la integral definida en la asignatura de Matemática Aplicada, con los estudiantes de Contaduría Pública y Finanzas de la escuela de Administración Comercio y Finanzas de la Universidad Politécnica de Nicaragua, durante el primer semestre del año 2017.

### **ESPECÍFICOS**

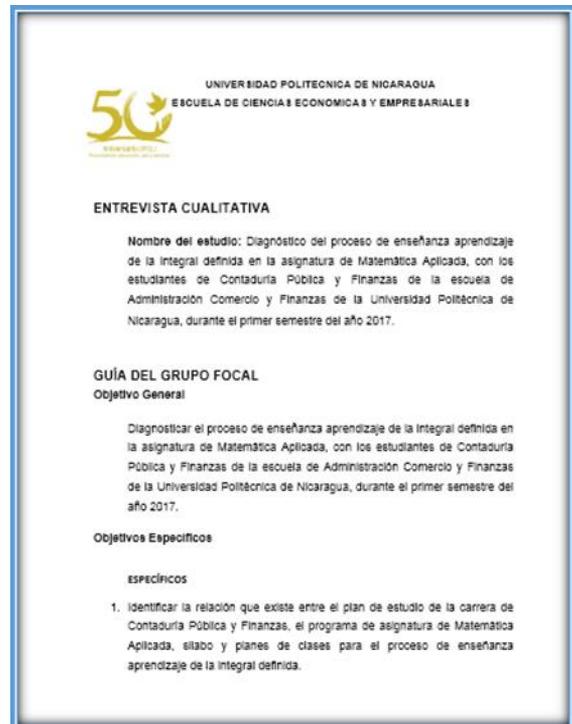
1. Identificar la relación que existe entre el plan de estudio de la carrera de Contaduría Pública y Finanzas, el programa de asignatura de Matemática Aplicada, silabo y planes de clases para el proceso de enseñanza aprendizaje de la integral definida.
2. Describir las actividades, estrategias, metodología y los recursos didácticos empleados por el docente en el proceso de enseñanza de la integral definida.
3. Identificar las conceptualizaciones adquiridas por los estudiantes de III año de Contaduría pública y Finanzas sobre la integral definida al cursar la asignatura de Matemática Aplicada en el periodo 2016.

## 2.3 INSTRUMENTOS

Balestrini, (1997) plantea: que “Una vez definido y diseñado los instrumentos y procedimientos de recolección de datos, atendiendo al tipo de estudio de que se trate, antes de aplicarlos de manera definitiva en la muestra seleccionada, es conveniente someterlos a prueba, con el propósito de establecer la validez de éstos, en relación al problema investigado. En nuestro caso, los instrumentos utilizados en la investigación cualitativa fueron validados por tres docentes

universitarios, el primero con maestría en Didáctica Específica de la Matemática por la Universidad Autónoma de Barcelona, el segundo y tercero con maestría en formación de formadores de docentes por la UNAN – Managua.

Para este proceso se estructuraron cuatro instrumentos a saber, guía de análisis documental, guion de entrevista, guía de grupo focal para estudiantes y guía de grupo focal para docentes.



## 2.4 ANÁLISIS INTENSIVO

Después de aplicar los instrumentos realizamos un proceso de transcripción fiel de la información suministrada por los informantes claves, se procedió al resumen de los datos usando matrices de reducción según los instrumentos elaborados y las líneas de conversación. Se determinaron relaciones y comparaciones entre las categorías según los propósitos del diagnóstico, a continuación se presentan los detalles.

**Propósito 1:** Identificar la relación que existe entre el programa de asignatura de Matemática Aplicada, silabo, planes de clases y material didáctico.

La misión de la UPOLI es educar a sus estudiantes para servir de acuerdo al modelo de Jesucristo; para ser líderes con espíritu emprendedor, creativo, investigativo y altamente competitivos en el contexto mundial, de ahí se deriva la misión de la Escuela de Ciencias Económicas y Empresariales, que forma profesionales para desempeñarse en las diferentes áreas funcionales de la empresa: producción, marketing, administración y finanzas, recursos humanos, planificación estratégica, desarrollo organizacional y sistemas de información para la toma de decisiones, analizando los procesos de cambio de acuerdo al entorno económico, tecnológico, cultural, legal, educativo y político.

Lo anterior solamente se puede lograr articulando las componentes de docencia de calidad, resultados de investigaciones que resuelven problemas de la sociedad, o sea la extensión social, y la gestión de proyectos, esto implica contar con docentes con dominio científico de la materia y didácticas específicas incorporando actividades innovadoras, relacionadas con el plan de estudio y programa de asignatura, al vincularlo en el silabo y planes de clases, en el proceso de enseñanza aprendizaje. Estos últimos documentos deben tener una estrecha relación y sobre todo en los aspectos metodológicos y didácticos para el proceso de enseñanza aprendizaje.

En la revisión de documentos, se hace notar que la relación que existe no es la óptima hay una ruptura entre el programa de asignatura y sílabo. Las estrategias didácticas, recursos didácticos, objetivos y contenidos, son derivados del programa de asignatura (que obedece a las intenciones de un plan de estudio de la carrera), estos se reflejan en la programación semestral, es decir el sílabo y en los planes diarios elaborados por los docentes, distribuidos en el tiempo con base en la complejidad que presenta cada contenido, sin embargo, se han descuidado las estrategias y recursos didácticos, en el caso del programa de asignatura solo menciona textualmente las siguientes: conferencias dialogadas, grupos de trabajo, método de casos.

Estas son pocas y atienden a enseñanza pasiva y no socio constructivista como lo señala el modelo educativo de la UPOLI. Tampoco aparecen los recursos didácticos a utilizar en el desarrollo del programa de la asignatura. Sin embargo el sílabo, está mejor estructurado respecto a estrategias, existe sugerencias por cada sesión de clases estas son las siguientes: Preguntas de control, exposición docente, revisión de tareas, conferencia participativa, lecturas comprensivas del texto, resolución de ejercicios del texto de apoyo y problemas y tareas en casa.

Es necesario que el programa y sílabo estén relacionados, dado que de ahí se planifica las sesiones de clases y es necesario incorporar estrategias y recursos como páginas web, app matemáticos libres como geogebra de acuerdo a la realidad actual, así como estrategias que ayuden al trabajo cooperativo, que los motive, a la comprensión y aplicación de conceptos.

**Propósito 2: Describir las actividades, estrategias, y los recursos didácticos empleados por el docente en el proceso de enseñanza de la integral definida.**

Los docentes universitarios tienen la responsabilidad de dar cumplimiento a los objetivos de educación superior nicaragüense que es la formación plena e integral del individuo al contribuir a la formación científica, técnica, cultural y

patriótica del estudiante, dotándolo de capacidad crítica y autocrítica, cultivando en él la disciplina, la creatividad, el espíritu de cooperación y la eficiencia.

Para el logro de lo anterior el maestro debe de realizar el proceso de enseñanza aprendizaje con una adecuada planificación con variedad de actividades acompañadas de estrategias y recursos didácticos variados que contribuyan al aprendizaje significativo del estudiante.

Según Medina (2009), citado en Peralta (2013), “la actividad conducida por el docente es llevada a cabo mediante la aplicación de las diferentes estrategias que le garantizan la concreción de objetivos propuestos”.

En el proceso de enseñanza aprendizaje de la integral definida podemos señalar en base a la triangulación de la información que las actividades que se realizan son las siguientes: iniciación (revisión de tareas, aclaración de dudas del tema anterior), desarrollo (explicación participativa o lecturas comprensivas luego ejercicios a resolver) y cierre (ejercicios y tareas). En cuanto a las estrategias podemos indicar las siguientes: Exposición, conferencia participativa, revisión de tareas, resolución de ejercicios y problemas y Clases prácticas. En cuanto a los recursos didácticos tenemos: Material de apoyo de la asignatura, pizarra y marcadores. Muy pocos maestros usan softwares matemáticos o materiales tecnológicos.

Es necesario realizar planeamiento didáctico más dinámico, incorporando más actividades de iniciación, que favorezcan la exploración a los nuevos contenidos y enlaces con los anteriores, no es suficiente la revisión de tarea. Diseñar actividades de consenso y justificación del concepto, es decir construcción de conceptos, si el estudiante construye el concepto difícilmente lo olvidará y podrá incorporar a sus actividades académicas y vida profesional. También es necesario plantear actividades de síntesis, evaluación y ampliación de concepto donde puedan consolidar la parte teórica y puedan relacionar con otras ciencias o contextos de acuerdo a su perfil profesional.

Para la ejecución de estas actividades es necesario incorporar estrategias de trabajo cooperativo, motivacionales basadas en contexto y resolución de problemas. También es necesario incorporar medios tecnológicos como data show, laptops, vídeos, softwares matemáticos libres. Para ellos la universidad debe dotar de mayor cantidad de equipos a la dirección medios audiovisuales y permitir instalar en las laptops de esta dirección softwares como el geogebra, para que todos los docentes incorporen estos medios, También debe seguir con los talleres de intercambio pedagógico y uso de nuevas tecnologías.

**Propósito 3: Identificar las conceptualizaciones adquiridas por los estudiantes de III año de Contaduría pública y Finanzas sobre la integral definida al cursar la asignatura de Matemática Aplicada en el periodo 2016.**

Al examinar los niveles de aprendizaje adquiridos por los estudiantes al finalizar el proceso de enseñanza aprendiza de la integral definida, mediante la taxonomía SOLO, se pude observar que cuando se trata de ejercicios de reproducción o no contextualizados a situaciones de la vida cotidiana, estos se ubican en su mayoría en los niveles más bajos de la escala. El 50% en el escala preestructural, 16.6% en la uniestructural, 16.6% multiestructural y 16.6% en relacional.

Los estudiante que contestaron este ítems, se enfoca en un aspecto relevante, recuerdan que al aplicar la regla de Barrow deben evaluar los límites, pero olvida integrar primero para obtener la función integral, además comete otro error al realizar suma en vez de hacer la diferencia al evaluar, otros integran pero al evaluar multiplican los resultados. El concepto de integral definida y teorema fundamental no fueron integrado a los conocimientos es necesario hacer construcción de concepto y asegurar hacer actividades donde se fije el concepto.

Los niveles donde se ubica el 66.6% de estos estudiantes, es decir uniesructural y preestructural, se caracteriza a los que persiguen solo aprobar la asignatura sin importar los conocimientos adquiridos, se sienten obligados a cursar las clases por lo que la vida académica no tiene sentido y es posible que sea porque existen prioridades e intereses extracurriculares, según (Vásquez 2012, citado en Rodríguez, et al 1997).

Otras razones pueden asociarse con sobrecargas de trabajo estudiantil, visiones escépticas de la educación matemática o presentan altos niveles de ansiedad y factores relacionados con el trabajo docente.

En cambio dos de los estudiantes se ubican en los niveles más altos de la escala, uno de ellos cometiendo error de abuso de notación y mal uso de la propiedad de tricotomía de los números reales, pero estos son fáciles de superar. Estos estudiantes muestran maestría en sus conocimientos que puede deberse a dos factores relacionados, docente e interés por parte del estudiante en su formación profesional.

En cuanto al ejercicio relacional y de conexión, respecto a la integral definida, los estudiantes se ubican en el nivel más bajo de la taxonomía la mayoría no contesta, los que sí lo hacen muestran no comprender la tarea y derivan erróneamente. Este tipo de problema aparece en el material de apoyo de la asignatura por lo que no se puede considerar que la tara era muy difícil o no se había trabajado antes.

Los estudiantes que realizaron el cuestionario, muestran un nivel bajo en sus razonamiento, las conceptualizaciones no son muy ricas después del proceso de instrucción, se requiere que integren diversos aspectos como un todo coherente con estructura y significado para formar un esquema conceptual adecuado que puedan evocar ante cualquier situación problemática.

Por tanto en base a las categorías taxonómicas SOLO, podemos deducir que los estudiantes conceptualizan la integral definida, cuando se les plantea

situaciones didácticas del tipo reproducción, de forma algorítmica, basada en la utilización de la regla de Barrow y están débilmente establecida entre los esquemas algebraico y aritmético, y los aspectos o las representaciones que dan riqueza y fortaleza a los esquemas conceptuales son las algebraicas, numérica y grafica (Calvo, 1997).

En cuanto a situaciones de contexto, se infiere que el sistema de invariantes operacionales como definiciones o teoremas respecto a la función de ingreso, costo, utilidad, punto de equilibrio e integral definida no fueron evocados para resolver el problema y no mostraron la utilización de ningún tipo de representación simbólica, por lo tanto no se puede decir que los estudiantes poseen una contextualización de la integral definida adecuada.

## **2.5 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

Según plantean Guba y Lincoln, así como, Colás y Buendía citados por Albert (2007), dos de los principios inspiradores de la investigación cualitativa son la concepción múltiple de la realidad y la comprensión de los fenómenos. Por tal razón, en busca de entender mejor cómo, y hasta qué nivel, asimila el educando el concepto de integral definida; nos hemos dado a la tarea de formular la siguiente pregunta de investigación:

**¿Cómo incide la implementación de la Unidad Didáctica en las conceptualizaciones de la integral definida de los estudiantes de II año de la carrera de Contaduría Pública y Finanzas de la Universidad politécnica de Nicaragua, recinto central Managua, durante el primer semestre del año 2017 ?**

Esta pregunta, surge, una vez concluidos el análisis del diagnóstico y encontrar dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje en el contenido de integral definida. Consideramos relevante el estudio de la pregunta de investigación, por el aporte al estudiante en las competencias involucradas Pues, según plantea Callejo y Goñi. coords, (2010), la Matemática es omnipresente en

nuestra vida cotidiana y debemos sacar partido a nuestros recursos más elementales; y agrega que, aunque son la base de la cultura del hombre del siglo XXI, lastimosamente, podríamos afirmar que vivimos en una época de “presionar botones.

### **3. ETAPA 2: INNOVACIÓN APLICADA**

El presente capítulo es continuación del Diagnóstico del proceso de enseñanza aprendizaje de la integral definida en la asignatura de Matemática Aplicada, con los estudiantes de Contaduría Pública y Finanzas de la Escuela de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Politécnica de Nicaragua, durante el primer semestre del año 2017, desarrollado en el capítulo uno de este estudio. Los hallazgos muestran dificultades, al determinar que los docentes no desarrollan totalmente el acto complejo de planificación didáctica y las estrategias de enseñanza usadas son pasivas además de no usar variedad de recursos didácticos de acuerdo a las exigencias del presente siglo. Otra problemática detectada fue cierta inconsistencia en los documentos curriculares específicamente en el programa de asignatura, al referirse a las estrategias metodológicas y recursos didácticos, aparecen muy superficialmente y no se corresponden con el modelo educativo de la UPOLI, el cual es socio constructivista.

También encontramos dificultades en el aprendizaje de los estudiantes, al ubicarse en los niveles más bajos según la taxonomía SOLO, respecto a la integral definida, ellos contextualizan la integral definida de forma algebraica u operatoria, pues ante una situación problemática, realizan la integración pero fallan en la evaluación de la antiderivada, al aplicar la regla de Barrow. Lo que evidencia errores de manipulación aritmética. Esta situación se agrava cuando se trata de problemas contextualizados al mundo de los negocios y economía. Lo que demuestra que el proceso de enseñanza aprendizaje no está bien articulado ni es el ideal.

Ante esta inconsistencia, proponemos contribuir a la mejora del proceso de enseñanza aprendizaje de la integral definida, con actividades innovadoras bien planificadas con recursos didácticos variados y estrategias que faciliten el aprendizaje significativo, todo esto concretadas en una Unidad Didáctica (U.D). Cabe destacar que este término muchas veces es utilizado equivocadamente como unidades programáticas, las cuales difieren totalmente como lo veremos en el avance de este capítulo.

### **3.1 PROPÓSITOS**

1. Diseñar una Unidad Didáctica para el proceso de enseñanza aprendizaje del contenido de integral definida en la asignatura de Matemática Aplicada, con los estudiantes de segundo año de la carrera de Contaduría Pública y Finanzas, turno matutino de la UPOLI, en el primer semestre del año 2017.
2. Implementar el diseño de Unidad Didáctica para el proceso de enseñanza aprendizaje del contenido de integral definida en la asignatura de Matemática Aplicada, con los estudiantes de segundo año de la carrera de Contaduría Pública y Finanzas, turno matutino de la UPOLI, en el primer semestre del año 2017.

### **3.2 UNIDAD DIDÁCTICA (U.D.)**

Desde las diferentes corrientes filosóficas, en las que se sitúa la Didáctica de la Matemática, destacamos la importancia de la Unidad Didáctica o elaboración de secuencias de enseñanzas aprendizajes en el proceso educativo, por constituir la concreción de qué y cómo se va a enseñar (Couso et al., 2005).

Según Godino, Batanero y Font (2004), el diseño de unidades didácticas implica la toma de decisiones en distintos ámbitos de concreción, hasta culminar en un documento en el que el profesor concreta los objetivos, contenidos, actividades, recursos y materiales, instrumentos de evaluación y selección de estrategias metodológicas. Este documento será un instrumento

de planificación y gestión del trabajo en clase con los alumnos, en un período corto de tiempo y se centra en un contenido matemático que tiene una cierta unidad temática, y que organiza el tratamiento de un cierto tipo de problemas en el nivel educativo correspondiente.

Por otro lado Áreas (1993) expresa que: la elaboración de las unidades didácticas, constituye un proceso de investigación de los profesores sobre su propia práctica, específicamente investigación acción.

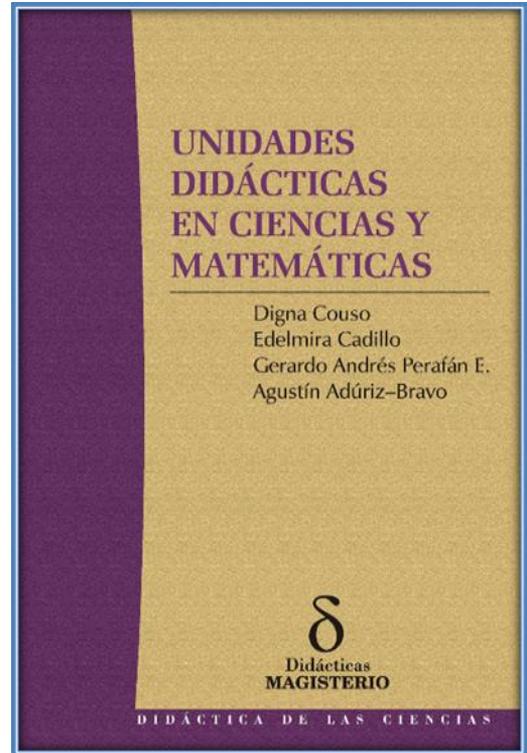
Las unidades didácticas cobran gran importancia práctica, al dar respuesta a las nuevas propuestas curriculares basadas en puntos de vistas constructivistas, del aprendizaje y de la enseñanza, donde el estudiante es el constructor de su conocimiento y el maestro el promotor de esto. Además se le pide al profesorado tener amplia autonomía para tomar decisiones curriculares, ello no excluye la utilidad de materiales didácticos y libros de texto ya diseñados, pero cualquier material deberá ser readaptado y completado para poder dar respuesta a las necesidades detectadas en cada aula.

Evidentemente tenemos que dejar claro que la puesta en práctica de elaboración de unidades, exige cambios en las condiciones materiales de trabajo del profesorado (mayor tiempo disponible para estas tareas, un mayor esfuerzo de coordinación, seguimiento y realización del trabajo de diseño, desarrollo y evaluación de las unidades, mayor discusión sobre los informes finales, etc.). Pero también es cierto, que requiere un cambio en los valores, metas y actitudes profesionales de muchos profesores.

### 3.3 CRITERIOS ORIENTADORES PARA EL DISEÑO DE LA U.D.

Para planificar y diseñar nuestra unidad didáctica sobre el contenido de integral definida, seguimos los criterios orientadores para la toma de decisiones según plantean Couso et al. (2005).

1. Criterios para la definición de los objetivos.
2. Criterios para la selección de contenidos.
3. Criterios para organizar y secuenciar los contenidos.
4. Criterios para la selección y secuenciación de las actividades
5. Criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación.
6. Criterios para la organización y gestión del aula.



## 4. ETAPA 3: CONCEPTUALIZACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA

### 4.1 JUSTIFICACIÓN

La comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes, es fundamental para la adquisición de aprendizaje significativo y el aumento de las habilidades necesarias para resolver problemas, no sólo del ámbito estudiantil, sino de amplia aplicación en su realidad y transferencia a otros campos del saber. Investigaciones actuales que intentan explicar los fenómenos ligados al aprendizaje de la matemática, han demostrado lo complejo que puede ser la adquisición de conocimientos en los estudiantes, en todos los niveles formales de aprendizaje.

Esta problemática sobre concepto ha provocado que se creen centros de investigaciones como el Research in Undergraduate Mathematic Education Community (RUMER), cuyo propósito es proponer un modelo cognitivo, que haga una descripción de las construcciones mentales específicas que un estudiante podría elaborar con el fin de desarrollar su comprensión de un concepto (Garbín, 2010).

En nuestro este capítulo realizamos un estudio sobre la conceptualización de la integral definida como objeto matemático, de investigación didáctica la cual se justifica por los resultados del diagnóstico el cual da constancia sobre las dificultades en la comprensión de este concepto, relevancia del mismo dentro de las matemáticas y sus aplicaciones en otras áreas de conocimiento. Consideramos que es estudio es oportuno y conveniente por las siguientes razones:

- **A nivel nacional.** En Nicaragua existen pocos estudios respecto a la didáctica de la matemática universitaria, por lo que este proyecto servirá de referencia para otras investigaciones al respecto. Además nuestro estudio aporta a la didáctica de la matemática, sobre el diseño de Unidades Didácticas para la construcción de conceptos.

- **A nivel institucional (UPOLI).** Nuestra investigación contribuirá a la mejora del proceso de enseñanza aprendizaje en esta universidad, al comunicar logros y dificultades en la construcción de la integral definida, donde el profesorado de Matemática Aplicada se verá beneficiado con los datos obtenidos en el estudio y podrá adoptar medidas de acción colegiadas para instrumentar actividades de intervención didáctica de manera inmediata. También, los estudiantes estarán informados sobre las áreas en que su desempeño es el adecuado y en las que necesita mejorar.

## **4.2 PROPÓSITOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **Propósito general**

Analizar la conceptualización de la integral definida en los estudiantes de segundo año de la carrera de Contaduría Pública y Finanzas de la Universidad Politécnica de Nicaragua.

### **Propósitos específicos**

1. Identificar las conceptualizaciones que adquieren los estudiantes de Contaduría Pública respecto a la integral definida, antes y después de la implementación de la Unidad Didáctica.
2. Comparar las conceptualizaciones sobre la integral definida, en dos grupos de Contaduría Pública, a uno de los cuales se le aplicó la unidad didáctica.

### 4.3 ANÁLISIS INTENSIVO

A continuación se presentan las correspondientes categorías de conceptualización para el este ejercicio:

Estudiante	Categorías de Conceptualización			
	Pre estructural	Uni estructural	Multi estructural	Relacional
1			X	
2				X
3				X
4			X	
5				X
6				X
<b>Total</b>	0	0	2	4

Tabla3. Resultados del análisis de las conceptualizaciones de los estudiantes

Nuevamente la información obtenida la tabla3 muestra el impacto positivo de la U.D, en las conceptualizaciones iniciales de los docentes sobre la integral definida. De esta manera el 67% se ubica en el nivel relacional y el otro 33% en el multiestructural. Se observa que los estudiantes muestran mejor desempeños en problemas bajo contexto económico, propio de su perfil profesional.

Bajo este análisis descriptivo, hemos podido identificar que la conceptualización inicial de los estudiantes del grupo GAU, sobre la integral definida, mediante la taxonomía SOLO fueron las siguientes:

1. **Preestructural:** Los estudiantes no entienden los datos del problema, no son capaz de realizar ninguna relación lógica para plantear el problema.

2. **Uniestructural:** Los estudiantes se enfocan un aspecto relevante de **función**, pero no pueden unificar sus conocimientos previos para resolver la tarea.

Luego de la implementación de la U.D., identificamos las siguientes conceptualizaciones de los estudiantes sobre la integral definida, mediante la taxonomía SOLO fueron las siguientes:

1. **Multiestructural:** Los estudiantes realizan al menos dos conexiones entre conceptos o teoremas; ya sea de costos totales, marginales, variación de costo y la integral definida. Representando esta última por lo menos un registro de representación (aritmético, algebraico y analítico). Plantean integrales definidas en situaciones bajo algún contexto y las resuelven mediante la regla de Barrow y dan respuesta sin hacer enlaces completos o cometen errores aritméticos o de interpretación.
2. **Relacional:** Enlazan e integran muchos esquemas conceptuales muestra dominio de varios componentes tales como concepto de costo total, costo marginal, interpretan y plantea la integral definida evaluando con la resuelve regla de Barrow, además dan sentido lógico al problema al contestar adecuadamente a la pregunta, lo que deja en evidencia su competencia de saber comunicar.

Mostraremos en las siguientes tablas, los cambios conceptuales de los estudiantes, como resultado de la aplicación de la Unidad Didáctica:

Categorías	Evolución del nivel de conocimiento sobre el concepto integral definida en problemas bajo contexto Económico. Grupo GAU.					
Nivel Relacional						
Nivel Multiestructural						
Nivel Uniestructural						
Nivel Preestructural						
	Antes Después 1	Antes Después 2	Antes Después 3	Antes Después 4	Antes Después 5	Antes Después 6

La tabla anterior, nos indica que los estudiantes mejoran sus conceptualizaciones iniciales respecto a la integral definida al recibir metodologías innovadoras, al pasar de los niveles más bajos a las superiores de la taxonomía al trabajar con problemas bajo contexto matemático.

Categorías	Evolución del nivel de conocimiento sobre el concepto integral definida en problemas bajo contexto Matemático. Grupo GAU.					
Nivel Relacional						
Nivel Multiestructural						
Nivel Uniestructural						
Nivel Preestructural						
	Antes Después 1	Antes Después 2	Antes Después 3	Antes Después 4	Antes Después 5	Antes Después 6

Se identifica que los estudiantes pasan de los niveles más bajos de razonamiento sobre la conceptualización de la integral definida a los más altos, es decir, cambia la conceptualización simple de función, a una estructura más compleja que incluye la función integración, límites y diferencial, área, teorema de Barrow, conceptos económicos, etc. acompañado de más de algún registro de representación del concepto matemático y lo relacionan con aplicaciones económicas. Con todo lo antes expuesto podemos afirmar que las actividades

que más, influyeron en la construcción del conocimiento de los alumnos sobre la integral definida, fueron aquellas donde los problemas estaban contextualizados al mundo de la administración y economía.

## 5. CONCLUSIONES

Tal como fue planteado desde el segundo capítulo, el problema principal de este estudio fue analizar las incidencias de la implementación de la Unidad Didáctica sobre la integral definida en la conceptualizaciones que tienen los estudiantes de II año de la carrera de Contaduría Pública y Finanzas de la Universidad Politécnica de Nicaragua, recinto central Managua, durante el primer semestre del año 2017.

Por lo tanto, luego de haber realizado el análisis de la información recabada durante el proceso de aplicación de los instrumentos, se ha llegado a las siguientes conclusiones sobre el estudio, las cuales se exponen en el orden de los propósitos establecidos.

**En relación al propósito general del capítulo 1.** Diagnosticar el proceso de enseñanza aprendizaje de la integral definida en la asignatura de Matemática Aplicada, con los estudiantes de Contaduría Pública y Finanzas de la escuela de Administración Comercio y Finanzas de la Universidad Politécnica de Nicaragua, durante el primer semestre del año 2017.

Los resultados muestran que el proceso de enseñanza aprendizaje respecto a la integral definida en los estudiantes, presenta dificultades dado que los conocimientos esperados no se logran, pues los estudiantes se ubican en los niveles más bajos, según la taxonomía SOLO. Esto quiere decir que las actividades, estrategias, recursos didácticos y en general la metodología implementada no es totalmente exitosa. Los documentos curriculares presentan relación pero hace falta mayor tratamiento en las orientaciones metodológicas y recursos didácticos, las cuales no son variadas ni actualizadas. Los maestros no están realizando planificación rigurosa, solo se basan en material de apoyo de la asignatura y sílabo semestral.

**En relación al propósito general del capítulo 2.** Implementar el diseño de Unidad Didáctica para el proceso de enseñanza aprendizaje del contenido de integral definida en la asignatura de Matemática Aplicada, con los estudiantes de segundo año de la carrera de Contaduría Pública y Finanzas, turno matutino de la UPOLI, en el primer semestre del año 2017.

La experimentación de la Unidad didáctica se desarrolló de manera exitosa, los estudiantes manifestaron que las sesiones de clases les habían sido beneficiosas y que fue más fácil entender con la metodología implementada, es decir aprender haciendo, además lo que uno hace no se olvida. También manifestaron que el trabajo cooperativo contribuyó en gran manera al proceso de aprendizaje, por que podían ayudarse entre ellos y piden que se siga implementando en otros temas y que los equipos de trabajo sean variados, procurando dejar a un monitor (alumno ayudante de la clase) por grupo. Por otro lado, los docentes colaboradores en el proceso de diseño e implementación, señalaron como positivo la coherencia de las actividades, y la claridad de las preguntas, el hilo conductor en las tareas, la mezcla de trabajo dirigido e independiente, pero que lo más importante era la forma en que se construye el concepto.

**En relación al propósito general del capítulo 3.** Analizar la conceptualización de la integral definida en los estudiantes de segundo año de la carrera de Contaduría Pública y Finanzas de la Universidad Politécnica de Nicaragua.

El grupo GAU, al cual se le aplicó la Unidad Didáctica, al inicio del proceso de enseñanza aprendizaje muestra tener una conceptualización de integral definida muy pobre apenas puede relacionar débilmente con función ante una situación problemática planteada, en cambio después de desarrollar la innovación didáctica los estudiantes logran que evolucionen sus conceptualizaciones mostrando integrar más de un sistema de representación prevaleciendo el aritmético y el algebraico. Además integran conceptos

matemáticos, económicos y administrativos, para resolver problemas bajo contexto matemático y económico.

Por tanto la conceptualización del grupo GAU después de la implementación es más rigurosa, la conciben como un número racional y que bajo ciertas condiciones representan área y es aplicable problemas de ciencias económicas y administrativa. Esta conceptualización incluye objetos matemáticos como función integración, límites y diferencial, acompañado de más algún registro de representación del concepto matemático y lo relacionan con aplicaciones económicas y área. Además de un teorema para evaluar las integrales definidas.

El grupo GNU que no recibió la innovación didáctica muestra una conceptualización de integral definida como área y los resultados de cualquier integral deben ser positivos. Lo que muestra una débil conceptualización de la integral definida después del proceso de enseñanza aprendizaje.

### **PROPÓSITOS ESPECÍFICOS DEL CAPITULO 3**

**En relación al propósito específico 1:** Identificar las conceptualizaciones que adquieren los estudiantes de Contaduría Pública respecto a la integral definida, antes y después de la implementación de la Unidad Didáctica.

La conceptualización inicial sobre integral definida del grupo GAU es representada débilmente como una función y otros no pueden dar una respuesta lógica, lo que los ubicaba en los niveles **Uniestructural** y **Preestructural**, respectivamente. Luego al aplicar la U.D, las conceptualizaciones de los estudiantes sobre la integral definida ante problemas bajo contexto matemático y económico fue la siguiente:

1. **Relacional:** enlazan e integran muchos esquemas conceptuales, muestra dominio de varios componentes tales como concepto de costo total, costo marginal, variación de costo, interpretan y plantean la integral definida

evaluando con la resuelve regla de Barrow, además dan sentido lógico al problema al contestar adecuadamente a la pregunta, lo que deja en evidencia su competencia de saber comunicar.

**2. Multiestructural:** Realizan varias conexiones entre conceptos, teoremas, representaciones, plantean la aplicación de la integral definida, pero no articulan todo de forma coherente y cometen errores plantear la integral.

**En relación al propósito específico 2:** Comparar las conceptualizaciones sobre la integral definida, en dos grupos de Contaduría Pública a los cuales sólo a uno se le aplicó la unidad didáctica.

Tanto en problemas bajo contexto matemático y económico los estudiantes que recibieron la innovación didáctica, mostraron tener mejor estructura conceptual o conceptualización de la integral definida, al ubicarse en los niveles más alto de la taxonomía SOLO, donde demuestran tener mejor estructurado el concepto de integral definida, es decir una conceptualización rica en teoremas, definiciones, representaciones gráficas, aritméticas y algebraicas, además establecen que la integral definida puede ser un número racional, por lo que puede ser positivo, negativo o cero y bajo ciertas condiciones representa área. Además de relacionar estos conocimientos a aplicaciones propias de la ciencias económicas y administrativas.

Las principales dificultades que impidieron llegar a los niveles más altos en ambos grupos fueron errores del tipo aritmético al aplicar la regla de Barrow, dificultades para representar gráficamente funciones, establecer la integral que representa área de funciones negativas y dificultades interpretativas del concepto de la función de costo.

## **RESPECTO AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN PLANTEADO EN EL CAPITULO 2**

A lo largo de este estudio se pudo comprobar, que los estudiantes del grupo GAU de esta investigación lograron un crecimiento en sus conceptualizaciones iniciales de integral definida, sus concepciones fue una noción borrosa de función, pero después de aplicar la Unidad Didáctica se ve un avance significativo en sus esquemas conceptuales( área, integral definida, aplicaciones de la integral definida, propiedades, teoremas, esquemas conceptuales etc.), más aún cuando se trata de ejercicios contextualizados al mundo de los negocios y economía.

Sin embargo no todos alcanzaron el nivel relacional que se requiere para que integren diversos esquemas conceptuales sobre la integral definida como un todo coherente con estructura, significado y sin ningún error. Aun así al comparar con otro grupo que recibió proceso de enseñanza aprendizaje tradicional, los niveles de razonamiento sobre integral definida, según la taxonomía SOLO, demuestran ser superiores respecto a este contenido.

Por lo tanto podemos afirmar que los resultados en ese estudio han puesto de manifiesto que se puede diseñar proceso de enseñanza aprendizaje a través de Unidades Didácticas que permitan a los estudiantes realizar avance conceptual, partiendo de actividades motivadoras, conocimientos previos, construyendo conceptos y reflexionado en trabajo cooperativo, siendo así protagonista de su propio aprendizaje y no receptores de la enseñanza que le transmite el docente. Por todo lo expuesto anteriormente consideramos que la incidencia en general que la Unidad Didáctica fue positiva, al contribuir significativamente en el aprendizaje de los estudiantes.

## 6. PERSPECTIVAS DE FUTURO

Cualquier estudio de investigación desarrollado en el campo de la didáctica de la Matemática contribuye a despejar incógnitas sobre el tema tratado pero, de forma simultánea, genera nuevas preguntas, nuevas ideas o abre nuevas líneas de trabajo. En este apartado presentamos las siguientes perspectivas a futuro:

- Implementar la metodología de unidades didácticas en otros tópicos para la enseñanza aprendizaje de la Matemática.
- Realizar talleres de intercambio pedagógico sobre importancia y diseño de unidades didácticas, a docentes de Matemática de la Universidad Politécnica de Nicaragua.
- Plantear la formulación de otros problemas de Didáctica de la Matemática:
  1. Estudio riguroso sobre las dificultades o errores que cometen los estudiantes en el concepto de integral definida.
  2. Analizar conceptualización de integral definida, en los docentes de Matemática de la Universidad Politécnica de Nicaragua.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- Aldana, E. (2012). Comprensión de la integral definida en el marco de la teoría APOE. Tesis Doctoral. Salamanca. Universidad de Salamanca.
- Asamblea Nacional de la República de Nicaragua. Ley General de Educación, Ley no. 582, Managua, Nicaragua, (2006).
- Azcárate, C., y Sanmartí, N. (1996). Marco Teórico: Aproximación Psicológica y Metodológica. *Evaluación* (pp. 55-88) UAB.
- Azcárate, Casadevall, Casellas y Bosch (1996). Cálculo diferencial e integral. Madrid: Síntesis.
- Biggs, J., Collins, K. F. (1982). Evaluating the quality of learning: the Solo Taxonomy. Nueva York: Academic Press.
- Biggs, J. (2006). Calidad del aprendizaje universitario. Editorial NARCEA, S. A. Ediciones. Madrid, España.
- Couso, D., Badillo, E., Perafán, G. y Auduriz, A. (2005). *Colección Didáctica, Unidades Didácticas en Ciencias y Matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Díaz, L., Landásuri, M. y Hernández, F. (2010). CONCEPCIONES DE DESVIACIÓN ESTANDAR EN ESTUDINATES DE EDUCACION MEDIA. Colombia [Consulta: 20 de enero de 2017]. Disponible en: <http://es.scribd.com/doc/32057852/Concepciones-de-Desviacion-Estandar-en-Estudiantes-de-Educacion-Media>.
- Fuster J., Gómez F. (1997). Una interpretación de las dificultades en el aprendizaje del conceptode integral. *Divulgaciones Matemáticas*, 5, 61–76 [en línea] <http://www.emis.de/journals/DM/v5/art7.pdf> consultado el 20/02/2017.
- Jansen, H. (2012). La lógica de la investigación por encuesta cualitativa y su posición en el campo de los métodos de investigación social. *Paradigmas*, 4, 39-72.
- Hernández R, Fernández C., Baptista M. (2014). Metodología de la Investigación. Mexico: McGraw Hill.

- Godino, J. D. (Director) (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-933517-1-7. [461 páginas; 8,8MB] (Recuperable en <http://www.ugr.es/local/jgodino/>)
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: ReproDigital.
- Guba, E.G. (1981). "Criterios de credibilidad en la investigación naturalista". En GIMENO SACRISTÁN, J.y PÉREZ GÓMEZ, A. *La Enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid: Akal, 148- 165
- Ley 582: *Gaceta diario oficial de la republica de Nicaragua*. Managua, 22 de marzo 2006.
- Ley 89: *Gaceta diario oficial de la republica de Nicaragua*. Managua, 05 de abril de 1990.
- Llorens, J. L. y Santonja, F. (1997). *Una interpretación de las dificultades en el aprendizaje del concepto de integral*. *Divulgaciones Matemáticas* 5(1/2), 61-76.
- Mendoza, J. (2013). *Análisis de los errores que cometen los estudiantes de secundaria en la deducción de las propiedades de la desviación típica*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua- Managua.
- Muñoz, G. (2000). Elementos de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el Cálculo integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 3 (2), 131-170.
- Porres, M.(2011). *Integral definida, cálculo mental y nuevas tecnologías*. (Tesis de doctoral). Universidad de Valladolid. España.
- Potosme, N. (2013). *Análisis de las conceptualizaciones de los estudiantes sobre la desviación típica*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua- Managua.
- Orton, A. (1983). Student's understanding of integration. *Educational Studies in Mathematics* 14, 1-18.
- Orton, A. (1980). *A Cross-sectional Study of the Understanding of Elementary Calculus in Adolescents and Young Adults*. Tesis Doctoral. University of Leeds.

PNUD, (2014). *Plan Nacional de Desarrollo Humano 201-2016*. [Consulta: 17 de agosto de 2017]. Disponible en:  
<http://www.ni.undp.org/content/nicaragua/es/home/library.html>

Roja, R. (2000). *Guía para realizar Investigaciones Sociales*, México

Sanmartí, N. (2012). *10 ideas clave. Evaluar para aprender*. Barcelona: Editorial GRÁO.

Universidad Politécnica de Nicaragua. *Reglamento del Trabajo Académico de la UPOLI, Acuerdo de rectoría 67-2014*, Managua, Nicaragua, (2014).

Universidad Politécnica de Nicaragua. *Aprobación de Reformas al Modelo Educativo y Académico de la UPOLI, Acuerdo de rectoría 29 A-2012*, Managua, Nicaragua, (2012).

Valdive, C. y Garbin, S. (2010). *Estudio de la evolución de los esquemas conceptuales previos asociados al infinitesimal: caso del alumno (2)*, *Educare*, 14 (3), 3 – 31.