



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

UNIVERSIDAD CENTRAL “MARTHA ABREU” DE LAS VILLAS

SANTA CLARA, CUBA



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA

MANAGUA, NICARAGUA

Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: Una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional, aportes basados en la TSD, la TAD y el TPACK.

Tesis presentada en opción al grado científico de

Doctor en Matemáticas Aplicadas

Autor: Jairo José Flores Morales

Director de tesis: PHD. Winston Joseph Zamora Díaz

Juigalpa, Nicaragua.

Septiembre, 2017

Trayectoria del Docente Investigador



El profesor Jairo José Flores Morales, es catedrático en la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua; Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales, graduado en esa misma Alma Máter en Ciencias de la Educación con Mención en Física-Matemática.

Es Máster en Didáctica de la Ciencias Específicas en la especialidad de Matemática, por la Universidad Autónoma de Barcelona; Máster en Matemáticas Aplicadas por la Universidad Central Marta Abreu de las Villas Cuba, en convenio con la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua.

Miembro del Consejo de Editorial del Boletín de Investigación e Innovación Universitaria (INEDUCAT) de la UNAN Managua- FAREM Chontales. Miembro de la Red de Educación Matemática de América Central y el Caribe (REDUMATE). Miembro de Comité Nacional de Articulación de la Educación en Nicaragua, Equipo de Acompañamiento Pedagógico Nacional de las Escuelas Normales y del Equipo Multidisciplinario de Formación Docente a nivel Nacional.

Sus líneas investigativas son las “TIC en Educación” y la “Planificación Didáctica en las Matemáticas”.

Coautor de libros educativos:

- “Huellas de un Misionero” (2010). EDIGRAPSA.
- “Reflexiones y Perspectivas sobre la Educación en Nicaragua: 9 ideas para una educación posible”. Editorial Sociedad Nicaragüense de Jóvenes Escritores.
- Y un tercer libro que está proceso de revisión editorial. Este reunirá todos los aspectos relacionados con la microplanificación para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas; incluyendo la integración de la Teoría de Situaciones Didácticas, Teoría Antropológica de lo Didáctico y el Conocimiento Tecnológico de Contenido Pedagógico. Todo el escrito será un valioso aporte que ofrecerá esta tesis.

Dentro de las publicaciones científicas producto de esta tesis doctoral se destacan:

- Actividades secuenciadas didácticamente: Una propuesta metodológica en la enseñanza de Física y Matemática (2015). Revista de Innovación Didáctica de Madrid, España.
- Planificación mediante situaciones de aprendizaje: Una necesidad emergente, pero ignorada en la enseñanza de las matemáticas (2015). Boletín de Investigación e Innovación Educativa, UNAN FAREM Chontales.
- Tecnología Educativa en la Enseñanza de la Matemática: una percepción desde los estudiantes de la FAREM-Chontales (2015). Revista Torreón Universitario, UNAN FAREM Carazo.
- Web 2.0: Una herramienta en la enseñanza universitaria (2016). Revista Universidad y Ciencia, UNAN Managua.
- Unidades Didácticas: por una enseñanza Asistida de la Matemática (2017). Revista Ciencia e Interculturalidad URACCAN.

- Los entornos tecnológicos como parte de una enseñanza actualizada en la universidad (2017). Boletín de Investigación e Innovación Educativa, UNAN FAREM Chontales.
- Conocimiento Tecnológico de Contenido Pedagógico: una necesidad para el docente nicaragüense (2017). Boletín de Investigación e Innovación Educativa, UNAN FAREM Chontales.

El profesor Flores, ha realizado ponencias en foros y congresos, como parte de su aporte a la Educación Matemática:

- “Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas”. II Congreso Internacional de la Comunidad Matemática de la Costa Caribe Nicaragüense. RAACS, Nicaragua (2017).
- “Aprendizajes Basados en Entornos Tecnológicos: una oportunidad para implementar el TPACK en Nicaragua”. I Foro Departamental de Educación Digital desde Tecnologías, Innovación, Creatividad y Emprendimiento. Chontales, Nicaragua (2017).
- “Enseñanza Matemática por medio de Aplicaciones Móviles”. I Congreso Tecnológico Departamental. Chontales, Nicaragua (2017).

Agradecimientos

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a Dios mi Señor, porque sin él nada de esto sería posible.

A los docentes de la Universidad Central Martha Abreu de Las Villas, por su valioso aporte en el marco del convenio de colaboración con la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua en su Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales, dentro del cual se desarrolló la Maestría en Matemáticas Aplicadas. Gracias por su ayuda, su tiempo, su amabilidad y sus aportes, que tanto me han servido y sin los cuales no habría podido desarrollar este trabajo investigativo.

De igual forma quiero agradecer a mi tutor de tesis, Dr. Winston Joseph Zamora Díaz, amigo, hermano de ideales y compañero. Gracias por tu apoyo, tus valiosas ideas y tu ímpetu incansable para lograr lo mejor de este trabajo, *“hacia la inmersión Matemática”* estimado amigo. En forma similar agradezco al Dr. Antonio Parajón, Coordinador Nacional del Programa de Doctorado en Matemáticas Aplicadas, por permitir con sus valiosas gestiones, la culminación del programa.

Asimismo, esta no habría sido posible sin la colaboración de los estudiantes de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua (UNAN Managua) en su Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales (FAREM Chontales). Su participación activa en la investigación y su disposición aún fuera de horario escolar, permitieron valorar la importancia de investigar dentro de las aulas universitarias. Al personal docente y administrativo de la UNAN Managua en su FAREM Chontales, en especial a los profesores de matemática, que desinteresadamente han estado en todo el proceso brindando sus aportes para la culminación de esta tesis.

Gracias a mi familia que siempre estuvo anuente a darme su apoyo incondicional, animándome a culminar esta meta trazada, especialmente a mi madre Nicolasa Morales, mujer que tanto admiro por sus virtudes y entrega a sus hijos. A mi esposa amada

Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: Una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional, aportes basados en la TSD, la TAD y el TPACK.

Eyling Lazo por entender mis noches de desvelos que tuve para finalizar este trabajo y a mis hijos Jairo y Nahomi, por ser mi más grande tesoro, y mi motivo para luchar por lo que ellos se merecen.

De manera especial agradezco a mi hermana Nerys Flores Morales, mi segunda madre, gracias hermana porque sin tu apoyo jamás hubiera tenido la oportunidad de estudiar magisterio y alcanzar múltiples metas trazadas.

Agradezco de antemano a los miembros del tribunal que evaluarán este trabajo, por su tiempo, aportes y dedicación a la lectura del mismo.

Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: Una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional, aportes basados en la TSD, la TAD y el TPACK.

Dedicado a mi padre (Q.E.P.D)

Santos Flores Vallecillo

el cual me recomendó:

“Nunca te fijas de donde vienes, mejor fija tu mirada hacia donde quieres llegar”

Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: Una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional, aportes basados en la TSD, la TAD y el TPACK.

“Detrás de todo tipo de tareas, hay una técnica, hay una tecnología y una teoría. Por ende, la didáctica puede ser concebida como la ciencia cuyo objeto de estudio son los procesos de difusión de praxeologías en la sociedad”

(Yves Chevallard)

Índice de contenido

CAPÍTULO I. ASPECTOS GENERALES DEL TRABAJO INVESTIGATIVO ...	1
1.1 Área del conocimiento del trabajo de investigación	1
1.2 Tema delimitado	2
1.2.1 Delimitación temática	2
1.2.2 Delimitación temporal y espacial	3
1.3 Introducción.	4
1.3.1 Organización del documento.	6
CAPÍTULO 2. ESTADO DEL ARTE DEL PROBLEMA	9
2.1 Introducción al problema de estudio.....	9
2.2 Diagnóstico para la identificación del problema	13
2.2.1 Realidad actual del estudiante ante la tecnología y del docente en su planificación didáctica	13
2.2.2 Principales resultados del diagnóstico	18
2.3 Planteamiento del problema y propósitos de la investigación.	23
2.3.1 Propósitos de la investigación.	28
2.4. Justificación y viabilidad del estudio.....	29
CAPÍTULO 3. MARCO TEÓRICO	32

3.1 Concepción epistemológica en la que se apoya la investigación	32
3.2 Teorías cognitivas del aprendizaje	35
3.2.1 Ausubel y el aprendizaje significativo.....	35
3.2.2 Piaget y el desarrollo cognitivo.	37
3.2.3 Vygotsky y la mediación	39
3.3 Educación matemática y su enfoque semiótico.....	40
3.4 Didáctica de la matemática en la Escuela Francesa	44
3.5. Elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico	46
3.6 Teoría de Situaciones Didácticas en la enseñanza matemática: un modelo de las interacciones didácticas	50
3.8 Entornos tecnológicos en la educación	52
3.9 Las tecnologías de la información y comunicación y su influencia en la educación matemática	55
3.9.1 Evolución del uso de TIC en la matemática	55
3.9.2 Criterios pedagógicos en el uso didáctico de las TIC.....	57
3.9.3 Gestión del Conocimiento Tecnológico de Contenido Pedagógico	59
3.9.4 El software educativo como una herramienta en la enseñanza matemática	63
3.9.5 Inclusión de las tecnologías en la enseñanza de la matemática en Nicaragua ..	65
3.9.6 Valoración de las TIC por la UNAN Managua	69

3.10 La planificación didáctica y su importancia	72
3.10.1 Elementos para una planificación didáctica	75
3.10.1.1 Motivación.....	76
3.10.1.2 Objetivos que se desean alcanzar	77
3.10.1.3 Competencias matemáticas a desarrollar.....	78
3.10.1.4 Materiales didácticos que se utilizarán.....	79
3.10.1.5 Estrategias didácticas.....	80
3.10.1.6 Actividades Secuenciadas didácticamente	83
3.10.1.7 Contexto	85
3.10.1.8 Transposición didáctica	86
3.10.1.9 Gestión de aula	89
3.10.1.10 Evaluación	89
3.10.1.11 Regulación de los aprendizajes	90
3.11 La derivada y su dificultad en el aprendizaje estudiantil.....	92
3.12 Preguntas de investigación.....	95
CAPÍTULO 4. MODELO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE ASISTIDO DE LAS MATEMÁTICAS (MEAAM)	96
4.1 Aspectos de la innovación didáctica	96
4.1.1 Justificación de la innovación	97

4.1.2 Características de la propuesta	98
4.1.3 Datos generales del lugar donde se aplicará la propuesta	100
4.1.4 Materiales a utilizar en la implementación de la propuesta.....	101
4.1.5 Fase preparatoria (Tutorial): Requerimiento indispensable para el uso del software “Graph”	102
4.1.5.1 Generalidades.....	102
4.1.5.2 Barras de herramientas.....	102
4.1.5.3 Archivo	103
4.1.5.4 Editar.....	104
4.1.5.5 Función	105
4.1.5.6 Zoom	109
4.1.5.7 Calcular	110
4.1.5.8 Ayuda.....	110
4.1.6 Fase de formación de la definición. Organización Didáctica.....	111
4.1.6.1 Objetivos según programa de estudios	111
4.1.6.2 Objetivos de la organización didáctica	112
4.1.6.3 SESIÓN 1. Comprendamos la definición geométrica de la derivada.....	112
4.1.6.4 SESIÓN 2. Fase de fijación: Apliquemos la definición de derivada de una función y la fórmula alternativa para el cálculo de $f'(a)$	122

4.1.8 A manera de conclusión	129
CAPÍTULO 5. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....	130
5.1 Breve contexto el que se desarrolló la Investigación.....	130
5.1.1 UNAN Managua	130
5.1.2 UNAN-Managua, FAREM, Chontales.	132
5.2 Paradigma en el cual se sustenta la investigación.....	133
5.3 Paradigma crítico	135
5.4 Enfoque investigativo	137
5.5 Alcance y temporalidad investigativa.....	140
5.6 Sujetos implicados en la investigación	141
5.7 Técnicas de recogida de información	142
5.8 Validez y confiabilidad de los instrumentos cualitativos	147
5.9 Organización de los datos	149
5.10 Categorización de los datos.	150
5.11 Unidad de análisis de datos.....	153
CAPÍTULO 6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN.	157
6.1. Categoría Rol Docente.....	157
6.2. Categoría Rol del Estudiante	164

6.3. Categoría Medio.....	184
6.4 Valoración del MEAAM.....	188
6.5 Aspectos a mejorar en el MEAAM.....	194
CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES.....	198
7.1 Contexto empírico del estudio y objetivos.....	198
7.2 Conclusiones en base al Rol del Estudiante.....	199
7.3 Conclusiones en base al Rol del Docente.....	202
7.4 Conclusiones en base al Medio.....	204
7.5 Conclusiones en base al MEAAM.....	206
CAPÍTULO 8. LINEAS ABIERTAS DEL TRABAJO INVESTIGATIVO.	210
8.1 Por una Enseñanza Asistida de las Matemáticas.....	210
BIBLIOGRAFÍA.....	214
ANEXOS.....	244
Anexo 1. Carta de presentación y validación de la propuesta MEAM e instrumentos en la I Escuela de Verano en Didáctica de las Matemáticas. UCR, Costa Rica.	244
Anexo 2. Algunas respuestas ofrecidas por los estudiantes en los pilotajes.....	245
Anexo 3. Evidencias de la pre-experimentación de la propuesta MEAAM con los estudiantes de Administración de Empresas y Física-Matemática.	248
Anexo 4. Respuesta ofrecida por un estudiante usando Graph.....	250

Anexo 5. Instrumentos a utilizar en la implementación del MEAAM.	251
Anexo 6. Evidencias de la aplicación del grupo focal	257
Anexo 7. Respuestas ofrecidas por los estudiantes en el grupo focal.....	258
Anexo 8. Anotaciones realizadas en el registro anecdótico.....	269
Anexo 9. Anotaciones realizadas en la matriz de valoración por docentes externos ...	271
Anexo 11. Algunas evidencias del trabajo realizado por los estudiantes	284

Índice de tablas

Tabla 1. Algunos trabajos investigativos sobre Planificación Didáctica vs TIC en los últimos 20 años.	10
Tabla 2. Ejemplo del uso del modelo praxeológico de Chavallard presentado en el I Escuela de verano de Didáctica de la Matemática en san José, Costa Rica.	48
Tabla 3. Comparación entre la definición geométrica de la derivada y las reglas básicas de derivación.....	125
Tabla 4. Algunos modelos procedimentales para la metodología de la investigación acción en contextos educativos.....	138
Tabla 5 . Surgimiento de las categorías de este trabajo.	152
Tabla 6. Presencia del modelo praxeológico de Chavallard en la microplanificación.	191

Índice de figuras

Figura 1. Software usado por los docentes en las clases de matemática.....	21
Figura 2. Resumen de resultados del diagnóstico.	22
Figura 3. Estructura del aprendizaje significativo.....	37
Figura 4. Aportes de Jean Piaget en educación.	38
Figura 5. Representación Básica de la Mediación.	39
Figura 6. Modelo praxeológico de Chavellard.....	47
Figura 7. Roles del docente ante las TIC.	57
Figura 8. Organización y ejecución de las TIC en el proceso de E y A.....	58
Figura 9. Modelo TPACK.....	62
Figura 10. Sugerencias realizadas a las Universidades de Nicaragua.....	67
Figura 11. Situación actual de Nicaragua en materia tecnológica.	71
Figura 12. Funciones de la planificación didáctica.	75
Figura 13. Importancia del material didáctico en la planificación.....	80
Figura 14. Clasificación de las estrategias didácticas según el momento que ocurren.	82
Figura 15. Conexión existente en la planeación didáctica.	84
Figura 16. Intervención de los actores en la transposición de un saber.	87
Figura 17. Proceso de transposición didáctica.	89

Figura 18. Evaluación como ayuda al aprendizaje.	91
Figura 19. Barra de herramienta del software Graph.....	103
Figura 20. Área de gráfica en el software Graph.	103
Figura 21. Submenú de archivo en el software Graph.....	104
Figura 22. Submenú de editar en el software Graph.....	104
Figura 23. Configuración de diversos parámetros en los ejes.	105
Figura 24. Submenú de archivo en el software Graph.....	106
Figura 25. Introducción de funciones en forma explícita.	106
Figura 26. Cálculo de la recta tangente a un punto de la curva.	107
Figura 27. Recta tangente a un punto de la curva.	107
Figura 28. Inicio para el cálculo de la derivada de una función.	108
Figura 29. Opción de intervalo para el cálculo de la derivada de una función.....	108
Figura 30. Resultados del cálculo de la derivada de una función.....	109
Figura 31. Submenú de zoom en el software Graph.....	109
Figura 32. Submenú de calcular en el software Graph.	110
Figura 33. Submenú de ayuda en el software Graph.	111
Figura 34. Dibujo de una circunferencia a utilizar para gestionar conocimientos.	114
Figura 35. Gráfica a entregar a cada estudiante en una hoja.	114
Figura 36. Gráfica a entregar a cada estudiante en una hoja.	115

Figura 37. Construcción a realizar con los estudiantes.	116
Figura 38. Secuencia en Graph cuando x se aproxima a cero.	117
Figura 39. Gráfica que elaborarán los estudiantes con Graph.....	119
Figura 40. Gráfica de la función derivada.....	119
Figura 41. Resultado de la derivada de la función cuadrática.....	120
Figura 42. Recta tangente al punto (2,9) de la curva.....	121
Figura 43. Resultados con el uso de Graph.	121
Figura 44. Imagen “A” a proyectar en la pizarra digital.	123
Figura 45. Imagen “B” a proyectar en la pizarra digital.	123
Figura 46. Imagen “C” a proyectar en la pizarra digital.	124
Figura 47. Interpretación de signos con uso de Graph.....	126
Figura 48. Imagen “D” entregada en una hoja a los estudiantes.....	127
Figura 49. Relación entre el tiempo y la distancia recorrida por un móvil.	128
Figura 50. Paradigmas de investigación.....	134
Figura 51. Características de la inducción en el paradigma crítico.....	136
Figura 52. Surgimiento de las categorías de este trabajo.	151
Figura 53. Análisis Atlas.ti sobre el rol del docente.	158
Figura 54. Valoración de la clase por parte de un estudiante.....	162
Figura 55. Local utilizado para la intervención educativa.	165

Figura 56. Anotaciones sobre la verbalización.....	166
Figura 57. Análisis Atlas.ti sobre la autoregulación de los aprendizajes.	167
Figura 58. Verbalización mútua entre los estudiantes.	167
Figura 59. Análisis Atlas.ti sobre la actitud de los estudiantes hacia las TIC.	169
Figura 60. Rol activo del estudiante ante el uso de las TIC.....	170
Figura 61. Actividades realizada por un estudiante.....	172
Figura 62. Derivación sucesiva de una función cúbica.	177
Figura 63. Apuntes sobre lo descubierto en Graph.....	177
Figura 64. Video tutorial sobre la derivación de funciones.....	179
Figura 65. Solución de la derivada de una función aplicando la definición geométrica.	180
Figura 66. Realización de la actividad con papel y lápiz.....	180
Figura 67. Derivación de funciones con Graph.	181
Figura 68. Conclusiones de los estudiantes sobre la monotonía y concavidad.	182
Figura 69. Respuestas ofrecidas por dos estudiantes.....	183
Figura 70. Valoración general realizada al finalizar la sesión de clase.	185
Figura 71. Respuesta de un estudiante al problema de caída libre.	187
Figura 72. Valoraciones de la propuesta MEAAM.	189
Figura 73. Indicaciones realizadas por docentes externos.....	197

Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: Una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional, aportes basados en la TSD, la TAD y el TPACK.

Figura 74. Resultados del MEAAM..... 211

Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: Una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional, aportes basados en la TSD, la TAD y el TPACK.



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE CHONTALES

“CORNELIO SILVA ARGUELLO”

“Año de la Universidad Emprendedora”

Honorables miembros

del jurado.

Sus manos,

INFORME AVAL DEL DIRECTOR DE TESIS

WINSTON JOSEPH ZAMORA DÍAZ, profesor titular del Departamento de Ciencias de la Educación de la Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales de la UNAN-Managua, hago constar que el trabajo de investigación desarrollado por el maestro **Jairo José Flores Morales**, ha sido realizado bajo mi dirección. El mismo se desarrolló en el marco del programa de doctorado en Matemáticas Aplicadas entre las universidades UNAN-Managua de Nicaragua y Universidad Central de las Villa de Cuba.

Hago constancia también que a lo largo del período de investigación he mantenido periódicas entrevistas con el tutorando en las que hemos discutido y consensuado los objetivos así como la metodología, líneas de trabajo y perspectivas de futuro. Asumo que el trabajo responde de manera sobresaliente a los objetivos planteados y que por supuesto el trabajo presentado

Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: Una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional, aportes basados en la TSD, la TAD y el TPACK.

cumple las expectativas presupuestas desde el inicio. Vale resaltar también que el profesor Flores, de quien me siento orgulloso haber sido director de tesis, publicó un sin número de artículos científicos en diversas revistas de impacto nacional e internacional, así como la presentación de conferencias relacionadas al tema en estudio.

Ante toda esta sobrevalorada opinión del desempeño del profesor Flores durante el desarrollo de su tesis de doctorado considero que éste está más que apto para leer y hacer pública la misma.

Juigalpa, Chontales a 18 de Agosto del 2017.



Fdo. Dr. Winston Joseph Zamora

CAPÍTULO I. ASPECTOS GENERALES DEL TRABAJO INVESTIGATIVO

“No hay enseñanza sin investigación ni investigación sin enseñanza” (Paulo Freire).

En este capítulo se presenta inicialmente el área de conocimiento en que se ubica este trabajo investigativo según nuestra Alma Máter, las líneas de investigación en plena correspondencia con el Programa Nacional de Desarrollo Humano, una descripción precisa de la delimitación del tema investigativo, y finalmente la introducción del trabajo, especificando en ella su organización interna.

1.1 Área del conocimiento del trabajo de investigación

Las áreas de conocimiento son ámbitos específicos de conocimiento, cada una con su naturaleza particular y sus diferentes métodos para adquirir sapiencias útiles para la sociedad misma (Díaz, 1996). Por su parte el Observatorio Laboral para la Educación (2013), aduce que es una agrupación que se hace de los programas investigativos, teniendo en cuenta cierta afinidad en los contenidos, en los campos específicos del conocimiento, en los campos de acción de la educación superior cuyos propósitos de formación conduzcan a la investigación o al desempeño de ocupaciones, profesiones y disciplinas. En este caso, la docencia e investigación representan un binomio que fortalece el entendimiento de un problema y su futura acción para solucionarlo .

El presente trabajo de investigación se ubica dentro del campo de estudio de la **educación**, que según el Reglamento del Sistema de Estudios de Posgrado y Educación Continua SEPEC-UNAN-Managua en su artículo 94, representa una importante área del conocimiento para nuestra Alma Máter y que es oportuna para investigaciones de carácter socioeducativas (UNAN Managua, 2011).

Teniendo en cuenta que las diversas líneas de investigación de nuestra universidad están vinculadas en forma directa con las demandas propias del contexto, los fines y objetivos de nuestra institución educativa, y sobre todo con las temáticas vinculadas al ejercicio profesional (UNAN Managua, 2011), y que a la vez pretenden ubicarnos dentro de un tema o problemática específica de investigación de un área del conocimiento, este trabajo posee como líneas las siguientes:

- **Procesos de enseñanza-aprendizaje.**
- **Las TIC en la educación.**

Estas dos relevantes líneas de investigación de nuestra Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales, responden a las líneas de investigación de la UNAN-Managua orientadas a las políticas y programas estratégicos del Plan Nacional de Desarrollo Humano (PNDH) 2012-2016, que pretenden resolver problemáticas sociales que afectan en este caso al sistema educativo universitario (UNAN Managua, 2013).

1.2 Tema delimitado

1.2.1 Delimitación temática

El trabajo de investigación que aquí se presenta, se centra en la microplanificación didáctica con implicación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje asistido de las Matemáticas, en la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua (UNAN-Managua) en su Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales (FAREM-Chontales).

Para la UNAN Managua, los procesos educativos han sido un tema relevante dentro de su currícula actual, centrándose sus esfuerzos en la profundización de las corrientes pedagógicas y didácticas, sus bondades y los alcances que pueden tener en la formación del estudiante como sujeto activo de su desarrollo personal, social y profesional, tomando en cuenta los avances de la sociedad del conocimiento y la utilidad educativa

de las Tecnologías de Información y Comunicación, los que están consignados en el Plan Estratégico de la UNAN-Managua (UNAN Managua, 2015).

En correspondencia con lo estipulado por la universidad, este trabajo tiene como principal propósito Determinar de qué manera un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas con el apoyo de las Tecnologías de la Información y Comunicación favorece el aprendizaje de los estudiantes en tópicos de índole matemático. Por ello, este trabajo se ubica dentro del área de conocimiento de **educación** de la UNAN Managua, y se complementa con los procesos de enseñanza aprendizaje y las TIC en la educación como líneas de investigación de la Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales.

1.2.2 Delimitación temporal y espacial

Para esto, se utiliza el paradigma crítico, enfoque cualitativo y con metodología de la investigación acción, muy propio para tratar problemas de índole educativo. Se realizó una intervención, que permitió ver los alcances que posee la implementación de una organización didáctica que propicie aprendizajes sobre tópicos matemáticos. Todo esto durante un período de 10 meses, de diciembre del año 2016, a septiembre del año 2017.

Para tal fin, la UNAN Managua, en la Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales es la Institución de Educación Superior en donde se ha realizado este trabajo de investigación, ya que es precisamente ahí, donde producto de diagnósticos realizados se logró conocer que los docentes han caído en la simple rutina dentro del proceso de planificación de sus clases de índole matemático. Obviando en gran medida, la transposición didáctica en sus esquemas de planificación, desaprovechando el modelo semiótico en la enseñanza matemática, las diversas teorías didácticas existentes, en especial en tópicos que tienen que ver con funciones.

Aspectos como el rol del docente en la enseñanza Matemática, la disposición a realizar actividades que propicien aprendizajes relevantes y las dificultades que poseen los

estudiantes en tópicos de cálculo diferencial, específicamente en la derivada, son parte de la problemática existente en la universidad.

Todo lo narrado anteriormente permite presentar el tema en forma delimitada:

“Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional, aportes basados en la TSD¹ la TAD² y el TPACK³”.

1.3 Introducción.

El mejoramiento de la calidad en la enseñanza de las matemáticas en las universidades, ha ido generando recientemente un cambio vertiginoso en la forma de abordar los contenidos con una óptica que involucra a la didáctica como eje fundamental para facilitar aprendizajes significativos en los estudiantes.

En ese sentido, diversos investigadores recomiendan que se debe poner énfasis en una planificación docente actualizada, acorde al contexto en que el estudiante se desarrolla (Litwin, 2005; UNESCO, 2006; Real, 2011; Cruz & Puentes, 2012; Casas & Stojanovic, 2013; Zamora, 2016). Cabe destacar, que una buena planificación de la formación constituye una pieza básica para una docencia con calidad, más aún, si se conoce que los estudiantes demandan aprender usando entornos tecnológicos. Por tanto, es meritorio que las grandes casas de estudios deban proveer este recurso, como bien lo expresan dentro de sus políticas holísticas de enseñanza globalizada.

¹ Teoría de Situaciones Didácticas.

² Teoría Antropológica de lo Didáctico

³ Conocimiento Tecnológico de Contenido Pedagógico

Precisamente, este trabajo de investigación tiene que ver con la planificación didáctica de actividades muy bien organizadas por parte del profesorado y las implicaciones que pueden tener si se le agrega un componente tecnológico al mismo, en el cual los estudiantes comprendan tópicos matemáticos, junto con sus aplicaciones directas ajustadas a su perfil profesional. Para ello, se usa la investigación acción que dentro del paradigma cualitativo, busca una intervención social, en la que los sujetos de estudio participan activamente y el investigador analiza su realidad y las acciones concretas para modificarla (Alguacil, Basqagoiti, & Camacho, 2006; Latorre, 2010). Por tanto, esta propuesta se sitúa dentro de las líneas investigativas de la Educación Matemática (English, 2009) y las propias de la UNAN Managua, en su Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales.

Sabiendo que la reflexión, el cambio y la transformación de los procesos educativos desde la acción, supone una modificación de nuestra concepción sobre la praxis magisterial (Lewin, 1946; Elliot, 2000), y que actualmente salen a flote en nuestro contexto modelos en la enseñanza Matemática tales como la Semiótica, la Teoría de Situaciones Didácticas, la Teoría Antropológica de lo Didáctico, el Conocimiento Tecnológico y Pedagógico de Contenido y la Ingeniería Didáctica. Por tanto, el presente trabajo conecta estos elementos con la finalidad de generar cambios sustanciales en la universidad.

Los propósitos que rigen este trabajo de investigación están encaminados a: describir el rol que desempeña el estudiante ante la implementación del Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje; destacar el rol que desempeña el docente en la gestión de los aprendizajes ante la implementación de un modelo de microplanificación didáctica; valorar el alcance que posee el medio como un agente validador de retroacción matemática dentro de la planificación didáctica; y por último, contribuir con los procesos dinámicos de enseñanza en la universidad desde un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas con el apoyo de las TIC.

Por lo que las principales conjeturas planteadas son: ¿cuál es el rol que desempeña el estudiante ante la implementación del Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de la Matemática dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje; ¿cuál es el rol que desempeña el docente en la gestión de los aprendizajes ante la implementación de un modelo de microplanificación didáctica?; ¿cuál es el alcance que posee el medio como un agente de retroacción matemática dentro de la planificación didáctica; y por último, ¿de qué manera un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas enfocada en la TSD, TAD y TPACK favorecen los aprendizajes estudiantiles?

La propuesta tiene como elementos transversales, el uso de entornos tecnológicos, materiales concretos, el contexto, la evaluación formadora, y los sustentos didáctico-metodológicos que garanticen aprendizajes matemáticos significativos en los estudiantes. El lugar de su implementación es la UNAN Managua en su FAREM Chontales, con un grupo de 23 estudiantes seleccionados por medio de un muestreo intencional no probabilístico por conveniencia. Para la recopilación de la información se utilizan los siguientes instrumentos investigativos: la observación participante, el cuestionario y una matriz de valoración, lo que permite la realización de la triangulación de instrumentos que garantiza la generación de reflexiones educativas propias del paradigma crítico.

1.3.1 Organización del documento.

El capítulo 1 (en el cual usted está ubicado) presenta el área de conocimiento en que se ubica este proyecto investigativo, las líneas de investigación, una descripción precisa de la delimitación del tema investigativo, y finalmente la introducción del trabajo, especificando en ella su organización interna.

En el capítulo 2, se presenta en forma contextualizada y delimitada la problemática sujeta a estudio en esta investigación, abordando desde la perspectiva de diversos autores el estado del arte del problema. Finalmente se define la pregunta de

investigación, los propósitos generales y específicos y se justifica este trabajo desde su relevancia social, educativa e innovadora.

En el capítulo 3 avanzamos con las principales bases teóricas en que se afianza este trabajo, abordando aspectos importantes como la epistemología en la Educación Matemática, el enfoque semiótico, diversas teorías actualizadas de la Educación Matemática, la planificación didáctica y los elementos presentes en la misma, desde la innovación didáctica con su análisis didáctico, cognitivo y tecnológico.

En el capítulo 4, se detalla en forma específica la Organización Didáctica destinada para la intervención, desde su construcción basada con los requerimientos didácticos de la Educación Matemática, sus fases y requerimientos, hasta llegar a la simbiosis entre la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas y los entornos tecnológicos.

En el capítulo 5, se presenta el plan metodológico que rige esta investigación, abordando en forma detallada los diversos paradigmas investigativos existentes y el que se utilizará en este trabajo. También se aborda el enfoque, nivel de profundidad del estudio, los sujetos participantes y los criterios que se usarán para su selección. Se conceptualizan las categorías, se describen los instrumentos y técnicas investigativas y el proceso de validación de las mismas, finalizando con la forma en que se analizarán los datos recabados en los instrumentos.

El capítulo 6 presenta el análisis cualitativo de los resultados, base primordial para responder las cuestiones investigativas que tiene este trabajo, se abordan los diversos datos que los instrumentos investigativos han ofrecido y se realizan reflexiones e inferencias que permitan comprender a profundidad tanto el problema estudiado, como la eficacia del MEAAM y los aspectos a fortalecer del mismo.

En el capítulo 7 se abordan las principales conclusiones de este trabajo, desde una perspectiva empírica y contextual del estudio. Se presenta cada conclusión, plenamente concatenada con cada propósito de esta investigación.

Y por último, el capítulo 8 presenta un panorama general de la enseñanza Matemática en correspondencia con lo que ha dejado la aplicación del MEAAM. También se dan a conocer líneas abiertas que pueden ser trabajadas desde otros contextos o escenarios educativos.

Además, se presentan las diferentes referencias bibliográficas utilizadas para la construcción de este plan de investigación y los anexos.

CAPÍTULO 2. ESTADO DEL ARTE DEL PROBLEMA

“La matemática se convierte en una ilusión de pocos y tortura de los demás, cuando se hace ver como una asignatura fría, copada de fórmulas para resolver problemas extraídos de cualquier texto” (Oscar Villegas).

2.1 Introducción al problema de estudio

Para un docente, encontrar formas para hacer mejor su trabajo ha sido una constante a lo largo de los tiempos. El buscar nuevas estrategias de enseñanza, motivar a los estudiantes hacia el nuevo aprendizaje en forma diferente, aprovechar cada recurso disponible con la finalidad de que la clase sea mejor entendida, son algunas de las innovaciones didácticas que se necesitan en la actualidad dentro del campo educativo.

Precisamente, la planificación didáctica juega un papel relevante ante la oleada de transformaciones que está sufriendo constantemente la educación matemática, ya sea desde la perspectiva curricular con su análisis didáctico y cognitivo, hasta la formación de secuencias didácticas que por sí mismas se articulan en torno a las mismas organizaciones plasmadas a nivel curricular. Es evidente por tanto, la indisubilidad de estos componentes.

Si bien es cierto que el análisis didáctico permite al docente abordar el diseño, puesta en práctica y evaluación de actividades de enseñanza y aprendizaje, esta no puede desligarse a su vez tanto del análisis cognitivo y su involucramiento con la problemática en el aprendizaje en dicho diseño, como de un nuevo elemento que ha venido ganando adeptos en las últimas décadas, como lo son las herramientas tecnológicas. Así lo confirman diferentes trabajos investigativos sobre la planificación didáctica y el uso de las TIC en Matemática, tal como lo muestra la tabla 1.

Tabla 1. Algunos trabajos investigativos sobre Planificación Didáctica vs TIC en los últimos 20 años.

Título	Autor y universidad	Año y ciudad
La utilización de un modelo de planificación de unidades didácticas : el estudio de las disoluciones en la educación secundaria	Gaspar Sánchez Blanco. Universidad Autónoma de Barcelona.	1997, Barcelona.
Planificación de unidades didácticas por los profesores : análisis de tipos de actividades de enseñanza.	Antonio Bueno. Universidad de Murcia.	1999, Murcia
Los modelos didácticos como instrumento de análisis y de intervención en la realidad educativa	Francisco García Pérez. Universidad de Barcelona.	2000, Barcelona
La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de matemática de Colombia.	Edelmira Rosa Badillo J. Universidad de Barcelona.	2003, Ballaterra.
Formación basada en las tecnologías de la información y comunicación: Análisis didáctico del proceso de enseñanza-aprendizaje.	Manuel Fandos Garrido. Universitat Rovira i Virgili.	2005, Cataluña.
Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas : implicaciones metodológicas.	José María Gavilán. María Mercedes García. Salvador Llinares Ciscar. Universidad de Sevilla.	2007, Sevilla.
Un modelo de competencias matemáticas en un entorno interactivo.	Guillermina Marcos Lorenzón. Universidad de la Rioja.	2008, La Rioja.

Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemática de secundaria.	José Luis Lupiañez Universidad de Granada	2009, Córdoba.
Enseñanza y aprendizaje de procedimientos científicos (contenidos procedimentales) en la educación secundaria obligatoria: análisis de la situación, dificultades y perspectivas.	Rafael Cordón Aranda Universidad de Murcia.	2009, Murcia.
Desarrollo de competencias genéricas y específicas en educación superior a través de una estrategia didáctica medida por TIC.	Oscar Rafael Boude Figueredo. Universidad La Sabana de Colombia.	2011, Chía.
El aprendizaje del cálculo diferencial: una propuesta basada en la modularización.	Elías Irazoqui Becerra. Universidad de Salamanca.	2015, Salamanca.
La enseñanza y aprendizaje de la modelización y las familias de funciones con el uso de GeoGebra en un primer curso de ciencias Administrativas y Económicas en Colombia.	Francisco Infante Mejía. Universitat de València.	2016, Valencia.
Instrumentación del medio material GeoGebra e idoneidad didáctica en procesos de resolución de sistemas de ecuaciones.	Aitzol Lasa Oyarbide. Universidad Pública de Navarra.	2016, Navarra.
Valoración de las competencias tecnológicas del profesorado de la UNAN-Managua, Caso FAREM-Carazo.	Concepción de María Mendieta Baltodano. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua.	2016, Juigalpa.

Fuente: Elaboración propia.

La gran variedad de escenarios donde se indagó la importancia de la planificación secuencial de actividades didácticas y el uso acertado de las TIC en educación, resaltan la idea de ampliar su construcción (en el caso de las organizaciones didácticas) para la enseñanza asistida de las Matemáticas y su implicación desde los entornos tecnológicos (como una forma de aprendizaje innovador).

Precisamente, en vista del cambio vertiginoso que sufre la sociedad debido a los avances tecnológicos, la educación como tal no se ha quedado atrás. Actualmente existen muchos intentos por involucrar cada vez más a las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en los diferentes subsistemas de educación. Este cambio no ha sido fácil, ha tenido muchas barreras principalmente por temor al cambio o desconocimiento en su uso efectivo.

Como lo señala Figueras (2011), son precisamente los docentes quienes deberán tomar una nueva perspectiva y estar dispuestos a formarse en el uso de las tecnologías aplicadas a la educación. Deberán además mostrarse propensos a probar y evaluar nuevas ideas para elaborar sus actividades y a diseñar ejercicios para que los educandos, consigan los objetivos que se proponen en las asignaturas.

Razonablemente, tanto alumnos como docentes necesitan familiarizarse con las nuevas técnicas de enseñanza y con las herramientas que ofrecen las nuevas tecnologías en materia educativa, con el objetivo de aprovechar la potencialidad de las mismas. Los estudios como el de Almerich, Suárez, Jornet, & Orellana (2005); y el de Boza, Toscano & Méndez (2009); han demostrado que algunos docentes se muestran recelosos ante estos nuevos entornos de aprendizaje, revelando en ocasiones su falta de conocimiento tanto en su uso como en las prácticas, debido a que ellos no aprendieron con estos métodos.

De igual forma, Del Valle & Calvo (2011), citados por Flores (2014) exponen que en la actualidad son muchos los docentes que poseen un temor tecnológico en las aulas escolares, evitando hasta más no poder usar las herramientas que éstas ofrecen. Entonces, no cabe duda, que las bondades que las TIC ponen a nuestra disposición por sí solas no podrán mejorar los aprendizajes en los estudiantes, necesitan del docente para que su efectividad sea una completa realidad. Esta simbiosis es necesaria en nuestros tiempos modernos, ya que nuestros estudiantes

viven en una era digital y resulta contraproducente que sus docentes se queden en la era de las cavernas en materia educativa.

A pesar que la United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO) por sus siglas en inglés, afirma categóricamente que *“el desafío de la innovación requiere que cambiemos el énfasis en las TIC: de simple herramienta de comunicación a instrumento de desarrollo de comunidades creativas”*(p.9). Resulta un poco alarmante, que aún no se esté utilizando a cabalidad y con un sentido didáctico dichas herramientas tecnológicas, que siempre están disponibles y al servicio de la enseñanza matemática (UNESCO, 2006).

De ahí, que este trabajo aborda el cambio oportuno que debe tener el docente en su enseñanza y brindar una oportunidad para que los estudiantes se involucren activamente en su propia experiencia de aprendizaje desde organizaciones didácticas apoyadas con el uso de TIC.

2.2 Diagnóstico para la identificación del problema

2.2.1 Realidad actual del estudiante ante la tecnología y del docente en su planificación didáctica

Comúnmente, se escucha entre los estudiantes hablar de Facebook, Twitter, Instagram, Tango, Wassap, Google Maps, applets y diversas aplicaciones on-line, que evidencian la variedad de usos que tienen las TIC y el constante intercambio de información que fluyen en diversas plataformas virtuales. Todo esto obliga a preguntarnos: ¿los docentes estamos aprovechando correctamente los recursos que nos ofrece internet?, ¿somos conscientes de la era digital en que nos encontramos inmersos?, se hace entonces evidente la urgencia de comenzar a ser partícipes de ese cambio que la globalización tecnológica ha traído consigo.

Aunque en las TIC no está la solución de las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, se está de acuerdo en que producen un cambio positivo en la manera en que enseñamos, proporcionando múltiples formas de abordar situaciones problemáticas con la finalidad de que sea el mismo estudiante el que desarrolle la

estrategia de solución, mejorando así, la comprensión de conceptos propios de los tópicos en estudio (Cruz & Puente, 2012). Se tiene que estar claro, que el uso de herramientas tecnológicas sirven de soporte para lograr un mejor entendimiento de la asignatura.

En los últimos años diversos estudios sobre la actitud mostrada por los estudiantes ante la tecnología en educación matemática, ponen de manifiesto los alcances que estas tienen al usarlas en educación. Expertos como (Galgrath & Haines, 2000) han encontrado dimensiones que se logran al usar las TIC's, tales como: confianza, motivación y simpatía hacia los recursos tecnológicos.

Por su parte, Horrutinier (2006) y Lombillo (2011), afirman según sus investigaciones en la Educación Superior Cubana, que se deben usar las TIC en forma innovadora, reflexiva e integrada, permitiendo así, fortalecer la función del docente dentro del proceso educativo. Esto brinda una oportunidad para relevar el modelo pedagógico tradicionalista y enfocarse hacia una educación matemática personalizada y dinámica.

Es meritorio recalcar que dicho empleo de las TIC en la educación puede tener dos resultados totalmente contradictorios, por un lado pueden terminar constituyendo un recurso para consolidar una instrucción reproductiva y meramente tradicionalista, o por otro lado, pueden llegar a convertirse en una eficaz herramienta para promover una didáctica desarrolladora, un aprendizaje predominantemente productivo y creador en los estudiantes. Por tanto, depende en gran medida de los métodos de enseñanza que emplee el docente al utilizar los medios de enseñanza seleccionados.

Así lo manifiesta, Real (2011) al decir:

Las TIC pueden llegar a jugar un papel muy importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pero si se utilizan correctamente. Es más, si su uso no es el adecuado, pueden llegar a trazar un camino tortuoso pasando de ser una potente herramienta a una barrera que impida el proceso (p.3).

Pero, ¿serán las TIC por sí solas garantes de aprendizajes significativos en los estudiantes? Para dilucidar esta interrogante, se hace necesario considerar dos aspectos que están presente en este debate: Docente-Enseñanza, Alumno-Aprendizaje.

En la actualidad se ha llegado al punto de culpar a los docentes, alumnos, padres de familia, sistema de evaluación, metodología empleada, en fin, un sinnúmero de culpables que lo único que ocasiona es ahondar la herida sangrante que replica en las expresiones de nuestros estudiantes: “*Ésta asignatura no me gusta*”, “*para qué me van a servir tantos contenidos*”, “*Mejor ni estudio, pues ya estoy reprobado*”, “*salgo mal porque no le entiendo a mi profesor*”, “*me da clase de a chelín y me evalúa de a cinco pesos*”, “*mi maestra no me motiva en clase*”. Estas realidades se pueden comparar con las siguientes, pero desde el punto de vista magisterial: “*salen mal porque no estudian*”, “*sale reprobado porque no pone atención en clase*”, “*el sistema de educativo actual fomenta la pereza estudiantil*”, “*antes se enseñaba mejor*”.

Obviamente, pareciera que ambos bandos fueran irreconciliables, pero gracias a diversos hallazgos investigativos, se puede afirmar que para cambiar esos esquemas mentales se necesita una ingeniería didáctica que facilite la enseñanza de la matemática. Ciertamente no es tarea fácil, en muchas ocasiones cuando un docente profundiza en un tema al principio solamente encuentra dificultades y caminos cerrados. Sin embargo, jamás se podrán mejorar los factores que envuelven negativamente tanto a docentes en la enseñanza, como a los estudiantes en su aprendizaje, y al sistema educativo mismo, sino se buscan metodologías que propicien aprendizajes relevantes y pertinentes para la vida acorde a nuestra época.

Ante esta realidad nicaragüense, Flores & Zamora (2016) recomiendan:

El comprender la naturaleza del pensamiento del estudiante, sus motivaciones, intereses y sobre todo cómo aprende, deberían de ser algunas de las principales tareas del docente antes de iniciar a planificar la enseñanza y por otro lado, usar tales comprensiones para mejorar la educación en matemática.

Resultaría fantástico lograr que los estudiantes adquirieran fascinación por la matemática y que a su vez lo conviertan en alumnos competentes,...Por ende, se tiene que empezar a dar cambios radicales en nuestra forma de planificar nuestra labor docente. Ya no se puede seguir pensando que la mucha científicidad que sabe el docente, le resultará sencillo enseñarlo.

Consideramos que en Nicaragua, ha llegado el momento de darle importancia a propuestas didácticas que buscan fortalecer la enseñanza matemática. Todo esto, desde una perspectiva novedosa que minimice los impactos desfavorables que ocasionan las prácticas docentes tradicionalistas y despreocupadas (p. 110).

Zabalza (2009), en su libro “Competencias docentes del profesorado universitario” señala que planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje es la competencia con la que debe despuntar quien asume el rol de profesor universitario. Es por el hecho de que la planificación es lo que concibe su actuación, el tratamiento de los contenidos, la contextualización de los mismos y el curso como un proyecto de desarrollo.

A través de la planificación es posible dar respuestas a importantes preguntas a las que el profesorado se enfrenta durante el desarrollo de la práctica educativa: ¿cómo conocer el nivel de conocimiento de mis estudiantes?, ¿qué deben aprender hoy mis estudiantes?, ¿para que deben aprenderlo?, ¿con qué medios o recursos puedo lograr esos aprendizajes?, ¿cómo puedo fomentar/provocar los aprendizajes? ¿con qué actividades?, ¿cómo puedo junto con mis estudiantes reconocer su progreso?, ¿cómo puedo saber si mi actuar docente ha ayudado o perjudicado? ¿cómo evaluar realmente? y ¿está bien lo que evaluó?

Resulta entonces ineludible obviar la importancia de la planificación en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Así lo manifiesta incluso el Reglamento del Trabajo de los Profesores de la UNAN Managua, sobre su trabajo metodológico en su artículo 30 inciso *i* nos refiere en su página 9: “Desarrollar las actividades de planificación y análisis del proceso docente” (UNAN Managua, 1992).

De igual forma El Proyecto Institucional de nuestra Alma Máter, nos refiere en su apartado sobre calidad y desarrollo académico, en su página 9 que se debe “*Fomentar la innovación pedagógica mediante la investigación y sistematización del quehacer educativo, que incorpore las TIC*”, al igual que debemos “*Optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje mediante el uso de nuevas tecnologías*”. UNAN Managua (2015).

No se puede evadir la referencia que hace nuestro Plan Estratégico Institucional 2015-2019, aludiendo a un objetivo fundamental de la función docente que textualmente dice en su página 22: “*Desarrollar la innovación pedagógica mediante la sistematización de la investigación y del quehacer educativo, en los procesos de enseñanza aprendizaje en cada uno de los niveles de formación que emprende la Universidad, que incorpore las TIC, actitudes creativas y emprendedoras*”(UNAN Managua ,2015).

Si bien es cierto, que todo lo relacionado al quehacer docente y en lo particular a la planificación y uso de tecnologías para el mismo está normado, algo no está saliendo a como se espera. Por ejemplo, a pesar de que el docente planifica en la actualidad (hace una década era una utopía pensar en eso), se continúa cayendo en un simple acto rutinario de transcripción de los objetivos del programa de estudio junto con sus propuestas de actividades a la dosificación y por ende al plan diario, se sigue transcribiendo ejercicios del texto sin mediarlo didácticamente. Esto carece de sentido si el docente no involucra una secuencia lógica y didáctica de lo que hará en el salón de clase, más aún si a sabiendas de lo normado por nuestra universidad incumple con la innovación e implementación de las TIC en su enseñanza.

Todas estas ideas escritas anteriormente, se fortalecen aún más con los aportes de trabajos como los de Godino (2010); Almerich, Suárez, Jornet & Orellana (2011); Fernández & Delavaut (2011); Figueras (2011) ; Planas (2011); Real (2011); Cruz & Puentes (2012); Godino y otros (2013); González & Esteban (2013); Flores & Zamora

(2015) y por Zamora (2016). Aportes que permiten la búsqueda de propuestas alternas de enseñanza, de una planificación diferente, de construcción de entornos actualizados de aprendizajes matemáticos, y del involucramiento sistemático de la reflexión dentro de la práctica educativa.

2.2.2 Principales resultados del diagnóstico

Desde hace varios años, se ha venido indagando acerca de las opiniones de los estudiantes universitarios en relación a la utilización de diversas herramientas TIC en la enseñanza de matemática. Se puede mencionar los resultados encontrados en Flores (2013) que hace referencia al uso de Facebook como un medio alternativo e innovador para lograr afianzamientos de contenidos matemáticos en los estudiantes universitarios:

La aceptación que tuvo el haber usado una red social en la educación de los estudiantes fue altamente positiva, reflejando que los jóvenes están abiertos al cambio de estilo en la enseñanza universitaria. El haber trabajado con la red social Facebook, permitió valorar el papel que juegan las TIC's y sus herramientas en la educación superior. El usar redes sociales, le permite al docente una cercanía con sus alumnos, ya que trasciende al ámbito del aula en todos los sentidos, obteniendo así, más retroalimentación en forma autónoma.

Se debe aprovechar el impacto que tienen las TIC's en educación, debido a que brinda las oportunidades de adecuar nuestra forma de enseñanza, y por ende estar al día con los usos que se le puede dar a las nuevas tecnologías. A los estudiantes les resulta agradable la idea de tener espacios virtuales donde practicar lo aprendido, revisar lecciones y realizar deberes, no sólo en matemática, sino también en otras asignaturas (p.64).

Estos resultados permitieron conocer, los contextos en que se pueden usar las tecnologías existentes como aporte concreto al proceso de enseñanza-aprendizaje de

Matemática, y sobre todo que los estudiantes están anuentes a ese cambio en la forma de aprender.

Por su parte en el 2014, se cuestiona que en los centros universitarios aún a estas alturas a pesar de tener los recursos tecnológicos, no se les esté utilizando como verdaderas oportunidades para alcanzar competencias tecnológicas en los estudiantes (Flores, 2014). Estos hallazgos abren la pauta para observar el papel que juega el docente ante esta situación. Papel que muchas veces radica en la poca preparación ante las tecnologías, por ejemplo el uso de software matemáticos y las herramientas que ofrece internet.

Precisamente, los estudiantes manifestaron que los docentes utilizaban Excel y SPSS en las clases de matemática como únicas herramientas tecnológicas, y que pocas veces eran llevados a los laboratorios de informática. Por otro lado exteriorizaron que las clases por lo general eran exclusivamente con pizarra y marcador, y que se frustraban cuando les daban clases de cálculo, esto debido a que solamente se colocaba la fórmula y hacían muchos ejercicios en forma repetitiva. Por otro lado, indicaban que a ellos (los estudiantes universitarios) les gustaría aprender con ayuda de las TIC (Flores & Zamora, 2015). Justamente, estas percepciones del estudiantado enfocaron nuevamente las posibles causas que ocasionaban el casi nulo uso de las tecnologías en la enseñanza de Matemática.

Esto ocasionó el surgimiento de nuevas interrogantes que enfocaban su atención en el papel del docente ante las tecnologías, preguntas como: ¿existe pasividad y temor por parte del docente ante el uso de las tecnologías en las clases de matemática?, ¿Se está haciendo algo para que el personal docente esté capacitado en la implementación de las TIC en sus actividades de enseñanza?, y ¿qué impacto causaría si todos los docentes planificaran tópicos de matemática usando herramientas propias de las TIC?

Diagnósticos posteriores hicieron notar, que se necesitaban crear actividades con un componente integrador y transversal referido al uso, dominio e implementación de las

tecnologías en la planificación de la enseñanza matemática (Flores, 2015; Flores & Zamora, 2016; Flores & Guzmán, 2016).

Todo este proceso narrado anteriormente, permite hacer ver que existe una necesidad del estudiantado y a la vez, una oportunidad de cambiar la praxis de los docentes encargados de ofrecer las pautas necesarias para lograr que las competencias matemáticas sean alcanzadas por los estudiantes. En el último cuestionario aplicado a los estudiantes luego de realizar una actividad usando las TIC, se evidencian sus opiniones favorables al usar estas herramientas, algunas de ellas se muestran a continuación:

E₁: *“Las TIC son muy buenas para facilitar el aprendizaje de matemática, porque interactuamos con la tecnología y le entendemos más al tema”.*

E₂: *“Me sentí excelente, porque le entendí más a la explicación, fue rápido y aprendí mejor”*

E₃: *“La clase me pareció muy dinámica e interesante al utilizar la tecnología para resolver ejercicios de matemática”.*

E₄: *“Me encantaría aprender siempre utilizando los computadores, celulares, redes sociales y los software, me motivé hoy a aprender y desearía que los maestros salieran de la rutina de vez en cuando”.* (Algunos comentarios del cuestionario realizado a estudiantes luego de implementar una clase usando las TIC, no publicado).

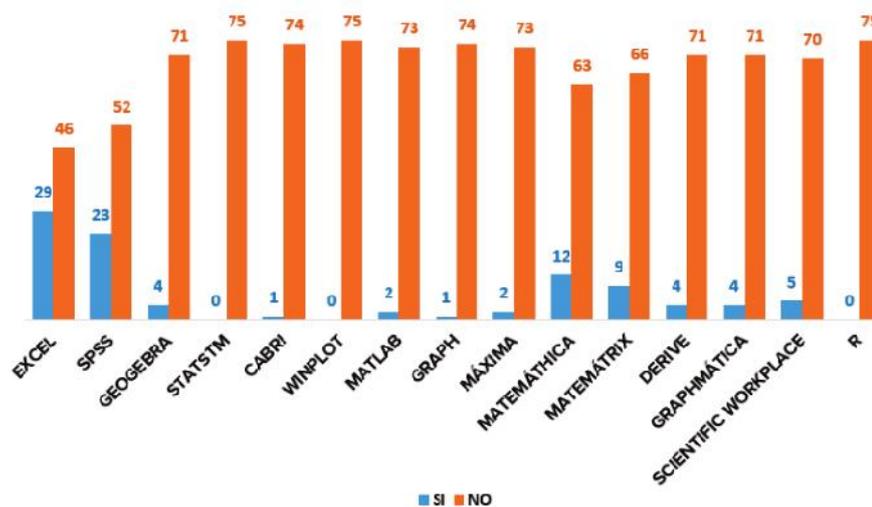
Cuando se les preguntó a los estudiantes, si en otras clases recibidas de Matemática anteriormente les habían enseñado con herramientas tecnológicas estos expresaron:

E₅: *“Muy pocas veces, solamente usamos la calculadora”.*

E₆: “Algunos docentes nos llevan a laboratorio, sobre todo en estadística con Excel y SPSS”.

E₇: “No usamos tecnología, no pasamos de pizarra y marcador”

Figura 1. Software usado por los docentes en las clases de matemática.



Fuente: Tecnología Educativa en la Enseñanza de la Matemática: una percepción desde los estudiantes de la FAREM-ChontalesS. (Flores & Zamora, 2015).

Con el propósito de contrastar lo expresado por los estudiantes, se conversó de manera informal con algunos docentes que imparten matemática en la Facultad, algunos de ellos opinan:

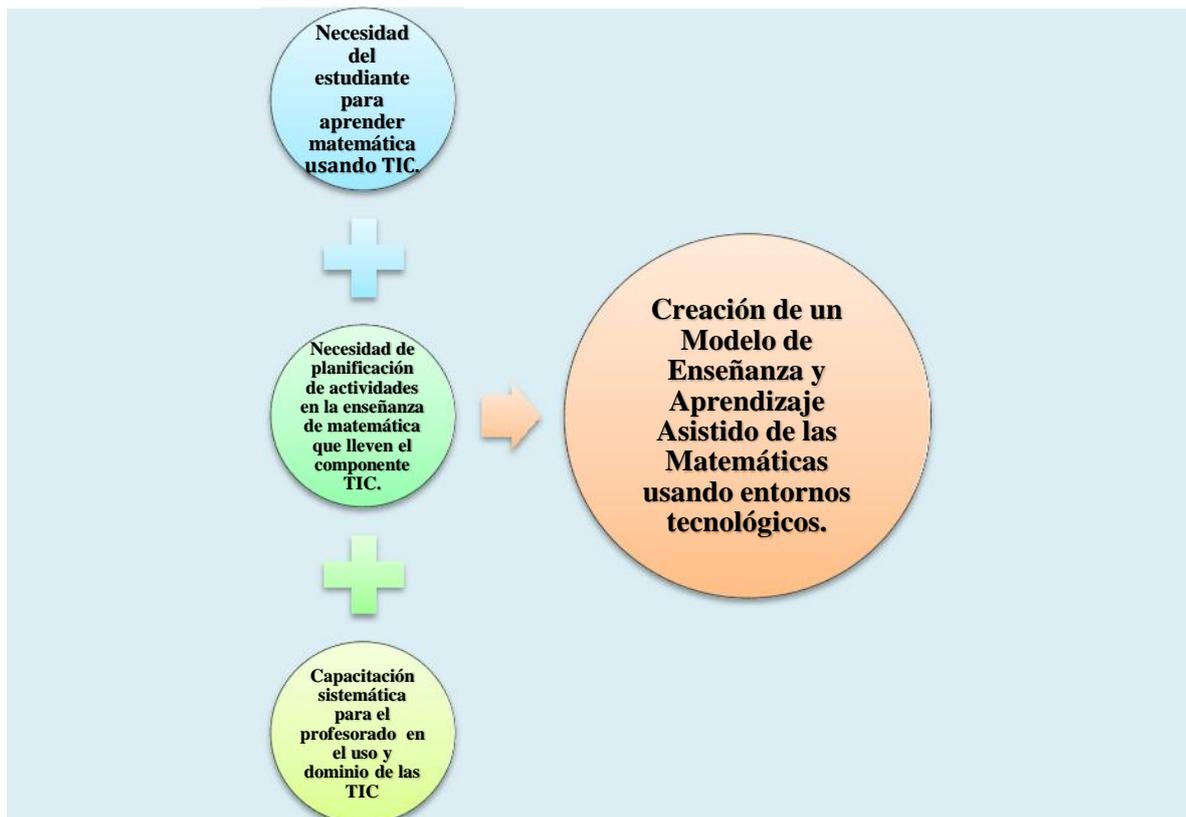
D₁: “Se debería de usar las TIC con un énfasis en la gestión del conocimiento, más que únicamente como herramienta de apoyo a la enseñanza del docente”

D₂: “Hace falta un plan de capacitación que garantice el correcto uso de las TIC en nuestra facultad, peor si es en asignaturas como cálculo. Se debería de proponer ante el departamento docente”.

D₃: “Yo uso las tecnologías, pero quizás no le doy un tratamiento idóneo en clase”

Claramente se aprecian tres aspectos muy relevantes que han surgido durante este proceso de diagnóstico, estos se reflejan en el siguiente esquema:

Figura 2. Resumen de resultados del diagnóstico.



Fuente: Elaboración propia.

La figura 2 muestra tres grandes problemáticas que surgieron del diagnóstico realizado, por un lado existen tres grandes necesidades en la Facultad (aprendizaje matemático con TIC, Planificación de actividades de enseñanza que involucren el componente TIC

y Capacitación al profesorado en el uso y dominio de las TIC), aspectos que quedaron al descubierto y que hacen notar la necesidad de una acción inmediata que trate de solucionar estas situaciones no tan favorables.

Por ende, producto del diagnóstico y de los resultados encontrados en su aplicación se ha llegado al siguiente tema de investigación:

Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional, aportes basados en la TSD, la TAD y el TPACK.

2.3 Planteamiento del problema y propósitos de la investigación.

La enseñanza de Matemática en la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua, ha sido siempre objeto de señalamientos con relación a los resultados que se obtienen por parte de los estudiantes. En ese mismo sentido, la Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales no escapa a esa realidad, existiendo casos alarmantes en los que solamente dos estudiantes aprobaban la asignatura de un total de 34. En la mayoría de los casos, existe un “*tormento*” (según lenguaje de los mismos estudiantes) cuando cursan asignaturas de este tipo, son muy pocos los estudiantes que tienen deseos de recibirla, por el rechazo que estos sienten hacia ella.

Esta situación se agudiza aún más, cuando los coordinadores de carrera y los de asignaturas conocen la valoración del estudiantado ante la metodología empleada por el docente en su enseñanza matemática, su forma de evaluación tradicional que se centra solamente en lo sumativo, ocasionando inasistencias y más preocupante, deserciones en el curso.

En dichas evaluaciones realizadas, los estudiantes además expresan que se sienten desmotivados con respecto a las asignaturas básicas de Matemática y en especial en

Cálculo, que sus aprendizajes alcanzados son insuficientes debido a su misma auto preparación como a la metodología empleada por el docente, y que necesitan que los docentes se apoyen de recursos, entre ellos los tecnológicos para que las clases sean atractivas, pertinentes y significativas (Flores & Zamora, 2015).

Precisamente en asignaturas como cálculo diferencial, los estudiantes por lo general tienen serias dificultades, les cuesta mucho aprender a derivar utilizando la definición geométrica de la derivada o las reglas de derivación; sin mencionar, el análisis funcional que se desprende de esos tópicos matemáticos. Aunque existe la intención de mejorar la labor docente en las aulas universitarias, algunos docentes siguen teniendo la idea de enseñar Matemáticas solamente con un libro de cálculo como único medio, colocando directamente las definiciones y resolviendo ejercicios a partir de ella, sin una planificación coherente que ofrezca la oportunidad al estudiante de entender la definición y saber cómo se llegó a ella y para qué sirve. Ahondando aún más este problema, el casi nulo involucramiento en la enseñanza, de medios tecnológicos y ambientes pertinentes a los intereses de los estudiantes ocasionan el fracaso en la asignatura.

Por otro lado, nuestra Alma Máter dentro de sus políticas institucionales plantea la necesidad de fomentar acciones de planificación docente, innovaciones pedagógicas e incorporación de las TIC como eje transversal dentro de la praxis magisterial (UNAN Managua, 2015). Estas condicionantes a la labor docente, obliga a crear espacios de análisis, reflexión y puesta en práctica de ideas radicales de cambio en la forma de enseñar matemáticas, desde la actitud del docente hacia el cambio, hasta la creación de una completa ingeniería didáctica que garantice en los estudiantes aprendizajes relevantes ajustados a su entorno social.

A pesar que los diversos documentos curriculares existentes en la universidad, y que estos ofrecen en forma general pautas importantes en pro de facilitar la planificación docente y la inclusión de las TIC en dicha planificación, ha resultado difícil para el

profesorado dejar a un lado la forma de enseñar los contenidos matemáticos, haciendo lo mismo que se hacía en décadas pasadas.

Se sigue cayendo en la transcripción de definiciones, conceptos, ejercicios y aplicaciones sin ahondar antes, en cómo pueden aprender mejor nuestros estudiantes, qué elementos actuales necesita en su aprendizaje, qué gestión se debe realizar al momento de impartir Matemática, cómo me cercioro que se ha aprendido eficazmente, qué debo hacer para que mis estudiantes verbalicen sus aprendizajes, qué materiales necesito para que la enseñanza y el aprendizaje sea atractiva, cómo los evalúo si poseo una gran variedad de ritmos de aprendizaje y sobre todo en cómo me actualizo en dependencia de las teorías en educación matemática y en los avances tecnológicos que están disponibles para la educación misma.

Se continua planificando solamente transcribiendo ejercicios del libro de texto al plan diario, utilizando guías extensas y repetitivas, actividades carentes de lógica para llegar a definiciones y conceptos importantes en matemática, se está utilizando la planificación únicamente como una forma de tener algo a mano (en caso de supervisiones) y no como lo que es, un medio organizativo para lograr los mejores resultados en los aprendizajes de los estudiantes (Álvarez, Silió & Fernández, 2012).

Todo esto ha permitido arribar al planteamiento del siguiente problema:

¿Cómo implementar un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas basados en la TSD, TAD y TPACK en la UNAN Managua- FAREM Chontales?

Actualmente, las herramientas tecnológicas están siendo orientadas a la enseñanza y al auto aprendizaje, además permiten el desarrollo de habilidades cognitivas necesarias en los futuros profesionales, permite aprender conceptos y destrezas geométricas, ayuda a desarrollar habilidades de resolución de problemas, especialmente destrezas como descomposición de problemas y habilidades meta-cognitivos de alto nivel (Claro,

2010). Fomentando así, la interacción entre los actores del proceso de enseñanza - aprendizaje.

Todo esto implica desde un punto de vista práctico, que la universidad debe estar alerta a lo que sucede en el campo educativo, sus transformaciones y su constante actualización pertinente a las demandas concretas provenientes del mundo profesional.

Es evidente la clara necesidad de realizar cambios en nuestras percepciones educativas con relación al mundo de hoy, y por ende, aprovechar la oportunidad que ofrecen los diferentes medios y herramientas educativas con que hoy en día se cuentan. Bajo este escenario, el uso de las TIC en las diversas asignaturas de matemática en las UNAN FAREM Chontales, ponen de manifiesto varias interrogantes interesantes de profundizar:

- ¿Cuáles son los mejores mecanismos de enseñanza y aprendizaje en el contexto tecnológico actual?
- ¿Realmente los docentes de matemática están enterados de las nuevas tendencias tecnológicas para la enseñanza, de las teorías didácticas actualizadas y de las formas de planificación u organizaciones matemáticas?
- ¿Se crean oportunidades innovadoras de aprendizajes en los estudiantes universitarios cuando se usan recursos TIC?
- ¿El uso de software favorece la motivación en los estudiantes?
- ¿Pueden incluir los docentes en sus planes de clase actividades metodológicas que involucren el uso de software matemáticos?

Ciertamente, en nuestra universidad se invierte en proyectos de infraestructura, laboratorios, conectividad, tecnología en general, así como también equipamiento de software y plataformas virtuales. Sin embargo, no se ha centrado la atención en las

características particulares de los docentes, ni en los factores que podrían incidir tanto en el uso, como en la adecuada forma de integrar las TIC en sus prácticas pedagógicas. Esto incluye aspectos tanto extrínsecos como el tiempo, capacitación, apoyo, políticas o normativas institucionales, entre otros, así como también los intrínsecos, relacionados con características personales, tales como edad, género, formación profesional, actitudes y disposición hacia la integración de tecnología en las prácticas docentes y en especial en la planificación. Muchas veces el no considerar estas características, provocan que la inversión en tecnología no sea aprovechada adecuadamente.

Resultaría idóneo, que en las diversas asignaturas de matemática, dentro de la planificación los docentes incluyeran herramientas tecnológicas que propiciaran un aprendizaje diferente de las matemáticas. Por ejemplo, se puede hacer énfasis en la construcción de una secuencia didáctica con la implicación de los software. En ese sentido, Fernández & Delavaut (2011) afirman que los software educativos orientan y regulan el aprendizaje de los estudiantes ya que, explícita o implícitamente, promueven determinadas actuaciones de los mismos encaminadas a facilitar el logro de unos objetivos educativos específicos. Otro ejemplo sería la reestructuración de la enseñanza del cálculo diferencial en nuestra universidad, utilizando materiales concretos, actividades didácticas motivadoras, uso de tecnología, un ambiente dinámico en donde se fomente la verbalización continua de los estudiantes y sobre todo en donde se el mismo docente constata la necesidad de que su praxis sufra un cambio rotundo acorde con estos tiempos.

Por todo lo antes expuesto, se hace indispensable mejorar el proceso de aprendizaje participativo a través de la aplicación de sesiones de clases que motiven a los estudiantes a interesarse por la asignatura.

Por consiguiente, el presente trabajo posee los siguientes propósitos:

2.3.1 Propósitos de la investigación.

Propósito General.

- Determinar de qué manera un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas con el apoyo de las Tecnologías de la Información y Comunicación favorece el aprendizaje de los estudiantes en tópicos de índole matemático.

Propósitos Específicos.

- Describir el rol que desempeña el estudiante ante la implementación del Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Destacar el rol que desempeña el docente en la gestión de los aprendizajes ante la implementación de un modelo de microplanificación didáctica.
- Valorar el alcance que posee el medio como un agente validador de retroacción matemática dentro de la planificación didáctica.
- Contribuir con los procesos dinámicos de enseñanza en la universidad desde un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas con el apoyo de las TIC.

2.4. Justificación y viabilidad del estudio

La UNAN Managua, junto con sus Facultades Regionales Multidisciplinarias, ha venido trabajando en la modernización educativa desde la parte curricular, equipamiento tecnológico, infraestructura, hasta la concreción de planes formativos y de actualización de su planta docente, todo con miras a la acreditación universitaria. Claro está, que este proceso es paulatino y se mejora constantemente con las autoevaluaciones institucionales que se ejecutan en forma periódica. Este campo de acción irradia a todos los miembros de esta institución educativa, que someten a discusión la mejor forma de aportar con este objetivo común que se posee.

Lo mencionado anteriormente, forma parte de la base principal de este trabajo investigativo, que busca una manera de concatenar la planificación docente con el uso efectivo de herramientas tecnológicas en asignaturas de carácter matemático, propiciando de esta forma, propiciar la transposición didáctica y por ende, facilitar aprendizajes relevantes en los estudiantes que hagan atractivo aprender Matemática.

Por medio de investigaciones en este campo, se ha logrado detectar que las herramientas tecnológicas permiten alcanzar resultados positivos en los estudiantes, tal es el caso de Becta (2003) ; Balanksat, et.al (2006); Truncano (2006); Cox & Marshall (2007); y Condie & Murro (2007). Estos autores muestran impactos positivos bajo condiciones particulares en base a las percepciones de aprendizaje de estudiantes y profesores.

Resulta entonces relevante indagar en nuestro contexto universitario, la incidencia que las TIC pueden tener en los docentes en su planificación, como en los estudiantes en sus aprendizajes. El estudiar estos dos aspectos, permitirá verificar la situación actual del profesorado de la UNAN Managua, FAREM Chontales en lo referente a tecnologías educativas, conocer sus percepciones y describir el papel que para ellos desempeñan. Por otro lado, es necesario saber la actitud que muestran los estudiantes al momento de interactuar con las herramientas tecnológicas en los tópicos matemáticos y los

resultados que ofrece al implementar en ellos una propuesta para la enseñanza asistida de las matemáticas enfocadas directamente desde el TAD, TSD y TPACK.

Teniendo en cuenta que la universidad posee diversos equipos tecnológicos, plataformas virtuales y una excelente conexión a la red, es importante tener un panorama general sobre el uso de esas herramientas por los docentes y su actitud metodológica-didáctica ante su implementación. Esto permitirá la búsqueda de mecanismos que vengán a mejorar la praxis de los docentes de Matemática dentro de la Facultad y por ende su actualización constante en herramientas tecnológicas idóneas dentro del proceso de enseñanza.

Es de esperar que los principales beneficiados con este estudio es la institución universitaria misma, ya que se promueve en forma acertada lo reflejado en su Visión y Misión como eje fundamental de la acreditación universitaria. El elevar los aprendizajes en los estudiantes y fomentar la innovación como una forma alterna de enseñar matemática justifica en si misma este estudio. Planas (2011) lo resume de la siguiente manera: *“la innovación educativa es la actitud y el proceso de indagación de nuevas ideas, propuestas y aportaciones efectuadas de manera colectiva, para la solución de situaciones problemáticas de la práctica, lo que comportará un cambio en los contextos y en la práctica institucional de la educación”*(p.60).

Por ello, conviene en gran medida la realización de este trabajo, ya que se pueden extrapolar los hallazgos encontrados en este estudio a otros niveles de educación del país, que acertadamente empiezan a observar las TIC como eje transversal dentro de la educación nacional. De igual forma, si los estudiantes entienden con mayor facilidad los contenidos con ayuda de una Enseñanza Asistida de las Matemáticas, y con el auxilio de diferentes opciones tecnológicas, se verá reducida su participación en cursos de verano, cursos paralelos, y exámenes extraordinarios que generan gastos económicos a la institución, los mismos estudiantes y a los padres de familia.

Para el presente estudio, se cuenta con suficientes recursos humanos (estudiantes y docentes) que están dispuestos a participar en el proceso, se cuenta con el tiempo y recursos económicos para recabar información que sustente esta tesis. Por otro lado, la UNAN FAREM Chontales posee en sus instalaciones muy buenos recursos tecnológicos, acceso a internet y material que puedan ser utilizados para crear las condiciones para la realización de este trabajo investigativo.

En lo referente al factor docente y administrativo, se cuenta con el apoyo de las diferentes autoridades universitarias, que garantizan finalizar el trabajo durante el año que se dispone. Todo ello, permite en gran medida afirmar que el estudio es viable y que se puede realizar a cabalidad.

CAPÍTULO 3. MARCO TEÓRICO

“Debemos reconocer la importancia del surgimiento de un nuevo campo del conocimiento, la Didáctica de la Matemática, y la necesidad de conocerlo y aportar a él. Es mucho lo que se ha avanzado, pero queda todavía mucho por hacer” (Cecilia Gaita).

3.1 Concepción epistemológica en la que se apoya la investigación

La psicología cognitiva se preocupa del estudio de procesos tales como lenguaje, percepción, memoria, razonamiento y resolución de problema. Ella concibe al sujeto como un procesador activo de los estímulos. Es este procesamiento, y no los estímulos en forma directa, lo que determina nuestro comportamiento.

Bajo esta perspectiva, para Jean Piaget, se debe poner énfasis en el rol de la acción en el proceso de aprendizaje. En la teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget, el desarrollo cognitivo se divide en etapas caracterizadas por la posesión de estructuras lógicas cualitativamente diferentes, que dan cuenta de ciertas capacidades e imponen determinadas restricciones (Delval, 1996).

Piaget parte de que la enseñanza se produce de dentro hacia afuera. Para él la educación tiene como finalidad favorecer el crecimiento intelectual, afectivo y social del individuo, pero teniendo en cuenta que ese crecimiento es el resultado de unos procesos evolutivos naturales. La acción educativa, por tanto, ha de estructurarse de manera que favorezcan los procesos constructivos personales, mediante los cuales opera el crecimiento (Piaget, 1979). Las actividades de descubrimiento deben ser por tanto, prioritarias. Esto no implica que se tenga que aprender en solitario. Bien al contrario, una de las características básicas del modelo pedagógico piagetiano es, justamente, el modo en que resaltan las interacciones sociales horizontales, permitiendo que la actividad del sujeto en su construcción del conocimiento sea fundamental (Delval, 1996).

Por su parte, teóricos como Jerome Bruner agregan que las etapas se diferencian por capacidades crecientes de procesamiento y memoria, sosteniendo que diferentes modos de procesar y representar la información son enfatizados durante diferentes períodos de la vida. (Bruner, 1966). Es decir, según Bruner los seres humanos han desarrollado tres sistemas paralelos para procesar y representar información. Un sistema opera a través de la manipulación y la acción, otro a través de la organización perceptual y la imaginación y un tercero a través del instrumento simbólico.

En este sentido, el desarrollo intelectual se caracteriza por una creciente independencia de los estímulos externos; una creciente capacidad para comunicarse con otros y con el mundo mediante herramientas simbólicas y por una creciente capacidad para atender a varios estímulos al mismo tiempo y para atender a exigencias múltiples.

Esta teoría considera cuatro aspectos fundamentales en el aprendizaje: la motivación a aprender, la estructura del conocimiento a aprender, la estructura o aprendizajes previos del individuo, y el refuerzo al aprendizaje.

Para Jean Piaget y David Ausubel, aprender era la consecuencia de desequilibrios en la comprensión de un estudiante y que el ambiente tenía una importancia fundamental en este proceso (Piaget, 1986 ; Ausubel, 1983), estas concepciones dan origen a la teoría constructivista. El constructivismo en sí mismo tiene muchas variaciones, tales como aprendizaje generativo, aprendizaje cognoscitivo, aprendizaje basado en problemas, aprendizaje por descubrimiento, aprendizaje contextualizado y construcción del conocimiento.

Independientemente de estas variaciones, el constructivismo promueve la exploración libre de un estudiante dentro de un marco o de una estructura dada, misma estructura que puede ser de un nivel sencillo hasta un nivel más complejo, en el cual es conveniente que los estudiantes desarrollen actividades centradas en sus habilidades así pueden consolidar sus aprendizajes adecuadamente.

En forma general, el constructivismo propone que a través de procesos de acomodación y asimilación, los individuos construyen nuevos conocimientos a partir de las experiencias. La asimilación ocurre cuando las experiencias de los individuos se alinean con su representación interna del mundo, asimilando la nueva experiencia en un marco ya existente.

Para entender la labor educativa con el constructivismo mismo, es necesario tener en consideración tres elementos del proceso educativo: los profesores y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y el entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo. Lo anterior se desarrolla dentro de un marco psicoeducativo, puesto que la psicología educativa trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el salón de clases y los factores que lo influyen, estos fundamentos psicológicos proporcionan los principios para que los profesores descubran por sí mismos los métodos de enseñanza más eficaces, puesto que intentar descubrir métodos por "ensayo y error" es un procedimiento ciego y, por tanto innecesariamente difícil y antieconómico (Ausubel, 1983).

Vigotzky por su parte, advierte que el aprendizaje debe basarse en el aspecto sociocultural del individuo y en el medio en el cual se desenvuelve, en el cual el contexto ocupa un lugar central. Esto permite aminorar que el conocimiento no es un objeto que se pasa de uno a otro, sino que es algo que se construye por medio de operaciones y habilidades cognoscitivas que se inducen en la interacción social. Vigotsky señala que el desarrollo intelectual del individuo no puede entenderse como independiente del medio social en el que está inmersa la persona.

Vigotsky pondera la actividad del sujeto, y éste no se concreta a responder a los estímulos, sino que usa su actividad para transformarlos. Para llegar a la modificación de los estímulos el sujeto usa instrumentos mediadores. Es la cultura la que proporciona las herramientas necesarias para poder modificar el entorno; además, al estar la cultura

constituida fundamentalmente por signos o símbolos, estos actúan como mediadores de las acciones. el contexto social influye en el aprendizaje más que las actitudes y las creencias; tiene una profunda influencia en como se piensa y en lo que se piensa. Pozo (2006) resume sus aportes de la siguiente manera:

- La enseñanza, no se ha de basar en el desarrollo ya alcanzado por el sujeto, sino que, teniéndolo en cuenta, se proyecta hacia lo que el sujeto debe lograr en el futuro, como producto de este propio proceso; es decir, haciendo realidad las posibilidades que se expresan en la llamada zona desarrollo próximo.
- Las situaciones sociales en que las personas viven y se desarrollan constituyen elemento esencial en la organización y dirección del proceso de enseñanza y educación.
- La propia actividad que el sujeto realiza en interacción social con un grupo de personas, resulta elemento fundamental a tener en consideración en el proceso de enseñanza y educación.
- Cuando hablamos de proceso de educación nos referimos a los distintos ámbitos en el cual tiene lugar.

Estos aportes, abren una gran posibilidad de aprovechar los entornos en que se encuentran inmersos actualmente los estudiantes. No podemos hablar de educación completa y provechosa si ésta no utiliza lo que tenemos en nuestro contexto como pieza eficaz para alcanzar aprendizajes relevantes y duraderos.

3.2 Teorías cognitivas del aprendizaje

3.2.1 Ausubel y el aprendizaje significativo

Dentro de la educación, existen muchos aportes de grandes personajes que dedicaron su vida a entender los procesos extrínsecos e intrínsecos que favorecían los aprendizajes

de los estudiantes. Para el pedagogo estadounidense David Ausubel, el conocimiento que el estudiante posea en su estructura cognitiva relacionadas con el tema de estudio es el factor más importante para que el aprendizaje sea óptimo. Destacando siempre los preconceptos, ya que estos pueden determinar el éxito o fracaso en el aprendizaje (Tomas, 2011). Ausubel afirma que se aprende mediante la incorporación de la nueva información a la estructura cognitiva del individuo (aprendizaje significativo). Esto creará una asimilación entre el conocimiento que el individuo posee en su estructura cognitiva con la nueva información, facilitando de esta forma el aprendizaje.

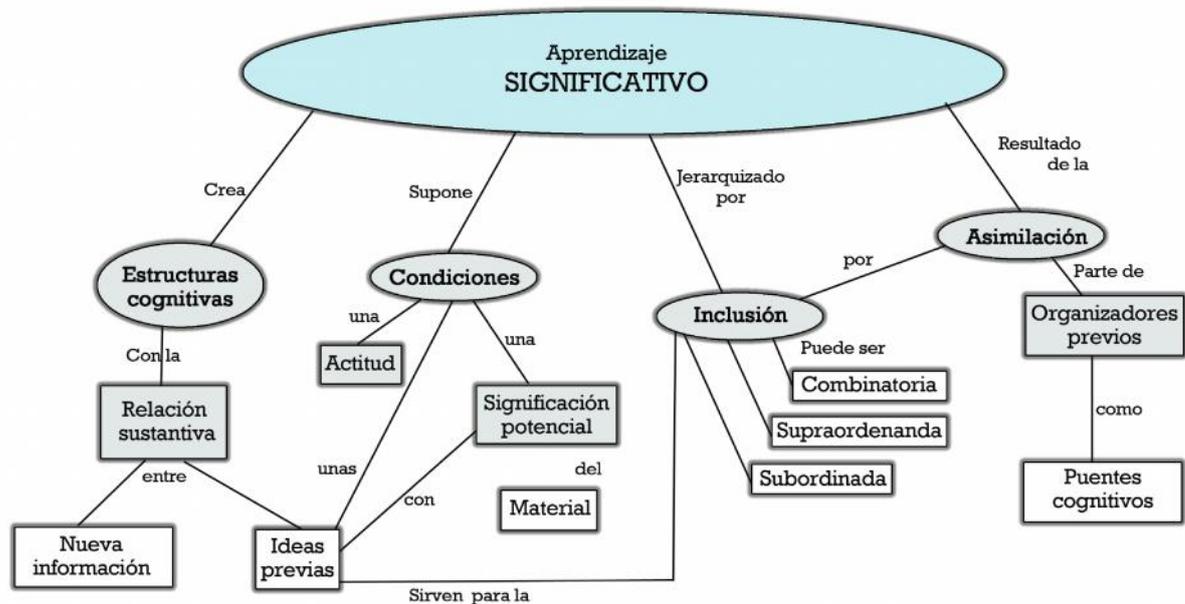
Todo esto obliga al aprovechamiento de las ideas que tiene el estudiante, conceptos, relaciones, informaciones, vinculadas entre sí y cuando llega una nueva información, ésta puede ser asimilada en la medida que se ajuste bien a la estructura conceptual preexistente, la cual, sin embargo, resultará modificada como resultado del proceso de asimilación.

En ese sentido, a los estudiantes no se les debe tratar como sujetos pasivos, Moreira (2005) lo menciona al decir:

En el aprendizaje significativo, el aprendiz no es un receptor pasivo; muy al contrario. Debe hacer uso de los significados que ya internalizó, para poder captar los significados de los materiales educativos. En ese proceso, al mismo tiempo que está progresivamente diferenciando su estructura cognitiva, está también haciendo reconciliación integradora para poder identificar semejanzas y diferencias y reorganizar su conocimiento. O sea, el aprendiz construye su conocimiento, produce su conocimiento (p.86).

Por ende, la nueva información contribuye a la estabilidad de la estructura conceptual preexistente, necesaria para fijar conceptos y que estos sean utilizados en situaciones futuras. Todo esto se refleja claramente en la figura 3.

Figura 3. Estructura del aprendizaje significativo.



Fuente: Rojas (2011).

3.2.2 Piaget y el desarrollo cognitivo.

Las diversas etapas de crecimiento del ser humano contienen un sentido profundo actualmente para educación, gracias a los aportes investigativos en esta rama del psicólogo constructivista Suizo Jean Piaget. Entre sus principales aportes está la elaboración de una teoría de la inteligencia sensoriomotriz que describía el desarrollo espontáneo de una inteligencia práctica, basada en la acción (Triglia, s.f).

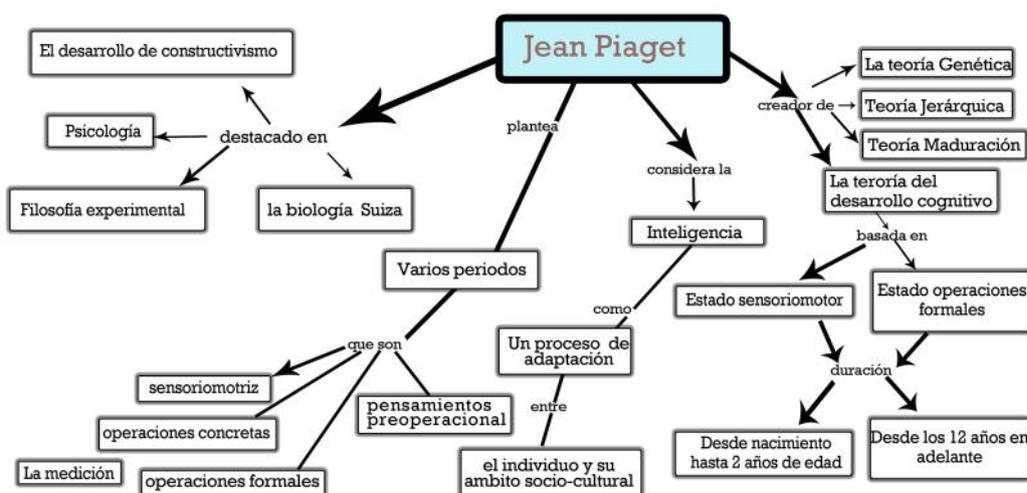
Piaget concibe el desarrollo intelectual como el resultado de una interacción con el medio, su concepción armoniza en una teoría que utiliza la influencia de la vida social y cultural con el desarrollo de la inteligencia, subrayando la interrelación entre tales fenómenos.

En este sentido, son fundamentales sus conceptos que tenemos en educación, tales como esquema, adaptación y organización, que rigen el proceso de adquisición de conocimientos, resaltando la necesidad de todo individuo de comprender el mundo que le rodea, para entender el rol de él en el mismo.

Es importante recalcar, que no se trata de un proceso puramente lineal, ya que lo que se aprende durante las primeras etapas de desarrollo se reconfigura constantemente a partir de los desarrollos cognitivos que vienen después (Regader, 2015). En ese sentido, el aprendizaje no es la simple asimilación de paquetes de información que llegan desde fuera, sino que se explica por una dinámica en la que existe un encaje entre las informaciones nuevas y nuestras viejas estructuras de ideas. De esta manera, lo que sabemos está siendo construido permanentemente.

Presisamente, de ahí que Piaget sea considerado un pionero del aprendizaje constructivista, siendo una manera de entender y explicar las formas en las que aprendemos. Poniendo mucha énfasis en la figura del estudiante como el agente que en última instancia es el motor de su propio aprendizaje.

Figura 4. Aportes de Jean Piaget en educación.



Fuente: Adaptación de Recinos (2015).

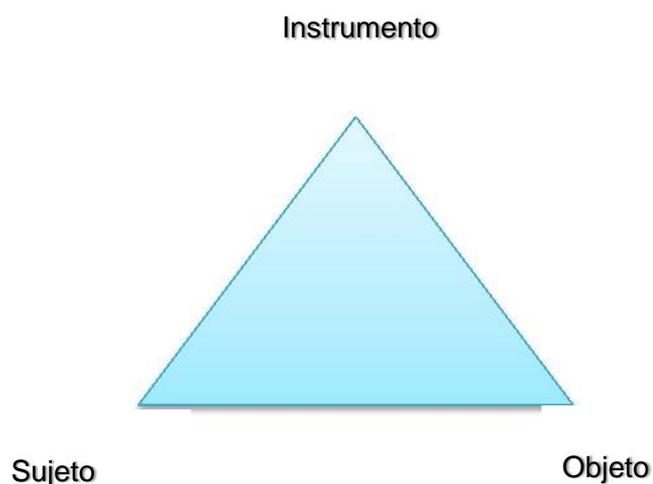
3.2.3 Vygotsky y la mediación

La teoría del Psicólogo Ruso Lev Vygotsky, se basa principalmente en el aprendizaje sociocultural de cada individuo y por lo tanto en el medio en el cual se desarrolla. Aporta un modelo de aprendizaje en la que el contexto ocupa un lugar central, sin dejar a un lado la riqueza que tiene la interacción social como motor del desarrollo (Recinos, 2015).

Vygotsky plantea que el aprendizaje se produce más fácilmente en situaciones colectivas, en donde los estudiantes trabajen situaciones de aprendizajes que en donde para ser solucionadas se necesite la colectividad. No se puede concebir la idea de que el individuo se constituye de un aislamiento. Más bien de una interacción, donde influyen mediadores que guían al estudiante a desarrollar sus capacidades cognitivas.

Para Cole (1996), citado por Daniels (2003), Vygotsky centra su atención en la mediación como un factor determinante en las interacciones sociales entre el individuo y su contexto de aprendizaje. Las actividades mediadas llegan a ser factores clave entre el sujeto y el objeto de aprendizaje.

Figura 5. Representación Básica de la Mediación.



Fuente: Adaptación de Daniels, H. (2003).

Precisamente, la mediación es entendida como la acción intencional, usualmente llevada a cabo por el profesor, que busca cambiar un comportamiento en las interacciones sociales dentro del salón de clases. De acuerdo con esta teoría, el estudiante se desarrolla en la medida en que interactúa con el ambiente: casa, familia, barrio, escuela, trabajo, comunidad virtual y sociedad. El lenguaje, entre otros sistemas de signos, y las herramientas (radio, cuentos, manuales, leyes, navegadores, entre otros) son un instrumento mediador que permitirá resolver la construcción que el sujeto o el conjunto de agentes activos, en un ambiente virtual de aprendizaje, con el fin de asimilarlo e incorporarlo a sus conocimientos.

Ramírez & Chavez (2012), ponen de manifiesto lo relevante que es usar la mediación en los procesos educativos al señalar que los sujetos pueden alcanzar un desarrollo óptimo gracias a la mediación, o sea, a una "experiencia de aprendizaje mediada", que consiste en exponer al sujeto a una mayor cantidad de experiencias de aprendizaje a través del docente, con el fin de aumentar su potencial cognitivo para seguir aprendiendo de manera independiente en su interacción con el ambiente.

En otras palabras, las habilidades de pensamiento del sujeto se incrementan por la influencia del mediador y del medio ambiente en la medida en que son aplicables a sus circunstancias y le son significativas.

3.3 Educación matemática y su enfoque semiótico

A sabiendas que la actividad matemática es, esencialmente una actividad simbólica (Godino, 2003; Streinbring, 2005) y que es necesario comprender la comunicación en el salón de clase (discurso matemático), la semiótica, con sus métodos y conceptos, aparece como una teoría apropiada que le da relevancia a la complejidad discursiva dentro de la educación matemática.

Diferentes autores, han empezado a mostrar el potencial de la semiótica en las reflexiones didácticas, se pueden mencionar a Piaget, Vigotsky, Cassirer, Ernest, Pimm, Godino y Batanero como investigadores que han concebido que este enfoque como una

necesidad dentro del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (D'Amore & Godino, 2007).

La matemática y el lenguaje, no deben ser dos aspectos separados en la interacción docente-alumno, Sin embargo, la semiótica de las matemáticas no ha de centrarse en el estudio de los signos, sino en los sistemas de significación y los procesos de producción de sentido para el estudiante.

Para que este enfoque sea utilizado en las actividades matemáticas en los salones de clases, se requiere tener en cuenta, entre otros, los siguientes aspectos:

- Diversidad de objetos puestos en juego en la actividad matemática, tanto en el plano de la expresión como en el del contenido.
- Diversidad de actos y procesos de semiosis (interpretación) entre los distintos tipos de objetos y de los modos de producción de signos.
- Diversidad de contextos y circunstancias espacio-temporales y psicosociales que determinan y relativizan los procesos de semiosis.

Al respecto D'Amore & Godino (2007), agregan a las situaciones problemáticas como un nuevo componente semiótico en los procesos comunicativos que tienen lugar en la educación matemática, no sólo hay que interpretar las entidades conceptuales, sino también las situaciones problemáticas y los propios medios expresivos y argumentativos desencadenan procesos interpretativos.

Godino & Llinares (2000) habían agregado dimensiones relevantes que se pueden utilizar junto con la semiótica en los contenidos matemáticos:

- epistémica (relativa al conocimiento institucional),
- docente (funciones del profesor),
- discente (funciones del estudiante),
- mediacional (relativa al uso de recursos instruccionales),

-
- cognitiva (cronogénesis de los significados personales de los estudiantes),
 - emocional (afectos, valores, sentimientos, implicados en el estudio de un contenido matemático).

Dichas dimensiones reflejan el sentido amplio del enfoque, garantizando que las relaciones existentes entre cada una, aseguren que actividades propuestas por el docente tengan una relevancia social para el estudiante, sin obviar, el proceso reflexivo del mismo docente durante todo el proceso.

Este enfoque además manifiesta que la práctica matemática debe ser considerada como cualquier acción o manifestación, no solo de carácter lingüístico, realizada tanto en la resolución de problemas matemáticos como en la comunicación a otros de las soluciones encontradas, con el propósito de validarlas o de generalizarlas a otros contextos y situaciones o problemas (D'Amore, 2006; Godino, Batanero & Font, 2007).

Ciertamente, en las actividades matemáticas se recurre a la transformación de signos dentro de sistemas semióticos culturalmente dados, por tanto, el aprendizaje de las matemáticas intrínsecamente es, ante todo, una actividad semiótica. Para comprender el uso de los signos se debe tener en cuenta la actividad reflexiva mediada que subyace a la coordinación de sistemas semióticos, o sea, a las configuraciones cognitivas que son activadas por dichos sistemas de prácticas, este sentido atribuido a un objeto matemático depende tanto del sujeto como del contexto en el que lo aborde (Rojas, 2015).

Precisamente, el mismo profesor Pedro Rojas en su estudio cualitativo sobre los objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos, ofrece conclusiones relacionadas con la importancia de la semiótica en la educación Matemática al escribir:

...ponemos en evidencia la importancia de los procesos de interacción como elemento fundamental para posibilitar la articulación de sentidos asignados a expresiones sintácticamente equivalentes. No solo se dispone de cierto tiempo para socializar y

reconocer los argumentos presentados por otros, sino también, y sobre todo, para analizar los argumentos presentados por unos y otros, los cuales no son asumidos de manera acrítica. En matemáticas, las transformaciones de tratamiento no solo son fundamentales, sino que, ... pueden ser fuente de diversas dificultades en la construcción y comprensión de los objetos matemáticos (Rojas, 2015; p.163).

Todo ello, ratifica que enseñar y aprender matemática conlleva que las actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión.

Por su parte, Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen & Gorrochategui (2012) ofrecen un argumento claro de este punto al decir:

Los conceptos matemáticos no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio y para llevarlo a cabo resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión. Si no se distingue el objeto matemático (números, funciones, rectas, triángulos, etc.) de sus representaciones (escritura decimal o fraccionaria, gráficos, trazados de figuras, etc.) no puede haber comprensión en matemática.

En matemática las representaciones semióticas son importantes tanto para los fines de comunicación como para el desarrollo de la actividad matemática. El tratamiento de los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. Cuando realizamos cálculos numéricos vemos que existe una dependencia del sistema de escritura elegida: escritura decimal, escritura fraccionaria, escritura binaria, etc. los tratamientos matemáticos no pueden llevarse a cabo prescindiendo de un sistema semiótico de representación. la función de tratamiento solo la pueden llevar a cabo las representaciones semióticas y no las representaciones mentales (pp.29-30).

Si la formación de conceptos implica una coordinación de sistemas de representación, entonces un reto importante en el aprendizaje de las matemáticas no puede ser, solamente, la automatización de ciertas técnicas operatorias (cálculo) sino que debe ser también, la coordinación de los diferentes sistemas de representación, entre ellas las verbales. Pimm (1990) afirma que hablar y analizar con los estudiantes sobre los significados del contenido desarrolla la pericia lingüística y el conocimiento matemático. Además agrega que la competencia comunicativa se convierte en una cuestión primordial, cobrando relevancia cuestiones relativas a cómo se modifica el lenguaje cuando se comunican o perciben ideas matemáticas.

Por ende, desde el campo de la Educación Matemática, los docentes tienen que promover una enseñanza de las Matemáticas como proceso social, utilizando para ello algún tipo de representación, ya sea a través del lenguaje natural (oral o escrito) o mediante los símbolos y gráficos propios de las Matemáticas, sin olvidar la esencia que radica en una correcta planificación de actividades que generen esos cambios.

3.4 Didáctica de la matemática en la Escuela Francesa

Debido a las constantes preocupaciones de un grupo de investigadores (en su mayoría matemáticos franceses) por descubrir e interpretar los fenómenos y procesos ligados a la adquisición y a la transmisión del conocimiento matemático, se funda la Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática. Estos esfuerzos dieron como resultado poderosos cambios en la filosofía de las matemáticas, desarrollando nuevos modelos epistemológicos sobre la educación matemática (Ruíz, Chavarría & Alpízar, 2006).

La Escuela Francesa, indican que la Educación Matemática como tal se puede subdividir en tres etapas importantes:

- **Etapa antigua:** etapa en la cual la enseñanza de las matemáticas podía verse como un arte asociado a las calidades del profesor o del alumno, y donde lo

fundamental es el dominio de la disciplina de las matemáticas y las habilidades mostradas por el profesor en la enseñanza.

- **Etapa Clásica:** etapa que trata de sistematizar algunos de los asuntos relacionados con la problemática del profesor. Dando realce a los conocimientos previos de los alumnos, la motivación para el aprendizaje, técnicas para la resolución de problemas, la evaluación y, la utilización de otras disciplinas en la explicación del quehacer docente.
- **Etapa de la Didáctica Fundamental:** en esta etapa propia de la Escuela Francesa, se busca resolver asuntos específicos en los quehaceres de la didáctica matemática. Aporta nociones, términos, y métodos novedosos en la Educación Matemática, todos interpretados como una reconstrucción teórica de las fronteras de esta nueva disciplina (Brousseau, 1990; Brousseau, 1991; Ruíz et al, 2006).

En este sentido Guy Brousseau, un eminente iniciador de esta escuela, a inicios de la década de los años 70, establece un concepto relevante llamada “*situaciones didácticas*”, cuya idea principal era lograr conocimiento matemático mediante una situación *fundamental* (Brousseau, 1972; Brousseau, 1994). Dicha situación permite al docente profesor provocar que los estudiantes construyan un cierto tipo de conocimiento, reconstruyendo así los conceptos matemáticos.

Estas interesantes novedades en la enseñanza de las matemáticas, permiten una completa ingeniería didáctica que ha venido transformando la forma de dimensionar la función del docente ante las problemáticas que este enfrenta a la hora de hacer efectivo el proceso de enseñanza (obstáculo didáctico), al igual que los elementos que necesita el estudiante para alcanzar aprendizajes relevantes y significativos para su vida. Elementos como los descritos en el modelo de transposición didáctica y en la teoría antropológica de lo didáctico, fomentan la idea que se puede enseñar matemática desde una perspectiva mejorada y novedosa.

3.5. Elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico

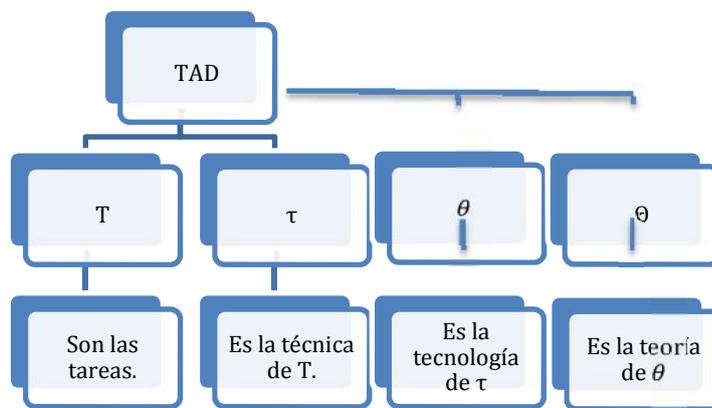
La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1999), indica que el saber matemático se construye como respuesta a situaciones problémicas. Esta teoría considera a la didáctica de la matemática como una actividad humana, y admite que toda actividad humana regularmente realizada puede describirse con un modelo único, que se denomina aquí con la palabra de praxeología (Bosch & Gascón, 2009). Teniendo en cuenta que los tipos de tareas, técnica, tecnología y teoría son los elementos que componen una praxeología. Para ello, se debe de considerar que el término praxis hace referencia al saber hacer, es decir, los tipos de problemas o tareas que se estudian y las técnicas que se construyen para solucionarlos. El término logos, se identifica con el saber e incluye las descripciones y explicaciones que nos permiten entender las técnicas.

Este enfoque iniciado por Chevallard lucha contra las corrientes pedagógicas que pretenden introducir reformas sin antes examinar su compatibilidad con las condiciones del entorno social de dichas reformas. Lo novedoso del TAD radica en que separa dos conceptos básicos que no se pueden definir en forma independiente, La institución y el sujeto. Una institución es una organización social estable en el seno de la cual se realizan ciertas actividades sociales, bajo ciertas restricciones; los participantes tienen que convertirse en sujetos de la institución. Dicha institución, crea condiciones que permiten sus actividades, proporcionándoles recursos materiales, organizativos y cognitivos (Castela, 2016).

Las instituciones tienen una acción cognitiva la cual es intrínsecamente didáctica, esto debido a que cuando un conocimiento producido por una institución se emplea en el escenario de otra institución, el mismo conocimiento sufre una modificación. A este fenómeno se le llama transposición inter-institucional, que es una generalización de la transposición didáctica.

Para Morales (2013), la TAD representa un sustento teórico que permite analizar la puesta en acción de actividades de enseñanza en un contexto de formación. Esta a su vez presenta la siguiente estructura para analizar las tareas:

Figura 6. Modelo praxeológico de Chavellard.



Fuente: Morales (2013).

Castela (2016), describe este modelo en dos bloques de producciones cognitivas institucionales de la siguiente manera:

- *El saber- hacer o la praxis [T,], donde T es un tipo de tareas, una técnica, es decir un conjunto de procedimientos (no necesariamente un algoritmo) que permite tratar ciertas tareas del tipo T (posiblemente no todas), en ciertos dispositivos y con ciertos medios.*
- *El saber o el logos [θ, τ], donde θ representa la tecnología de , es decir el discurso racional que se elabora para justificar, hacer inteligible y producir esta técnica; la teoría es la tecnología de la tecnología, en particular, garantiza la validez de la tecnología. (p. 14).*

Cabe destacar, que los elementos tecnológicos son saberes que permiten validar las técnicas, y que a su vez prueban que las técnicas producen resultados válidos. Por otro

lado, a nivel didáctico no se espera que el estudiante aprenda de un encuentro aislado con una actividad, al contrario, se supone que el aprendizaje necesita que el docente organice todo un proceso, destacando que cada uno de los momentos desempeña una función específica necesaria para que el mismo estudiante reconstruya su aprendizaje (Castela, 2005). Este modelo de Chavallard destaca la necesidad de investigar tanto el componente práctico como el discurso racional

Tabla 2. Ejemplo del uso del modelo praxeológico de Chavallard presentado en el I Escuela de verano de Didáctica de la Matemática en san José, Costa Rica.

Tarea (T)	Calcular el valor numérico de $\frac{2x^2 - 1}{x - 1} + \frac{3}{x + 3}$ con $x = -1/3$
Tipo de tarea ()	Cálculo del valor numérico de una expresión polinomial dado el valor de la variable.
Tecnología (θ)	Simplificar/ reducir la expresión $\frac{2x^2 - 1}{x - 1} + \frac{3}{x + 3}$ y sustituir $x = -1/3$
Teoría ()	Multiplicación/ doble distributividad y productos notables.

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla anterior, se aprecia que el objeto de la didáctica no es el estudio de los procesos cognitivos de los estudiantes en el aprendizaje de un concepto, ni tampoco la problemática del profesor con la enseñanza de ese concepto, sino la situación didáctica mediante la cual uno o varios alumnos consiguen apropiarse de un saber matemático específico ya construido o en vías de construcción. Se pasa así a considerar el proceso de enseñanza-aprendizaje en un entorno, en situación, entendiéndose por situación el conjunto de relaciones establecidas explícita o implícitamente entre los diversos elementos que la componen: el alumno o grupos de alumnos y el medio.

Lucas (2010), lo resume de esta manera:

En lugar de plantear los problemas de enseñanza y aprendizaje en términos de qué hacer para que tal actividad o problemática puedan enseñarse o aprenderse mejor y, en consecuencia, investigar las dificultades que surgen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas buscando la manera de superarlas, la TAD se pregunta cuáles son las condiciones que permiten, facilitan o favorecen que determinadas actividades matemáticas y didácticas puedan desarrollarse en un determinado entorno institucional (la escuela primaria, la escuela secundaria, la universidad, un entorno profesional determinado o la sociedad en general) y cuáles son las restricciones que dificultan, entorpecen o incluso impiden la puesta en práctica de estas actividades (p.13).

Esta revolución didáctica manifiesta que ahora los alumnos y el profesor pasan a un segundo plano, para que la didáctica pueda centrarse en el estudio de las condiciones de difusión del conocimiento matemático. Por ejemplo, en toda problemática didáctica existen siempre, aunque algunas veces de forma implícita, tres componentes fundamentales:

- a) una *institución didáctica* donde se formula el problema didáctico en cuestión;
- b) un *contenido matemático* específico (por ejemplo: la derivada);
- c) un *proceso de enseñanza-aprendizaje* relativo al contenido matemático (en el caso de la derivada puede ser un proceso algébrico, geométrico, construido a partir del límite, de la velocidad, entre otros).

Estos componentes, se sustentan en lo que se conoce como Organización Matemática (OM), que no deben confundirse con las Organizaciones Didácticas (OD). Las primeras se refieren a la realidad matemática que se pretende estudiar y las segundas, a la forma en que eso ocurre. Ambas praxeologías, Matemáticas y Didácticas, tienen como componentes un bloque práctico-técnico, formado por tareas y técnicas, y un bloque tecnológico-teórico, formado por tecnologías y teorías. Tal y como lo indica Lucas (2010) que el primer aspecto (el producto) es de hecho el resultado de la construcción,

es decir, la praxeología u Organización Matemática (OM). Mientras el segundo aspecto es el proceso de estudio y construcción, lo que se denominará Organización Didáctica (OD).

De esta forma, todo proceso de estudio de las matemáticas como proceso de construcción o reconstrucción de OM, consiste en la utilización de una determinada OD, con su componente práctico (formado por tipos de tareas y técnicas didácticas) y su componente teórico (formado por tecnologías y teorías didácticas). Estos elementos son lo que hace imposible se separar estos dos componentes.

3.6 Teoría de Situaciones Didácticas en la enseñanza matemática: un modelo de las interacciones didácticas

Hacer de la enseñanza un proceso que se centre en la producción de conocimientos matemáticos en el ámbito escolar, es a simples rasgos el modelo de Guy Brousseau, llamado Teoría de Situaciones Didácticas (TSD). Este modelo, centra su esfuerzo en la idea de que el sujeto produce conocimiento como resultado de la adaptación a un medio resistente con el que interactúa y sobre todo, que el saber es fruto de la adaptación del alumno, manifestándose en las respuestas nuevas que son una prueba del aprendizaje (Brousseau, 1986).

Chavarría (2006), hace una clara diferencia entre el enfoque tradicional y el planteado por Brousseau, esta autora expresa:

Dentro de este enfoque no se contextualiza el conocimiento, no se tiene un aprendizaje significativo. Paulo Freire apunta con respecto al enfoque tradicional: “La educación padece de la enfermedad de la narración que convierte a los alumnos en contenedores que deben ser llenados por el profesor, y cuanto mayor sea la docilidad del receptáculo para ser llenado, mejores alumnos serán”. Esto con respecto al enfoque tradicional.

*Ahora bien, en el enfoque planteado por Brousseau intervienen tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y el medio didáctico . En esta terna, el profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Así, Situación Didáctica se refiere al conjunto de **interrelaciones** entre tres sujetos: profesor-estudiante- medio didáctico. Dentro de esta dinámica tenemos otra dimensión: la Situación A- didáctica; la cual, vamos a estudiar dentro del haz de interrelaciones planteado en la Situación Didáctica (p.2).*

Es de notar, que lo planteado por Brousseau permite dentro del proceso de enseñanza de la Matemática, un enlace inseparable del papel del docente frente al proceso, del rol del estudiante en el proceso y del medio con que se interactúa en forma constante. Todo ello, permite modelar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, modelo que sigue reglas claras entre el docente y sus estudiantes, fomentando el comportamiento que el docente espera de los estudiantes y a la vez, lo que los estudiantes esperan de su docente (contrato didáctico).

Es precisamente ahí, donde esta teoría toma una importancia elevada, ya que el docente no inhibe o interrumpe la construcción del conocimiento por parte del estudiante dentro del medio didáctico que el profesor elabora. Lamentablemente, en la actualidad muchos docentes caen en el *Efecto Topaze*, en donde el estudiante realiza una actividad, pero no ha sido por sus propios medios, sino con la ayuda de su docente. Otros en cambio, se atreven a decirle al estudiante actividad que la actividad está buena, cuando en realidad está incorrecta (*Efecto Jourdain*), causando un comportamiento banal en el estudiante (Chavarría, 2006).

Estos dos efectos comúnmente presentes en la enseñanza matemática, reflejan lo que se viene haciendo en las aulas escolares, y que se agudiza aún más si entra en escena el *envejecimiento de las situaciones de enseñanza* y una constante *algoritmización* . Al respecto Barboza (2011) indica:

...envejecimiento de las situaciones de enseñanza” se refiere a la reproducción de las actividades por el profesor. Brousseau señala que esta reproducción puede ir perdiendo “fuerza”, al hacerse una y otra vez, periodo tras periodo, logrando que se empeoren sus resultados. En cambio, con el nombre de “algoritmización”, Brousseau designa un fenómeno que sucede cuando el profesor busca apresurar la resolución de un conflicto didáctico, y para ello crea un clima de mal entendimiento con el alumno, pues el profesor muestra al alumno un algoritmo, el alumno lo ejercita y lo aplica correctamente, con incertidumbre casi nula y sin responsabilizar al alumno con la reflexión y la investigación. Luego el maestro quiere enseñar a su alumno a buscar creativamente sus propias soluciones, para lo que inevitablemente necesita incorporar incertidumbre, pero el alumno se confunde, pues espera algoritmos (p.2).

Estas ideas revolucionarias de Brousseau hacen notar que, todo proceso de estudio de las matemáticas es un proceso de construcción o reconstrucción de OM, y que consiste en la utilización de una determinada OD, con su componente práctico (formado por tipos de tareas y técnicas didácticas) y su componente teórico (formado por tecnologías y teorías didácticas).

3.8 Entornos tecnológicos en la educación

Actualmente, el proceso enseñanza aprendizaje cuenta con diversas herramientas y metodologías que permiten la transmisión de conocimientos, diversos reformadores educativos advierten que el e-learning ha venido a facilitar el proceso de enseñanza, la motivación en clase, los aprendizajes de los estudiantes y la actualización continua de los docentes. Precisamente, Barragán & Ruíz (2013), Casas & Stojanovic (2013); han definido modelos, técnicas y metodologías, que fomentan e institucionalizan la virtualización de la educación en todos los niveles y áreas. Por su parte, Monguillot, Guitert & González (2013), al igual que González & Esteban (2013), advierten que estas herramientas por si solas jamás ofrecerán garantías de un aprendizaje significativo, proponiendo el uso de situaciones didácticas muy bien planificadas.

La era tecnológica en la que tanto los estudiantes como los mismos docentes se encuentran inmersos, pone de manifiesto que las condiciones en la que se enseña y a la vez se aprende ya no pueden ser las mismas. Esto ha sido objeto de diversas investigaciones que concluyen que la educación como tal, ha estado cambiando con cada adelanto en materia tecnológica. Por ejemplo, Guzmán (2009) destaca que el papel de las universidades en el siglo XXI debe centrarse en la necesidad de atender las demandas de la sociedad actual, desarrollando procesos formativos que preparen a los futuros profesionales para un aprendizaje a lo largo de toda la vida, a partir del empleo efectivo de las tecnologías.

Por su parte, Tünnermann (2003) & Echeverría (2007) indican la necesidad de lograr aprendizajes desarrolladores, destacando para ello el papel de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el logro de tales propósitos. Resultaría contraproducente pensar a estas alturas que las universidades no centren su atención a estas realidades latentes en nuestros contextos educativos, esta idea la recalca García, Santizo & Alonso (2010) al indicar que los procesos formativos sustentados en las TIC, han propiciado nuevas formas de aprender por parte de los estudiantes, es por eso que el óptimo uso de las mismas así como la utilización de estrategias de aprendizaje adecuadas, tiene gran importancia para todo estudiante universitario, en aras de potenciar su capacidad de aprender de manera individual y colaborativa.

Algunos autores cubanos como Teruel, Martínez y Fernández (2015) afirman que “*es necesaria una vinculación de la didáctica en la educación superior con el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC), a partir de los cambios producidos en el proceso educativo: objetivos, contenidos, métodos, profesores, estudiantes*”(p.73). Castillo (2008), en cambio agrega que el rediseño de la práctica pedagógica implica que la instrucción deba basarse en el uso de casos prácticos que proporcionen experiencias de aprendizaje ricas, diversas y contextualizadas. La tarea de los docentes y formadores es diseñar ambientes de aprendizaje que ayuden a los alumnos a aprender.

Propuestas como las mencionadas anteriormente, se ven obstruidas por la falta de competencias tecnológicas por parte del docente, suceso que los mismos estudiantes exponen:

...Hay profesores que reconocen que están muy atrasados en el uso de las TIC, pero no les interesa actualizarse (...) les son indiferentes...

...Hay maestros grandes que no utilizan nada (...) y los maestros jóvenes sí utilizan las tecnologías en la clase..., ...Son muy pocos los maestros que usan la computadora e Internet... (Druetta & González, 2012; p.9).

Estas declaraciones estudiantiles, que aunque parezcan difíciles de digerir, son una realidad latente en latinoamérica, así lo confirma Díaz (s.f) al señalar:

Aún cuando se ha demostrado que las TIC constituyen en fenómeno social de gran trascendencia que ha transformado la vida de millones, también se ha reconocido que su impacto en la educación dista de sus potencialidades. En la región latinoamericana, con base en los análisis de los expertos en el tema, se encuentra un claro rezago no sólo en las posibilidades de acceso en condiciones de equidad a dichas tecnologías, sino también en relación a sus usos pedagógicos. Al parecer, en las condiciones actuales, y de no mediar acciones a todos los niveles (político, educativo, económico), en nuestra región las TIC pasarán a ser un factor más de desigualdad que perpetúe el círculo de exclusión social y educativa en que se encuentran atrapados muchos de nuestros, niños y jóvenes (p.3).

Aún existen muchos docentes que se niegan a utilizar las nuevas tecnologías por miedo o por principios. Algunos creen que no ayudan, que ellos aprendieron sin ellas y que son inadecuadas para el aprendizaje. Sin embargo no todos piensan así, algunos consideran que las tecnologías facilitan el proceso de aprendizaje y que se deben ofrecer espacios para que se capacite, y se promueva su uso efectivo en los salones de

clase. Cabe señalar que la misma apropiación siempre estará sujeta al acceso, a la infraestructura tecnológica y a las habilidades de uso.

3.9 Las tecnologías de la información y comunicación y su influencia en la educación matemática

3.9.1 Evolución del uso de TIC en la matemática

El desarrollo de las computadoras y la oportuna aplicación de la informática a la educación, ha estado de la mano con la enseñanza de las ciencias y particularmente de las matemáticas.

En los últimos años, diversas investigaciones desarrolladas han permitido consolidar el papel de las tecnologías en la enseñanza de las matemáticas. Precisamente, en el campo de la enseñanza de las matemáticas se empiezan a notar cambios profundos, no solamente en el campo metodológico, sino también en el uso pertinente y eficaz de las tecnologías en los procesos cognitivos de aprendizaje de los estudiantes.

Se pueden citar los trabajos de Olds, Schwart & Willie (1980) que iniciaron a usar juegos matemáticos usando ordenadores como forma de motivar la creatividad de los estudiantes. Por su parte Dugdale (1982), Barclay (1985) y O'Brien (1985), diseñaron actividades didácticas en tópicos sobre ecuaciones algebraicas, funciones y series respectivamente, en donde ponían de manifiesto la funcionalidad de las tecnologías para lograr que las actividades propuestas dieran resultados favorables.

Dichos resultados, se ven reflejados en el estudio del impacto motivacional y afectivo de este tipo de actividades, algunas investigaciones han aportado la evaluación positiva de este impacto (Mandler, 1984) y (Lepper & Malone, 1987).

En 1998, la UNESCO, en el informe mundial sobre educación, titulado: "Los docentes y la enseñanza en un mundo de mutación", describe el profundo impacto de las TIC en los métodos convencionales de enseñanza y aprendizaje y la forma en que los docentes y los alumnos acceden al conocimiento y la información.

De ahí que Riveros, Arrieta & Bejas (2011), citando a Jiménez (2010) afirman:

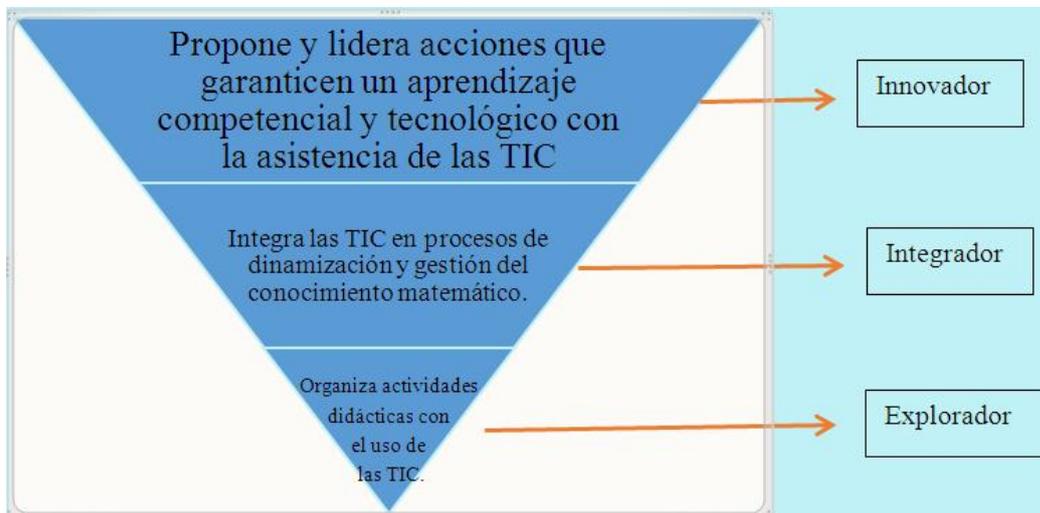
Las TIC han supuesto un cambio considerable ya que el usuario, sea alumno o formador, puede acceder rápidamente a una enorme y dispersa información de forma rápida y masiva, pero a la vez tiene la oportunidad fácilmente asequible de hacerla coincidir con sus intereses (p.35).

Se debe aclarar, que el uso de las tecnologías por sí sola, no es garantía de buenos resultados si éstas no poseen en forma simbiótica un componente metodológico-didáctico que le ofrezca fortaleza en los propósitos específicos en cada tópico a desarrollar. Esta modernización o mutación de la enseñanza matemática trae consigo múltiples repercusiones directas en la forma de enseñar del docente y en la forma en que nuestros alumnos aprenden o quieren aprender.

De Pablos (1998) es categórico al afirmar: *...es evidente que la simple presencia de tecnologías novedosas en los centros educativos no garantiza la innovación en su significado real. La innovación debe ser entendida como el cambio producido en las concepciones de la enseñanza y en los proyectos educativos; en la manera de “pensarlos” y de llevarlos a la práctica. El hecho de que las nuevas tecnologías propicien maneras alternativas de trabajo escolar frente a las fórmulas más tradicionales, es lo significativo (p. 34).*

Se hace entonces necesario, volcar la mirada hacia el trabajo o rol del docente. Trabajo que necesita un cambio en la forma de entender los procesos de enseñanza y de aprendizaje, una formación inicial en tecnologías de la información y la comunicación, adquisición de medios materiales que permitan dichos cambios en la enseñanza, un cambio en la forma de organización y de trabajo entre educadores, un trabajo más colaborativo. A la vez los docentes deben poseer nuevas competencias para poder afrontar los retos de la educación tecnológica: obtener, analizar y organizar información, comunicar ideas e información, planificar y organizar actividades, trabajo en equipo, resolver problemas, y por supuesto manejar la tecnología (Riveros, Arrieta & Bejas, 2011). Algunos roles docentes ante las tecnologías se reflejan en la figura 7.

Figura 7. Roles del docente ante las TIC.



Fuente: Adaptado de Padrón y Bravo (2014).

3.9.2 Criterios pedagógicos en el uso didáctico de las TIC

En los últimos años, la educación matemática ha sufrido un cambio significativo, no sólo en lo que respecta a la reforma de métodos, contenidos y estrategias docentes, sino también en lo que concierne a los recursos didácticos disponibles y que el docente debe desarrollar en su actividad profesional.

Si hasta hace relativamente poco tiempo los medios que usualmente utilizaba en la enseñanza era material impreso y algunas diapositivas y transparencias para retroproyector, en la actualidad éstos se han ampliado con los vídeos, las presentaciones colectivas informatizadas, las redes de comunicación o las videoconferencias (Cabero, 2001).

Este mismo autor considera que los recursos tecnológicos que utilice el docente en su quehacer educativo deben apropiarse considerando los siguientes principios generales:

- Cualquier tipo de medio (desde el más complejo al más elemental) es simplemente un recurso didáctico, que deberá ser movilizado en función del alcance, los objetivos, los contenidos y las características de los alumnos.
- El docente de acuerdo a sus creencias y actitudes hacia los medios en general, determinará sobre la forma como se los usará en el contexto educativo.
- La función de todo medio dependerá del contexto educativo en que se desarrolle teniendo en cuenta los aspectos psicológicos, físicos, organizativos y didácticos de los participantes.
- El alumno no es un procesador pasivo, por el contrario, es un receptor activo y consciente de la información mediada que le es presentada, de tal manera que con sus actitudes y habilidades aceptará o rechazará la posible influencia cognitiva, afectiva o psicomotora del medio.

Las TIC al ser utilizadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje se organizan y ejecutan en función de las siguientes fases descritas en la figura 8:

Figura 8. Organización y ejecución de las TIC en el proceso de E y A.



Fuente: Riveros, Mendoza y Castro (2011).

La pre-activa se refiere a la preparación para la intervención; la activa de intervención formativa que puede ser presencial y con el apoyo de las TIC, o en un Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) en donde se imparte la información vía on-line; y la post-activa que comprende las actividades complementarias como realización de trabajos y envío

de comentarios y correcciones on-line, la atención de nuevas consultas mediante la tutoría virtual, la realización de algunas actividades administrativas del docente (entrada de calificaciones), entre otras.

Atendiendo a las consideraciones anteriores, Riveros, Mendoza & Castro (2011) proponen que la configuración de nuevos entornos y escenarios para la formación profesional y ocupacional se debe contemplar:

- Creación de entornos más flexibles para el aprendizaje.
- Potenciación de escenarios interactivos.
- Cambios en los modelos de comunicación y en los métodos de enseñanza y aprendizaje a utilizar por los docentes.
- Empleo de escenarios que favorezcan tanto el autoaprendizaje personal como el trabajo en grupo y colaborativo.
- Surgimiento de nuevas modalidades de tutorización.
- Entornos de interacción humana.
- Generación de una cultura de la evaluación.

Por ende, una de las grandes potencialidades que tienen las TIC en la educación matemática se relaciona con la creación de entornos flexibles de aprendizaje, que junto con una estructura de planificación coherente y bien estructurada facilita la obtención de competencias comunicativas en el estudiantado, tan necesaria según resultados investigativos de Flores (2013).

3.9.3 Gestión del Conocimiento Tecnológico de Contenido Pedagógico

Lo innovador en la educación con el uso de las TIC llega poco a poco, de las propuestas de uso, al redescubrimiento pedagógico centrado en el alumno y en el currículo. A partir de esta realidad, Mishra & Koehler (2006), Koehler & Mishra (2007), y Schmidt et al, (2009) han diseñado un modelo de formación, que trata de abarcar todos los tipos

de conocimientos relativos a los contenidos disciplinares, llevados a cabo durante la acción docente de aula, a la Pedagogía y a la Tecnología.

El modelo Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK), traducido como Conocimiento Tecnológico de Contenido Pedagógico, busca reflexionar sobre los distintos modelos de conocimientos que los profesores necesitan tener para incorporar las TIC de forma eficaz, y así conseguir con ellas efectos significativos en el aprendizaje de sus alumnos. Este, además, parte de la asunción de que los profesores necesitan desarrollar tres tipos de conocimiento para poder llevar a cabo esta acción: tecnológicos, pedagógicos y de contenidos o disciplinares.

Este modelo indica, que para el desarrollo profesional de la actividad de la enseñanza, los docentes deben poseer conocimientos relacionados tanto con el contenido propio de las materias como con la pedagogía misma. Por otro lado, reflexiona sobre los distintos modelos de conocimientos que los profesores necesitan tener para incorporar las TIC de forma eficaz, y así conseguir con ellas efectos significativos en el aprendizaje de sus alumnos (Mishra & Koehler, 2006).

En ese sentido el TPACK recomienda que los docentes deben tener un conocimiento tecnológico sobre cómo funcionan las TIC, tanto de forma general como de manera específica, además de saber la manera de cómo y en qué emplearlas. También debe poseer un conocimiento pedagógico, respecto a cómo enseñar eficazmente y, por último, un conocimiento sobre el contenido o disciplina respecto a la materia que deben enseñar. Todo esto hace alusión al papel que de forma equívoca se ha venido asumiendo cuando se incluyen las TIC en los procesos de enseñanza. Por ejemplo, al usar un software matemático, no basta solamente con saber usarlo y que este nos auxilie en forma ágil como su único propósito, más bien se debe complementar lo pedagógico en el diseño de actividades para abordar el contenido, generando de esta forma una dinámica de aula más variada.

Cabero, Marín & Castaño (2015) señalan:

...la propuesta más llamativa de este modelo es la siguiente: para que un profesor se encuentre capacitado para la incorporación de las TIC en los escenarios formativos, no es suficiente con la comprensión y percepción de estos tres componentes percibidos de forma aislada, sino que deben advertirse en interacción (CK: Conocimiento sobre el contenido de la materia, PK: Conocimiento pedagógico y CT: Conocimiento tecnológico), con otros conocimientos (PCK: Conocimiento Pedagógico del Contenido; TCK: Conocimiento de la utilización de las tecnologías; TPK: Conocimiento pedagógico tecnológico y TPACK: Conocimiento Tecnológico, Pedagógico y de Contenido)(p.14).

Estos mismos autores señalan que cuando se habla de Conocimiento Pedagógico (PK), está referido a aquel conocimiento que tiene el profesor de las actividades pedagógicas generales que podría utilizar en su planificación, y de los procesos y prácticas del método de enseñanza y cómo se relacionan con el pensamiento. Se refiere, por tanto, a los diversos métodos y procesos de enseñanza que incluyen los conocimientos para la gestión del aula, la evaluación, la planificación de las clases y el aprendizaje de los estudiantes.

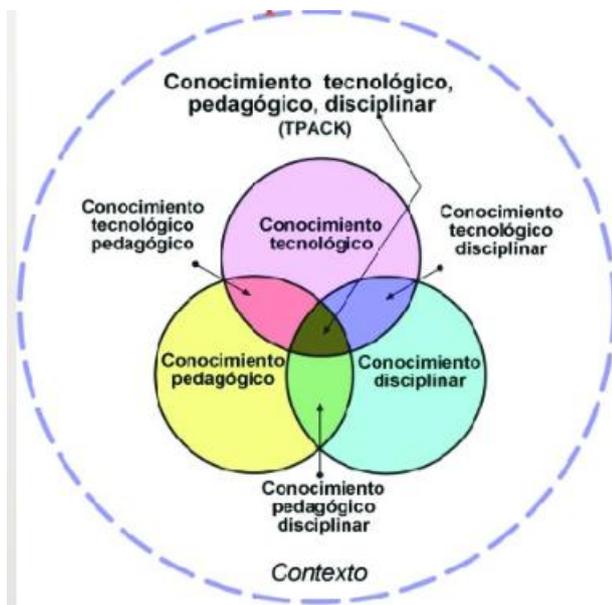
El conocimiento del contenido (CK), se refiere a las posibles representaciones que tienen los profesores sobre temas específicos en un área determinada. en cambio, el conocimiento tecnológico (TK), es el conocimiento que los profesores tienen respecto a cómo las diferentes tecnologías pueden desarrollar su actividad profesional de la enseñanza. El Conocimiento Pedagógico y de Contenido (PCK), incluye la comprensión de las representaciones sobre temas específicos en una disciplina determinada y cómo se podría utilizar como parte de las actividades de enseñanza para promover el aprendizaje significativo de los estudiantes.

El Conocimiento Tecnológico y de Contenido (TCK), está referido al conocimiento de cómo la tecnología puede crear nuevas representaciones para contenidos específicos. Y

muy importante de señalar es el Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK), ya que corresponde al conocimiento de cómo las diversas TIC pueden ser empleadas en la enseñanza. Este tipo de conocimiento permite motivar a los estudiantes mediante la tecnología o la forma de involucrar a los estudiantes en el aprendizaje cooperativo empleando esta.

Por tanto, el TPACK alude al conocimiento didáctico del contenido, referido a los conocimientos requeridos por los profesores para integrar la tecnología en su enseñanza en cualquier área de contenido (Cabero, Marín & Castaño, 2015). Este modelo abre las posibilidades de hacer que el aprendizaje sea social, abierto y creativo, estableciendo siempre una sinergia entre la metodología y la tecnología.

Figura 9. Modelo TPACK



Fuente: García (2012).

La figura 9, hace ver que los recursos tecnológicos deben integrarse siempre para enriquecer las clases, agregándoles un valor significativo, y no como decoración vistosa de una propuesta didáctica. Se debe estar conciente que el TPACK mejora el proceso

de planificación por medio de las desiciones curriculares, tecnológicas y pedagógicas, potenciando el rol docente ante la actualización tecnológica y la integración de las mismas en su planificación.

3.9.4 El software educativo como una herramienta en la enseñanza matemática

En las últimas décadas el avance de la tecnología electrónica e informática ha tomado un impulso tal que se ha introducido en casi todos los ámbitos de la sociedad humana, en aspectos sociales, económicos y científicos, incluyendo a la educación y la matemática. Estos avances tecnológicos hacen reflexionar tanto a instituciones educativas como a los mismos docentes, las implicaciones que pueden tener sobre los procesos educativos, y el apoyo que brindan en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Ciertamente, no es razonable decir que las tecnologías son la solución a los problemas de la enseñanza matemática, sería una ofensa a la labor del docente. Ante esto categóricamente Abrate & Pochulu (2005) indican:

...sería ingenuo pensar que el uso de la informática y la tecnología en educación, por sí mismo, representa una mejora en el aprendizaje de la matemática: es el profesor, con su labor, quien tendrá la responsabilidad de plantear las actividades en función del curso que está impartiendo a fin de utilizar racionalmente esta herramienta (p. 3).

Las diferentes herramientas tecnológicas deben usarse siempre con un fundamento metodológico-didáctico que mediados por el docente garanticen los resultados esperados y planificados con anterioridad. De ahí, que uno de las tantas herramientas que proporcionan las TIC y que es usada en todos los niveles educativos causando resultados positivos son los software educativos.

Los software educativos se consideran herramientas de apoyo a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática; el cual, si está bien elaborado y se hace un

uso adecuado de él, puede mejorar notablemente el interés y la construcción de conocimiento matemático en los alumnos. Estas herramientas informáticas permiten introducir una metodología de trabajo más cooperativa en las clases de matemática, promoviendo una participación activa y creativa del estudiante (Guedez, 2005). Con el uso adecuado de estas herramientas el estudiante, asesorados por el profesor, pueden realizar actividades que les permitan conjeturar, explorar, experimentar y extraer conclusiones.

Integrar el software a los procesos de enseñanza matemática, ubica a los estudiantes en el mundo digital y tecnológico que conviven a diario. Si se recuerdan las características del aprendizaje significativo: la motivación, organización significativa de los contenidos y la intencionalidad del docente, estos van de la mano con la mediación tecnológica. Por ejemplo, el uso de Graph (software matemático) para la representación gráfica de funciones, el estudio de su derivada y la determinación de las rectas tangentes y normal en un punto de la función, es un complemento directo para los cálculos realizados en el cuaderno, para comprender mejor definiciones y permitir la exploración directamente en la interfaz gráfica (Meneses, 2008).

Graph (versión 4.4.2), es una sencilla herramienta matemática que ayuda a llevar funciones al plano visual, pudiendo realizar distintas operaciones de edición sobre esa misma gráfica resultante. La interfaz del programa presenta en la ventana principal un plano de coordenadas (configurable), y en el margen izquierdo del monitor las distintas operaciones que se van añadiendo sobre éste. Además, Graph permite realizar algunas operaciones matemáticas sobre las funciones, con lo que no sólo es posible llevarlas a una gráfica sino que también se pueden acceder a soluciones específicas (derivada en un punto, recta tangente y normal, integral definida en un intervalo, longitud de arco, evaluaciones de $f(x)$, $f'(x)$ y $f''(x)$) de manera rápida y sencilla. Cabe destacar la posibilidad de copiar la gráfica obtenida y pegarla en otro tipo de programas como editores de imagen, para añadir comentarios para algún tipo de presentación.

Las computadoras, junto con los software han ido desplazando a la tiza y a la pizarra, debido al involucramiento sistémico de los mismos en la educación, pues los contenidos matemáticos pueden ser mostrados con mayor dinamismo y agilidad. Es meritorio recalcar que, a pesar de contar con estas tecnologías, aún existen docentes que poseen dificultades para su uso (Borbón, 2003). Al respecto Díaz & Edwards (1997) conciente de la debilidad que pueden tener los docentes ante el uso de los software en la enseñanza matemática explica que a pesar que los software son una poderosa herramienta para mejorar la comprensión y entendimiento de las matemáticas, se debe primero familiarizar al estudiante con su uso y por supuesto al docente que será el principal garante de ese nuevo tipo de enseñanza actualizada.

El introducir el uso de software en la enseñanza matemática implica una mayor planificación de clases, y un buen dominio por parte del docente.

3.9.5 Inclusión de las tecnologías en la enseñanza de la matemática en Nicaragua

En los últimos cinco años, Nicaragua ha venido dando saltos importantes en materia educativa, una de ellas hace énfasis en la disminución de la brecha digital existente tanto a nivel docente como en su implementación pedagógica en la enseñanza misma.

En el 2014, según el Foro Económico Mundial a Nicaragua se le ubica en el puesto 124 de 148 países que abarcó la investigación, es decir subió un punto (124) en relación con el año 2013. De acuerdo al mismo ranking estamos en la última posición de los países centroamericanos, siendo Panamá y Costa Rica los líderes en la región seguidos por El Salvador, Guatemala y Honduras (Arostegui, 2014; Chavarez, 2016). Esta realidad se ve reflejada en el contexto del profesorado de Chontales, quien acepta que está inmerso en la brecha digital por el poco acceso a internet que estos poseen (Zamora, López & Cobos, 2016), lo cual hace pensar que la existencia de dicha brecha digital, obstaculiza la enseñanza con las TIC.

Pese a que se cuenta con educación gratuita en primaria y secundaria y al esfuerzo que realizan entidades de gobierno, empresa privada y ONG, la mayoría de los alumnos y docentes no tienen acceso a las tecnologías. Por lo tanto, no tienen la oportunidad de entrar al mundo de la era digital, que hoy en día está desarrollando mecanismo en los ámbitos agropecuarios, comerciales, educativos, entre otros que permiten el desarrollo económico de la nación (Arostegui, 2014).

Los diversos niveles educativos han presentado una forma errónea y generalizada de ver las tecnologías dentro de sus esferas, se había pensado que solamente con infraestructura TIC y tecnologías de punta eran lo suficientemente necesario para obtener buenos resultados en materia educativa. En este mismo sentido, es necesario hacer notar que las estrategias digitales de los subsistemas educativos en nuestro país deberían centrarse no solo en desarrollar la infraestructura TIC sino también en crear las condiciones adecuadas para un uso eficaz de las mismas e impulsar la innovación, competitividad y una mayor inclusión social.

El Doctor Raúl Fajardo en su Propuesta de la Estrategia de Desarrollo de las TIC en Nicaragua, señala tajantemente que desde el gobierno hasta las instituciones educativas deben reducir la brecha digital existente al señalar categóricamente:

... se debe considerar que las TIC constituyen un asunto vertical y transversal dentro de una Estrategia Nacional de Desarrollo. Por un lado, pueden considerarse un asunto sectorial, es decir como un sector que puede desarrollarse y de esta manera a contribuir al desarrollo del país. Por otro lado, hay que considerar a las TIC como un instrumento transversal que puede ser usado para contribuir al desarrollo del país a través de los diferentes sectores y también en forma particular al problema fundamental de reducción de la pobreza (p.3).

Propone que tanto los diferentes poderes del estado, gobiernos municipales, universidades públicas y privada, junto con el Ministerio de Educación, deben ser garantes que se incluyan a las TIC como parte fundamental en la educación

nicaragüense, en concordancia con el Plan Nacional de Desarrollo Humano (PNDH) y los planes educativos existentes (Fajardo, 2009).

Figura 10. Sugerencias realizadas a las Universidades de Nicaragua.

Universidades públicas y privadas /
Instituciones de educación.

- Rediseñar programas para adaptarlos al mercado TIC.
- Tomar un papel más activo e involucrarse más en el desarrollo de las TIC.
- Invertir un porcentaje de su presupuesto en el desarrollo de las TIC.
- Desarrollar más proyectos de Internet.
- Fomentar una cultura informática a través de integrar las TIC en los currículos académicos, recalificación del personal, formación de profesionales en concordancia con el mercado laboral y la integración con la educación básica.
- Concentrarse en la educación de los jóvenes.
- Determinar las necesidades de TIC en sus programas de formación.
- Facilitar el acceso de medios TTIC a los docentes.
- Generar tecnología TIC.

Fuente: Fajardo (2009).

Propuestas como estas hacen notar, que de nada sirve tener los mejores laboratorios de informática, plataformas MOODLE, software especializados, condiciones de infraestructura, sino se promueven preparaciones metódicas para los encargados directos del proceso educativo, en este caso los docentes.

Esta idea, poco a poco ha preocupado a los diferentes subsistemas educativos existentes y han puesto en marcha en forma acelerada diversos proyectos de inclusión digital que han venido abriendo espacios de implementación, acceso y desarrollo de las TIC en el ámbito educativo. Su principal misión es promover el uso de las TIC como herramientas esenciales para la mejora de la calidad de la educación. El objetivo es precisamente que los estudiantes adquieran competencias del siglo XXI a través de la experimentación, de forma innovadora y con el acompañamiento de docentes que también han vivido el proceso de capacitación para el uso de tecnología con fines pedagógicos (García, 2015).

Cabe destacar los resultados del proyecto EFT(Escuelas de Fundación Telefónica), que involucraron directamente a los docentes para enseñar en forma diferente y con apoyo

de las tecnologías las diversas asignaturas en su escuela. Su principal logro radica en la combinación de las metodologías del docente con el uso de las TIC, al ver la tecnología como un medio y no un fin, donde la clave del éxito es el cambio metodológico que realiza el docente en su planificación, preparación y enseñanza (Fundación Telefónica, 2015).

Por su parte el Consejo Nacional de Universidades (CNU), se ha preocupado de insertar el eje transversal llamado TIC en sus diseños curriculares, esto debido a las experiencias positivas en las aulas de clases. Algunas muestran que los procesos de aprendizaje mejoran y que los estudiantes desarrollan diferentes habilidades derivadas del uso de la tecnología (CNU, 2016). Por ejemplo, la Universidad Centroamericana (UCA) según Castillo (2015), destaca que *el Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) utilizado por la UCA-Nicaragua, se ha convertido en una herramienta de apoyo fundamental para los cursos de pregrado y posgrado, cuyos docentes utilizan el EVA como herramienta de apoyo a sus cátedras, o para desarrollar asignaturas o programas completamente virtuales. Los recursos y actividades, que suscitan las TIC, se orientan a mejorar la calidad de la educación por medio el aprendizaje colaborativo en línea, la experimentación e investigación, y la formación de grupos virtuales como comunidades de intercambio de información. De esta manera, el desarrollo de las TIC en Nicaragua, constituye en la actualidad un escenario de competencias educativas a nivel que posibilita nuevas dimensiones sociales de la enseñanza aprendizaje* (p.1).

Nuevamente se insiste gracias a estas experiencias exitosas, que las universidades nacionales deben desarrollar espacios de inserción en sus currículos las nuevas tecnologías, teniendo en cuenta que el uso de las TIC y del internet es un desafío a la organización de los modelos tradicionales de la educación; por tal razón, lo anterior conlleva a la creación de nuevos entornos tecnológicos de aprendizaje.

Ante tal hecho, Flores (2014) advierte:

Necesitamos conectar una educación con finalidades de desarrollo, con las condiciones óptimas para lograrlo, no puede existir un divorcio entre estos aspectos. Se habla mucho de carencias de equipos en educación, pero donde existen, ¿porqué no se usan?, y si se usan, ¿porqué no se aprovechan correctamente? Resulta lamentable conocer casos en que existen laboratorios de física, química y computacionales, en donde no se utilicen por falta de experiencia.

A demás añade refiriéndose a los entornos TIC:

Situaciones como las señaladas anteriormente, hacen daño a la finalidad con que se dotan estos espacios, si se tiene el honor de poseerlos en estos tiempos, entonces ¿por qué no utilizarlos? Hay que capacitarse y dejar el miedo a la tecnología y diversas herramientas que propician entornos de aprendizaje atractivos para los estudiantes. Hay que recordar que la tecnología no reinventa a la pedagogía, sólo amplía sus posibilidades (p.67).

Las universidades nicaragüenses deben apuntar siempre a que su planta docente utilice las TIC en todas sus facetas, desde la simple utilización de una de sus tantas herramientas, hasta la promoción del uso virtual como forma de educación no presencial (Zamora, 2016). Poniendo hincapié en que actualmente tenemos jóvenes que nacieron en una era tecnológica por naturaleza y que dentro de sus intereses está siempre la tecnología.

3.9.6 Valoración de las TIC por la UNAN Managua

La UNAN Managua en su Modelo Educativo, Normativa y Metodología para la Planificación Curricular, proporciona un objetivo estratégico relacionado con la incorporación de las TIC en todos los procesos de la universidad, textualmente dice en su página 23: *Incorporar permanentemente las nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (Tecnologías de la Información y Comunicación) tanto en los*

procesos académicos (docencia, investigación y extensión) como en los administrativos.(UNAN Managua, 2011).

También señala que se deben utilizar “*no sólo para mejorar las prácticas pedagógicas en el aula sino para permitirles a los estudiantes otros escenarios de aprendizaje*” (p. 21).

En ese sentido, López (2012), citando al Dr. Jaime Chahin, especialista en Administración Universitaria de Texas State University, el cual hace referencia al papel de las tecnologías en educación: “*Nuestros estudiantes están preparándose para puestos que todavía no existen, las tecnologías que usarán todavía no se han inventado, tendrán que resolver problemas que todavía no conocemos*”(pp. 57-58). Ante esta observación, la UNAN Managua sigue promoviendo la constante dotación de medios tecnológicos tanto a nivel central como a sus Facultades, luchando por crear espacios de reflexión sistemática y de capacitación en el uso efectivo de dichas tecnologías.

Lamentablemente, a pesar los esfuerzos de nuestra universidad, nuestro país sigue teniendo bajas en materia tecnológica. Según el Informe Global de la Tecnología publicado por el Foro Económico Mundial Nicaragua aparece ubicada en el año 2016 en la plaza 131 de 139 países. En el año 2015 el país se ubicó en la posición 128. Esto proporciona una clara imagen de nuestra realidad.

Figura 11. Situación actual de Nicaragua en materia tecnológica.

INFORME GLOBAL DE LA TECNOLOGÍA

Parte de los puntajes de Nicaragua.
1: nada en absoluto; 7: en gran medida

		Posición en el ranking
Habilidades de la población para usar las TIC	3.6	112
Infraestructura y contenido digital	3.5	88
Innovación y entorno empresarial	3.3	128
Disponibilidad a las últimas tecnologías	4	110
Intensidad de la competencia local	4.7	96
Calificación de las escuelas de negocios	3.7	104
Calificación del sistema de educación	2.3	136
Calificación de las matemáticas y ciencia de la educación	2.3	135
Medidas en que las TIC crean negocios, servicios y productos	3.6	124
Medidas en que las TIC permiten el acceso ciudadano a los servicios básicos como salud y educación	3.2	126
Cobertura o señal de la red móvil	100%	1
Tasa de alfabetización de adultos	82.8%	80



Fuente: Espinoza (2016).

La imagen 11 hace notar que en educación nos encontramos por debajo de la media, ofreciendo una perspectiva negativa pese a los esfuerzos que se han realizado, de igual manera sucede lo mismo en matemáticas y ciencia de la educación.

Nuestra Normativa, le da una importancia radical al uso de las TIC en la formación de los futuros profesionales de nuestro país, en concordancia por supuesto, con la Misión y Visión que como Alma Máter posee. Al respecto, Pérez, Mendieta & Gutiérrez (2014) nos indican que la UNAN Managua como muchas otras universidades en la región, ha venido asumiendo el reto de adecuarse a una realidad tecnológica marcada y dirigida por países con altos índices de innovación y tecnología. Realizando importantes esfuerzos para que sus docentes sean más creativos e innovadores en el uso de las TIC.

3.10 La planificación didáctica y su importancia

La planificación es una tarea fundamental en la práctica docente, además de unir una teoría pedagógica determinada con la práctica, posibilita al docente pensar de manera coherente la secuencia de aprendizajes que se quiere lograr con los estudiantes. De lo contrario, si no se piensa previamente lo que se quiere hacer, es posible que los alumnos y alumnas perciban una serie de experiencias aisladas, destinadas a evaluar la acumulación de aprendizajes más que la consecución de un proceso constructivo del aprendizaje mismo.

Para Gómez (2007), se concibe la planificación como la parte medular para llevar a cabo la propuesta de enseñanza del docente y responder en el cómo implementar dicha propuesta. En ese mismo sentido Pérez (2014) expone que la planificación toma su importancia cuando la vemos como una oportunidad de plantear situaciones desafiantes que sirvan como detonante para el logro de los aprendizajes esperados, el desarrollo de las competencias y la obtención de los estándares curriculares. De ahí que los enfoques y modelos educativos diversifican y posibilitan una mayor planeación en las estructuras didácticas de una asignatura.

Sería inimaginable hablar de planificación sin tomar en cuenta las formas de interacción de nuestros estudiantes, la gestión de conocimientos, los recursos o medios didácticos que actualmente se dispone, y sobre todo su coherente organización. Esto implica tomar decisiones previas a la práctica sobre qué es lo que se aprenderá, para qué se hará y cómo se puede lograr de la mejor manera. Desde este punto de vista, es relevante determinar los contenidos conceptuales, procedimentales y de actitudes que se abordarán, en qué cantidad y con qué profundidad.

Pro Bueno (1999), asume una postura enfática sobre cómo se debe ver la planificación si eres un docente, él expone:

Nuestro concepto de planificación tiene poco que ver con las programaciones administrativas. Para nosotros, cuando un profesor planifica una unidad didáctica, una lección o unas actividades, integra sus conocimientos científicos y didácticos, su experiencia práctica y sus concepciones ideológicas, lo que no suele suceder cuando se copia la programación del año anterior (p.441).

Ante estas planificaciones administrativas que son muy común verlas añade:

En lugar de estudiar sus programaciones administrativas queremos conocer las secuencias de enseñanza concretas que proponen, los argumentos que utilizan para justificarlas, las actividades específicas que plantean al alumno, la valoración que realizan de éstas en cuanto a su relevancia o complejidad dentro del tema, los materiales didácticos correspondientes... (Pág.413).

De nada sirve un planeamiento administrativo, si este no ofrece evidencia de horizontes ventajosos para organizar ambientes de aprendizaje flexibles y eficaces en las acciones educadoras. Resulta meritorio recalcar que para los estudiantes es fundamental reconocer algún tipo de motivación o estímulo frente al nuevo aprendizaje, pensar en las actividades que podrían convertir el conocimiento en algo cercano e interesante para un grupo, dentro de un determinado contexto, aspectos que muchas veces se olvida cuando realizamos nuestra planificación.

Dentro del quehacer docente, la planificación es una de las tareas que se debe realizar con sumo cuidado y esmero, si se quieren lograr resultados prometedores en los estudiantes. Debe ser considerada una oportunidad de reflexión sobre la propia práctica, nuestros métodos utilizados y la forma en que lo llevamos a cabo. Así, mas que un gasto de tiempo, planificar es en realidad una buena inversión.

Por ejemplo, López (2005) señala que para diseñar la planificación se tiene que recordar que las personas aprenden si están motivadas a adquirir nuevos conocimientos. Por esta razón, el docente o las actividades mediadoras del aprendizaje deben procurar

mantener al estudiante interesado por en la clase a lo largo de todo el proceso formativo. El mismo autor añade: “*se aprende mejor en el marco de un contexto social concreto, donde influye la interacción social, y desde ese contexto el estudiante interioriza lo aprendido*” (p. 130). Resulta imprescindible recalcar que la planificación además de ser una herramienta didáctica, es a la vez flexible y dinámica porque se debe adaptar a la situación de cada grupo.

Ante esto, la toma de decisiones presente en la planificación representa la primera pauta que el docente realiza antes de la intervención educativa en forma sistemática. Del Carmen, Carvajal y Codina (2004), señalan que es responsabilidad directa del profesorado realizar secuencias formativas como recurso para programar la actividad educativa en pro de los aprendizajes relevantes de sus estudiantes. Estos autores aducen que la planificación debe ser:

- **Clara:** todo el que la lea debe entenderla sin complicación alguna.
- **Práctica:** las tareas pueden ser transferibles a otros contextos.
- **Concreta:** debe establecerse cada ámbito de una manera específica.
- **Flexible:** puede estar sujeto a cambios, según la reflexión del profesor.
- **Realista:** la actividad se adapta a la realidad, previniendo las cosas que podrían llegar a pasar.

Cuando el docente opera o concreta la planificación de sus actividades en forma reflexiva, conside esta etapa pedagógica como un proceso fundamental dentro de su práctica, teniendo presente que el planeamiento didáctico no debe concebirse como un documento que se llena solo para cumplir con la normatividad y regulaciones administrativas.

La planificación ofrece una anticipación o previsión que permite reducir en forma considerable el nivel de incertidumbre, preparar los materiales que serán utilizados,

preparar al docente en relación con las posibles contingencia del aula, guiando coherentemente el proceso interactivo en clase. Todo esto se refleja en la imagen 12.

Figura 12. Funciones de la planificación didáctica.



Fuente: Adaptado de Duarte (2008).

Lo ídneo y productivo, radica en que el mismo docente por medio de su planificación note cambios sustanciales en los aprendizajes de sus estudiantes y pueda dar un giro a este si es necesario.

3.10.1 Elementos para una planificación didáctica

Cuando se planifica la acción docente ante los estudiantes, se debe tener en cuenta ciertos elementos que garanticen los resultados esperados en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por ejemplo se pueden citar:

- Motivación.
- Objetivos que se desean alcanzar.
- Competencias matemáticas a desarrollar.

-
- Materiales didácticos que se utilizarán.
 - Actividades secuenciadas didácticamente.
 - Contexto.
 - Transposición didáctica.
 - Gestión de aula.
 - Regulación de los aprendizajes.

A continuación, se detallará la importancia de estos elementos como garantes de una buena planificación didáctica.

3.10.1.1 Motivación

No basta que el profesor esté motivado por su materia, asignatura o contenido, es necesario que esté motivado por la enseñanza, pero, lo es más, que lo esté por el aprendizaje de sus alumnos, puesto que de no ser así, sería un gran orador pero no sería capaz de activar y mantener el interés de los alumnos por la materia que enseña. La motivación por la docencia influye en la motivación de los alumnos, pero también influyen aspectos como la personalidad del profesor, su dinamismo, su buen humor y cordialidad junto con su firmeza y seguridad (Marques, 2008).

En el proceso de aprendizaje los factores motivacionales pueden energizar todos o algunos aspectos del campo de aprendizaje. Aumentan el esfuerzo, la atención y mejora sustancialmente la actitud del estudiantado ante el nuevo contenido. Se considera que el efecto más importante de la motivación en el aprendizaje reside precisamente en el aumento de la atención (Gallardo & Camacho, 2008).

Estos dos autores, ofrecen algunos principios que inciden en la motivación de los alumnos:

- *La motivación es tanto efecto como causa del aprendizaje. Por ello no debe esperarse a que se desarrolle la motivación para comenzar una tarea.*

-
- *Debe hacerse uso completo de los intereses y motivaciones existentes, pero no debemos considerarnos limitados a ellos.*
 - *Es necesario aumentar al máximo el impulso cognoscitivo activando la curiosidad, atrayendo la atención y preparando las clases de forma que asegure el éxito final.*
 - *Activar la curiosidad y el interés del alumno por el contenido del tema o la tarea.*
 - *Mostrar la relevancia del contenido o tarea para el alumno.*
 - *Antes, durante y después de la tarea orientar la atención de los alumnos.*
 - *Promover la adquisición de los siguientes aprendizajes.*
 - *Adecuar las tareas a la capacidad del alumno. Nada hay que perjudique la motivación tanto como un fracaso o frustración. (p. 17).*

Es obvio que un profesor motivado, comprometido y con liderazgo eficaz, tiene mucha más facilidad para proporcionar a los alumnos una enseñanza de calidad.

3.10.1.2 Objetivos que se desean alcanzar

Seleccionar y diseñar los objetivos de enseñanza-aprendizaje es un factor cardinal en la planificación didáctica. Para Mager (2002) y Kerry (2005), indican que establecer explícitamente los objetivos de aprendizaje permite:

- Guiar el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Encausar las expectativas de los alumnos.
- Ayudar al profesor a elegir los temas del programa.
- Facilitar al docente la selección de los métodos y técnicas didácticas.
- Servir de base para las evaluaciones.
- Ayudar al profesor para que clarifique las metas que quiere alcanzar.

En ese sentido, los abjetivos son un claro indicador y punto de comparación reflexiva para determinar el grado de avance del alumno.

3.10.1.3 Competencias matemáticas a desarrollar

Mejorar el desempeño del estudiante, como el manejo que el mismo hace de lo que sabe es uno de los principios básicos para entender lo que es una competencia (UNESCO, 1998), siendo uno de los ideales supremos de la educación mundial. El desarrollar competencias en los alumnos, permite que sean ellos mismos los que utilicen la metacognición para utilizar los aprendizajes para la vida, entendiéndose que este elemento debe estar presente en las actividades a desarrollar en clase.

A sabiendas que los individuos están propensos a recibir dentro de su esquema mental, aprendizajes relevantes y que éstos puedan ser sacados a relucir cuando sea necesario (Gardner, 2001), es importante utilizar esta realidad cuando se está pensando en la forma de enseñanza idónea para lograr esos propósitos. A pesar que existen dificultades al momento de implementar en la práctica magisterial un currículum por competencias por la falta de asesoramiento (Díaz, 2006) en la planificación es un elemento que se debe tener presente ante los cambios curriculares que se advienen.

Chamorro (2005), resume cómo la planificación didáctica puede desarrollar estudiantes competentes matemáticamente:

Llegar a ser matemáticamente competente está vinculado al desarrollo de la comprensión del contenido matemático. Cuando se comprenden las nociones y procedimientos matemáticos se pueden utilizar de manera flexible adaptándolos a situaciones nuevas y permitiendo establecer relaciones entre ellos y ser utilizados para aprender nuevo contenido matemático...por eso, debemos determinar cuáles pueden ser las características de las tareas(actividades,problemas, ejercicios,etc.) que el maestro puede utilizar para conseguir este fin. (p.5).

3.10.1.4 Materiales didácticos que se utilizarán

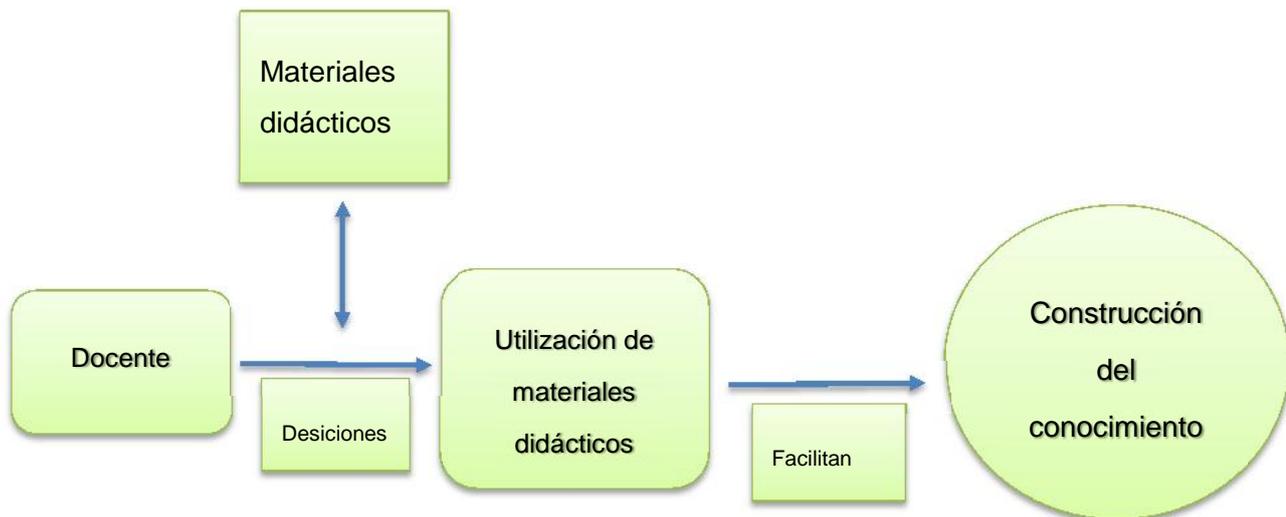
Los materiales didácticos son un soporte para un aprendizaje motivacional y dinámico, cuando estos se utilizan con metodologías ricas en aprendizajes prácticos para los estudiantes, logran fortalecer su desarrollo, propiciar esquemas cognitivos más significativos, ejercitar la inteligencia y estimular los sentidos (Manrique & Gallego, 2013). Ante esto el docente debe hacer una selección acertada de los materiales a utilizar, que estos sean el detonante para que los estudiantes tengan una actitud positiva hacia la enseñanza que se les está brindando.

Para Andersson(s.f) los materiales didácticos deben cumplir tres aspectos claves:

- El material debe ser interesante y atractivo para el estudiante.
- Debe permitir un aprendizaje más sencillo y que conecte con la realidad fuera del aula.
- Que propicie aprendizajes útiles para el futuro.

Si bien es cierto que tradicionalmente se ha usado el libro de texto como material didáctico por excelencia, actualmente se cuenta con una gran variedad de propuestas útiles para ser utilizadas por el docente. Tanto las universidades como los docentes apuestan cada vez más por el uso de otros materiales, fundamentalmente con aquellos relacionados con el tratamiento de la información y que son presentados en soportes técnicos o tecnológicos.

Figura 13. Importancia del material didáctico en la planificación.



Fuente: Adaptado de Moreno, H.(2004). *La utilización de medios y recursos didácticos en el aula.*

Cuando el profesor decide utilizar un determinado material, medio o recurso didáctico (terminología sinónima según Blázquez, 1994, citado por Rodríguez, 2002), para su inclusión en la planificación en realidad está facilitando los contenidos, mediando en las experiencias de aprendizaje, desarrollando habilidades cognitivas, apoyando estrategias metodológicas y enriqueciendo la evaluación.

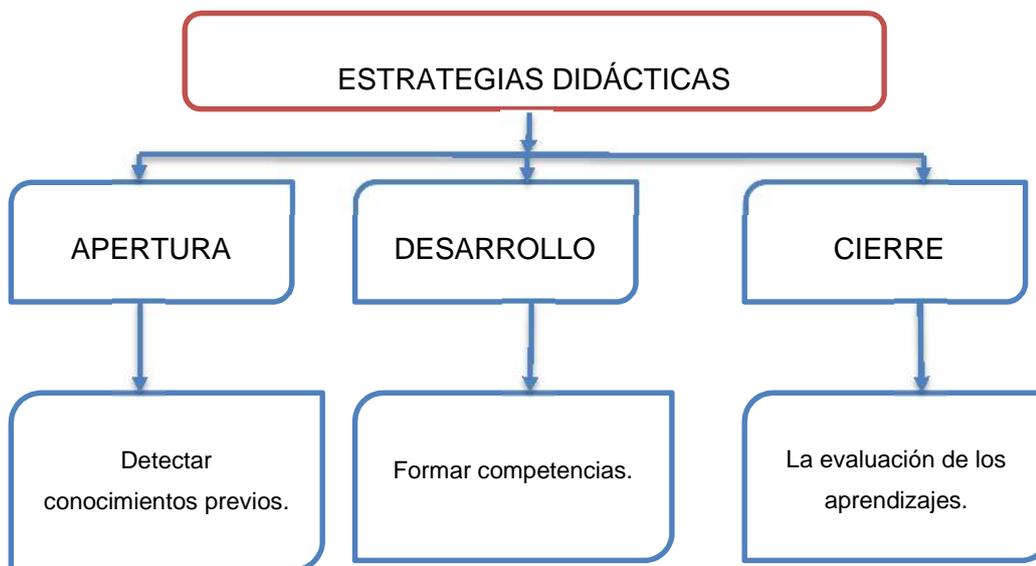
3.10.1.5 Estrategias didácticas

Las estrategias didácticas son procedimientos y recursos que utiliza el docente para promover aprendizajes significativos a partir del objetivo y de las estrategias de aprendizaje independiente (Díaz, 1998). Por su parte Ferreiro (2004) agrega que son procedimientos empleados por el profesor para hacer posible el aprendizaje del estudiante. Incluyen operaciones físicas y mentales para facilitar la confrontación del sujeto que aprende con el objeto de conocimiento.

Se conciben como estructuras de actividad en las que se hacen reales los objetivos y los contenidos. En este sentido, el docente toma decisiones sobre los procedimientos y recursos a utilizar en las diferentes fases de un plan didáctico, organizadas y secuenciadas coherentemente con los objetivos mediante un acto creativo y reflexivo. Estos deben de incluir estrategias de enseñanza (docente) y estrategias de aprendizaje (estudiante). Entonces en forma general, se entenderá por estrategia didáctica a todos los actos, actividades, procesos o procedimientos programados por el docente que tengan como fin encausar a los estudiantes en la construcción de aprendizajes significativos.

En tanto, las estrategias de aprendizaje son un conjunto interrelacionado de funciones y recursos, capaces de generar esquemas de actuación que hacen posible que el alumno se enfrente de una manera más eficaz a situaciones generales y específicas de su aprendizaje; que le permiten incorporar y organizar selectivamente la nueva información para solucionar problemas de diverso orden (González, 2003). Es de señalar que estas dos, encierrna una amplia gama de actividades, a través de las cuales se desarrolla la interacción profesor-alumnos en las clases, a eso se debe agregar los momentos en que ocurren (ver figura 14).

Figura 14. Clasificación de las estrategias didácticas según el momento que ocurren.



Fuente: Ferreiro (2007). Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo.

El docente debe poseer una clara visión de las estrategias que convienen dentro del proceso de enseñanza, previendo que estas faciliten al estudiante abordar el aprendizaje; que los incentiven, que despierten su iniciativa y sus ideas. Ante esto, el docente debe actualizarse con las últimas propuestas metodológicas que se pueden usar en estos tiempos.

Es precisamente por eso, que en la enseñanza de la matemática, el docente debe aplicar diversas estrategias que conduzcan a los estudiantes a redescubrir y buscar vías para solucionar problemas, integrar los conocimientos nuevos a un sistema de relaciones y aplicación de los mismos. El docente debe disponer de un amplio repertorio de herramientas, todas las distintas estrategias posibles, que le permitan enfrentar de un modo amplio y creativo los problemas con los que se encuentra habitualmente en su quehacer pedagógico, no solamente a la hora de planificar, sino también cuando deba llevar adelante dicha planificación.

3.10.1.6 Actividades Secuenciadas didácticamente

Una tarea por muy bien planificada que esté, sino posee un orden lógico con la siguiente tarea carece de sustento sistémico. Para Taba (1974) y Díaz (2006), una secuencia didáctica es un conjunto de actividades educativas que, encadenadas, permiten abordar de distintas maneras un objeto de estudio. Todas las actividades deben compartir un hilo conductor que posibilite a los estudiantes desarrollar su aprendizaje de forma articulada y coherente.

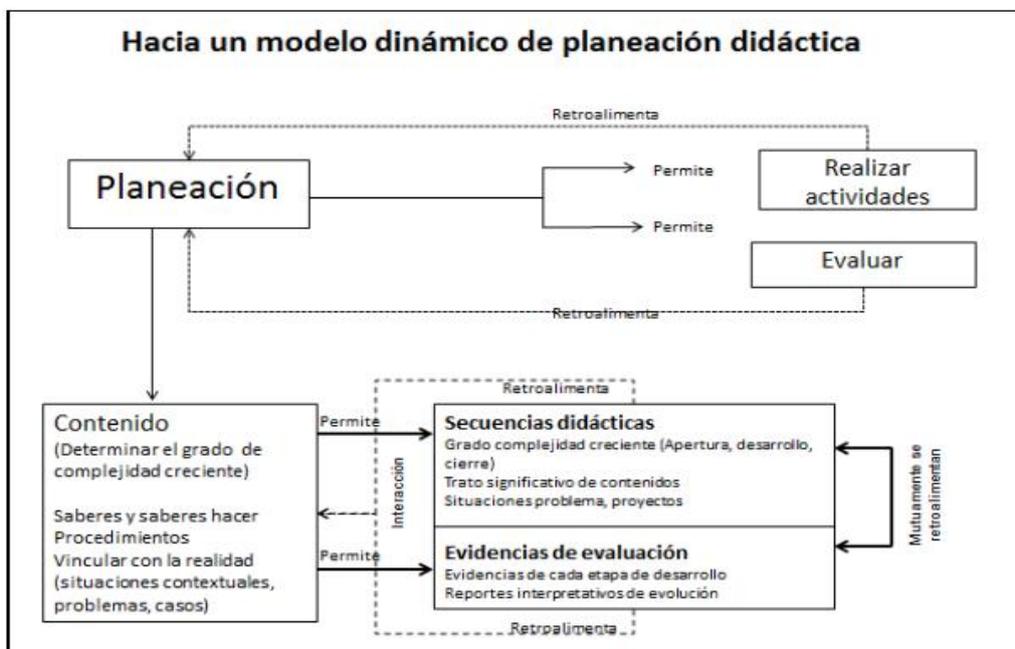
Díaz (2013), citando a Brousseau (2007) analiza el papel del docente ante la elaboración de secuencias didácticas y lo que se puede obtener del estudiante al decir: *“El debate didáctico contemporáneo enfatiza la responsabilidad del docente para proponer a sus alumnos actividades secuenciadas que permitan establecer un clima de aprendizaje”*. Además, añade:

...se debe poner énfasis en las preguntas e interrogantes que el docente propone al alumno, en la manera como recupera las nociones que estructuran sus respuestas, la forma como incorpora nuevas nociones, en un proceso complejo de estructuración/desestructuración/estructuración, mediante múltiples operaciones intelectuales tales como: hallar relaciones con su entorno, recoger información, elegir, abstraer, explicar, demostrar, deducir entre otras, en la gestación de un proceso de aprender. El alumno aprende por lo que realiza, por la significatividad de la actividad llevada a cabo, por la posibilidad de integrar nueva información en concepciones previas que posee, por la capacidad que logra al verbalizar ante otros (la clase) la reconstrucción de la información. No basta escuchar al profesor o realizar una lectura para generar este complejo e individual proceso (p. 1).

Las secuencias didácticas también se conciben como un instrumento que demanda el conocimiento de la asignatura, la comprensión del programa de estudio y la experiencia y visión pedagógica del docente, así como sus posibilidades de concebir actividades para el aprendizaje de los alumnos. Estas actividades deben de tener un orden interno entre sí, en ese sentido Díaz (2013) recomienda que estas deben hacer que el estudiante

realice cosas, no ejercicios rutinarios y monótonos, más bien acciones que vinculen sus conocimientos y experiencias previas, con interrogantes que provengan de lo real con la información objeto de conocimiento. El proceso evaluativo no se debe obviar en la elaboración de secuencia didáctica, es un eje central que siempre debe ir de la mano en la planificación didáctica, el siguiente esquema nos brinda esa conexión existente entre esos dos elementos.

Figura 15. Conexión existente en la planeación didáctica.



Fuente: Díaz (2013).

La figura 15, resalta el proceso de retroalimentación dinámico que surge en la planeación con secuencias didácticas, reforzando así la idea que toda evaluación debe cumplir una función didáctica, en correspondencia con las actividades diseñadas en forma secuencial.

Para planificar una secuencia didáctica, es preciso determinar con claridad qué contenidos se decide abordar, a fin de que las actividades guarden coherencia con aquello que se quiere enseñar y se vinculen entre sí, configurando una sucesión

ordenada en las que cada actividad se relaciona con una o varias actividades anteriores y otras posteriores.

3.10.1.7 Contexto

La elección de usar el contexto en el planeamiento, radica en su contribución para que el estudiante se dé cuenta, que lo que aprende se relaciona con su entorno social, con miras a mantenerlos enfocados en la sesión de clase. Lange (1996), ofrece cuatro razones para integrar el contexto en el currículum:

- a) Facilitan el aprendizaje de las matemáticas.
- b) Desarrollan las competencias de los ciudadanos.
- c) Desarrollan las competencias y actitudes generales asociadas a la resolución de problemas.
- d) Permiten ver a los estudiantes la utilidad de las matemáticas para resolver tanto situaciones de otras áreas como situaciones de la vida cotidiana.

Es de notar, que para conseguir una actividad matemática significativa hay que partir de la experiencia real de los estudiantes (Freudenthal, 1983), ya que en la vida diaria los problemas son concretos y sólo se pueden resolver si las personas los consideran como problemas a resolver (Gravemeijer, 1994). Este mismo autor advierte:

However, the latter does not mean that the connection to real life is not important. It only implies that the contexts are not necessarily restricted to real-world situations. The fantasy world of fairy tales and even the formal world of mathematics can be very suitable contexts for problems, as long as they are 'real' in the students' minds (p.10).

Además añade: *What humans have to learn is not mathematics as a closed system, but rather as an activity, the process of mathematizing reality and if possible even that of mathematizing mathematics (p.11).* Todo esto pone de manifiesto que los conocimientos se construyen usándolos en contextos reales, ya que el mismo estudiante está implicado cognitivamente, emocional y socialmente.

3.10.1.8 Transposición didáctica

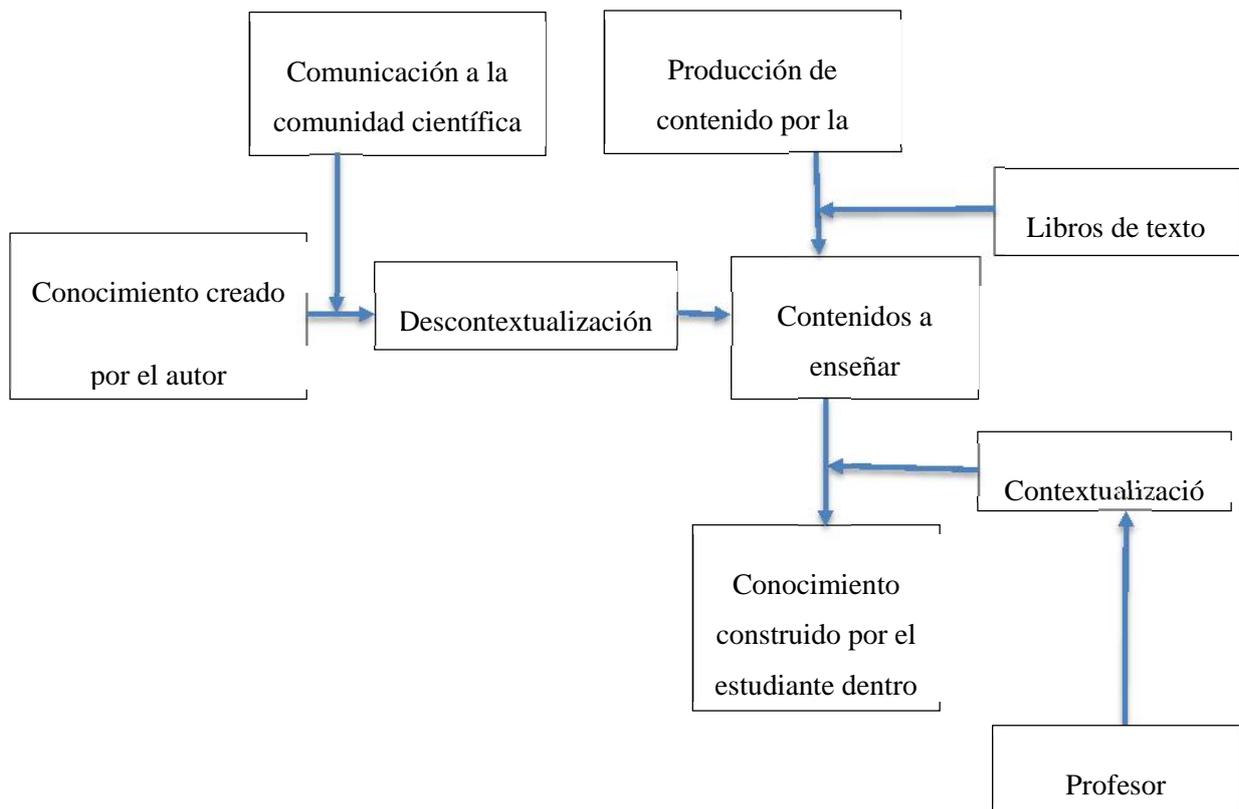
Idear la forma de transmitir el saber siempre será uno de los elementos que ha de tomar en cuenta el docente en su planificación. En matemática, el asunto se complica aún más si son temáticas que resultan complicadas comprender al estudiante, es ahí donde entra en juego la transposición didáctica. Para su precursor Yves Chevallard un reconocido investigador francés, es la transformación o cambios que sufre el saber científico para poder ser enseñado, el mismo autor advierte que el sistema didáctico está constituido por el *docente*, el *estudiante* y un nuevo aspecto que hasta la fecha no se había considerado como lo es el *saber* (Chevallard, 1991).

Alfaro & Chavarría (2012), en concordancia por lo escrito por Yves Chevallard, exponen la forma de cómo el mismo contenido debe ser transformado al decir:

El contenido a enseñar llega por lo tanto al ambiente de ala carente del contexto y la situación en el que fue creado...En este caso, debe introducir un contexto dentro del cual el estudiante pueda recrear este conocimiento, En otras palabras, el docente transpone de alguna forma el objeto a enseñar en objeto de enseñanza (p. 155).

Esta idea central, permite pensar que los saberes por muy científicos que estos sean, pueden transformarse en saberes didactizados que abren mejor la posibilidad de ser enseñados. Para muchos docentes, intentar hacer más entendible sus clases resulta una completa asaña, más si éstos simplemente transcriben problemas y ejercicios matemáticos de los textos u otra fuente de información sin pensar en cómo debe ser la forma más eficaz para enseñar ese saber científico “*crudo*” en un saber transformado y “*digerible*” para los estudiantes. Es de notar, que para lograrlo se hace necesaria la participación de diversos actores, la imagen 16 lo señala.

Figura 16. Intervención de los actores en la transposición de un saber.



Fuente: La transposición didáctica: un ejemplo en el sistema educativo costarricense. Alfaro & Chavarría (2012).

Dentro de este proceso se pone en perspectiva dos tipos de transposiciones: la externa y la interna. La primera se efectúa del saber sabio al saber a enseñar, define el saber a enseñar como aquellos contenidos que figuran en el currículo del sistema educativo, en cambio la interna es aquella en la cual el saber a enseñar se convierte en objeto de enseñanza por parte de los docentes, a través de metodologías, estrategias y herramientas que garanticen un efectivo aprendizaje. Al ser un proceso íntimo entre el docente, el saber a enseñar y el estudiante, la supervisión o vigilancia consiste en

garantizar una adecuada transposición interna, en donde no existan diferencias entre el saber a enseñar y el saber enseñado u objeto de enseñanza (Chevallard, 1980).

Ante esto Chevallard resalta un aspecto que debe tener presente el docente: *...for every object of knowledge retained as an "object to be taught" it will be necessary to carry out a detailed analysis specific to the knowledge involved* (p.6). Dicho análisis debe ser tarea indispensable al momento de la planificación didáctica, tarea que no solamente radica en tener el objeto a enseñar (transposición externa), sino realizar los cambios necesarios para que conviertan en objeto de enseñanza (transposición interna) con el uso de metodologías que sólo la didáctica puede ofrecer.

Por ende, la teoría de la transposición didáctica cobra gran relevancia al ser una herramienta conceptual y metodológica que permite al docente caracterizar la construcción, desarrollo y difusión del conocimiento matemático al estudiante. Todo este proceso se vería reforzado si en nuestro país existiera en forma organizada lo que Chevallard llama "*noosfera*" [conjunto de lugares o instancias donde se llevan a cabo las negociaciones, donde se establecen los cambios entre el sistema educativo y su entorno, es en ella donde deben proporcionarse soluciones provisionales a los problemas que se presentan en las distintas ternas didácticas con el objetivo de converger al proyecto social definido (Chevallard, 1980)]. Estas asociaciones de especialistas en matemática, comisiones didácticas, y especialistas educativos deben ser los garantes para que este momento se cumpla.

Figura 17. Proceso de transposición didáctica.



Fuente: Vásquez (2010).

3.10.1.9 Gestión de aula

Gestionar el aula permite entre otras cosas, una organización interna de la clase en el espacio físico del salón, la formación de los equipos, la disposición de la clase, el control del trabajo independiente, la retroalimentación dentro los equipos de trabajo, son aspectos básicos del desarrollo y conducción de un proceso de enseñanza de calidad. Potenciar el trabajo y el uso de todos los recursos y medios físicos en el aula, es uno de los aspectos al que se le debe dedicar tiempo.

Jorba & Sanmartí (1994), señalan que se debe “organizar el grupo clase de tal manera que promueva unas interacciones entre sus miembros facilitadoras del intercambio y la cooperación” (p.34). Esta se acompaña de una supervisión preventiva y silenciosa en la que el profesor se anticipa a los posibles conflictos que puedan surgir, utilizando el espacio y la tarea como estrategias de motivación para encausar conductas inapropiadas.

3.10.1.10 Evaluación

La evaluación es una actividad sistemática y continua dentro del mismo proceso educativo, tiene como misión especial recoger información fidedigna sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje en su conjunto con el fin de mejorarlo sistemáticamente. Para

Martínez & Sánchez (2015) la definen como un proceso integral que permite valorar los resultados obtenidos en términos de los objetivos propuestos, acorde con los recursos utilizados y las condiciones existentes.

Para Neuss Sanmartí (eminente catedrática de didáctica en la Universidad Autónoma de Barcelona), la evaluación es un elemento fundamental en la acción formadora del docente, ya que permite al estudiante valerse de los errores que comete para regular sus aprendizajes.

La evaluación formadora postula que para que los estudiantes desarrollen su capacidad de autorregularse es necesario que lleguen a apropiarse de los objetivos y de los criterios de evaluación del profesorado, y en tener dominio de las capacidades de anticipación y planificación de la acción, lo que implica incorporar estos aspectos como objetivos prioritarios de aprendizaje (Sanmartí, 2012; p.61).

Por otro lado asegura que:

La evaluación no consiste en una actuación más o menos puntual en unos pocos momentos del proceso de enseñanza y aprendizaje, sino que debe construir un proceso constante a lo largo del aprendizaje, que es preciso planificar adecuadamente (p.36).

Por tanto, la evaluación formadora se trata de una propuesta didáctica en la que se pretende que la regulación de los aprendizajes sea, de manera progresiva, responsabilidad del alumnado. Esta es la diferencia básica con la evaluación formativa, que es la referencia más conocida, ya que en ella la función reguladora es básicamente responsabilidad del profesorado.

3.10.1.11 Regulación de los aprendizajes

Una evaluación formativa trazada desde una perspectiva tanto cognitiva, como de aprendizaje significativo tiene una finalidad primordial, la regulación pedagógica en la cual, a demás del profesor, puedan intervenir los estudiantes. Para lograr dicha

finalidad, es necesario contemplar un conjunto de componentes que articulan y regulan cualquier proceso de aprendizaje de los alumnos y dan sentido y significado a la evaluación entendida como dispositivo pedagógico para el aprendizaje.

Este modelo evaluativo rompe el esquema que lamentablemente aún perdura en nuestros días, al evaluar exclusivamente resultado, obviando todo el proceso. La aplicación de esta forma de evaluar y por ende regular los saberes de los estudiantes, permite que las actividades plasmadas en la planificación didáctica sirvan en primera instancia para obtener aprendizajes competenciales, pero a la vez, para autoregular el propio aprendizaje obtenido por el estudiante.

Este proceso sistemático no solamente centra su atención en los resultados de los estudiantes, más bien, implica a todos los involucrados, tal y como se muestra la imagen 18.

Figura 18. Evaluación como ayuda al aprendizaje.



Fuente: Adaptado de Ballester, M. (2000). Evaluación como ayuda al aprendizaje.

Cada actividad en gran medida fomentará la sociabilización en el aula, la interacción y solución de problemas en colectivos de trabajo, permitirá que cada estudiante exprese sus puntos de vistas por muy diversos que estos sean, hasta obtener el consenso de todos para dar solución a la situación planteada. Al expresar el estudiante ante sus compañeros y docente como realizó la actividad, porqué la hizo así, qué método utilizó y en caso de errores, qué parte está en forma equívoca, tanto él como sus compañeros de aula se estarán autoregulando en forma continua.

Por tanto, la regulación del aprendizaje permite durante la realización de actividades académicas un constante equilibrio de los procesos de aprendizaje, haciendo énfasis en la capacidad de aprender en forma autónoma, en manejar, organizar, estructurar y comprender la información recibida que permitan resolver nuevas situaciones.

Entre sus principales componentes tenemos: Evaluación diagnóstica inicial, comunicación a los alumnos de los objetivos y representación que de los mismos se hacen, construcción del nuevo conocimiento, aprendizajes de los procesos de autorregulación, regulación de los mecanismos de compensación, estructuración del conocimiento y aplicación del conocimiento (Jorba & Cosellas, 1996). Por lo que este tipo de evaluación es indispensable tanto para el estudiante, como para la reestructuración planificadora y didáctica de las sesiones de clases, a como también autovalorar la labor como docente en vías de hacerla cada día mejor.

3.11 La derivada y su dificultad en el aprendizaje estudiantil.

La enseñanza de tópicos matemáticos, siempre ha sido objeto de un profundo análisis cuando no se obtienen los aprendizajes esperados en los estudiantes. Existen tópicos que en las universidades causan dificultades arraigadas que van desde su implicación en otras temáticas posteriores, hasta la comprensión efectiva de reglas y definiciones.

Por ejemplo, en el cálculo diferencial infinitesimal existen tópicos que son duros de procesar en el estudiantado, al es el caso de la teoría de límites funcionales, definición

geométrica de la derivada, análisis funcional aplicando derivación, y la integración de funciones. Estos son algunos de los contenidos matemáticos que causan pavor en los estudiantes.

Si bien es cierto, algunos estudiantes son capaces de resolver los ejercicios que se les proponen con la definición geométrica de la derivada; éstos tienen dificultades cuando necesitan manejar el significado de dicha noción, ya sea a través de su expresión analítica, como límite del cociente incremental, o en su interpretación geométrica, como pendiente de la recta tangente (Artigue, 1985). Lamentablemente, cuando se nota esta dificultad, se presume que los estudiantes no han construido un correcto significado del concepto de derivada, o no se les ha facilitado el apoyo docente para tal fin.

Para Sánchez, García & Llinares (2008), la enseñanza de la derivada es importante cognitivamente desde varias perspectivas:

El concepto de derivada conlleva diversos aspectos: su perspectiva gráfica, como pendiente de la tangente a la curva; su perspectiva analítica, como límite del cociente incremental; su carácter puntual o global –es decir, en intervalos– y, según exija la resolución de una determinada tarea, se pueden utilizar aspectos que relacionan a f' y f'' . En conjunto, las características de los problemas planteados pueden mostrar a la derivada desde la integración de una perspectiva analítica y gráfica (apoyándose en la presentación de la idea de derivada en un punto y de la función derivada) con el operador derivada, a través el cálculo de derivadas sucesivas y la regla de la cadena (p.2).

A pesar de que se reconoce la relevancia de aprender derivadas, algo no está saliendo bien con los aprendizajes estudiantiles. Analizar las diversas características que poseen las funciones aplicando el cálculo diferencial, es uno de los problemas más sentidos en los estudiantes. Si bien pueden sacarle la derivada a una función $f(x)$, no logran comprender a cabalidad lo que significa $f'(x)$, ya sea desde el punto de vista geométrico y de aplicaciones al análisis funcional.

Trabajos como el de Cantoral y Farfán (1998), suponen que se debe enseñar derivadas partiendo de su noción como una organización de las variaciones sucesivas.

Orton (1983) en su estudio sobre los errores que cometen los estudiantes al derivar, expresa que dichos errores se debían a tres aspectos fundamentales:

- Los relacionados con los conceptos implicados.
- Cuando el alumno se comporta arbitrariamente sin tomar en cuenta los datos del problema.
- Cuando los conceptos implicados pueden ser comprendidos, pero no son bien manipulados.

Se puede agregar un cuarto, cuando el estudiante no comprende la utilización de la derivada en otros contextos científicos. Estos problemas, junto con la acción ineficaz del docente en su planificación, ratifica que el aprendizaje del concepto de derivada sigue siendo un reto cognitivo para la gran mayoría de los estudiantes. Así lo manifiesta Aguilera (2014), citando a Badillo & Azcárate (1990) al decir:

...la comprensión de la derivada implica una comprensión previa de algunos conceptos, entre los cuales menciona la velocidad media e instantánea, tasa media de variación y la pendiente de una recta. Es por estas razones, que muchos estudiantes presentan dificultades en la comprensión del concepto de derivada, lo cual queda de manifiesto en: las bajas calificaciones, los altos índices de abandono y reprobación que se presentan en gran parte de los cursos (p.2).

Esa idea de iniciar el aprendizaje de la derivada por medio de conocimientos previos, y de conceptos importantes vistos en cursos anteriores, hacen pensar en la necesidad de planificar utilizando, además de estos elementos, una secuencia de actividades bien planificadas que garanticen el análisis y comprensión de tan extraordinaria definición matemática. De no ser así, se caería en la misma problemática que han venido sacando a luz, diversos trabajos investigativos en esta línea.

3.12 Preguntas de investigación

-¿Cuál es el rol que desempeña el estudiante ante la implementación del Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de la Matemática dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

-¿Cuál es el rol que desempeña el docente en la gestión de los aprendizajes ante la implementación de este modelo de microplanificación didáctica?

-¿Cuál es el alcance que posee el medio como un agente de retroacción matemática dentro de la planificación didáctica.

-¿De qué manera un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas basada en la TSD, TAD y TPACK favorecen los aprendizajes en los estudiantes?

CAPÍTULO 4. MODELO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE ASISTIDO DE LAS MATEMÁTICAS (MEAAM)

“El principal objetivo de la educación es criar personas capaces de hacer cosas nuevas, y no solamente repetir lo que otras generaciones hicieron” (Jean Piaget).

En este apartado se presenta la relevancia del trabajo, bajo las premisas de mejoramiento didáctico y reflexión magisterial. Se abordan las principales características de la propuesta a realizar desde una perspectiva novedosa y acorde con la TAD, la OM y el TPACK, ofreciendo así una Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas.

4.1 Aspectos de la innovación didáctica

El Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas, es un modelo teórico basado en elementos de la didáctica de las Matemáticas como ciencia de difusión de praxeologías en la sociedad, que pretende contribuir en los procesos dinámicos de microplanificación, busca ampliar y modificar la perspectiva de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; y sugerir de forma novedosa la utilización de situaciones fundamentalmente a-didácticas en la organización didáctica del docente.

El MEAAM, propone la utilización de herramientas tecnológicas en la enseñanza matemática, basada en el TPACK, como una forma de actualización magisterial en tres relevantes conocimientos: el disciplinar, tecnológico y pedagógico. Estos tres conocimientos posicionan al docente para enfrentar los retos modernos de la actual forma de enseñanza, y de los principales intereses estudiantiles referidos en su aprendizaje y contexto digital en que se encuentran inmersos.

El modelo permite asistir al docente desde la microplanificación, al estudiante desde la construcción de conocimientos por él mismo y su misma retroacción constante con el medio validador de aprendizajes. Por otro lado, utiliza las bondades que ofrecen las situaciones praxeológicas propias de la TAD y la TSD, como elemento fundamental

para crear actividades con un enfoque a-didáctico. Fomenta la evaluación formadora como garante de verbalizaciones estudiantiles y metacognición sistémica; e involucra el uso de la epistemología matemática en la organización didáctica, secuencia de actividades con orden lógico, materiales concretos, medios tecnológicos, clases al revés, transposición didáctica y los intereses de los estudiantes, acorde al objeto matemático a desarrollar.

4.1.1 Justificación de la innovación

A través del diagnóstico que dio apertura a este estudio, se logró evidenciar ciertos aspectos que son una clara realidad de lo que sucede en las aulas de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, en su Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales. Aspectos que van desde la poca implementación de recursos TIC, el uso de herramientas tecnológicas por parte del docente sin un engranaje didáctico de por medio, actividades planificadas que carecen de secuencia didáctica, excesivo uso de ejercicios repetitivos que fomentan la desmotivación estudiantil, entre otros.

Por ende, es sumamente importante contrarestar esta situación presente en la universidad, y sobre todo que ésta se siga agudizando. El hecho de realizar una propuesta que produzca respuestas relacionadas a cómo nuestros estudiantes necesitan que les enseñen matemática, cómo aprenden con el uso de las tecnologías, cómo se motivan con actividades mediadas didácticamente y qué debemos hacer para alcanzar aprendizajes significativos en nuestros estudiantes, son razones fundamentales que justifican esta propuesta didáctica.

Si cada actividad que se realice con los estudiantes favorece un buen desarrollo de las capacidades verbales, forjen habilidades que permitan a los estudiantes ser más competentes desde el punto de vista matemático y social, capacitándolos para solucionar actividades propias de su vida diaria, y sobre todo, que se fomente una cultura de planificación diferente a la que actualmente se tiene, es una de las razones indispensables que perdura en este trabajo.

Por otro lado, está la necesidad de encaminar la reflexión magisterial hacia la valoración del tratamiento metodológico, didáctico y evaluativo que se ofrece en el modelo educativo que

tiene nuestra universidad. Reflexión que no sólo da a conocer la dificultad, más bien, ofrece soluciones y compromisos para resolver la problemática.

Es por ello, que se considera innovador en nuestro país el hecho de realizar una investigación que produzca respuestas relacionadas a cómo nuestros estudiantes aprenden, qué teorías didácticas se pueden utilizar, y cuál recurso tecnológico es idóneo en la enseñanza de tópicos matemáticos. Cabe recalcar, que en nuestro país son pocos los estudios realizados en este ámbito, por lo tanto, es importante aportar hallazgos encontrados, que permitan mejorar nuestra praxis magisterial por medio de innovaciones pedagógicas que generen un mejor aprendizaje en los estudiantes.

Otro punto importante radica en el hecho de redefinir nuestra práctica docente, al implementar una enseñanza asistida de las matemáticas, que sea capaz de motivar al estudiante al nuevo aprendizaje, lograr en ellos aprendizajes autónomos y competenciales, y sobre todo hecerles notar que aprender matemáticas puede ser fácil.

Los resultados que se logren obtener en la intervención, serán de mucho valor educativo por dos razones: la primera tiene que ver con la actitud tomada por el estudiantado ante esta nueva forma de enseñar matemática y la segunda y no menos importante, consiste en la reestructuración en la forma de planificar las actividades por parte del docente, aspecto que muchas veces pasa desapersivido y que es fundamental para lograr resultados favorables.

4.1.2 Características de la propuesta

Toda innovación educativa surge a través de un proceso gradual, buscando soluciones a diversas dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje. Según la definición dada por Imbernón (1996), citado por Planas (2011):

la innovación educativa es la actitud y el proceso de indagación de nuevas ideas, propuestas y aportaciones efectuadas de manera colectiva, para la solución de situaciones problemáticas de la práctica, lo que comportará un cambio en los contextos y en la práctica institucional de la educación (p.60).

Por tal razón, al innovar se busca transformar la forma de enseñanza con nuevas metodologías, con los adelantos tecnológicos que actualmente tenemos, con estrecha colaboración entre docentes, y con el deseo de contribuir al mejoramiento de la educación universitaria. Teniendo en cuenta que innovar en los procesos educacionales no ofrece cambios en forma inmediata, más bien en forma paulatina (Planas, 2011), la propuesta ofrece una vía alterna para planificar, un uso con sentido didáctico de las tecnologías, un modelo que permite al estudiante su autoregulación, desde una concepción motivadora en la enseñanza matemática.

En base a ello, la aplicación de la propuesta llamada “**Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas**” (MEAAM), está regida por los siguientes principios pedagógicos que señala SEP (2016):

- Centrar la atención en los estudiantes y en sus procesos de aprendizaje.
- Planificar para potenciar el aprendizaje.
- Tener en cuenta los saberes previos del alumno.
- Diseñar situaciones didácticas que propicien el aprendizaje.
- Dar un fuerte peso a la motivación intrínseca del estudiante.
- Generar ambientes de aprendizaje.
- Trabajar en colaboración para construir el aprendizaje.
- Poner énfasis en el desarrollo de competencias y los aprendizajes esperados.
- Usar materiales educativos para favorecer el aprendizaje.
- Entender la evaluación como un proceso relacionado con la planeación.
- Modelar el aprendizaje.
- Mostrar interés por los intereses de los alumnos.
- Revalorizar y redefinir la función del docente.

Los anteriores principios pedagógicos representan las condiciones esenciales para la implementación de la propuesta, la transformación de la praxis docente, alcanzar aprendizajes significativos y la mejora de la forma en que planificamos la enseñanza matemática. En ese sentido, los propósitos generales que se pretenden alcanzar con su implementación son:

- Provocar en los estudiantes el desarrollo de competencias matemáticas básicas.

-
- Reconstruir en los estudiantes sus modelos mentales empíricos y sus esquemas de pensamiento.
 - Fomentar en la planificación situaciones didácticas que lleven una secuencia lógica.
 - Vincular el conocimiento a los problemas importantes de la vida cotidiana.
 - Desarrollar la motivación y creatividad en el cumplimiento de las tareas.
 - Utilizar un software como una herramienta TIC en la enseñanza matemática.

Cada actividad que se presenta en la propuesta, favorece que el estudiante posea la capacidad individual para utilizar las matemáticas en función de satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OCDE, 2003). Además, se utiliza la evaluación como motor del aprendizaje, se gestiona el aula y se busca hacer que los estudiantes argumenten sus ideas en todo momento. Por otro lado, al utilizar materiales concretos manipulables, software matemático y otras herramientas tecnológicas, se crea la cultura de implicar los avances en materia tecnológica hacia una enseñanza actualizada de las Matemáticas.

4.1.3 Datos generales del lugar donde se aplicará la propuesta

Institución: Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua.

Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales.

Modalidad: Encuentro.

Carrera: Física-Matemática.

Año académico: III

Aula: Laboratorio de Informática del CNU, San Carlos, Río San Juan.

Participantes directos en la intervención

Docente investigador: Jairo José Flores Morales.

Número de estudiantes: 23

Docentes observadores externos: Meybeling Jeyling Pérez.

Rafael Chamorro Vasquez.

Winston Zamora Díaz.

Programa de estudios seleccionado para la propuesta: Cálculo I

Tópico seleccionado para la propuesta: Interpretación geométrica de la derivada.

Tiempo destinado para la implementación de la propuesta: 4 horas de clase.

4.1.4 Materiales a utilizar en la implementación de la propuesta

- Papel Bond tamaño carta.
- Estuche geométrico.
- Calculadora científica.
- Imágenes de funciones polinomiales y de figuras planas.
- Computadoras.
- Software “Graph”.
- Pizarra digital.
- Pizarra acrílica.
- Marcadores acrílicos.

- Cuadernos.

-Lápices de grafito.

-Borradores.

- Entorno tecnológico.

4.1.5 Fase preparatoria (Tutorial): Requerimiento indispensable para el uso del software “Graph”.



4.1.5.1 Generalidades

Graph es un programa diseñado para representar gráficamente funciones matemáticas en un sistema de coordenadas. Es un programa afín a Windows, con menús y cuadros de diálogo, y capaz de dibujar funciones explícitas, paramétricas y polares, e igualmente, tangentes, rellenos, series de puntos, ecuaciones e inecuaciones. Asimismo, permite evaluar una gráfica en un punto dado u obtener una tabla de valores respecto a la función seleccionada, y mucho más.

4.1.5.2 Barras de herramientas

reúnen una selección de botones que constituyen las equivalencias de cierto número de comandos. Puedes emplear tanto los comandos de los menús como los botones de las barras de herramientas para realizar determinadas acciones.

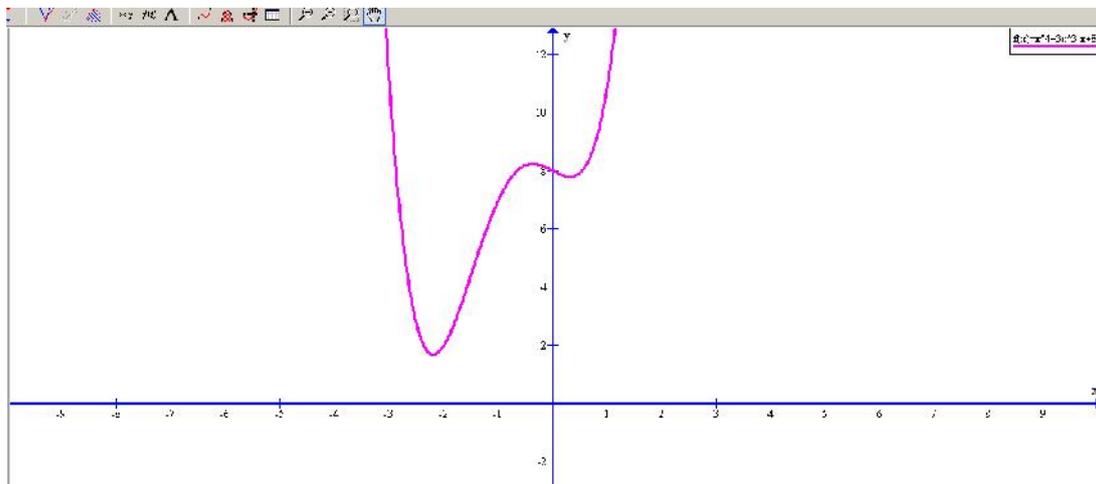
Figura 19. Barra de herramienta del software Graph.



Fuente: Elaboración propia.

Bajo las barras de herramientas, a la derecha, se halla el área gráfica, que contiene el sistema de coordenadas, y donde todos los elementos de Graph serán representados.

Figura 20. Área de gráfica en el software Graph.

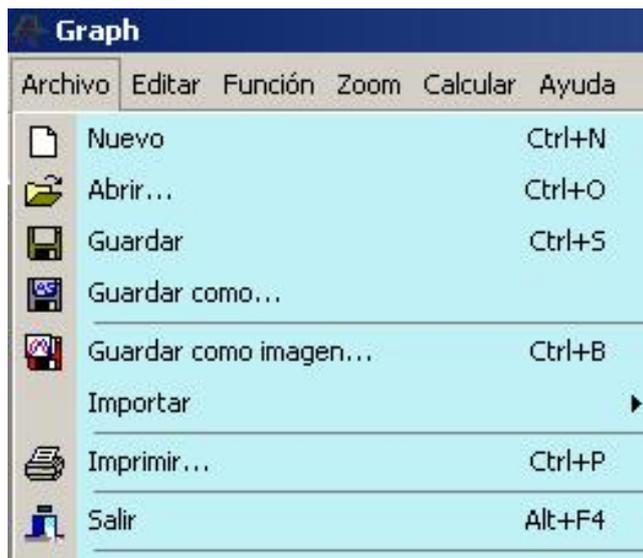


Fuente: Elaboración propia.

4.1.5.3 Archivo

Permite crear nuevas páginas de trabajo, abrir archivos guardados, guardar los archivos como proyectos o como imágenes. De igual manera ofrece la opción de importar proyectos ya iniciados y que están guardados e imprimir imágenes del proyecto trabajado.

Figura 21. Submenú de archivo en el software Graph.



Fuente: Elaboración propia.

4.1.5.4 Editar

En este menú, se encuentran pestañas similares a las que comúnmente conocemos en el paquete de Office de Windows, en este caso particular Word.

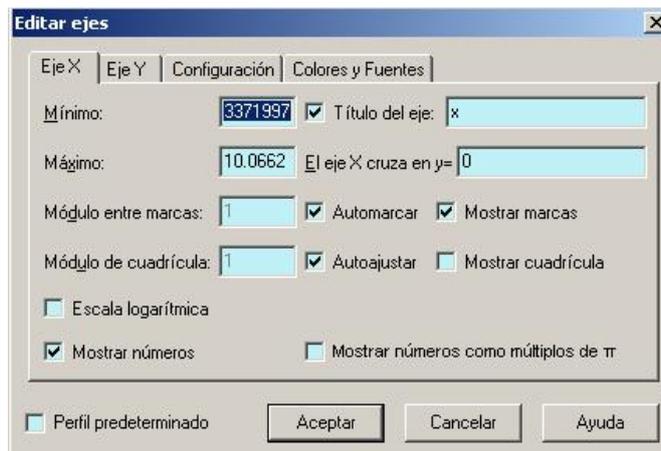
Figura 22. Submenú de editar en el software Graph.



Fuente: Elaboración propia.

Si deseas, cambiar algunos parámetros de los ejes, puedes hacerlo dándole clic a esa pestaña y encontrarás lo siguiente:

Figura 23. Configuración de diversos parámetros en los ejes.



Fuente: Elaboración propia.

4.1.5.5 Función

Este menú permite insertar una función y generar su respectiva gráfica, encontrar una recta que sea tangente a la gráfica generada en un punto específico, insertar relleno a un área específica de la gráfica, la primera derivada de la función, una serie de puntos, una línea de tendencia, ecuación e inecuación, un cuadro de texto, eliminar una gráfica y personalizar las funciones.

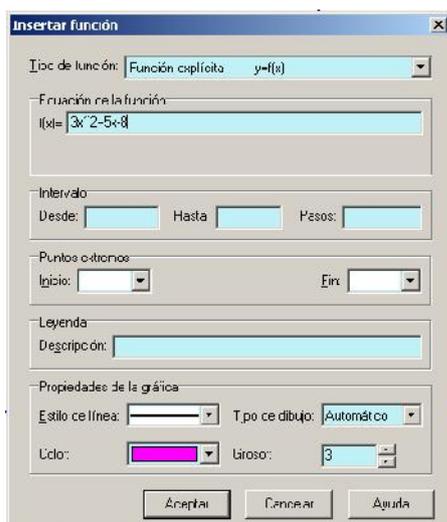
Figura 24. Submenú de archivo en el software Graph.



Fuente: Elaboración propia.

Se debe tener en cuenta que para colocar un exponente se debe colocar esto \wedge anticipadamente. Por ejemplo, al darle clic al submenú insertar función aparecerá un cuadro de diálogo que permite colocar la función y generar su gráfica.

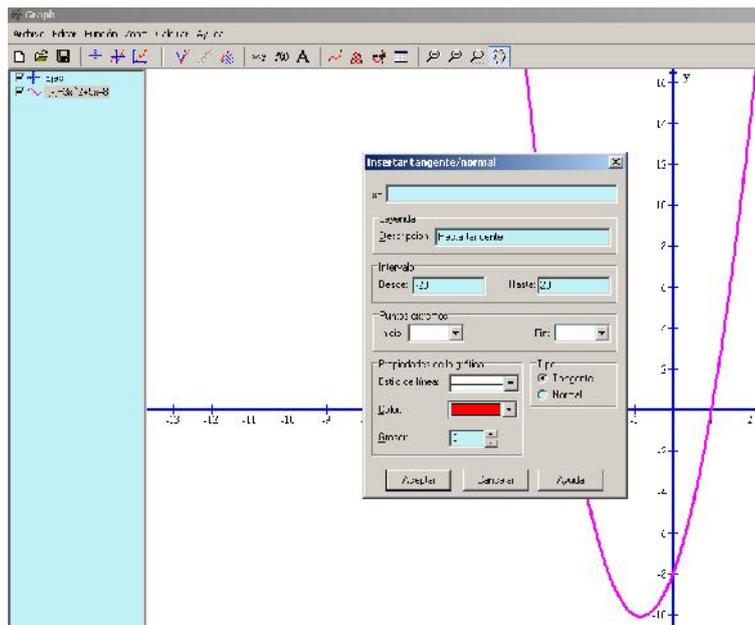
Figura 25. Introducción de funciones en forma explícita.



Fuente: Elaboración propia.

Al generar la gráfica, puedes calcular la recta tangente a la parábola generada (por ser una función cuadrática), en el punto (1,0).

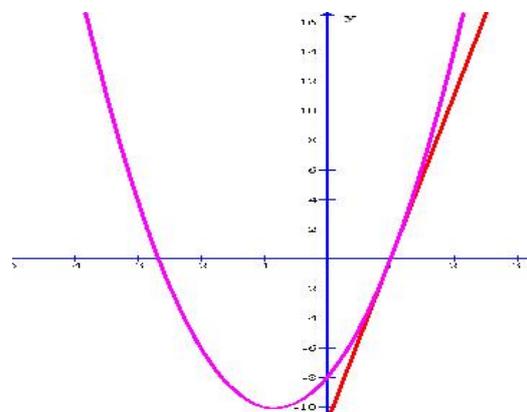
Figura 26. Cálculo de la recta tangente a un punto de la curva.



Fuente: Elaboración propia.

Obteniendo así, la recta buscada.

Figura 27. Recta tangente a un punto de la curva.



Fuente: Elaboración propia.

Si deseas saber cuál es la derivada de esa función, debes darle clic a la función hasta que aparezca sombreada:

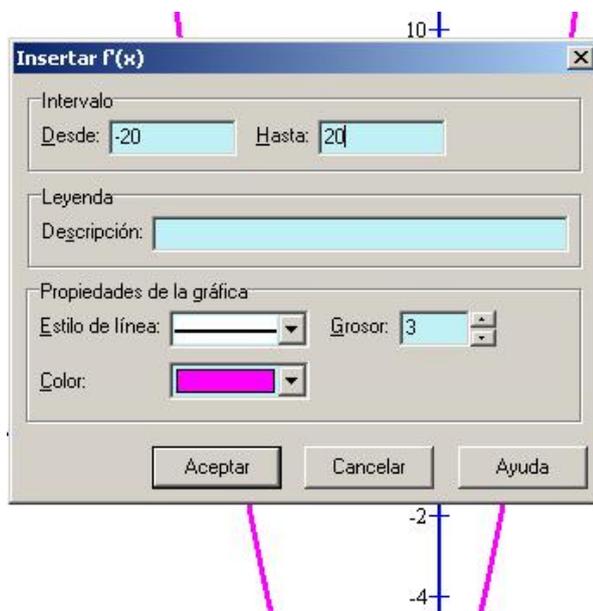
Figura 28. Inicio para el cálculo de la derivada de una función.



Fuente: Elaboración propia.

Seguidamente, das clic al menú función y al submenú insertar $f'(x)$, te aparecerá el siguiente cuadro de diálogo:

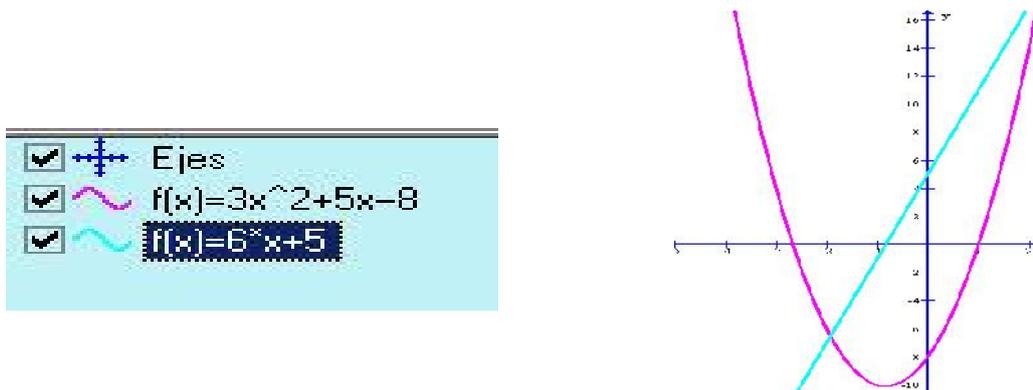
Figura 29. Opción de intervalo para el cálculo de la derivada de una función.



Fuente: Elaboración propia.

Le colocas un intervalo deseado y al darle aceptar se genera en la gráfica la derivada de la función cuadrática, con su respectiva función.

Figura 30. Resultados del cálculo de la derivada de una función.



Fuente: Elaboración propia.

4.1.5.6 Zoom

Este menú a como su nombre lo indica te permite entre otras cosas, acercar o alejar el zoom de la gráfica generada, ofreciendo una mejor visión de diversos aspectos importantes.

Figura 31. Submenú de zoom en el software Graph.



Fuente: Elaboración propia.

4.1.5.7 Calcular

Te permite encontrar la longitud de un trozo de una gráfica, el área que se genera en una gráfica definido un intervalo, evaluar un valor (o varios valores) de la variable independiente “x” en la función, y en su primera y segunda derivada.

Figura 32. Submenú de calcular en el software Graph.



Fuente: Elaboración propia.

4.1.5.8 Ayuda

Este menú te ofrece la opción de conocer soluciones a situaciones que se generen en el software, así como formas de colocar las funciones y respuestas a preguntas frecuentes por los usuarios.

Figura 33. Submenú de ayuda en el software Graph.



Fuente: Elaboración propia.

Si deseas mayor información sobre este importante software que utilizarás en la asignatura de cálculo I, te invito a ver el video tutorial en el siguiente link: www.mateayuda.com.ni , o visita la siguiente página web: <https://goo.gl/ndXjHQ>

4.1.6 Fase de formación de la definición. Organización Didáctica

4.1.6.1 Objetivos según programa de estudios

- Comprender la definición de derivada de una función en sus dos versiones.
- Aplicar la definición de derivada de una función y la fórmula alternativa para el cálculo de $f'(a)$.
- Valorar la importancia del cálculo I en el desarrollo cultural y científico del ser humano.

4.1.6.2 Objetivos de la organización didáctica

- Facilitar la comprensión de la derivada de una función en un punto, a través de una situación didáctica que esté apoyada con herramientas TIC.
- Reconocer los elementos o saberes matemáticos que están implicados en el concepto de derivada.
- Interpretar la construcción geométrica de la derivada.
- Implementar las TIC como una herramienta de gestión y dinamismo del conocimiento matemático.

4.1.6.3 SESIÓN 1. Comprendamos la definición geométrica de la derivada

I. Evolución del objeto matemático en estudio

A pesar de que los problemas de cálculo infinitesimal iniciaron a plantearse desde la época clásica de la antigua Grecia (siglo III, a. c); no fue posible sistematizar métodos para resolver dichas situaciones. Por lo que hasta el siglo XVII con la obra de Newton y Leibniz dieron origen a lo que hoy llamamos el cálculo diferencial.

A mediados del siglo XVII, las cantidades infinitesimales fueron cada vez más usadas para resolver problemas de cálculos de tangentes, áreas, volúmenes; los primeros darían origen al cálculo diferencial, los otros al integral. Así mientras Newton se preocupaba por desarrollar su propio método para calcular tangentes apoyado en la idea del concepto de fluxión o de cómo la variable velocidad varía con respecto al tiempo. De otro modo 10 años más tarde (1675) Leibniz desde el carácter geométrico trató la derivada como un cociente incremental.

El proceso de construcción del concepto de la derivada, remite a resolver el problema histórico de hallar la tangente a una curva, en un punto dado. Como referente se toman los trabajos de Fermat, Newton y Leibniz. Fermat obtuvo un método para hallar la tangente a una curva definida por un polinomio apoyándose en el siguiente razonamiento: si es un polinomio, entonces $f(x+h) - f(x)$ es un polinomio en h divisible por h . Newton introdujo el concepto de las fluxiones lo que hoy se conoce como derivadas imponiendo así su punto de vista físico para obtener la recta tangente a una curva como el cociente entre las fluxiones. Mientras Leibniz interpreto la tangente a una curva como en cociente de los infinitésimos $\frac{dy}{dx}$.

No es posible entender el mundo en que vivimos sin la aplicación de las derivadas, ya que está presente en la mayoría de los cálculos científicos y en casi todo lo que nos rodea. Desde el punto de vista científico su importancia radica en sus diversas aplicaciones en el campo de la relatividad, la mecánica cuántica, la ingeniería, ecuaciones diferenciales, teoría de las probabilidades, sistemas dinámicos, teoría de las funciones, econometría, entre otros.

Esta propuesta didáctica toma en cuenta elementos de las TSD y de la TAD que aunque no se describen concretamente, los mismos fueron considerados en el desarrollo de ésta. Así también consideramos que se han implicado aspectos del *enfoque instrumental* cuando a lo largo de la propuesta se orienta el uso o apoyo de un recurso tecnológico para la gestión del proceso de enseñanza -aprendizaje.

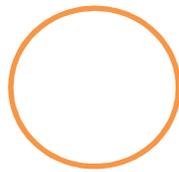
La aplicación de esta iniciativa didáctica se implementará con estudiantes de la carrera de física-matemática que llevarán por primera vez el curso de cálculo I.

II. Desarrollo

1. Gestionando conocimientos previos

1.1- Dada la circunferencia:

Figura 34. Dibujo de una circunferencia a utilizar para gestionar conocimientos.

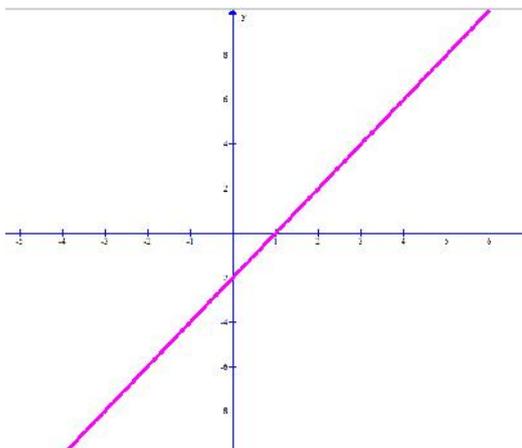


Fuente: Elaboración propia.

- a) Trace una recta secante.
- b) Trace una recta tangente.
- c) ¿Qué conocimientos matemáticos fueron necesarios para realizar los puntos a y b? Argumenta.

1.2- La siguiente gráfica representa la función $f(x)=2x-2$.

Figura 35. Gráfica a entregar a cada estudiante en una hoja.



Fuente: Elaboración propia.

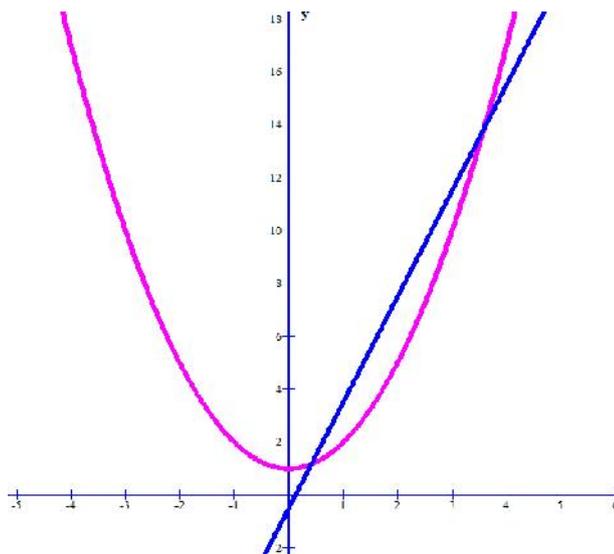
En la misma ubique los puntos A (1,0) y B (4,6) que pertenecen a la recta.

- Teniendo en cuenta que la tangente de un ángulo es la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente, encuentre la tangente del ángulo indicado y compare esa medida usando el transportador.
- Si la tangente del ángulo es igual a la pendiente, o sea $m = \tan\theta$, verifique si la respuesta anteriormente encontrada es igual al encontrado con la fórmula para encontrar la pendiente de una recta sabiendo que pasa por dos puntos.
- ¿Cómo concibe el concepto de pendiente?, ¿Consideras que se refiere a lo mismo que inclinación?, argumente.

2. Hacia la construcción del concepto geométrico de derivada de una función en un punto

2.1 Dada la siguiente gráfica:

Figura 36. Gráfica a entregar a cada estudiante en una hoja.

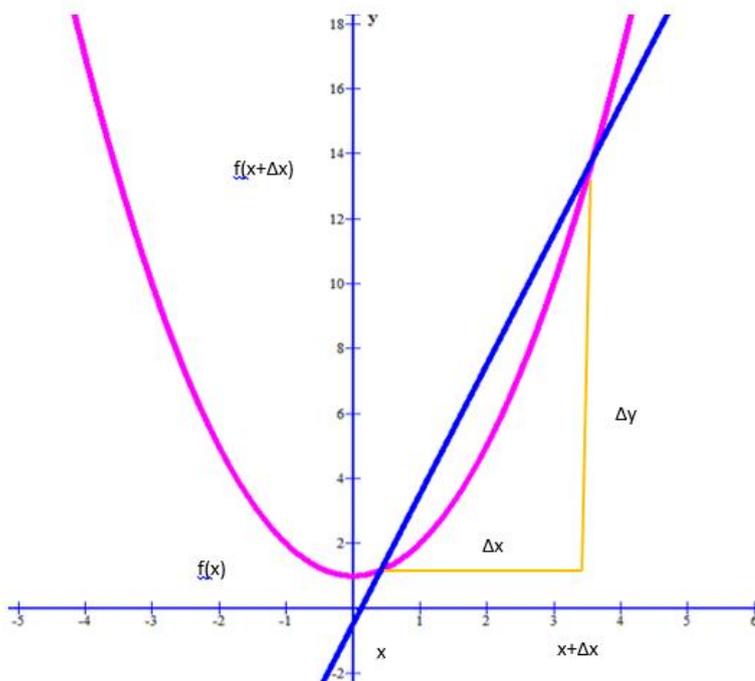


Fuente: Elaboración propia.

Responda:

- ¿En cuántos puntos corta la recta L a la curva?, ¿Qué nombre recibe la recta L?
- Ubiquemos las coordenadas de corte entre la recta L y la curva, formando así un triángulo rectángulo. A los catetos del rectángulo le llamaremos Δx y Δy y por ser variaciones de distancias entre $(x + \Delta x) - x$; $f(x + \Delta x) - f(x)$ respectivamente.

Figura 37. Construcción a realizar con los estudiantes.

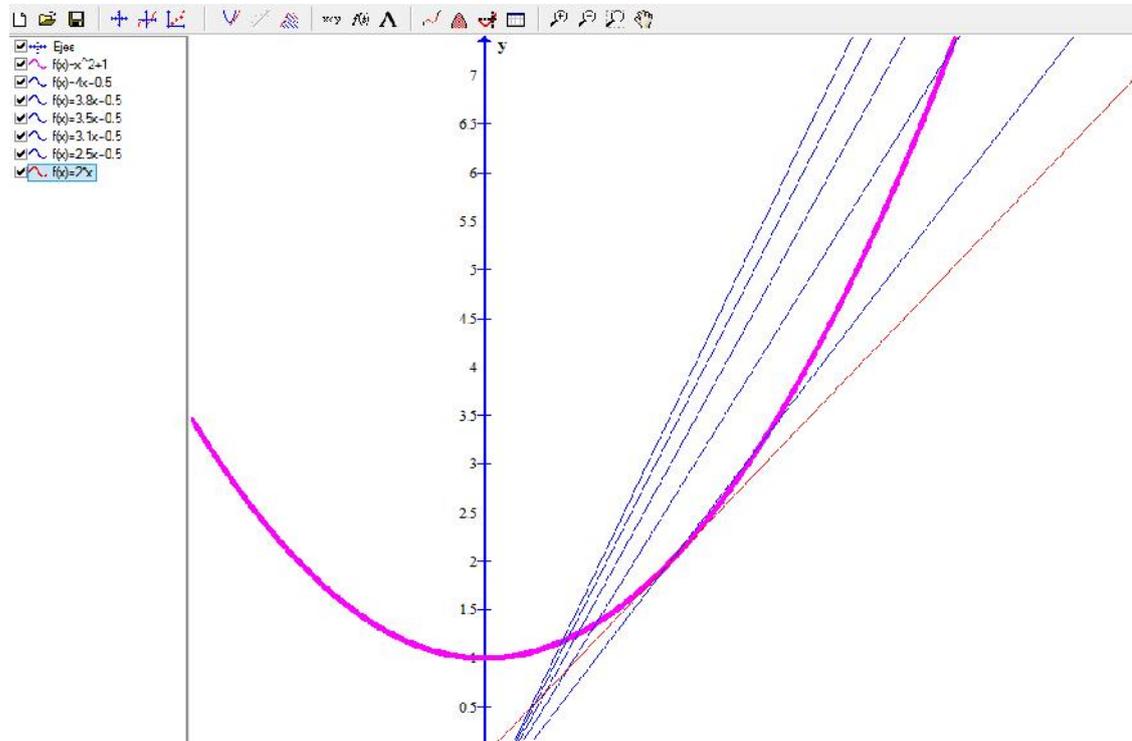


Fuente: Elaboración propia.

- ¿Qué significado tiene Δx y Δy para la recta L?
- Apóyese de una regla y/o usando Graph como apoyo visual, observe y comente sobre: ¿Qué sucede si Δx disminuye?, ¿y si disminuye Δy ?

Apoyo visual de Graph:

Figura 38. Secuencia en Graph cuando x se aproxima a cero.



Fuente: Elaboración propia.

- e) ¿Qué pasa con la recta L si al disminuir Δx , ésta se aproxima a cero?
- f) Si $\tan \theta = y/x$ y que $y = f(x + \Delta x) - f(x)$; calcule $\tan \theta$.

Se espera que el estudiante llegará a la conclusión que $m_{sec} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ pendiente de la recta secante.

- g) ¿Puede $\Delta x = 0$?, argumente.
- h) ¿De qué manera el cálculo del límite de una función podría ayudarnos con análisis de esta situación?

Comentarios del profesor: El profesor interviene y expone:

Como $\Delta x \neq 0$, pero próximo a cero ($\Delta x \rightarrow 0$), entonces por la definición de límite podemos concluir por medio de la expresión matemática que

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, sería $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = f'(x)$, esto sí existe el límite, que es la definición geométrica de la derivada de una función en un punto.

Derivada: La pendiente de la recta tangente en un punto de una función.

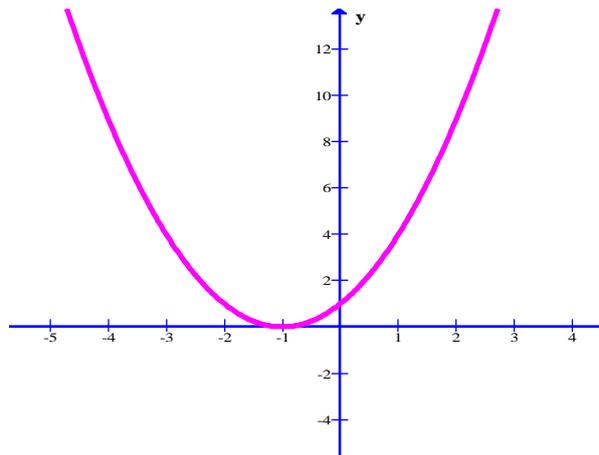
Hemos logrado obtener una fórmula para calcular $f'(x)$ de $f(x)$ en, (x_0, y_0) o calcular la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto (x_0, y_0) .

Regulando los aprendizajes:

- a) Sea la función $f(x) = x^2 + 2x + 1$, calcule la pendiente en el punto $(2, 9)$ con apoyo del software Graph.

Respuesta: Primero graficamos la función:

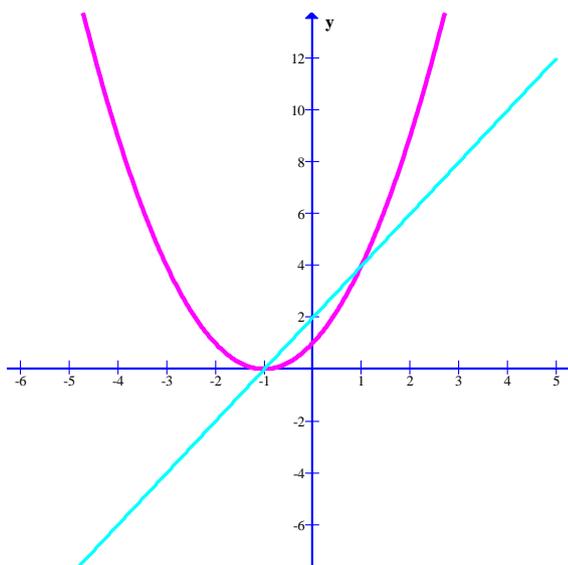
Figura 39. Gráfica que elaborarán los estudiantes con Graph.



Fuente: Elaboración propia.

Luego graficamos su derivada.

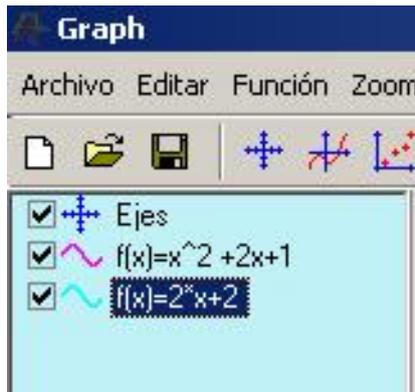
Figura 40. Gráfica de la función derivada.



Fuente: Elaboración propia.

En este caso observamos que la función lineal generada por Graph, es la derivada de la función cuadrática.

Figura 41. Resultado de la derivada de la función cuadrática.



Fuente: Elaboración propia.

La función es $f'(x)=2x+2$, si se sustituye el valor de $x=2$, que es la abcisa del punto dado anteriormente (2,9) que pertenece a la función cuadrática, obtenemos:

$$f'(2)=2(2)+2$$

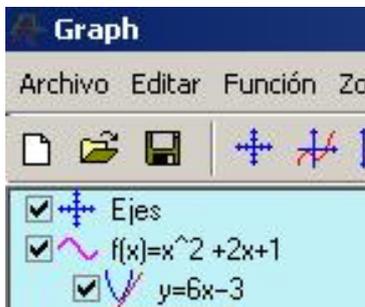
$$f'(2)=6$$

El resultado, o sea el 6, sería el valor de la pendiente de la recta tangente en el punto (2,9) de $f(x)=x^2+2x+1$, que nos pedía calcular el ejercicio.

Se les pide a los estudiantes que comprueben esa pendiente con el uso de graph, en su submenú **insertar tangente**.

$f(x)=6x-3$ es la recta tangente a la función original en el punto (2,9), visualizando de igual forma que 6 es la pendiente de la recta. (Recordarles a los estudiantes que $y=mx+b$ es la ecuación de la recta, en donde m es la pendiente).

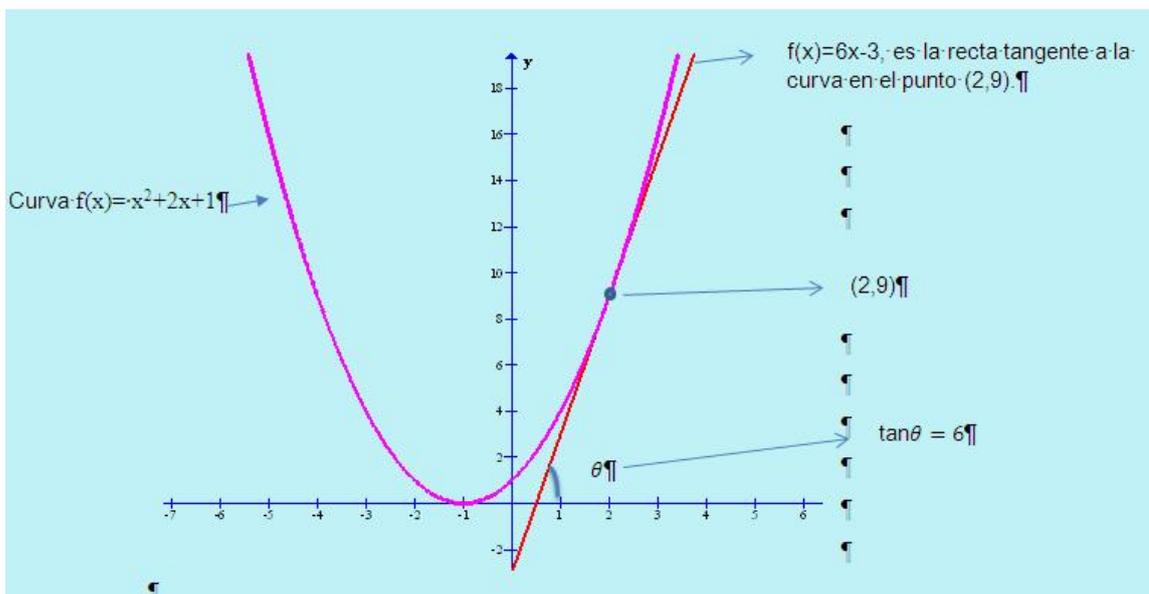
Figura 42. Recta tangente al punto (2,9) de la curva.



Fuente: Elaboración propia.

Lo verificamos gráficamente con Graph:

Figura 43. Resultados con el uso de Graph.



Fuente: Elaboración propia.

Luego asignamos a los estudiantes las siguientes preguntas para discutir y consolidar el conocimiento matemático abordado:

- a. De acuerdo con la gráfica anterior obtenida por el software (Graph).
¿Qué representa la recta con respecto a la función original?

-
- b. ¿Comente que pasaría si x toma otros valores que pertenecen a la gráfica de la función? Puedes usar los puntos $(1,3)$, $(-1,0)$ y $(-3,4)$. ¿El signo de la pendiente es el mismo?, ¿A qué se debe eso?
 - c. ¿Es posible que por un punto (x, y) ubicado fuera o dentro de la parábola se puedan trazar una o más tangentes a ésta? Utilice el software como apoyo para resolver esta situación.
 - d. Si la función original era cuadrática y su derivada era lineal, ¿en cuánto disminuyó su grado?, ¿sucederá lo mismo con una función de grado 4, de grado 3 o de grado 1?, Usa Graph para verificarlo. ¿Qué conclusiones puedes sustraer?

Deber para la próxima sesión: Visualizar dos videos tutoriales, en donde se deriven funciones polinomiales usando la definición geométrica y las reglas básicas de derivación.

Enlace:

www.mateayuda.com.ni

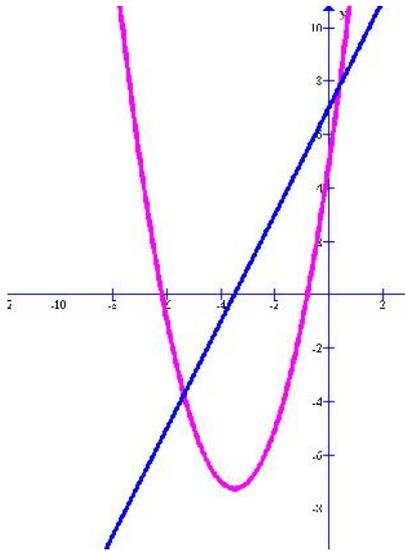
4.1.6.4 SESIÓN 2. Fase de fijación: Apliquemos la definición de derivada de una función y la fórmula alternativa para el cálculo de $f'(a)$

Desarrollo:

I. Gestionando lo aprendido en la sesión 1

1. En el gráfico se observan dos funciones, si una de ellas es la función derivada de la otra ¿cuál de ellas representa la función derivada? Argumente.

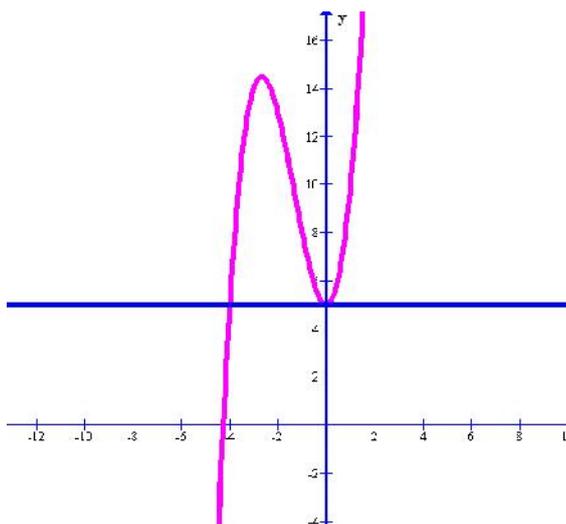
Figura 44. Imagen “A” a proyectar en la pizarra digital.



Fuente: Elaboración propia.

2. Observe la gráfica y argumente ¿Cuál es la pendiente de la recta tangente a esta curva en el punto $(0,5)$?

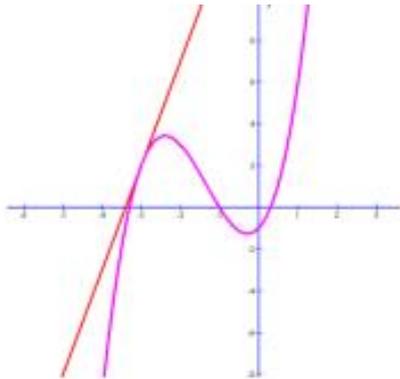
Figura 45. Imagen “B” a proyectar en la pizarra digital.



Fuente: Elaboración propia.

3. En la siguiente gráfica, ¿Qué significa que la recta tangente esté por encima de la curva en ese punto específico?

Figura 46. Imagen “C” a proyectar en la pizarra digital.



Fuente: Elaboración propia.

4. Se tiene una función $f(x)$ y se conoce que la función derivada de esta es $f'(x) = 3x^2 - 2x$, ¿cuál será la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en el punto $(2, 8)$?

II. Gestionando conocimientos.

1) Utilizando como referencia los videos tutoriales que los estudiantes vieron en casa, comente las dos formas de encontrar la función derivada de una función dada, al igual que la pendiente de la recta tangente en un punto específico. Se utilizará la siguiente tabla:

Tabla 3. Comparación entre la definición geométrica de la derivada y las reglas básicas de derivación.

Definición geométrica de la derivada	Reglas básicas de derivación
$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	$c' = 0$; $x' = 1$; $(x^n)' = nx^{n-1}$
$y=6$ $f(x)=6x-6$ $y=3x^2-6x+1$ $f(x)=x^3-3x^2+x-2$	$y=6$ $f(x)=6x-6$ $y=3x^2-6x+1$ $f(x)=x^3-3x^2+x-2$

Fuente: Elaboración propia.

a) ¿Qué relación encuentra entre cada ejercicio de la tabla y la respuesta que encontró?

b) ¿Cuántas veces hay que derivar la última función para encontrar la primera?

c) Verifique las soluciones usando Graph.

2) Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 3$, encuentre la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en las abscisas $x = -1$ y $x = 3$. Luego responda:

a) ¿Existe algo en común entre las respuestas encontradas?

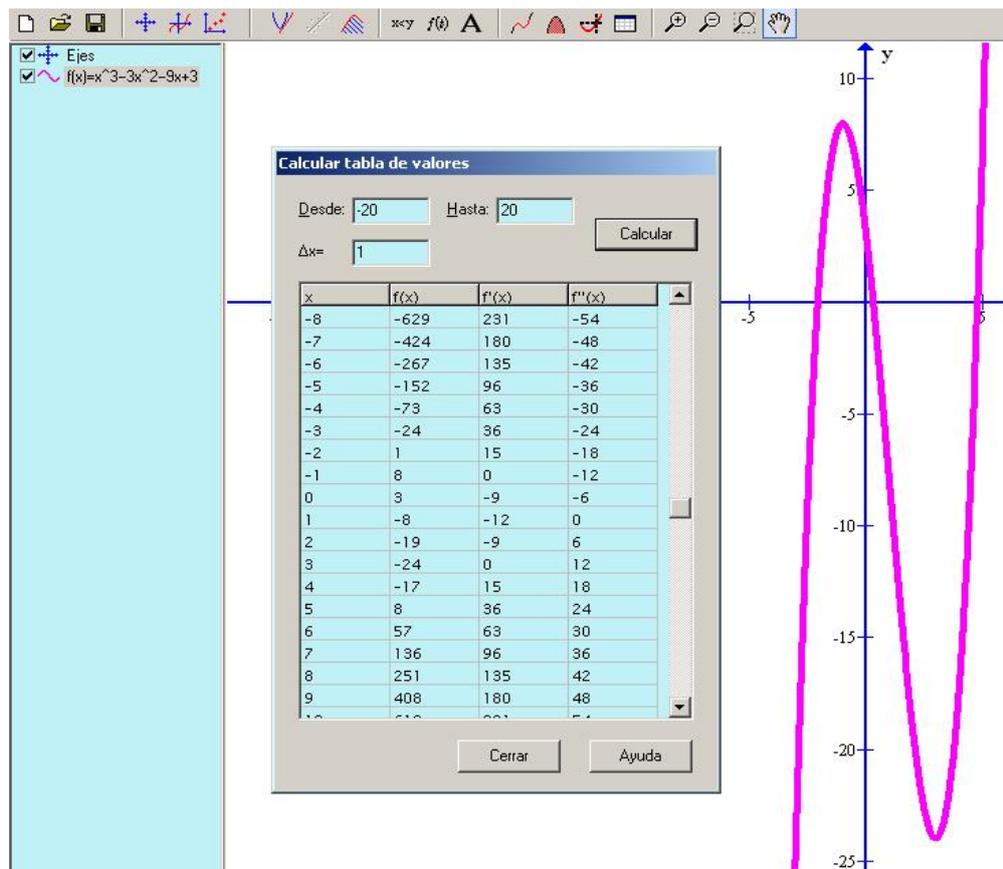
b) ¿A qué se debe esto? Argumente.

c) Ahora usa Graph en la opción *tabla de valores*, observa los resultados para $f'(x)$ y comenta lo que pasa cuando $x = -1$ y cuando $x = 3$?

d) ¿Cuál es el valor de $f'(x)$ con los valores anteriores de x ?

e) ¿Qué pasa con los signos de $f'(x)$ antes y después de ser $f'(x)=0$? Argumente ¿a qué se debe eso?

Figura 47. Interpretación de signos con uso de Graph.



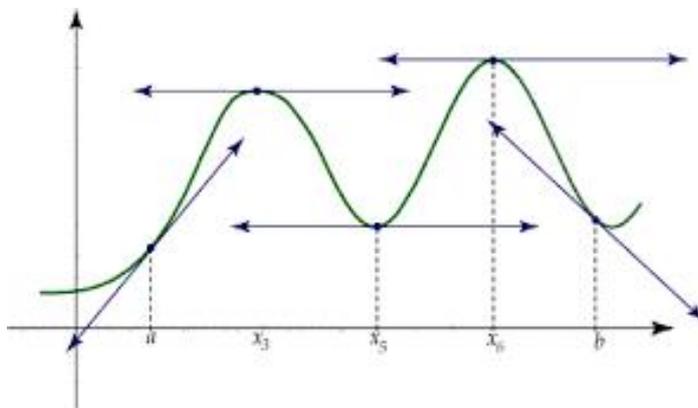
Fuente: Elaboración propia.

Se espera que el estudiante comprenda que en valores de “x”, cuando la pendiente de la recta tangente a la curva es cero existe un cambio de signo, indicando que la recta está encima de la curva o por debajo de ella, siendo una información importante para conocer la monotonía de la función en cualquier punto que pertenezca a la curva. Por otro lado, se le indica al estudiante que cuando $f'(x) = 0$, estamos frente a una recta paralela al eje “x” y que tiene pendiente cero en el punto (-1,8) y (3,-24). Además, se prepara al estudiante para futuros tópicos como los criterios de derivación.

III) Consolidación por medio del trabajo cooperativo en tríos

1. Observe la siguiente imagen:

Figura 48. Imagen “D” entregada en una hoja a los estudiantes.

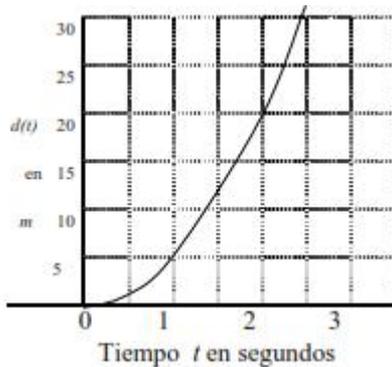


Fuente: Elaboración propia.

- a) ¿En que valor o valores de las abscisas, la pendiente de la recta tangente es cero?, ¿Qué significado tiene en relación a su monotonía?
- b) Cuando $x=a$, y $x=b$ ¿cuál es el signo de la pendiente de esa recta tangente a $f(x)$?, ¿qué significa ese signo?

2. la distancia que recorren los cuerpos en caída libre sobre la superficie terrestre está dada aproximadamente por la fórmula $d(t)=5t^2$. Observa la gráfica y responde:

Figura 49. Relación entre el tiempo y la distancia recorrida por un móvil.



Fuente: Badillo (2003).

- ¿Cuál es la distancia que recorre el cuerpo en el primer segundo?
 - ¿Cuánto cambia la distancia que recorre el cuerpo entre el 1º y el 2º segundo?
 - ¿Cuál es la velocidad del cuerpo entre el 1º y el 2º segundo?
 - Encontrar $d'(t)$ y luego calcule el valor numérico de $d'(1)$; $d'(2)-d'(1)$.
Compara esos resultados con los de los incisos a y b. Argumente sus conclusiones.
3. Encuentre la la función derivada en cada caso:
- $y = x^5 - 3x^3 + 2x - 7$
 - $y = 3x + 8$
 - $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2$
4. Sea la función $f(x)=x^3+4x^2-x-6$, encuentre los valores de “x” en los cuales $f'(x)=0$.

4.1.8 A manera de conclusión

-Hemos de reconocer que con esta propuesta didáctica y los elementos abarcados sobre las distintas teorías no pretendemos resolver de forma acabada el abordaje de este contenido matemático, sino más bien modificar aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje.

-Para la construcción de esta propuesta se ha tomado como punto de partida las hipótesis que surgieron para originar la teoría de situaciones didácticas, y partir de ello se procura implicar los distintos tipos de interacciones que se proponen en dicha teoría.

-Se considera que a lo largo de la propuesta está presente la intención de procurar que la devolución garantice el papel del alumno como responsable de asumir su aprendizaje, previendo una retroacción constante.

-También se han incluido de forma implícita aspectos que se destacan en la noción de organización matemática (tareas, tipos de tareas, técnicas y tecnología), y de teorías de aprendizajes matemáticos como el caso de la semiótica.

-Considerando que los instrumentos siempre han estado presentes en la enseñanza de las matemáticas. En esta propuesta se propone el uso de un software como medio que permite dinamizar y contrastar la construcción del conocimiento, en concordancia plena con el TPACK.

-De esta forma se espera que los estudiantes puedan construir y comprender el concepto de derivada de una función en un punto, y cómo ésta permite calcular la pendiente de la recta tangente en un punto dado.

CAPÍTULO 5. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

“La gestación del diseño del estudio representa el punto donde se conectan las etapas conceptuales del proceso de investigación como el planteamiento del problema, el desarrollo de la perspectiva teórica y las preguntas de investigación con las fases subsecuentes cuyo carácter es más operativo” (Roberto Hernández Sampieri).

En este capítulo, se presenta un breve contexto en donde se realizará la investigación, se resumen las bases teóricas que fundamentan y justifican la metodología de este trabajo de investigación; se describen los elementos básicos del diseño metodológico implementado. Posteriormente, se expone en forma detallada los instrumentos de recogida de la información que han sido utilizados en este estudio, junto con la matriz categorial que se tiene; y se finaliza describiendo las diferentes fases del análisis de la información con su respectiva triangulación.

5.1 Breve contexto el que se desarrolló la Investigación.

5.1.1 UNAN Managua

La Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN, nace en el año 1812 como una sola universidad en la ciudad de León. Fue la segunda universidad creada en Centroamérica y última de las universidades fundadas por España durante la colonia en América. El 27 de marzo de 1947 fue elevada a Universidad Nacional por el entonces Presidente de Nicaragua, General Anastasio Somoza García mediante el Decreto Ejecutivo N. 446, autorizado por su Ministro de Educación Pública, Doctor Mariano Valle Quintero. El 16 de abril de 1955 Somoza García firmó el siguiente Decreto Ejecutivo No. 10 que reglamentó el escudo, la bandera, la insignia y el anillo universitario de la Universidad Nacional de Nicaragua, que se publicó en La Gaceta, Diario Oficial, No. 92 del 28 del mismo mes y año (UNAN-Managua, 2015).

La Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua (UNAN- Managua), es la universidad pública más grande de Nicaragua. El 28 de abril de 1982 se decreta la separación de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua que estaba ubicada en León en dos núcleos o universidades, uno en León y otro en Managua con independencia en rectoría y demás aspectos administrativos y académicos. A sus 35 años de funcionar de esa manera, refleja la mayor matrícula estudiantil y la mayor cantidad de programas de grado y postgrado a nivel nacional, así como la existencia de centros, institutos y laboratorios especializados de investigación. También, ha logrado una amplia cobertura de su oferta académica en todos los departamentos del país, a través de las Facultades Regionales Multidisciplinarias, FAREM, que están ubicadas en las ciudades de Juigalpa, Jinotepe, Estelí y Matagalpa respectivamente. (UNAN-MANAGUA, 2011)

La meta propuesta por la UNAN-Managua, es por tanto, desarrollar profesionales con las capacidades, habilidades y destrezas tecnológicas, científicas y humanísticas suficientes para desarrollar conocimiento, tecnología y humanismo en la sociedad nicaragüense que permitan contribuir a la edificación de un mundo más solidario, tal como se refleja en Delors (1996), citado por Mendieta (2016); *la educación tiene una responsabilidad particular en la edificación de un mundo más solidario que permita contribuir al nacimiento de un nuevo humanismo, con un componente ético esencial y un amplio lugar para el conocimiento y para el respeto de las culturas y los valores espirituales de las de las diferentes civilizaciones, contrapeso necesario a una mundialización percibida solo en sus aspectos económicos o éticos* (p.53).

En la actualidad, la UNAN-Managua está inmersa en un proceso de cambios relacionados con la transformación curricular y la acreditación universitaria, los cuales se desprenden de los planes estratégicos 2011-2015, y 2015 – 2019.

5.1.2 UNAN-Managua, FAREM, Chontales.

El contexto específico donde tuvo lugar la investigación fue la Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales (FAREM-Chontales), que es una de las cuatro sedes regionales y una de sus diez facultades de la UNAN-MANAGUA. Está ubicada en el municipio de Juigalpa, cabecera del Departamento de Chontales.

Los orígenes de la facultad se remontan a la apertura del Instituto Nicaragüense de Administración Pública (INAP) asesorado por el Instituto Superior de Economía Cubana (ISDE) en 1984; luego, en 1988, debido a la compactación del estado, desaparece este instituto y son atendidos por la Facultad de Ciencias Económicas de la UNAN-Managua. Posteriormente, en 1991, se abre la carrera de Ciencias de la Educación con el Ministerio de Educación, alcanzando la categoría de Centro Universitario Regional (CUR). Luego, en el año 2000 se inicia la construcción del Recinto Universitario. En el 2012 se constituye como Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales.

La Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales, está ubicada en la ciudad de Juigalpa, en el km 139 carretera al Rama, de la Gasolinera Puma (Antigua ESSO) 800 metros carretera a Puerto Díaz.

Según Cobos, López & Reyes (2014), es una institución educativa pública, de nivel superior, que forma y capacita profesionales, técnicos, investigadores, con capacidad de liderazgo, dotados de conocimientos teóricos, prácticos, científicos-técnicos, humanísticos, éticos y morales, que le permiten articularse activamente en el desarrollo social, económico, político y cultural de la región y del país.

Actualmente la FAREM-Chontales cuenta con 29 carreras, distribuidas en sus tres departamentos: Ciencia Tecnología y Salud, Ciencias Económicas, y, Ciencias de la Educación y Humanidades. Para este 2017 la matrícula en el primer semestre fue de 3647 estudiantes, de los cuales 1060 son hombres y 2047 son mujeres.

5.2 Paradigma en el cual se sustenta la investigación.

Antes de iniciar la explicación detallada de la metodología empleada en este trabajo, se hace imprescindible centrarse en los paradigmas investigativos que la comunidad científica posee. Kuhn (1975), introdujo el término en la discusión epistemológica, como una concepción general del objeto de estudio de una ciencia, de los problemas que deben estudiarse, del método que debe emplearse en la investigación y de las formas de explicar, interpretar o comprender, según el caso, los resultados obtenidos por la investigación.

Por su parte, Duarte & Parra (2012), le definen como “*una manera de ver y explicar la realidad, cómo es y cómo funcionan las cosas*”(p.31). En otras palabras, la manera como el investigador ve al mundo es una cosmovisión, y por ende epistemológicamente, el paradigma comprende las relaciones que se suceden entre los seres humanos y el medio en el cual se desarrolla. El paradigma presenta una postura macro que se tiene ante la realidad de un fenómeno determinado, donde quienes comparten esas ideas manejan un mismo lenguaje, se orientan a través de valores, metas y creencias en común.

En ese sentido, Guba & Lincoln (1994), afirman que no se puede entrar al terreno de la investigación sin tener una clara percepción y conocimiento de qué paradigma direcciona la aproximación que tiene el investigador hacia el fenómeno de estudio. En cambio Flores (2004), manifiesta que ubicarse dentro de un paradigma permite al investigador poder ver la realidad desde una perspectiva determinada, por tanto, éste determinará en gran medida, la forma en la que desarrolle su proceso investigativo.

El paradigma reúne y relaciona ejemplos y teorías que se formulan dentro de él. Su aceptación por parte de un conjunto de investigadores diferencia a una comunidad científica de otra y constituye el fundamento válido de su práctica científica. La siguiente imagen reúne las divisiones que presenta:

Figura 50. Paradigmas de investigación.



Fuente: Adaptación de Rodríguez (2007).

Cualquier investigación en el campo educativo suele estar saturada de buenas intenciones y del deseo de los investigadores y las investigadoras de brindar un aporte a dicho campo, ya sea para conocer un fenómeno, para profundizar en temáticas anteriormente abordadas, o también, para buscar cambios y transformaciones específicas o sociales, a partir de los conocimientos que estudios previos hayan aportado. Independientemente del objetivo de estas, todas buscan la comprensión, profundización o transformación de aspectos en el campo educativo. Bajo esa perspectiva de búsqueda, el diseño que se elija constituye un aporte para dicho objetivo.

5.3 Paradigma crítico

Teniendo en cuenta que en la investigación educativa es imprescindible visualizar el fenómeno desde varias perspectivas, comprenderlo y ofrecer soluciones en caso de existencias de problemáticas educativas en el contexto, se utilizará el paradigma crítico para tal fin.

Este paradigma se caracteriza, no sólo por el hecho de indagar y comprender la realidad en la que se inserta la investigación, sino por provocar transformaciones sociales en ésta, teniendo en cuenta el aspecto humano de la vida social. Melero (2001) al respecto indica que *“el enfoque crítico, se caracteriza no sólo por el hecho de indagar, obtener datos y comprender la realidad en la que se inserta la investigación, sino por provocar transformaciones sociales, en los contextos en los que se interviene”*(p.343).

Dichas transformaciones nacen desde la intervención sobre la práctica social, en este caso la educativa. Siendo la autoreflexión una de sus principales características, que generan a su vez, cambios y transformaciones de los protagonistas. El paradigma crítico propone interpretaciones teóricas como base para el análisis de las prácticas, así como sugerir las acciones que puedan modificarla. para esto, es fundamental la relación entre teoría y práctica, porque ella misma surge de la revisión de esta relación.

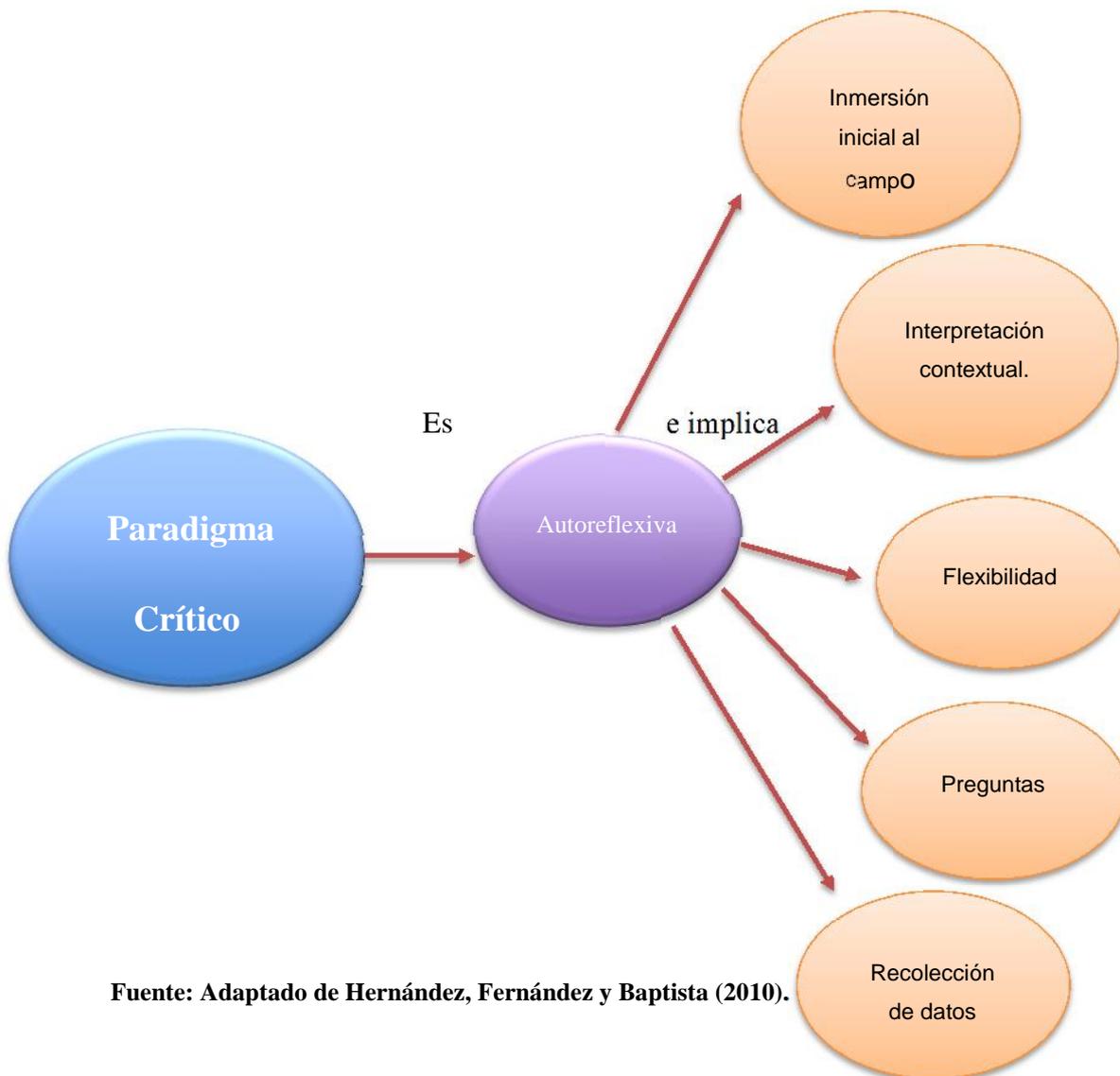
Para Vargas (2009), este paradigma funciona perfectamente en los diferentes procesos educativos, para la descripción y comprensión de los diferentes fenómenos, ya que al docente investigador se le facilita el utilizar tanto datos cualitativos como el conocimiento científico en la transformación de una realidad social o humana.

Por ende, se recurre a este paradigma, porque permite estudiar una situación de carácter educativo, con el fin de mejorar su efectividad. Por otro lado, permite corregir prácticas que ocasionan dificultades en el proceso de enseñanza, por medio de la reflexión crítica sistémica (Latorre, 2003). Los resultados de la teoría crítica son confirmados sólo si

sobreviven al complejo proceso de evaluación reflexiva y son aceptados por la población afectada. Por esto, los resultados tienen que ser reflexivamente aceptables.

Dávila (2016) aduce que para obtener un conocimiento es imprescindible observar la naturaleza, reunir datos particulares, reflexionar y realizar acciones a partir de ellos. De ahí que, este paradigma se conside como una ruta metodológica que se relaciona con el descubrimiento y el hallazgo (Tamayo, 2008).

Figura 51. Características de la inducción en el paradigma crítico



Fuente: Adaptado de Hernández, Fernández y Baptista (2010).

5.4 Enfoque investigativo

Debido a que se estudia una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma, a través de una intervención, se utilizará el enfoque de Investigación Acción (IA). Este enfoque propio del paradigma crítico, intenta resolver preguntas que se derivan de la realidad social o de las experiencias prácticas del investigador, integrando en el proceso a los participantes como miembros activos, en vez de tomarlos como simple objetos investigados (Tamayo, 2008).

Para Bernal (2000) la investigación acción es esencialmente una interacción y transformación recíproca de la concepción del mundo, del ser humano y por ende, de la realidad. Además añade:

La investigación acción hace hincapié en que la validez del conocimiento está dada por la capacidad para orientar la transformación de una organización ...a través de la superación de los conflictos y contradicciones del investigador, del grupo participativo y del problema y objeto de estudio (p.59).

Se debe considerar a este enfoque investigativo como una acción resultado de una reflexión e investigación continua de la realidad (Bernal, 2006; Segura, 2003). Ante esto, resulta idónea su utilización en contextos educativos que buscan mejorar la praxis docente, las dificultades pedagógico-didácticas que se encuentran presentes en este proceso y sobre todo como forma de reflexión sistemática desde la acción directa del investigador y los participantes, que en este caso son los estudiantes. En ese sentido, Bausela (s.f) añade:

...lo fundamental en la investigación acción es la exploración reflexiva que el profesional hace de su práctica, no tanto por su contribución a la resolución de problemas, como por su capacidad para que cada profesional reflexione sobre su propia práctica, la planifique y sea capaz de introducir mejoras progresivas (Pág. 1).

Hernández, Fernández & Baptista (2010) lo resume de la siguiente manera: “*La finalidad de la investigación-acción es resolver problemas cotidianos e inmediatos y mejorar prácticas concretas*” (p. 509). Por tanto, la búsqueda de soluciones al problema de planificación existente en el profesorado de la Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales y la escasa inclusión de las tecnologías en el mismo, hacen ver, que este enfoque es el idóneo para este trabajo. Siendo el estudiantado los partícipes directos en la intervención con una propuesta diferente de planificación con implicación de los entornos tecnológicos.

Por ende, cuando se habla de investigación-acción, siempre se relaciona a una amplia gama de procedimientos realizados para mejorar el sistema educativo y social, iniciando su ciclo con un diagnóstico de donde salen a luz problemas sujetos a modificarse con una intervención educativa (ver tabla 4).

Tabla 4. Algunos modelos procedimentales para la metodología de la investigación acción en contextos educativos.

<i>Teppa (2006)</i> <i>Momentos</i>	<i>Suárez Pozos (2002)</i> <i>Fases</i>	<i>Pérez Serrano (1998)</i> <i>Pasos</i>	<i>Yuni y Urbano (2005)</i> <i>Fases y Momentos</i>
- <i>Inducción: diagnóstico.</i> - <i>Elaboración del Plan: Planificación.</i> - <i>Ejecución del plan: Observación-Acción.</i> - <i>Producción</i>	- <i>Determinación de la preocupación temática.</i> - <i>Reflexión inicial diagnóstica.</i> - <i>Planificación.</i> - <i>Acción</i>	- <i>Diagnósticas y descubrir una preocupación temática “problema”.</i> - <i>Construcción del plan de acción.</i> - <i>Puesta en</i>	- <i>Preparación o diagnóstica reflexiva.</i> - <i>Construcción del plan de acción.</i> - <i>Transformación.</i>

<p><i>intelectual. Reflexión.</i></p> <p><i>-Transformación:</i></p> <p><i>Replanificación.</i></p>	<p><i>observación.</i></p>	<p><i>práctica del plan y observación de su funcionamiento.</i></p> <p><i>-Reflexión, interpretación e integración de resultados.</i></p> <p><i>-Replanificación.</i></p>	
---	----------------------------	---	--

Fuente: Colmenares y Piñedo (2008), Pág.108.

Estas etapas, permiten además de la reflexión sistémica, un mejoramiento consistente de la labor del docente-investigador, resaltando en forma continua su función dentro del proceso. Por tal razón, este trabajo de investigación se ajusta al esquema propuesto por Teppa (2006), en donde se parte de una inducción o diagnóstico, se planifica la forma de solucionar la problemática por medio de un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de la Matemática (MEAAM), se ejecuta el MEAAM, se explican los resultados del modelo y se transforma la forma de enseñar Matemática en la UNAN Managua, FAREM Chontales.

El proceso mencionado anteriormente, se concatena con la definición de intervención educativa. Torres (2011) lo define como un plan, acción o propuesta, creativa y sistemática, ideada a partir de una necesidad, a fin de satisfacer dicha carencia, problemática o falta de funcionalidad para obtener mejores resultados en educación. Por su parte Con & Chávez (s.f) lo define con un sentido ligado al docente al considerarlo como:

...un proceso asociado con la investigación del trabajo docente vinculado con la reflexión sistemática de las acciones, relaciones y significaciones de la práctica

educativa y que busca detectar problemáticas propias del quehacer educativo, explicar las causas y buscar alternativas de transformación bajo una perspectiva innovadora (p. 1398).

De ahí, que este trabajo es guiado por la relación que existe entre investigación acción e intervención educativa como dos ejes fundamentales para mejorar la práctica a nivel universitario.

5.5 Alcance y temporalidad investigativa.

El nivel de profundidad es explicativo, porque el estudio está dirigido a responder por las causas de los eventos y fenómenos sociales. Se enfoca en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta, o por qué se relacionan dos o más categorías. Este nivel proporciona un sentido de entendimiento del fenómeno a que hacen referencia. Con este nivel, se muestra con precisión los ángulos o dimensiones del fenómeno, suceso, contexto o situación en estudio (Hernández, Fernández & Baptista, 2010).

Este proceso sistemático ha tenido diversas etapas, que van desde un diagnóstico del problema a tratar (nivel exploratorio y descriptivo, hasta su futura finalización con una intervención didáctica, implementando para ello una propuesta para la enseñanza asistida de las Matemáticas con implicación desde aprendizajes basados en entornos tecnológicos (nivel explicativo).

En este sentido, Hernández et al. (2010) aclaran: *“Algunas veces una investigación puede caracterizarse como básicamente exploratoria, descriptiva, correlacional o explicativa, pero no situarse únicamente como tal. Esto es, aunque un estudio sea en esencia exploratorio contendrá elementos descriptivos”*(pp. 84-85).

Cuando se le introduce la dimensión tiempo al trabajo investigativo, se abren nuevas perspectivas explicativas, puesto que se puede aprovechar la información obtenida del

sentido del cambio que presentan los datos u observaciones a lo largo de esta dimensión (Bono & Arnau, 2008; Hernández et al, 2010; Bono, s.f;). En este sentido, dentro del enfoque de IA, la temporalidad constituye un potente elemento aplicado a las Ciencias Sociales. Por tal razón, el alcance temporal de este estudio estuvo determinado por el período 2015-2016 (fase de diagnóstico) y 2017 (fase de intervención). A pesar que la fase de diagnóstico ya finalizó, se deja reflejada en esta investigación porque forma parte indisoluble del enfoque de investigación acción que se utilizó en este trabajo.

5.6 Sujetos implicados en la investigación

Para este trabajo, los sujetos implicados en la investigación son un conjunto de personas que tienen algunas características importantes para analizar la problemática en estudio (Carrasco, 2009). Por su parte, Bernal (2006) le define como *“la totalidad de elementos o individuos que tienen ciertas características similares y sobre las cuales se desea hacer inferencias”*(p.164). Por tanto, se puede considerar a la población como el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones bien definidas (Hernández et al, 2010).

En consecuencia, la población de este estudio son los estudiantes de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua, en su Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales que pertenecen a la carrera de Física-Matemática y que estén en su semestre académico, recibiendo asignaturas de cohorte matemático. Lo que actualmente son 143 estudiantes.

En vista que se utiliza en este estudio el paradigma crítico y un enfoque de investigación acción, en la muestra se debe considerar la parte de la población de la cual, realmente se obtiene la información para el desarrollo del estudio (Bernal, 2006; Namakforoosh, 2008; Hernández et al, 2010), por lo que se debe tener en cuenta que los informantes considerados se eligen porque cumplen ciertos requisitos que, en el mismo contexto educativo, no cumplen otros miembros del grupo (Rodríguez, Gil & García, 1996).

Ante esto, se utilizó como muestra a los estudiantes de Física-Matemática que estudian en la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua, en su Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales, que están cursando el tercer año de la carrera y que estén llevando la asignatura de cálculo I, este grupo seleccionado está compuesto por 23 estudiantes que estudian en el Programa Especial de Educación de la UNAN Managua en San Carlos, Río San Juan. Para ello, se utilizó el muestreo no probabilístico que permite una selección conveniente dada la accesibilidad y proximidad de los sujetos para el investigador (Levin & Rubin, 2004; Hernández et al, 2010).

Ávila (2008) expresa que este tipo de muestreo es muy apropiado para las investigaciones cualitativas y de carácter educativo, ya que se busca una tasa alta de participación y una generalización a sujetos similares en un contexto dado. Para la selección de la muestra, se tomarán en cuenta los siguientes criterios:

- Estudiantes que pertenecen a la carrera de Física-Matemática.
- Un grupo de estudiantes que esté recibiendo en el I semestre la asignatura de cálculo I.
- Disposición de los estudiantes a ser partícipes del estudio.
- Disponibilidad del docente encargado del grupo para acceder a que sea aplicada la intervención.

5.7 Técnicas de recogida de información

Teniendo en cuenta que las técnicas investigativas son la esencia para recopilar información y que estos deben estar en concordancia directa con los objetivos de investigación (Rodríguez, 2008; Hernández et al, 2010), y que deben estar en correspondencia con lo señalado por Latorre (2003) el cual expresa: *“El investigador ha de valorar que las técnicas que utiliza satisfagan las necesidades que el tema o problema de investigación plantea, y que sean eficaces para cubrir los objetivos formulados”* (p. 54). Bajo este antecedente se utilizó la observación participante (el

registro anecdótico, fotografías y la video grabación), el grupo focal y la rúbrica o matriz de valoración como técnicas en esta investigación.

La observación participante es un procedimiento investigativo, presencia en directo el fenómeno en estudio. Latorre (2003) señala que *“es apropiada para el estudio de fenómenos que exigen que el investigador se implique y participe para obtener una comprensión del fenómeno en profundidad, como en el caso de los docentes investigadores. Esta técnica es una estrategia inherente a la investigación-acción”* (p.57).

La observación participante es una de las técnicas privilegiadas por la investigación cualitativa. Consiste, en esencia, en la observación del contexto desde la participación del propio investigador o investigadora no encubierta y no estructurada. Suele alargarse en el tiempo y se realiza desde la inmersión en el contexto. Este tipo de observación proporciona descripciones de los acontecimientos, las personas y las interacciones que se observan, pero también, la vivencia, la experiencia y la sensación de la propia persona que observa (Iñiguez, 2008).

Para registrar la observación se utiliza la video grabación, fotografías y el registro anecdótico. Latorre (2003) afirma que resulta apropiada su utilización, cuando los objetivos de la investigación pretenden generar conocimiento y mejorar o transformar la realidad social, en este caso se refiere a la práctica educativa.

Se utiliza la video grabación como parte del registro de la información, porque es una herramienta que garantiza captar las acciones, expresión, comentarios y demás particularidades que pueden ser de gran valor para entender lo que sucede en el preciso momento de la aplicación de la intervención educativa.

En ese sentido, Latorre (2003) indica el porqué de las virtudes de la video grabación al aseverar:

El video se ha convertido en una herramienta indispensable para quienes realizan estudios observacionales en entornos naturales. Los usos del video para investigación educativa son ilimitados. Cualquier situación o acción educativa se puede registrar y se puede recuperar para su análisis e interpretación posterior (p.81).

El video y las fotografías permiten recoger y observar información visual en distintos momentos y secuencias en el aula. Elliot (2000) recomienda que los estudiantes se deben primeramente familiarizar con su uso en el salón y solicitarles su permiso para ser grabados, de ese modo su comportamiento será más natural y las conductas o situaciones que se quieran observar serán lo más realista posible. A pesar que su uso tiende a inhibir a los participantes, se utilizará en forma sigilosa y con la autorización previa de los estudiantes.

En cambio el registro anecdótico, es una técnica de observación que permite apuntar los procesos de aprendizaje en el momento que se producen; con ésta técnica el investigador puede anotar los conocimientos, las habilidades, las actitudes y los valores que poseen los alumnos y cómo los utilizan en una situación determinada (SEP, 2012).

Para que resulte útil como instrumento de investigación, es necesario que el observador registre hechos significativos en la intervención en correspondencia con el marco teórico de su investigación. Latorre (2003) argumenta al respecto:

Los registros anecdóticos pueden considerarse sistemas restringidos en los que se anotan segmentos específicos de la realidad, definidos previamente y guiados por un marco teórico. Son una modalidad de registro que se realiza en situaciones reales..., con el fin de recoger una conducta relevante o incidentes que se relacionan con un área o tópico de interés (p. 62).

Su finalidad en el estudio consistió en hacer un seguimiento sistemático para obtener datos útiles y así valorar los resultados de la intervención. Con este instrumento se elaboró una descripción detallada de lo que ocurría mientras se aplicaba el MEAAM al

grupo de estudiantes, anotando aquellos aspectos que son importantes para la temática en estudio (Ver anexo 5 b).

Por su parte, el grupo focal es un instrumento que se utiliza de un modo preferente en investigaciones propias de las Ciencias Sociales, siendo ampliamente aplicada en la investigación de carácter cualitativa. Para Hamui & Varela (2013), el grupo focal es un espacio de opinión para captar el sentir, pensar y vivir de los individuos, provocando auto explicaciones para obtener datos cualitativos. Su capacidad para proporcionar información colectiva en un período bastante breve y la facilidad de obtener de las personas lo que piensa, cómo piensa y por qué piensa de esa manera lo hace un instrumento de amplio uso en investigaciones.

En vista que se realizó una intervención educativa, y debido a que se necesitaba obtener información básica de los resultados de este proceso, se recomienda el uso de un grupo focal. Latorre (2003), recomienda su uso por la siguiente razón: “...cuando el objetivo es describir las percepciones de las personas sobre una situación, un programa o un acontecimiento”.(p. 76).

Al ser utilizada para conocer el efecto de la intervención, permite valorar las diferentes apreciaciones de los partícipes directos (estudiantes), en relación a la forma de enseñanza del docente al aplicar este modelo, junto con su rol dentro del mismo; el nivel de aceptación del modelo, y su conveniencia en la enseñanza matemática.

Por tal motivo, debido a la modalidad de respuestas esperadas (abiertas) se utiliza este instrumento después del proceso de intervención que se realizó en este trabajo (ver anexo 5 a).

El uso de la rúbrica o matriz de valoración como estrategia para recolectar datos se debe, a la gran posibilidad de conocer el punto de vista de tres docentes invitados a observar el proceso durante la implementación del Modelo de Enseñanza Asistida de las Matemáticas. Las anotaciones que realicen los docentes invitados fueron recogidos,

categorizados y analizados, bondad que permite este instrumento. Arends (2004) lo define como un instrumento de investigación alternativo, generado a través de una matriz que posee un conjunto de criterios específicos y fundamentales que permiten valorar dichos criterios previamente establecidos.

Los tres docentes invitados se convierten en validadores externos del proceso. No obstante, dadas las características de esta investigación-acción, la participación más valiosa que ellos pueden prestar se resume en tres momentos:

- Criterio profesional de quienes se enfrentan a un igual desafío en los salones de clases en el nivel universitario.
- Vinculación directa con la problemática en estudio.
- Testigos directos del impacto que puede tener a nivel contextual en el proceso de enseñanza y aprendizaje la implementación del MEAAM.

Mckernan (2001) justifica la importancia de tener validadores externos en el proceso de investigación-acción, al decir que el validador externo, de forma escéptica aporta información de gran interés para iluminar el problema objeto de estudio, y sobre todo del proceso de interacción que se establece entre docente-alumnos y entre los propios alumnos entre sí. Al compartir y contrastar cada una de la información dada por los protagonistas, se tiene la oportunidad de comprobar y revisar tanto la propia perspectiva del docente investigador que ha aplicado la intervención, como la de otros datos que sirven de complemento y que en muchas ocasiones son desapercibidos por el investigador.

Por tal razón, se considera efectivo el uso de una matriz de valoración, con criterios bien definidos, acorde con la experiencia del validador externo, que permita conocer la valoración con relación a los resultados de la intervención (ver anexo 5 c).

5.8 Validez y confiabilidad de los instrumentos cualitativos

De igual forma que en la metodología cuantitativa, en este tipo de investigación cualitativa se establecen criterios para la validez, confiabilidad y objetividad de los instrumentos.

En la investigación cualitativa, el entender la realidad o el fenómeno en estudio es siempre el propósito fundamental del trabajo. Ante esa realidad inmutable, Cortés (1997) nos orienta que la validez de un estudio cualitativo está basado en la adecuada representación mental que las personas partícipes ofrecen al investigador en el estudio. Por otro lado, el mismo autor asegura que *“la confiabilidad se refiere a la posibilidad de encontrar resultados similares si el estudio se replicara... Sin embargo, la realidad social es irreplicable y la complejidad en las interacciones de variables nos conduce a cuestionar una visión simplista de un fenómeno aislado artificialmente”* (p.78).

Esta realidad hace notar que en las investigaciones cualitativas, el instrumento humano (en este caso el docente investigador) puede asegurar su confiabilidad por medio del mismo investigador, por la recolección de los datos y por el análisis de la información. Zamora (2017) citando a Franklin & Ballau (2005), y a Guba (1988) define a la confiabilidad cualitativa como:

...el grado en que diferentes investigadores que recolecten datos similares en el campo y efectúen los mismos análisis, generen resultados equivalentes. Del mismo modo, Guba (1988) expresa que para garantizar la credibilidad en investigación cualitativa se utilizan estrategias como: observación persistente, triangulación, juicio crítico de colegas, recogida de material referencial, comprobaciones con los participantes (p.184).

Bajo esa perspectiva, y con la finalidad de procurar la credibilidad y confiabilidad en los instrumentos cualitativos, estos se sometieron a juicio de colegas investigadores que junto con la propuesta del MEAAM, fueron valoradas con mucho detenimiento en la I

Escuela de Verano en Didáctica de las Matemáticas celebrada en la Universidad de Costa Rica (UCR), como parte del II Simposio Internacional de Matemática Educativa (SIME).

Dicha Escuela de Verano, fue celebrada del 20 de febrero al 3 de marzo del año 2017, bajo la coordinación y conducción de la Dra. Andrea Amaya (ver carta en anexo 1). Entre los miembros que aportaron sugerencias valiosas está el Dr. Yves Matheron y el Dr. Gilles Aldon, ambos especialistas en didácticas de las matemáticas de la Escuela Francesa. Dichas sugerencias fueron retomadas e incluídas tanto en el cuestionario, la matriz de valoración y el registro anecdótico, como en la propuesta a implementar.

De igual forma, mediante una presentación del MEAAM al Dr. Herman Van de Velde, profesor de origen belga, residente en Nicaragua y coordinador de ABACOenRed, éste ofreció implicaciones poderosas que el modelo puede llegar a conseguir. Producto de sus aportes el nombre del modelo sufrió cambios significativos en relación a los aprendizajes que este logra conseguir con los estudiantes.

Para complementar este proceso, se utilizaron dos pruebas pilotos con estudiantes de dos carreras en las cuales se estuviera ofreciendo la asignatura de Cálculo I o Matemática I. Las carreras seleccionadas fueron Física Matemática (23 estudiantes), y Administración de Empresas (38 estudiantes), todo este proceso se realizó mediante una pre-experimentación de la propuesta con esos grupos, durante el II semestre académico del año 2016 (ver anexo 2, 3 y 4).

En dichas pruebas, se mejoraron aspectos como la redacción de las preguntas, extensión del instrumento, y la información insuficiente que pueden generar algunas interrogantes. De igual forma la estructura interna de la Organización Didáctica de la propuesta sufrió cambios sustanciales en dos vías: mejorar las indicaciones relacionadas al enfoque instrumental o apoyo de las TIC, permitir que las actividades demandaran más situaciones a-didácticas, fortalecer las preguntas orientadoras y generadoras de comprensión del objeto matemático en estudio, y por último, mejorar interrogantes en

los instrumentos. Todo esto permite en un alto grado, tener objetividad en los instrumentos para su transferibilidad en otro contexto. Paz (2000), citando a Guba y Lincoln (1981) indica que para lograr una buena validez y confiabilidad en los instrumentos, se puede realizar una “triangulación” con los datos que se obtendrán en la aplicación de los mismos. Aspectos que se vieron reflejados con los resultados obtenidos en las dos pruebas pilotos señaladas anteriormente.

5.9 Organización de los datos

Para el análisis de los datos, se utilizó como referencia el trabajo realizado por (Weber, 1986; Bardin, 1986; Fernández & Rico, 1984), que proporciona una serie de categorías de respuestas en las variables consideradas. Las categorías se han obtenido mediante un proceso cíclico de comparación de respuestas similares y de agrupación o división de categorías cuando se ha considerado conveniente, según se recomienda en Miles & Huberman (1984).

Este tipo de organización de datos es aplicable a textos y eventos producidos en diferentes momentos, utilizándose para abordar un gran volumen de información, aplicándose directamente a los textos, es decir a las fuentes primarias de comunicación, siguiendo el siguiente proceso:

- Determinar el objeto o tema de análisis.
- Determinar las reglas de codificación.
- Determinar el sistema de categorías.
- Comprobar la fiabilidad del sistema de codificación-categorización.
- Inferencias.

Con la finalidad de presentar secuencialmente los datos y sus interpretaciones se utilizará la estadística descriptiva para poder analizar e inferir gradualmente los resultados obtenidos.

5.10 Categorización de los datos.

Las categorías son las clasificaciones más básicas de conceptualización, estas facilitan la clasificación de los datos salientes de las técnicas investigativas aplicadas, por medio de su agrupación misma en segmentos singulares. Hernández, Fernández & Baptista (2014) la definen como “*conceptos, experiencias, ideas, hechos relevantes y con significado*” (p.229). Cisterna (2005) refiere que muchas categorías en investigaciones cualitativas son apriorísticas y otras emergentes. En el caso de las primeras, se debe realizar con ellas un desglose en sub categorías que direccionan la construcción de los instrumentos recopiladores de la información.

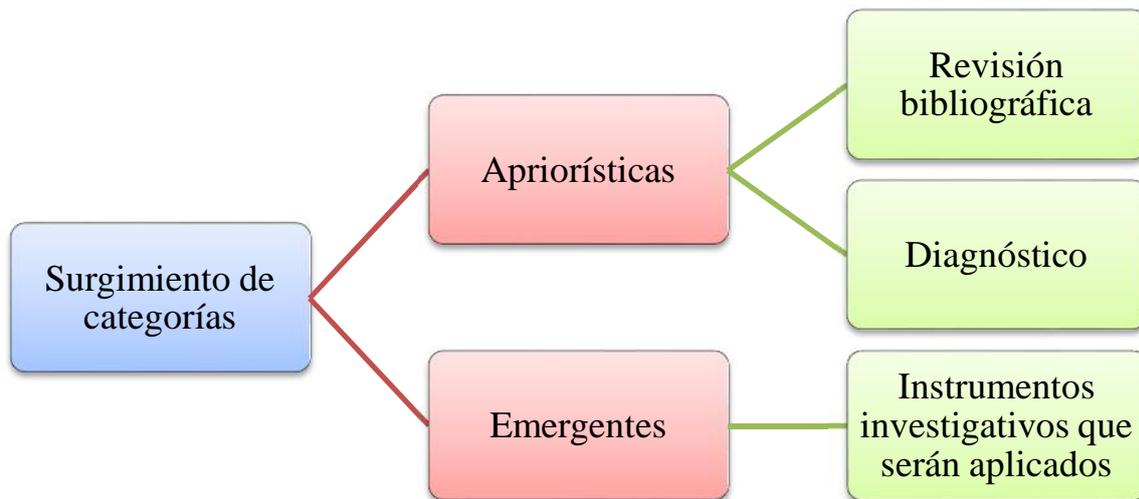
Es importante señalar, que el diseño que acá se presenta cuenta con estos dos tipos de categorías, ya que no se excluye la posibilidad de que el docente investigador a partir de su sensibilidad, incorpore los aspectos emergentes surgidos desde el propio proceso investigativo. Por otro lado, en el trabajo de campo las categorías emergentes van a permitir visualizar y profundizar con más detalle el fenómeno a estudiar (Romero, 2005). Siempre resulta útil codificar dichas categorías, al respecto Hernández et al, (2014) nos indican:

Codificación implica, además de identificar experiencias o conceptos en segmentos de los datos (unidades), tomar decisiones acerca de qué piezas “embonan” entre sí para ser categorizadas, codificadas, clasificadas y agrupadas para conformar los patrones que serán empleados con el fin de interpretar los datos (p. 427).

Esta codificación se asigna con la finalidad de que el análisis sea más manejable y sencillo de realizar, facilitando la distinción de una categoría de otra.

Las categorías que a continuación se presentan surgen en base a tres momentos clave de este proyecto investigativo.

Figura 52. Surgimiento de las categorías de este trabajo.



Fuente: Elaboración propia.

En base a una profunda revisión bibliográfica, en la que se destacan tesis doctorales, tesis de maestrías, artículos científicos y libros académicos, se ha logrado destacar algunas categorías que permiten manejar una gran cantidad de información propia de investigaciones de este tipo. Por otro lado, se complementa con hechos relevantes que salieron a luz en el diagnóstico de este estudio. Dicha complementariedad abrió la posibilidad de construir categorías apriorísticas que se presentan en la tabla 3 siguiendo el formato señalado por Cisterna (2005), que ofrece la posibilidad de estructurar una matriz categorial en plena concordancia con los objetivos, preguntas de investigación y por supuesto con la problemática en estudio.

Tabla 5 . Surgimiento de las categorías de este trabajo.

Categoría	Código	Sub- categorías apriorísticas	Conceptualización
ROL DOCENTE	RD	<p>Dinamizador del proceso de enseñanza</p> <p>Gestor del proceso de enseñanza</p> <p>Motivador constante</p> <p>Organizador didáctico (Tarea, Técnica, tecnología, teoría) TAD</p> <p>Desarrollador de Situaciones didácticas (Momentos didácticos) TSD</p> <p>Transposición didáctica</p> <p>Integrador de tecnologías en la enseñanza</p> <p>Implementador del conocimiento pedagógico, tecnológico y de contenido(TPACK)</p> <p>Regulador de los aprendizajes (Evaluación Formadora).</p>	<p>Percepciones, opiniones y comentarios sobre el rol que ejerce el docente durante la aplicación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática, desde el TAD, TSD y TPACK.</p>
ROL DEL ALUMNO	RA	<p>Actitud hacia las TIC.</p> <p>Motivación constante.</p> <p>Interés por el aprendizaje.</p> <p>Agente activo de su aprendizaje.</p> <p>Gestionador de su conocimiento.</p> <p>Trabaja en forma compartida.</p> <p>Verbalizador de saberes matemáticos.</p> <p>Autoregulación de su aprendizaje significativo.</p> <p>Retroacción didáctica</p>	<p>Formas de actuación de los estudiantes ante la aplicación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática, desde el TAD, TSD y TPACK.</p>

		Validador de la propuesta MEAAM	
MEDIO	MD	<p>Propiciador de la heurística para el aprendizaje.</p> <p>Validador del conocimiento y del aprendizaje.</p> <p>Asiste (papel mediador) la gestión docente.</p>	<p>Comentarios, valoraciones y opiniones de los validadores externos y los estudiantes, sobre el papel del medio como gestor y validador del conocimiento en la propuesta.</p>

Fuente: Elaboración propia.

La tabla anterior, ofrece la posibilidad para construir instrumentos necesarios para entender mejor el problema, sirve de guía para el agrupamiento categorial, lo que a su vez permite comprender luego de realizada una triangulación de instrumentos investigativos, la posible parada o alto ante una saturación de categorías.

5.11 Unidad de análisis de datos

El análisis de los datos cualitativos es en primer lugar un proceso inductivo de organización de los apuntes en cualidades e identificación de modelos (relaciones), entre las categorías. La mayor parte de ellas y de los ejemplos surgen a partir de los datos recopilados a partir de la información obtenida. Los estilos analíticos entre investigadores van desde los estructurados hasta los que han surgidos a partir de las percepciones, más sin embargo existen procesos generales y algunas técnicas comunes. La mayor parte de los investigadores emplean un estilo interpretativo, antes que un estilo técnico, (Gómez, 2006).

Cabe señalar que, el análisis es la etapa del estudio de los datos y del establecimiento de enunciados e ideas relevantes según los objetivos formulados en la investigación. Los enunciados son conceptos y proposiciones que desprende el investigador del examen de los datos, enunciados que son sugeridos a partir de las teorías sociales.

También es una etapa central de la investigación, que establece una dinámica de trabajo, organizados en unidades manejables, clasificados y tratando de encontrar patrones de comportamientos generales. Tiene por objeto posibilitar la emergencia de enunciados sobre los significados que expresan los datos, palabras, textos, gráficos, dibujos. Las proposiciones que se desprenden de los datos pueden ser descriptivas y empíricas también. En un plano superior las conclusiones pueden ser explicativas y teóricas.

Es necesario precisar que el análisis de datos cualitativos se inicia propiamente con el texto que ha sido reducido y se presenta transcrito. Sin embargo, el análisis empieza desde que se reciben los datos producidos y recolectados en notas de campo, registros de cinta y video, éstos no constituyen en sentido estricto datos cualitativos, sino fuente de datos.

En relación a lo antes expuesto, la importancia reside en el proceso, ya que es flexible y sus etapas se encuentran muy interrelacionadas, sobre todo, se centra en el estudio de los sujetos. Es de forma flexible porque este se adapta, moldea y emerge según la dinámica de la investigación. La integración de los componentes del análisis es en espiral (reducción, análisis descriptivo e interpretación), se influyen unos con otros, al mismo tiempo son procesos paralelos y lo más importante, es que terminada una etapa se puede pasar a la siguiente sin ningún problema, y luego volver de nuevo a la fase anterior y reiniciarla con una información más acertada y concreta.

Este proceso supone de múltiples lecturas, con la intención de reconstruir la realidad en su entorno circundante. Además de tener la intención de reflexionar acerca de la situación vivida para comprender mejor lo que ocurre. El análisis de los datos se define de antemano y cada etapa corresponde a momentos secuenciales claramente delimitados.

El proceso se puede formular de la siguiente manera:

1. Revisar en forma minuciosa los marcos teóricos para deducir las categorías.
2. Seguir la pista de las preguntas, reagrupando dimensiones, suprimiendo algunas y estableciendo nuevas categorías.
3. Elaborar un esquema de clasificación de categorías controladas y autorizadas por el marco teórico definido.
4. Reducir los datos de un texto de campo a partir de las categorías previamente establecidas.
5. Registro de datos cualitativos se transfieren las unidades de análisis a un esquema de codificación según las categorías y propiedades este actúa como el patrón ordenador de la información. Se agrupan o asocian las categorías de acuerdo con su naturaleza y contenido; procedimiento que depende de la investigación y capacidad de cada investigador.

Por tanto, como este proceso de análisis “*consiste en que recibimos datos no estructurados y los estructuramos*” (Hernández, Fernández & Baptista, 2010; p.440), por ello se utilizó la Teoría Fundamentada, ya que permite que los hallazgos encontrados por medio de los instrumentos investigativos seleccionados, emerjan en forma fundamentada en los datos. Esto a su vez permite que salgan categorías emergentes que no se habían planteado en el diseño inicial.

Para el análisis se siguió el esquema planteado por Miles & Huberman (1994); Rubin, H & Rubin, I (1995); al igual que el de Álvarez (2005):

- Se preparan los datos para su análisis.
- Se revisan los datos para obtener un panorama general.
- Se elige la unidad de análisis en dependencia de los datos (codificación abierta, línea a línea) usando para ello el programa de análisis cualitativo Atlas.ti en su versión 8.

-
- Se codifican las unidades asignándoles categorías y códigos (agrupándolas en temas o patrones, y relacionándolas),
 - Se generan teorías y explicaciones propias de este trabajo.

Teniendo en cuenta lo escrito por Ryan & Bernard (2003), "*la codificación es el corazón y el alma del análisis de textos enteros*" (p.274), esto implica analizar el contenido central de los instrumentos, para determinar qué es significativo, y a partir de allí reconocer patrones en esos datos cualitativos y transformar esos patrones en categorías significativas y temas. Para este proceso, se utilizó como base fundamental la teoría fundamentada, porque permite formular una teoría que se encuentra subyacente en los datos obtenidos de la realidad investigada.

Se utiliza la codificación abierta como forma de estructurar la información y examinarla cuidadosamente, Strauss & Corbin (1990) fundadores de la teoría fundamentada explican cuidadosamente:

...descomponen los datos en parte discretas, se examinan minuciosamente y se comparan en busca de similitudes y diferencias. Los acontecimientos, sucesos, objetos y acciones o interacciones que se consideren conceptualmente similares en su naturaleza o relacionados en el significado se agrupan bajo conceptos más abstractos, denominados categorías (p.112).

Como parte de la codificación abierta, se realizó el análisis línea por línea. Esta variante de la codificación implica un estudio detallado y minucioso de los datos, frase por frase y a veces palabra por palabra. Aunque exige mayor cantidad de tiempo y tiende a demorar más el proceso, es uno de los procedimientos más productivos a seguir.

CAPÍTULO 6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN.

“Para apreciar la acción se necesita interrogar los datos, e identificar pautas y temas. Estas pautas y temas son los verdes brotes de la teoría, fundamentada en los eventos descriptivos con el único propósito de mejorar la propia práctica educativa” (Antonio Latorre).

En este apartado se ha procurado describir la situación estudiada. Luego de la recolección de los datos, de su revisión, depuración, transferencia a una tabla para su respectiva codificación y al programa de análisis de datos cualitativos Atlas Ti en su versión 8, se estuvo listo para llevar a cabo el análisis de los mismos. Este apartado, además muestra el tratamiento cualitativo en plena concordancia con el tipo de información obtenida con los instrumentos y a lo propuesto en los objetivos del estudio. De esta forma, se procede a la presentación, análisis e interpretación de la información que se ha procesado.

6.1. Categoría Rol Docente

Para abordar esta categoría temática, se estará enfocando en nueve aspectos que, a manera de subcategorías, se destacan dentro del proceso de codificación línea a línea y de disseminación, una vez transcrito los grupos de discusión y las valoraciones realizadas durante la aplicación de la intervención. Por tanto presentamos el análisis de cada una de las cuestiones correspondientes. En este trataremos aspectos del rol docente como dinamizador del proceso de enseñanza, gestor durante ese proceso, motivador constante, organizador didáctico, desarrollador de momentos didácticos, utilizador de la transposición didáctica, integrador de la tecnología en la enseñanza Matemática, implementador del TPACK y por último la forma de regular los aprendizajes. A continuación se detallan estos aspectos señalados con anterioridad.

El papel desempeñado por el docente desde antes de aplicar las sesiones de clases, con la entrega anticipada de videos tutoriales sobre el uso del software Graph y la forma de ingresar funciones al mismo para su respectivo análisis, ofreció en los estudiantes una visión general de lo que necesitaban saber antes de iniciar la clase. Se pueden citar las perspectivas de los estudiantes al respecto.

Figura 53. Análisis Atlas.ti sobre el rol del docente.

-Buena, me encantó que primeramente nos facilitaron un video tutorial, donde pudimos observar cómo podemos trabajar el software, aún antes de mirar cómo era el funcionamiento de este. Otro es que la teoría iba junto con la práctica, decía todo lo que



Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Precisamente, la intención del video era despertar el interés por el nuevo conocimiento a adquirir por el estudiante, ofreciendo un aspecto crucial dentro de la educación matemática moderna, como lo es partir de los intereses de nuestros estudiantes, esto se refleja nuevamente con estos comentarios.

“...lo que a mí más me llamó la atención cuando fuimos a la clase y comenzamos a ver el video, ya me di cuenta y comenzamos a resolver aquellos ejercicio”.

“...Desde el momento que nos brindó tutoriales antes de la clase, diapositivas, todo eso nos llamó la atención, y yo creo que eso abrió el interés porque fue un aspecto tan importante que permitió que cada uno de nosotros como estudiantes fuera efectivo y positivo el aprendizaje”

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

A como se puede apreciar, existió desde antes de iniciar las clases, un impacto favorable para el abordaje futuro del tópico matemático, demostrando la efectividad de lo novedoso en la organización matemática elaborada. Dicha efectividad la señala de igual forma Padrón y Bravo (2014) cuando afirma que el docente debe ser explorador de innovaciones educativas dentro su su rol laboral.

Es ahí, que este tipo de clases alrevés, donde el estudiante estudia antes de llegar a clase por medio de un video, y lo refuerza con su docente al llegar al colegio, toman auge por los resultados que se obtienen. A pesar que su elaboración necesita tiempo y disposición al trabajo por parte del docente, los resultados saltan a la luz, cuando existen estudiantes que se motivan con ellos, así lo evidencian los siguientes comentarios.

“Primeramente partió de los conocimientos que nosotros traíamos, al usar un video tutorial, desde ahí incursionó en los conocimientos que podíamos necesitar en el transcurso del contenido, porque logré enlazar el vídeo sobre cómo resolver ejercicios de cálculo con lo que al siguiente día el dio en clase”.

“Precisamente los videos me ayudaron a adelantar el conocimiento, porque yo no lo sabía, eso para mí fue muy motivador, porque al llegar a la computadora y saber que ya lo puedo utilizar, fue algo maravilloso”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Se puede notar nuevamente, que el uso del video provocó desde su envío por WhatsApps dos días antes que se implementara la clase, una motivación que se enlazaba con los conocimientos previos que ya el estudiante llevaría a clase. Aspecto muy bien valorado por los estudiantes, y que está en concordancia con lo señalado por Marques (2008) al ratificar que la motivación implementada por el docente, impacta en forma directa con la motivación que puede alcanzar el estudiante.

Un docente motivado, es un docente capaz de involucrar a sus estudiantes en la construcción de su aprendizaje, para ello, se necesita dinamizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, con el esfuerzo metódico del mismo actor primordial como lo es el docente. Durante la intervención, se visualizó ese rol necesario para lograr un ambiente idóneo para aprender. Por ejemplo, existieron estudiantes altamente motivados y que aceptaban estarlo por el rol desempeñado por el docente.

“...este tipo de clase, es un deleite, es un disfrute, es agradable, es sensacional, recibir esas clases así. Es tan estimulante ver, una teoría y ahí nomás la práctica, visualizar eso, el aprendizaje que queda aquí, eso dije yo, el tiempo se va y uno disfruta esas actividades y el tiempo se va rápido y uno disfruta, no es una clase aburrida, es una clase tan dinámica y tan deliciosa”.

“En el grupo hacíamos diálogo de que ni se sentían las horas de clase, ya que nos sentíamos motivados al estar manipulando, trabajando, aprendiendo y creando nuestro propio conocimiento”.

“...en mi persona como estudiante me sentí motivada desde el inicio cuando miré el video sobre el uso del software, la utilización cómo lo íbamos a hacer y llegué a aquella computadora y la agarré y metía las funciones, y me daba aquella gráfica. Me sentí motivada ahora, Cuando me explicaba por medio de las diapositivas, ahí yo iba viendo y comprobando también en mi hojita, y también yo lo hacía en la computadora”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

La motivación, el uso de materiales manipulables, diapositivas y medios tecnológicos son algunos de los aspectos que fueron significativos para el estudiantado. Observar a un estudiante aprendiendo motivado, es sinónimo de que la organización didáctica está muy bien diseñada y que puede lograr aprendizajes relevantes en los estudiantes.

Cuando existe una microplanificación ordenada, secuenciada y estructurada metódicamente para que el mismo estudiante aprenda por sí solo, y esta a la vez se fusiona con un rol dinamizador del docente, guía del aprendizaje de sus estudiantes, que gestiona en todo momento y permite autoregulación estudiantil, los resultados a corto y largo plazo son muy favorables a nivel cognitivo para el estudiante. Estos aspectos son señalados categóricamente por los mismos alumnos al decir:

“... el profesor tuvo una dinámica muy bien consecutiva, durante todo el proceso de clase y el desarrollo de la clase. Realizó interacción, comunicación con estudiantes, verdad, el cual abordó y aportó ideas que nos hacían falta. Digamos tal vez en el entendimiento de la clase, el contenido, de cómo introducir funciones, de cómo derivarlas, de cómo graficarlas, y esa manera el rol docente que el tuvo fue muy dinámico, desde un inicio hasta el final.

“...no había recibido una clase dónde se mirará tan visiblemente el rol del docente como facilitador del aprendizaje, no había recibido una clase yo realmente impartida donde se mirara, el rol del docente viablemente como facilitador, creo que en la clase el rol del docente fue de facilitador completamente del aprendizaje, porque nosotros mismos lo construimos, el solamente lo facilitó”

“...el docente estuvo presente en todas las dificultades que como estudiante presentamos, para darle su debida respuesta, y todo lo hizo con aquel carisma, aprecio, o sea no tuvo ninguna parte negativa con los estudiantes. El docente estuvo ahí siempre, apoyando, diciendo: inténtalo de esta manera, hazlo de esta forma, y de verdad que da resultado”.

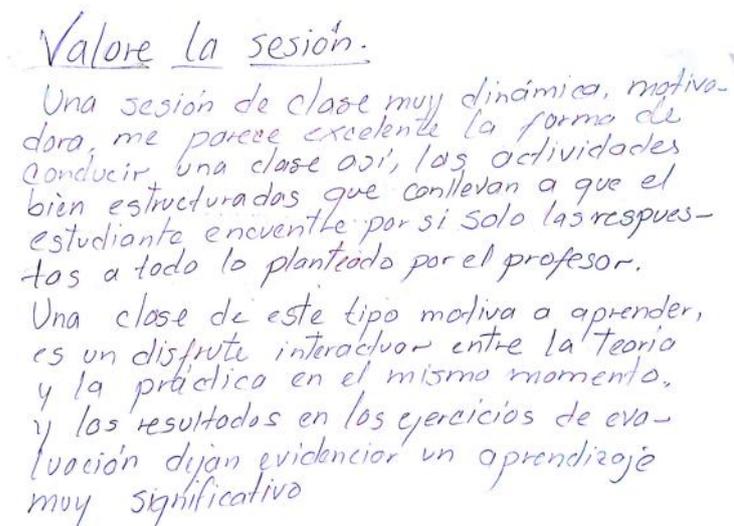
Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Ser facilitador del aprendizaje, no solamente es estar presente en todo momento, más bien radica en la disposición del docente de dejar trabajando solo al estudiante, que él

mismo sea el constructor de su conocimiento, que se involucre activamente, y que se obtengan aprendizajes significativos (situaciones a-didácticas). Lograr que los estudiantes no sientan el transcurrir del tiempo al recibir clases de matemática, parecería una utopía en nuestros días, pero se puede lograr con el apoyo de actividades muy bien planificadas. Esto se refleja en la siguiente expresión brindada por un estudiante: “el tiempo se va y uno disfruta esas actividades y el tiempo se va rápido y uno disfruta”.

Resulta gratificante conocer por medio de valoraciones al final de la clase, lo que nuestros estudiantes piensan sobre la sesión implementada, así lo refleja la figura 54

Figura 54. Valoración de la clase por parte de un estudiante.



Valore la sesión.
Una sesión de clase muy dinámica, motivadora, me parece excelente la forma de conducir una clase así, las actividades bien estructuradas que conllevan a que el estudiante encuentre por sí solo las respuestas a todo lo planteado por el profesor.
Una clase de este tipo motiva a aprender, es un disfrute interactivo entre la teoría y la práctica en el mismo momento, y los resultados en los ejercicios de evaluación dejan evidenciar un aprendizaje muy significativo.

Fuente: Intervención didáctica.

El hecho de encontrar por sí mismos las respuestas a las actividades, es un logro altamente significativo para el docente. Ha implicado entonces que la transformación del saber sabio al saber enseñado (transposición didáctica) funciona, siempre y cuando se esté claro que a los estudiantes se les ofrezcan actividades mediadas didácticamente

que garanticen el escalamiento de dicha transposición. Por ejemplo, estos estudiantes expresan:

“...me gustó bastante la técnica, las preguntas que nos iban conduciendo hacia dónde nos quería llevar, es decir la fórmula, definición de teoremas. No fue así pum, aquí está cópienla, realicen, sino que mediante preguntas sencillas guiadoras, prácticamente nos fue llevando a lo que queremos saber”.

“...yo creo que el rol más fundamental fue que el docente fue un facilitador, los estudiantes o sea nosotros fuimos los creadores de nuestro propio conocimiento”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Dicha creación de los aprendizajes por los mismos estudiantes, obedecen en gran medida a la forma de organizar el camino que conducía a la definición de la derivada, que van desde los tutoriales, iniciar usando la epistemología matemática, uso de materiales manipulables, recursos tecnológicos, diapositivas, y una serie de actividades organizadas en forma secuencial que garantizaban en todo momento una evaluación formadora para el estudiantado. Dichos aspectos se reflejan en las opiniones siguientes:

“Bueno, en primer lugar darle gracias por habernos enseñado de esa forma tan linda, porque me gustó la manera que se usaron las TIC, o sea, la forma que se utilizó la tecnología”.

“Hoy nosotros pudimos hacer todo por nosotros mismos, pudimos manipular, además del material concreto que nos brindó a cada uno, las hojitas que nos repartió, para ir haciendo el proceso y así mismo poder determinar y entender los propios conceptos que se le dio a cada una de las funciones”.

“Bueno las actividades desarrolladas como decía mi compañero Julio, Primeramente fueron bien definidas, bien elaborada ¿porque?, bueno porque el profesor empezó primeramente dándonos datos históricos de cómo empezaba el cálculo, por eso uno de los factores o características es que uno tiene que ser un profesor didáctico, y empezar a hablar de la historia como ha venido evolucionando un contenido y para qué lo va a servir”.

“Con respecto a la regulación de los aprendizajes, la evaluación siempre fue constante en todo momento, antes, durante y después, porque nosotros mismos nos evaluamos”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

El rol docente mostrado durante la intervención siempre fue de facilitador del aprendizaje significativo de los estudiantes, motivador constante antes, durante y después de las sesiones de clases, recurre a la epistemología matemática en sus clases, integrador de las TIC durante todo el proceso, permitió una autoregulación y metacognición en los estudiantes, y sobre todo fue un organizador didáctico con un estilo de micro-planificación secuenciada que es propio de un Modelo Matemático de Enseñanza Asistida.

Si lugar a duda, se puede enseñar y aprender matemática si el rol del docente está muy bien definido con las características anteriores, más aún si se añade un componente actualizado en el uso y manejo disciplinar, pedagógico y tecnológico de las TIC que tenemos a nuestra disposición.

6.2. Categoría Rol del Estudiante

Una de las piezas fundamentales a la que el docente debe poner mucha atención al momento de planificar las actividades que se implementarán en clase, es al rol del estudiante durante ese proceso. Este aspecto crucial, que lamentablemente es desapercibido en muchas ocasiones, tiene como uno de sus principales fines, valorar y a

la vez reflexionar sobre la planificación hecha por el docente, la actitud del estudiante ante la misma y los resultados que ofrece.

Ante la implementación de la intervención educativa, surgieron aspectos relacionados con esta categoría y sub categorías, que nos ofrecen un plano muy claro sobre el papel del estudiante ante esta etapa de aprendizaje. Existieron casos de estudiantes que se emocionaron al saber que iban a trabajar con herramientas TIC, y en un lugar muy bien ambientado como lo es el Laboratorio de Informática del CNU de San Carlos Río San Juan.

Figura 55. Local utilizado para la intervención educativa.



Fuente. Elaboración propia.

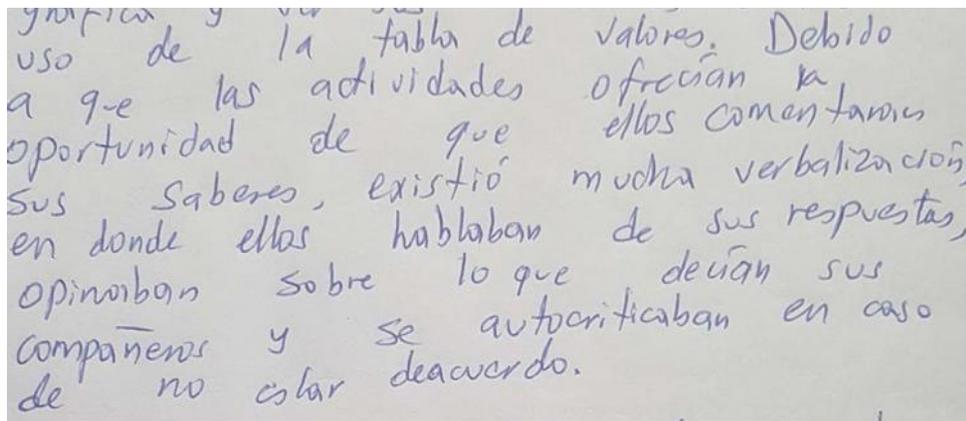
Como se puede notar en la imagen anterior, existe un involucramiento pleno por parte del estudiantado en la clase, permitiendo un feed-back constante entre docente y sus estudiantes, y entre los mismos estudiantes. Presisamente la verbalización ya sea oral y escrita fue uno de los roles más prominentes durante todas las sesiones. Los mismos estudiantes lo ponen de manifiesto al expresar:

“...lo que más me gustó fue que todos los estudiantes que estuvimos presente se dio lo que es la verbalización, porque aquí sí le hacemos preguntas directas al estudiante, él no va a responder como respondía allá, porque él estaba observando y a la vez respondiendo”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Acá, el estudiante hace notar que por cada actividad que el docente le ponía, él era partícipe de la misma respondiendo, cuestionando y dando sus puntos de vista. Hacer que el estudiante opine es uno de los retos más fuertes para el docente de Matemática en la actualidad (Flores, 2013). En ese sentido, las actividades cargadas con buenas preguntas favorecen la expresión de ideas del estudiante, más si estas forman parte de del proceso de autoregulación.

Figura 56. Anotaciones sobre la verbalización.



gráficas y uso de la tabla de valores. Debido a que las actividades ofrecen la oportunidad de que ellos comentaran sus saberes, existió mucha verbalización, en donde ellos hablaban de sus respuestas, opinaban sobre lo que decían sus compañeros y se autocriticaban en caso de no estar de acuerdo.

Fuente: Registro anecdótico.

Acá, se deja al descubierto lo que se logra con la verbalización: participación en clase, alumnos activos y críticos, alumnos que se evalúan sistemáticamente y alumnos interesados en su aprendizaje. Por otro lado, se refleja como la evaluación formadora

trasciende sobre la formativa, ya que esta primera se vale del error como parte del aprendizaje del estudiante, aspecto que lo señala de igual forma Sanmartí (2012).

El rol autoevaluador que siguió el estudiante, permitió que él mismo se autocorrigiera, en muchas ocasiones con ayuda de su compañero, tal y como lo muestra las imágenes 57 y 58.

Figura 57. Análisis Atlas.ti sobre la autoregulación de los aprendizajes.

... porque ya el compañero nos estaba ayudando en la retroalimentación y que la evaluación que normalizada, realmente lo que se tomó en cuenta en la evaluación fue lo oral, lo participativo en la clase, muy activa, crítica, porque comparamos lo que hacíamos en las actividades y asimismo nos Auto evaluamos y coevaluábamos, existiendo de esta manera la Coevaluación. Porque a veces nosotros comparábamos situaciones y de esta manera nos íbamos corrigiendo poco a poco, entonces eso fue también coherente y muy interesante.



Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Figura 58. Verbalización mútua entre los estudiantes.



Fuente: Observación participante.

Precisamente, esa forma de interacción entre los estudiantes ayudó a que existiera un clima de cooperativismo entre ellos y una alternativa diferenciada de aprender matemática. Así lo manifiesta estos estudiantes:

“Con respecto a la verbalización fue muy importante porque nosotros mismos construimos las definiciones, y los conceptos que necesitábamos durante el momento de la clase. No hubo necesidad de que el docente diera la definición o el concepto de cierta temática, por ejemplo la definición de la derivada no fue necesario que la sacáramos de un libro Sino que nosotros mismos construimos esa definición de derivada”.

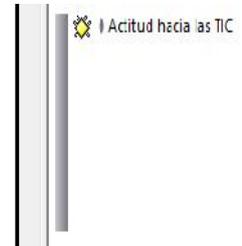
Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Lo mencionado anteriormente por este estudiante confirma la Teoría de Situaciones Didácticas de Chevallard, el cual nos pone de manifiesto que el estudiante puede aprender Matemática en forma autónoma, por medio de organizaciones matemáticas muy bien planificadas. El MEAAM implementado con estos estudiantes, destaca dentro de sus metas, la creación de situaciones a-didácticas que permitan alejarnos tanto del Efecto Topaze y el efecto Jourdain, que tanto daño hacen al proceso educativo (Chevallard,1999).

La aceptación que tuvo el uso de las TIC fue abrumador, el estudiante se motiva, aprende visualizando, comprobando, manipulando el software y usando hasta su propio celular para ver los videos tutoriales.

Figura 59. Análisis Atlas.ti sobre la actitud de los estudiantes hacia las TIC.

yo a él, realmente la computación o la estrategia utilizada en la informática puede ayudar a los nuevos estudiantes a entender con mayor facilidad esos contenidos complejos que muchas veces hacemos en la pizarra y poder comprobar mediante esos software, y luego irlo a resolver manualmente en el cuaderno y de esa manera el aprendizaje va a ser significativo. Como dicen los pedagogos nuevos por lo menos en lo particular yo aprendí bastante sinceramente, entendí algunas cosas que no entendía con el lápiz y cuaderno usando la computadora.



Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Poder usar las tecnologías al servicio de los aprendizajes estudiantiles, es una de las características de un docente actualizado. Es indiscutible señalar que nuestros estudiantes están inmersos en la era digital o lo que comúnmente se conoce como e-generation (Zamora, 2016) y que no utilizarlas indica el grado de compromiso educativo del docente.

Resulta interesante que nuestros estudiantes reflexionen ante este hecho como educadores que son, al decir:

“... yo creo que a nuestro nivel y a nuestros días, donde se habla por todos los lugares de TIC, de tecnología, de calidad, de avances, en la mayoría de los países del mundo se está trabajando con esa forma de trabajar, utilizando los software. Ahora, no se puede concebir la idea que si hablamos de tecnología y nosotros no estemos aplicando esa tecnología y que pueda ser fácil nuestra forma de dar las clases”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Esa facilidad para aprender que expresó ese estudiante, se debe gracias a la aceptación que tuvo el uso de las TIC, aceptación que van desde una forma alterna de aprender, hasta partir de lo que a los estudiantes les agrada y motiva, en este caso trabajar con recursos tecnológicos. Por ejemplo, la aceptación que tuvo Graph se refleja con estas opiniones:

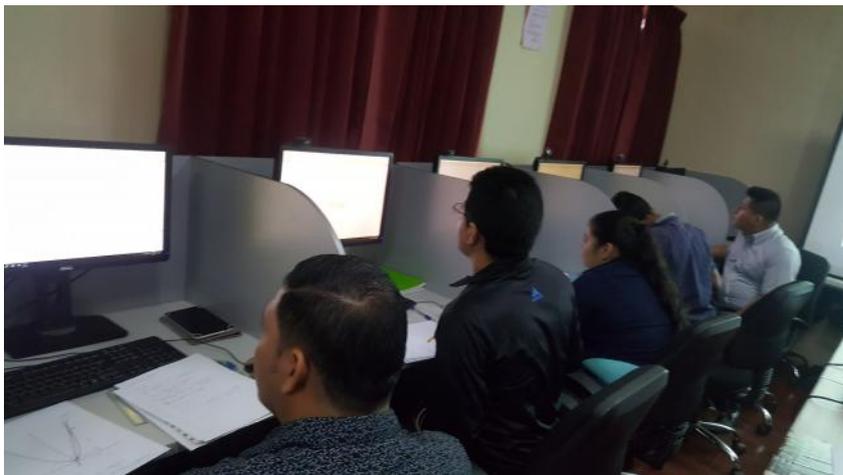
“Fue bastante eficaz y de suma importancia, ya que se pudo comprender todo lo abordado, lográndose captar el contenido abordado, hubo emoción, motivación e interés por aprender lo que se impartió”

“Específicamente la parte del software que nosotros vimos, pudimos entender con mayor exactitud los gráficos, sus variaciones en la tabla de valores que da Graph. Permitía agilizar el proceso, comparándolo con la realización a mano, eso nos ayuda a visualizar más bien donde había cambio de signo en la función, tanto en la primera derivada y en la segunda derivada, facilitando sacar conclusiones”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Todos los estudiantes, se vieron envueltos en un papel activo con la implementación de las TIC en su aprendizaje, lo tomaron como algo que ameritaba ser usado en forma continua en las clases de matemática, aspecto que se asemeja a lo encontrado por Mishra & Koehler (2006). Esto se debe a que los estudiantes siempre se mantuvieron proactivos y en constante retroacción en sus aprendizajes.

Figura 60. Rol activo del estudiante ante el uso de las TIC.



Fuente: Observación participante.

Una de las características de este grupo de estudiantes radica en el hecho que algunos son docentes activos de educación primaria o secundaria, y siempre reflejaban una evaluación propia del trabajo realizado hasta la fecha y del que ellos en un futuro pudieran realizar si implementaran el uso de las TIC en sus clases. Así lo manifiestan al decir:

“Bueno a la hora de realizar mi plan de clase, eso me va ayudar muchísimo, porque me va a dar una pauta, ya no voy a tener que ir a hacer un gráfico a mi cuaderno, no, voy a utilizar la tecnología, la computadora, la aplicación para que mi trabajo se haga más fácil, que el niño en clase pueda ver, e informarse mejor con esta técnica”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Esta meta estudiantil, permite considerar una necesidad que el profesorado pasa muy a menudo, como lo son las capacitaciones metodológicas que deben darse sobre el uso disciplinar, tecnológico y pedagógico de las herramientas tecnológicas. Los mismos estudiantes, analizaban desde sus realidades lo que estaba pasando con esas capacitaciones al decir:

“...en las capacitaciones(del MINED) sólo te enseñan contenidos o te hablan de TIC, pero no te enseñan cómo usarlas con metodología, didáctica, usando materiales con un orden lógico, desde iniciación hasta la culminación y considero que eso se necesita”.

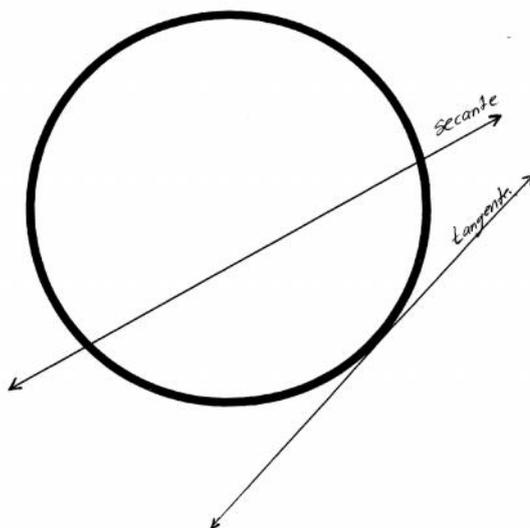
Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

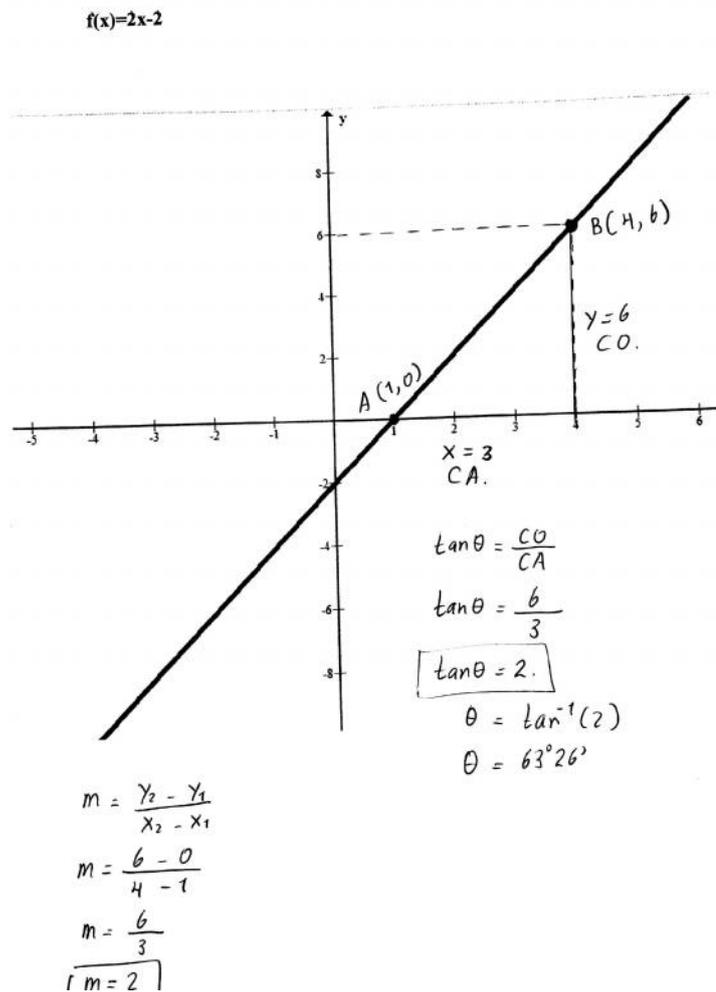
Este rol reflexivo que tuvieron los estudiantes, manifiesta otra arista que el MEAAM sacó a luz. Arista que tiene sus bases en la diferencia que vieron los estudiantes al interactuar con las TIC desde el TPACK, hasta la construcción de situaciones

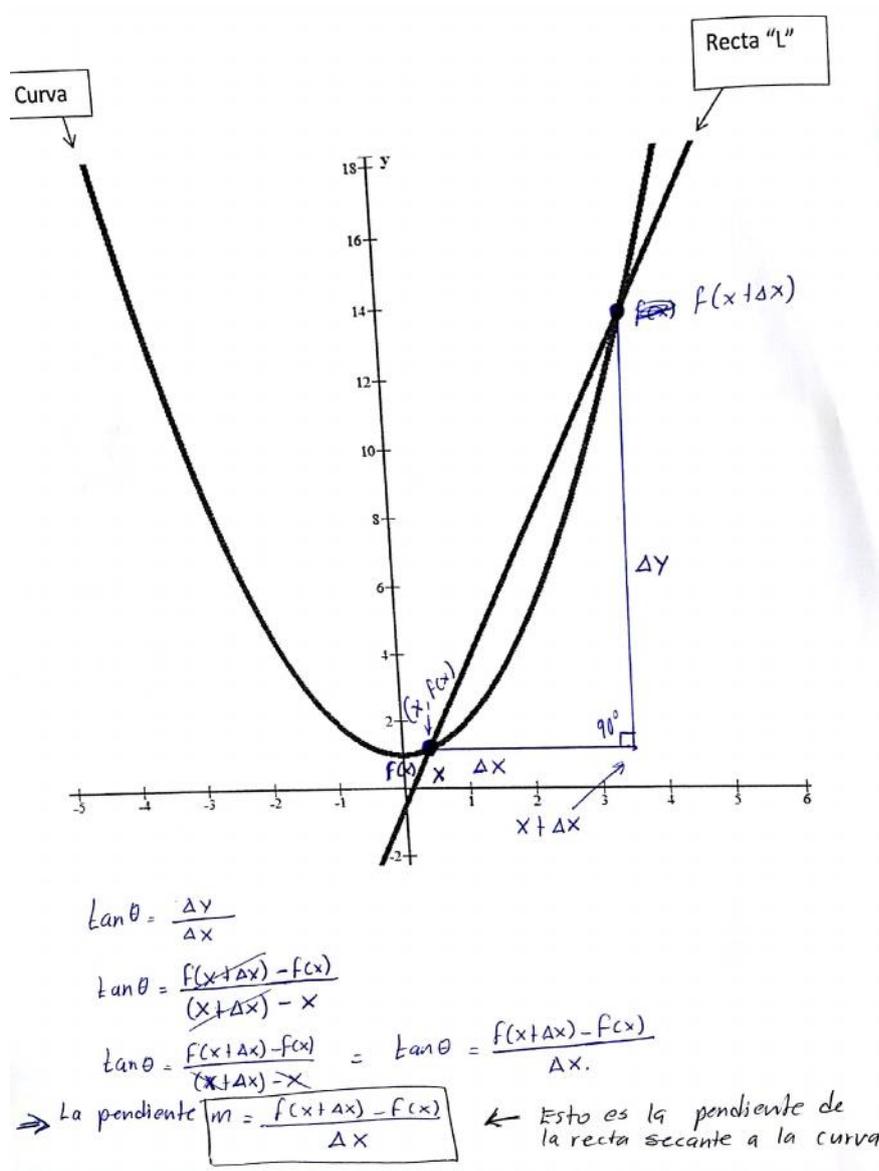
fundamentales propias del TSD y la TAD. Menospreciar esta solicitud hecha por estos docentes, es menospreciar la idea de mejorar la enseñanza Matemática con un nuevo modelo teórico de micro-planificación.

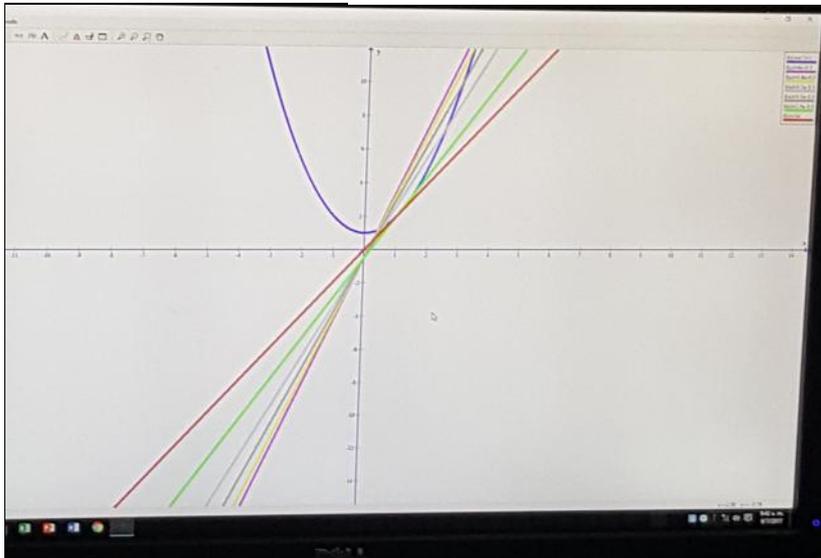
Sin lugar a duda, el estudiante se convirtió en un agente activo de su aprendizaje, gestionando de esta forma su conocimiento. La secuencia de actividades permitieron la autoregulación de los aprendizajes, manteniendo interés y participación por la actividad siguiente. La figura 61, hacen alusión a este hecho:

Figura 61. Actividades realizada por un estudiante.









$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$$

Derivada de la función.

Cuál es tu explicación o interpretación de la derivada de una función desde el punto de vista geométrico? Argumente.

R: Geométricamente, la derivada de una función es la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto, la cual la denotamos por $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$.

Esta secuencia de actividades realizada por los estudiantes, pone de manifiesto el papel que este desempeñó en todo el proceso. Siempre se mantuvo activo solucionando cada actividad dada por el docente, ya sea utilizando sus conocimientos previos, el software Graph, o con la ayuda de las láminas que les entregó el docente. Los debates en clase fueron muy significativos, en el análisis de la video grabación se logró apreciar que en reiteradas ocasiones entre ellos mismos se refutaban lo que expresaban, siempre en el seno del respeto y con deseos de aportar.

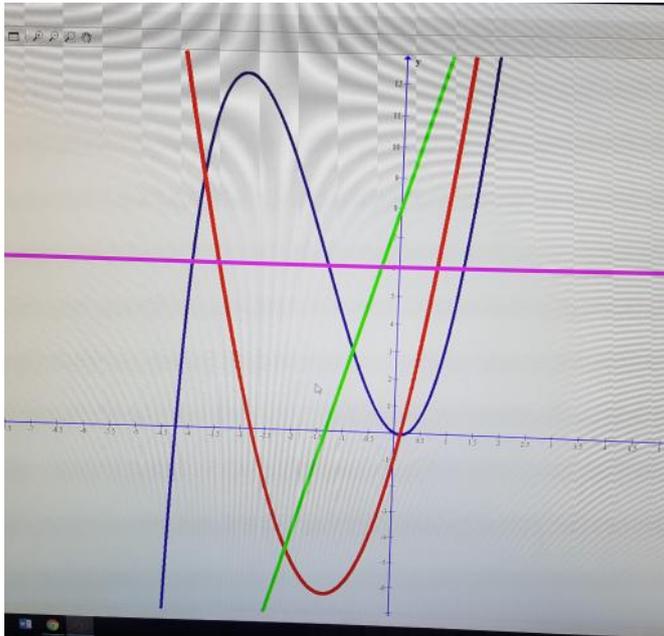
Por ejemplo, un estudiante opinaba que al reducir x , la recta secante seguía siendo recta secante, pero inmediatamente otro aduce que llega un momento que prácticamente ya no se logra ver en el software que sea recta secante, más bien parece recta tangente. Esto fue una oportunidad clara para introducir lo que pasa cuando x tiende a cero. En el grupo focal otro estudiante decía:

“Primeramente nos ayuda a comprender la definición de derivada (hablando del software Graph), porque si solamente se hubiera dictado la definición y no poder ver como una recta secante al acercarse delta x a cero, se iba a convertir en una recta tangente, nos ayudó mucho a visualizar muchas cosas del cálculo, que muchas veces son difíciles de entender”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

El poder activar el potencial de los estudiantes, el mantenerlos activos, y que se autoregulen su aprendizaje, constituyen logros del MEAAM. Logros que se evidencian con lo que hacen y escriben los estudiantes. Por ejemplo, la siguiente imagen muestra la forma que el software ayuda a conocer una regla importantísima de derivación, como lo es la disminución de grado de una función polinómica al ser derivada:

Figura 62. Derivación sucesiva de una función cúbica.



Fuente. Intervención Didáctica.

Lo interesante de esto, es que después de haber descubierto algo con el uso de Graph, lo escribían en sus notas:

Figura 63. Apuntes sobre lo descubierto en Graph.

Al usar una función cúbica por ejemplo
 $f(x) = x^3 + 4x^2 - x$, al calcular su
derivada será una función cuadrática
 $f'(x) = 3x^2 + 8x - 1$ y la derivada de
ella será una función lineal $f''(x) = 6x + 8$
y la derivada de una función lineal es
una función constante $f'''(x) = 6$ y la
derivada de la constante es cero

Nota: Al derivar una función cúbica obtenemos una función cuadrática, al derivar una función cuadrática obtenemos una función lineal, al derivar la función lineal obtenemos una función constante y luego tenemos 0. cero.

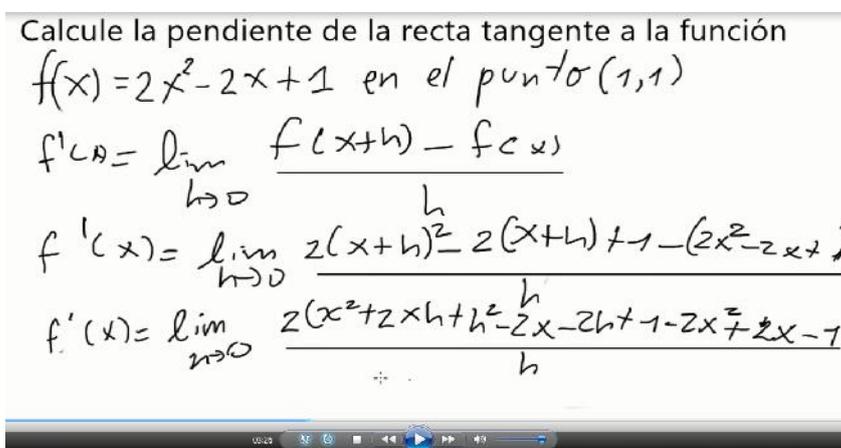
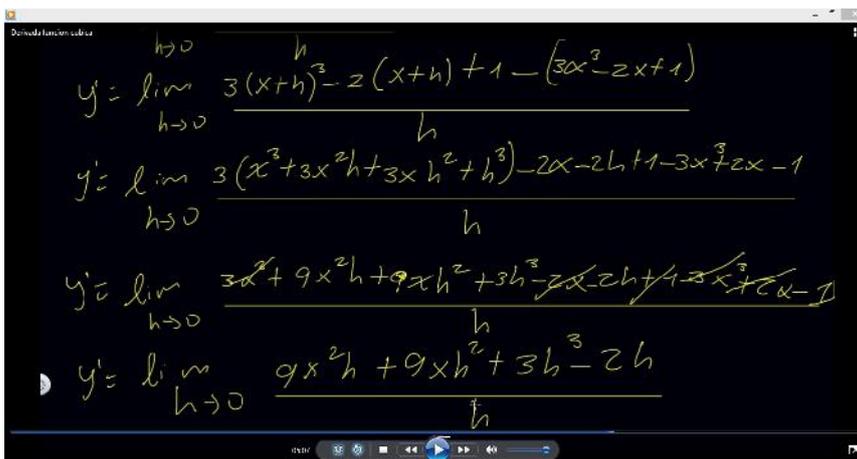
La función cúbica tiene 4 derivadas

Fuente: Intervención Didáctica.

Es de notar, que cada actividad realizada con los estudiantes, estaba encaminada no solamente a que ellos llegaran a comprender la definición geométrica de la derivada, sino también prepararlos para los contenidos siguientes. Esta novedad al abordar esta temática, por lo general no se realiza cuando se da este tipo de clases de cálculo en la UNAN Managua, FAREM Chontales, por lo que con esta propuesta se abre una posibilidad de cambiar ese esquema que hace daño a los aprendizajes de los estudiantes.

La simbiosis entre lo que normalmente se realiza con lápiz y papel (marcador y pizarra en el caso del docente) y ahora usando recursos tecnológicos, pueden coexistir sin ninguna dificultad. Los estudiantes en todo momento tuvieron la oportunidad de combinar estos aspectos.

Figura 64. Video tutorial sobre la derivación de funciones.



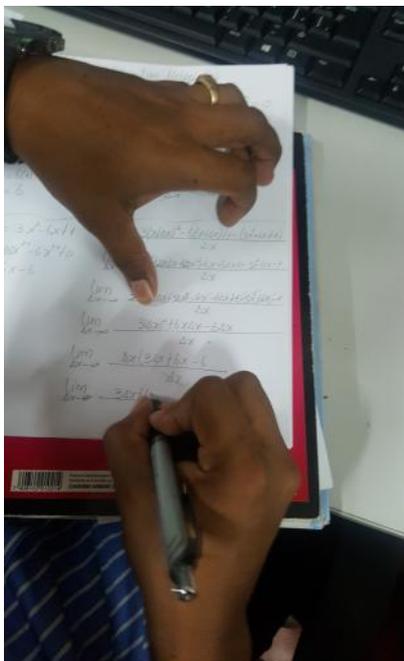
Fuente: Elaboración propia.

Figura 65. Solución de la derivada de una función aplicando la definición geométrica.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 3x^2 - 6x + 1 & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3(x+\Delta x)^2 - 6(x+\Delta x) + 1 - (3x^2 - 6x + 1)}{\Delta x} \\
 y' &= 2(3)x^{2-1} - 6x^{1-1} / 0 & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3(x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2) - 6x - 6\Delta x + 1 - 3x^2 - 6x - 1}{\Delta x} \\
 y' &= 6x - 6 & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6x\Delta x + 3(\Delta x)^2 - 6x - 6\Delta x + 1 - 3x^2 - 6x - 1}{\Delta x} \\
 & & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3(\Delta x)^2 + 6x\Delta x - 6\Delta x}{\Delta x} \\
 & & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(3\Delta x + 6x - 6)}{\Delta x} \\
 & & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 3\Delta x + 6x - 6 = 3(0) + 6x - 6 \\
 & & \lim = 6x - 6.
 \end{aligned}$$

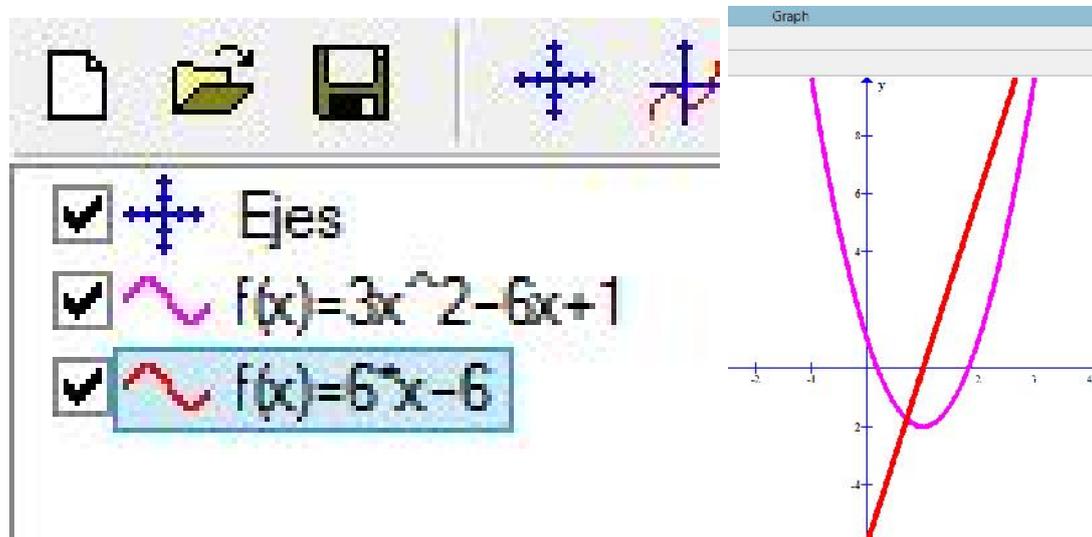
Fuente: Intervención Didáctica.

Figura 66. Realización de la actividad con papel y lápiz.



Fuente: Intervención Didáctica.

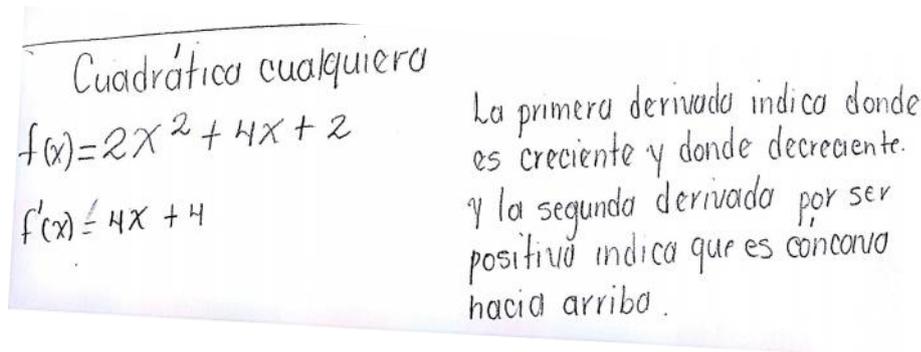
Figura 67. Derivación de funciones con Graph.



Fuente: Intervención Didáctica.

A como se evidencia en las imágenes anteriores, el trabajo desarrollado por los estudiantes permiten ver sus aprendizajes y la forma que se llegó a ellos por medio de la autoregulación constante. Otro aspecto a recalcar es la continuidad lógica del objeto matemático de estudio. Los estudiantes hicieron uso de la tabla de valores que ofrece Graph para discernir la monotonía de la función, su concavidad y los valores máximos y mínimos, aspecto que por sí solos salen cuando se analiza la gráfica en su totalidad. Esta situación favorece el aprendizaje cuando se aborden los contenidos sobre aplicaciones de la derivada.

Figura 68. Conclusiones de los estudiantes sobre la monotonía y concavidad.



Fuente: Intervención Didáctica.

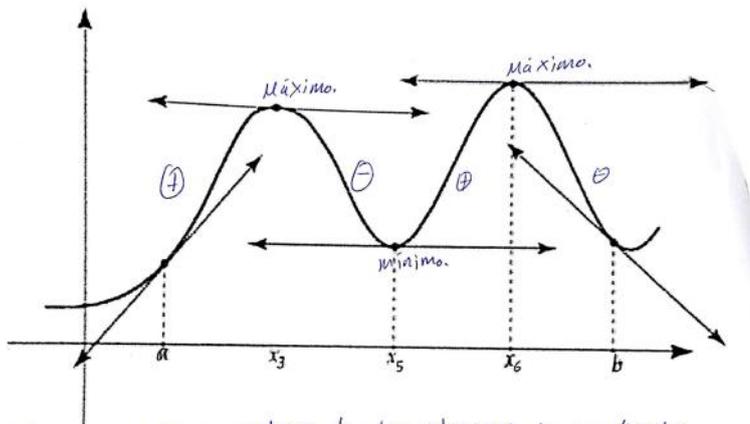
Los mismos estudiantes manifiestan la importancia de la tabla de valores que ofrece el software al expresar:

“...el software me ayudó a poder ver las variaciones de acuerdo a las funciones que se nos daban, existiendo cambios distintos que con Graph pudimos apreciar, y así pude comprender muchas cosas que no comprendía al 100%”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Ciertamente, este conocimiento se refleja cuando el estudiante ofrece respuestas coherentes y muy bien pensadas, acorde a lo que asistidamente ha venido trabajando gracias al modelo de planificación implementada.

Figura 69. Respuestas ofrecidas por dos estudiantes.



a) ¿En qué valor o valores de las abscisas, la pendiente de la recta tangente es cero?

R: En x_3 , x_5 y x_6

- Este hecho significa que como las pendientes son cero, entonces los puntos son mínimos o máximos.

b) ¿Qué significado tiene en relación a su monotonía?
Que si es creciente o decreciente.

c) Cuando $x=a$, y $x=b$ ¿cuál es el signo de la pendiente de esa recta tangente a $f(x)$?
¿Qué significa ese signo?

Cuando $x=a$, su signo es positivo y cuando $x=b$, su signo es negativo. → continúa

= La pendiente de la recta tangente es cero por lo tanto cuando $x=x_3, x_5, x_6$. Esto significa que x_5 es un mínimo relativo de la función y x_3, x_6 son máximos relativos de la función

R= Significa que en los intervalos (a, x_3) , (x_5, x_6) es creciente y en (x_3, x_5) y (x_6, b) decrece.

Como se ha apreciado con anterioridad, los estudiantes asumieron un papel predominantemente activo en su propio aprendizaje, trabajando en forma motivada cada actividad señalada por su docente, fueron ellos mismos los que construyeron su aprendizaje, utilizando para ello la manipulación del software y de las láminas entregadas por el docente, sus celulares, sus motivaciones e intereses y no menos importante, su propio papel autoregulatorio en lo que aprendía.

6.3. Categoría Medio

Teniendo en cuenta que en el MEAAM, el medio se considera como un conjunto de condiciones exteriores en las cuales se desarrolla el estudiante, y que este a su vez, juega un papel importante en los conocimientos que este debe desarrollar para controlar una situación de acción propia de una organización didáctica. La asistencia del medio en la enseñanza de las Matemáticas, se pone de manifiesto al analizar las valoraciones de los estudiantes ante el medio tecnológico implementado:

“.. ya que el trabajo lo hice manipulando, ingresando datos a la computadora, y uno mira las imágenes que salen, entonces todo eso nos motiva y hace que uno siga cuestionando más, cada vez que mira lo que aparece eso hace que uno se interese más, te motiva. Fue imprescindible y excelente para mí esta estrategia y los aspectos que en ella estaban”.

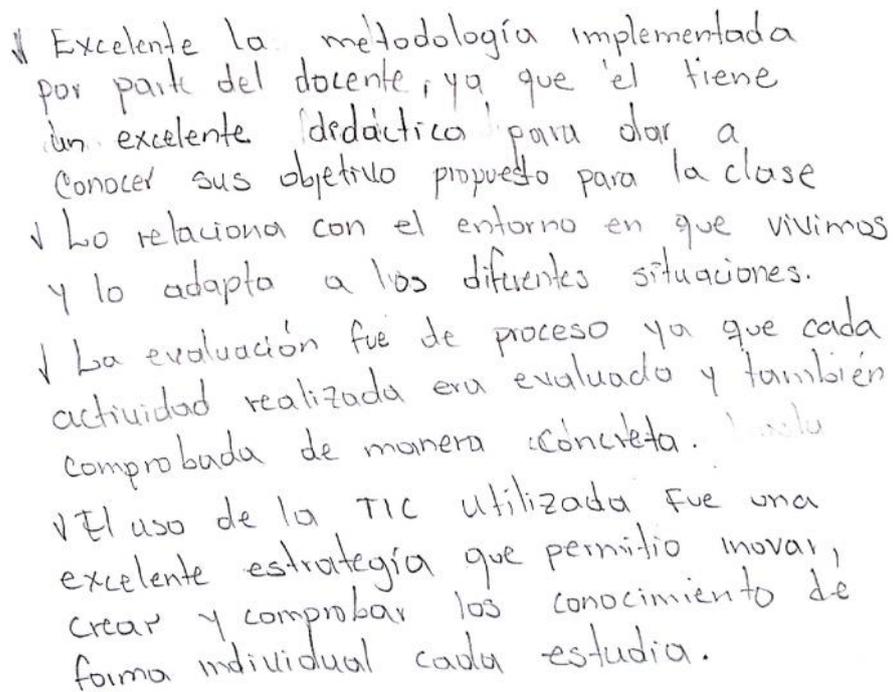
Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

El involucrar al medio tecnológico dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, se produce un ambiente propicio para la heurística en el aprendizaje estudiantil. Dicha heurística permite la interacción entre el medio y el estudiante, entre el medio y el docente y entre los mismos medios.

De dichas interacciones, resultan contradicciones cognitivas que aportan en el estudiante un espíritu de cuestionamientos, que por medio de la gestión docente (planificación o intervención) garantizan que el estudiante sea capaz por sí mismo de aprender haciendo, por medio del error, con la ayuda de su compañero y con la sutileza que ofrecen diversas situaciones fundamentales de aprendizaje.

Opiniones como la reflejada en la imagen 70 confirman lo escrito anteriormente:

Figura 70. Valoración general realizada al finalizar la sesión de clase.



∥ Excelente la metodología implementada por parte del docente, ya que él tiene un excelente didáctica para dar a conocer sus objetivos propuestos para la clase y lo relaciona con el entorno en que vivimos y lo adapta a los diferentes situaciones.

∥ La evaluación fue de proceso ya que cada actividad realizada era evaluado y también comprobada de manera concreta.

∥ El uso de la TIC utilizada fue una excelente estrategia que permitió innovar, crear y comprobar los conocimientos de forma individual cada estudiante.

Fuente: Intervención Didáctica.

Esta valoración, hace incapié en tres aspectos que el medio ofrece: asiste el aprendizaje, asiste al docente y asiste la relación medio-contexto. En toda la organización didáctica que se implementó con los estudiantes, el medio era siempre un eje transversal. Por ejemplo, existieron estudiantes que lo reconocían al señalar:

“...desde mi punto de vista es que hicimos uso del material didáctico. Otro aspecto es que cada parte explicada por el docente nosotros mismos lo comprobamos con la manipulación del material didáctico”.

“...Yo lo que puedo apreciar es que esta propuesta fue diseñada o elaborada por alguien que sabe de didáctica. Ahora, lo demuestra ¿cuándo?, en el momento que dirigió cada una de las actividades que realizamos”.

“Pero con esta estrategia desarrollada e implementa pudimos aclarar esas dudas que teníamos, también nos permite ehh no llevarle miedo a clase como el cálculo, porque pudimos ver que se puede aprender de una manera más fácil y sencilla, y sobre todo creativa”.

“...a toditos nos llamó la atención, ver un docente en TIC”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Estos comentarios realzan como el medio material, el medio organizativo, el medio garante de la transposición didáctica y el medio tecnológico, unen sus bondades para permitir que las diversas variables didácticas se interrelacionen y permitan al estudiante solucionar un problema específico. Cuando el estudiante es asistido por el medio, las situaciones fundamentales que el docente involucra en su planificación didáctica son aprovechadas para enlazar el tópico matemático con un problema real.

Figura 71. Respuesta de un estudiante al problema de caída libre.

$$\begin{aligned}d(t) &= 5t^2 \\d'(t) &= 5(2)t \\d'(t) &= 10t\end{aligned}$$

$\boxed{t=1}$	$\boxed{t=2}$
$d'(t) = 10(1) = 10$	$d'(t) = 10(2)$
	$d'(t) = 20$

$$\begin{aligned}d'(2) - d'(1) \\20 - 10 = 10\end{aligned}$$

Fuente: Intervención Didáctica.

Precisamente, en las situaciones didácticas la validación de las tareas está en la misma actividad, a través de la interacción del alumno con el medio, esto constituye una retroacción del medio hacia el alumno. Esto obliga considerablemente, a que el alumno esté en constante acción en toda la clase, siendo el profesor que lo designa para realizar la actividad (variable de gestión). Por tanto, el medio ayuda a modificar los tiempos de aprendizaje de los estudiantes.

“Lo importante que el profesor orientaba y nosotros poco a poco y vamos realizando las actividades que el oriental, o que decía la actividad”.

“...de esta forma nosotros mismos fuimos siendo partícipe en la creación de cada definición matemática, y lo pudimos llevar a la práctica”.

“...él fue orientando (docente), y fuimos nosotros mismos los que creamos nuestro propio conocimiento matemático”.

“...nosotros entre más trabajábamos nos sentíamos con más deseos de trabajar”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Resulta inconsiderable negar el papel enriquecedor que desempeñó el medio durante toda la intervención didáctica, aspectos ya abordados con anterioridad como los motivacionales, perspectivas de futuro en la labor docente y los cognitivos son muestras de la importancia del medio en la planificación, aún mejor cuando son docentes los que están aprendiendo de esta manera.

Dichos resultados obtenidos con la propuesta y el involucramiento del medio en toda su estructura organizativa, son similares a los que mencionan Brousseau (1986), Chevallard, (1999) y Flores & Zamora (2016), en sus trabajos investigativos de índole didáctico, que posicionan la planificación como un aspecto fundamental en la labor docente.

6.4 Valoración del MEAAM

Teniendo en cuenta que el Modelo de Enseñanza Asistida de las Matemáticas es un modelo teórico enfocado en elementos de la didáctica, que proponen una forma de organizar el proceso de planificación en la enseñanza de las matemáticas. Y que a su vez, busca ampliar y modificar la perspectiva de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, con propósitos claros para el mejoramiento de la praxis docente.

Cuando un modelo de micro-planificación se basa en aportes de otras teorías didácticas emergentes a nivel mundial (TSD, TAD y TPACK) y que a la vez, hayan ofrecido constantes cambios paradigmáticos en la forma de enseñar Matemática, se está ante la presencia de una nueva propuesta didáctica que se presupone podría aplicarse para la planificación y desarrollo de cualquier área del conocimiento.

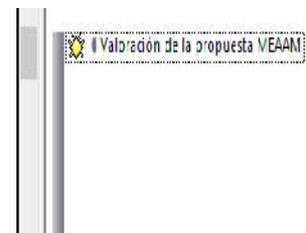
Presisamente, para validar una propuesta se hace necesaria aplicarla y sacar resultados sobre su implementación, resaltando los aspectos positivos y los negativos con fines de mejora.

Ante la intervención realizada a un grupo completo de estudiantes de la carrera de Física-Matemática y los resultados que esta dejó en evidencia, se han logrado establecer las principales valoraciones de los partícipes de la intervención didáctica.

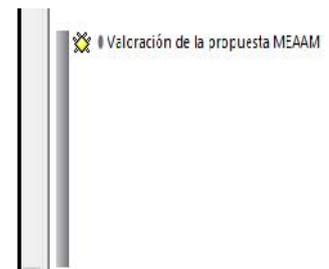
Cuando el estudiante nota y evidencia que existe algo diferente en la forma que se le enseñó matemática y aprendió el objeto matemático en estudio, éste puede dar opiniones tan importantes para el mejoramiento de la praxis docente, como las que se muestran a continuación:

Figura 72. Valoraciones de la propuesta MEAAM.

-Bien, a mi me pareció excelentísima la propuesta del profesor, ya que se evidenció las tres condiciones de un aprendizaje significativo, como lo es la motivación, eso es muy importante que exista en el aula de clase, luego después de la motivación la comprensión, que puede hacer comprensible el contenido, y luego la participación de todos nosotros que fue muy buena. A través de la secuencia que el docente desarrolló, eso fue importante en clase. Y lo más importante es como nosotros lo vamos a ir a implementar y aplicar verdad.



Bueno yo creo que es bonito, es divertido ver este tipo de actividades que nos mostró el profesor en esta clase, pero yo creo que también hay que reconocer que para hacer este tipo de trabajo se requiere de tiempo, disposición, porque yo me pregunté desde el primer día de clase, ¿Cuánto trabajó y el profesor para hacer esas diapositiva, los videos, las láminas y las actividades para que sea rica la clase?, porque a veces yo creo que habemos docentes que no nos gusta esforzarnos, y por eso creo que la educación en Nicaragua no va por un giro bueno, porque si los docentes nos ponemos a seguir este tipo de ejemplo yo creo que la educación en Nicaragua avanzaría muchísimo más, y sobre todo que el



GF, Estudiantes de la carrera de Física-Matemática.

Ciertamente, elaborar actividades de esta índole necesita de tiempo y disposición del docente, aspectos que siempre dan resultados significativos en los aprendizajes de los estudiantes. Tiempo para grabar videos, editarlos y enviarlos por medio de redes sociales a los estudiantes. Disposición para dedicar espacios para la investigación en materia didáctica, disposición para ofrecer herramientas tecnológicas garantes de

buenos resultados, disposición para planificar secuencias didácticas que asistan la gestión docente y la retroacción del estudiante.

Cada vez que se dedican espacios para introducir en la planificación la epistemología matemática y su relevancia al iniciar un contenido, se tendrán estudiantes opinando estos aspectos:

“Hay un pensamiento que dice “Es fácil entender la verdad cuando ya ha sido descubierta”, entonces es necesario hablar de todos estos personajes que están involucrados en la temática, para conocer todo lo que vivenciaron ellos, y lo que aportan desde tiempos antiguos hasta el presente, ya que son útiles”.

“Es importante partir de la epistemología, ya que nosotros así nos damos cuenta de los antecedentes, cómo se dieron esos contenidos y la utilización que nosotros le podemos dar en nuestro presente, ya que muchas veces nosotros en clase sólo le damos el contenido al estudiante por dárselos, no le explicamos ni le orientamos el porqué del contenido, y gracias a la epistemología nosotros le vamos orientando para qué sirve el contenido.

“Con esto profesor, aprendí algo muy importante en esta clase, porque si nosotros vemos en los libros de texto que están actualmente traen esa parte, y muchas veces nosotros obviamos, y no le damos interés o importancia. Y ahora nosotros hemos aprendido que eso es muy importante hacer reseña y hacer entender al niño de dónde viene o proviene, de dónde es originaria cada una de las partes que nosotros enseñamos”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Como se puede notar, estos estudiantes comprendieron la importancia de la epistemología dentro del proceso organizativo de la matemática, el rol que desempeña

en los textos que ofrece el MINED y cómo se deben usar en el abordaje del objeto matemático a enseñar. Cabe destacar, que los señalamientos hechos por los estudiantes apuntan a la nula inclusión de la epistemología en la planificación magisterial, reflexionando al respecto sobre la utilidad de la misma y su inclusión en sus planes de clase.

La propuesta promueve una forma organizativa de micro-planificación, que va secuenciando la tarea (T), el tipo de tarea (), la tecnología (θ) y la teoría (), aspectos que se muestran en forma implícita en la planificación, la siguiente tabla lo hace notar:

Tabla 6. Presencia del modelo praxeológico de Chavallard en la microplanificación.

Tarea (T)	Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 3$, encuentre la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en las abscisas $x = -1$ y $x = 3$. Luego responda: a) ¿Existe algo en común entre las respuestas encontradas? b) ¿A qué se debe esto? Argumente.
Tipo de tarea ()	Cálculo del valor de la pendiente de la recta tangente a un punto específico. Verbalización de los aprendizajes
Tecnología (θ)	Utilización de de la tabla de valores que ofrece Graph, para sacar conclusiones sobre el valor de $f'(x)$.
Teoría ()	Pendiente de una recta paralela al eje x . Monotonía de funciones. Puntos máximos y mínimos relativos en una función.

Fuente: Elaboración propia.

Cuando se mezcla la didáctica con el verdadero rol que debe desempeñar el docente al momento de planificar, se muestra una reacción estudiantil positiva para aprender con este tipo de modelo organizativo, debido a la existencia de:

“...actividades bien planificadas, bien secuenciadas, y las evaluaciones plasmadas ahí respondían a las actividades que se realizaron”.

“...cada actividad fue secuenciada didácticamente, y el docente nos iba instruyendo a cada momento para que nosotros lográramos comprender y de tener una idea más clara del contenido que estábamos estudiando, en este caso cálculo”.

GF, Estudiantes de la carrera de Física-Matemática.

Las actividades secuenciadas en forma didáctica fue uno de los aspectos que resaltan en las opiniones estudiantiles, esto debido a que son los mismos estudiantes los que validan si una serie de actividades que fueron planificadas ofrecen aprendizajes relevantes. Se menciona esto, porque existen en la actualidad docentes que creen que planificar es tomar la definición del libro, dárselas a conocer en forma tajante y directa en la pizarra al estudiante y luego dejarle 15 ejercicios sobre esa temática. Eso es una aberración completa en nuestros tiempos.

Eso lo notan claramente los estudiantes al asumir que esta propuesta puede ser aplicada en otras temáticas de Matemática:

“Yo pienso que utilizando este mismo modelo de actividades o forma de enseñar, los contenidos se hacen mucho más fáciles, porque ahí estamos practicando en el momento que estamos haciendo la clase, por tanto en cualquier contenido sería mucho más fácil enseñarlo y a la vez aprender los estudiantes”.

“Consideró que sí es viable y factible, porque estamos en un mundo modernizado y debemos de enseñar de esta manera, permitiría tener más expectativas al aprender y se

demonstraría que la matemática no son tan complejas cómo aparece. Además estaría siendo un excelente uso de la tecnología”.

“Yo creo que para cualquier contenido es aplicable y más si se usa la informática cómo lo muestra esta propuesta, solamente que la persona que va a impartir tiene que tener digamos esa educación o ese conocimiento para ver de qué manera va a enseñar esos niveles lo mejor posible. Por lo que de aplicarse tiene que ser una persona que sepa, que tenga didáctica, que sepa de computación y tiene que saber también de pedagogía, o sea no es cualquier persona. Porque si un ingeniero de sistema nos pone a dar clases, de seguro nos va a perder, porque no es que sepa computación solamente, sino que sepa didáctica, cómo evaluar, qué actividad hacer o sea un aprendizaje completo en el docente”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

El MEAAM propone una forma alterna de planificación, que involucra al estudiante en todo momento, permite una inmersión matemática con la interacción directa del docente, estudiante y el medio, como una forma de retroacción constante; gestiona el aprendizaje desde la misma creación de actividades a-didácticas con un modelo praxeológico; motiva a que se aprenda Matemática en forma actualizada con el uso de las TIC; y sobre todo, ofrece una opción nicaragüense para enseñar y aprender Matemática con un modelo propio. Todo esto, se resume con este valioso comentario estudiantil:

“Con eso de la estrategia, para mí sería que se aplique en cualquier tipo de contenido, ya que así se evitaría que los estudiantes le tengan tanto temor a la Matemática, porque ya sabemos que la mayoría de los jóvenes, de la juventud, nosotros mismos como personas estamos en un proceso del uso de la tecnología. Entonces para utilizarlo ya no sería que sólo el docente como único medio utilice solamente el

pizarrón para dar clase de Matemática, sino que se debe recordar que al estudiante le gusta la tecnología, ahí nomás se involucraría en los contenidos matemáticos y en su aprendizaje. Y otro aspecto sería que la evaluación se nos facilitaría y además que el estudiante aprende haciendo con este modelo. Un estudiante no va a aprender un teorema o un concepto al ir a estudiar un folleto, o investigando en internet, porque el mismo necesita hacer la práctica haciendo en clase, esa es la diferencia y la importancia de esta propuesta”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

6.5 Aspectos a mejorar en el MEAAM

Como en todo proceso educativo, siempre se encontrarán aspectos que se deben mejorar con el fin de favorecer el buen andar de la enseñanza y por ende del aprendizaje. El MEAAM, a pesar de tener muchas opiniones favorables y enriquecedoras valoraciones sobre su implementación, resultados dejados y sobre lo que se puede llegar a conseguir si se sigue aplicando en otros tópicos matemáticos, tiene según los estudiantes partícipes y validadores externos que presenciaron la intervención, aspectos que deben mejorarse.

Por lo general, se piensa que todos los estudiantes están bien preparados para enfrentar en la era digital, y que éstos tienen la habilidad para usar la computadora, porque nacieron en esta era. Pero no siempre pasa eso. Aún existen estudiantes que por la lejanía de sus lugares de origen, por la falta de acceso a medios informáticos o por la brecha digital en que se encuentran inmersos, no poseen suficientes habilidades para utilizar las computadoras.

Por ejemplo, dentro del grupo habían dos estudiantes que tenían ese problema, ellos recomendaban dedicarle mayor tiempo a la familiarización con las computadoras, aduciendo:

“...la parte negativa fue únicamente el factor tiempo, ya que a veces uno no tiene el dominio de la computadora, entonces cuando uno quiere insertar la función entonces ahí pierde la eficacia, Por querer ir adelantando uno pierde el conocimiento que lo va guiando según los ejercicios, Pero tal vez para el que ya tiene dominio en el uso de la computadora tal vez no lo va a sentir como una parte negativa. Considero que un factor negativo fue el tiempo”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Cabe destacar que una gran mayoría de estudiantes que fueron partícipes de la intervención didáctica, son de zonas rurales a muchísimos kilómetros de la cabecera departamental San Carlos, por ejemplo los municipios de El Castillo y San Juan del Norte son algunos de los lugares de origen de estudiantes de esta carrera. Esta realidad la refleja este estudiante al decir que en materia tecnológica están desfasados:

“Yo considero que hay bastantes personas que se están dedicando a ingresar en el mundo tecnológico para hacerle a uno más fácil el estudio, pero posiblemente hemos algunos departamentos que estamos desfasados”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Esta realidad impactó desde un inicio en la aplicación del MEAAM, el docente como parte de su trabajo tuvo la perspicacia de apoyar en esta debilidad a los estudiantes que la tuvieran, que ya se mencionó anteriormente, eran muy pocos. Agradecimientos como el siguiente ratifican el papel del docente ante una problemática que suscita en plena sesión:

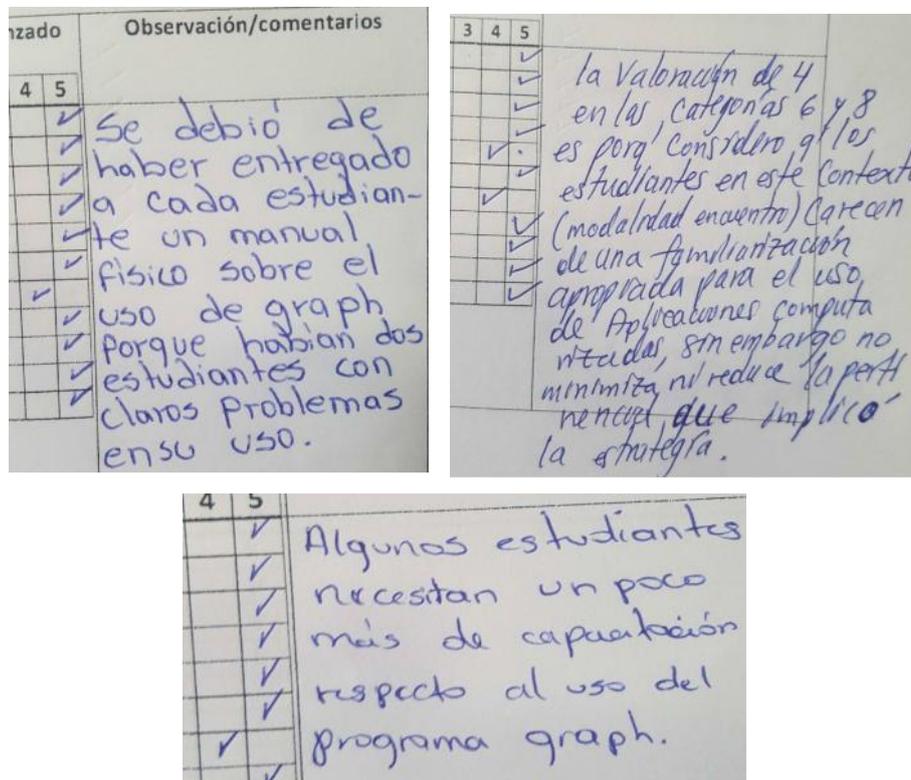
“Los muchachos al igual que yo opinan sobre el éxito en el trabajo del docente, desde el primer día siempre estuvo ahí para ayudarme, ya que a mí me cuesta mucho usar computadora, pero él estuvo siempre pendiente de esa dificultad que tenía, estuvo siempre atento a eso. Yo poco he manipulado una computadora, pero en estos días que he estado con usted, aprendí muchísimo y le agradezco que siempre estuvo pendiente todo este tiempo, ayudándome a salir de esa dificultad, porque yo sabía cómo graficar una función cuadrática, función lineal pero en forma tradicional, en el cuaderno, qué es lo que aburre al estudiante. Pero ya con esto voy empapado en sí, porque esto que aprendí estos días yo voy a buscar como practicarlo y ver quién me presta una computadora y para qué voy francamente muy agradecido”.

Fuente: Opiniones de estudiantes en el Grupo Focal.

Al encontrar agradecimientos como estos, se reflexiona sobre el papel del docente ante las dificultades de sus estudiantes, sobre la atención a la diversidad que existe siempre en los salones de clase, sobre las necesidades que presentan los estudiantes y que es necesario tener tacto pedagógico para superar estas barreras que aparecen en forma sorpresiva. Un modelo de micro-planificación como el que acá se presenta, sin la correcta gestión del docente no funcionaría nunca. Este axioma pedagógico se debe tener presente siempre que se construyan propuestas como la mostrada en este trabajo.

A pesar, de haber entregado un video tutorial sobre el uso de Graph, los docentes externos que observaron a cabalidad la intervención, adujeron que hubiese sido importantísimo que a los estudiantes se les facilitara de igual manera un manual impreso, manual que ya existe en la propuesta misma (ver inicio de propuesta), pero que no fue entregado porque se elaboró un video tutorial.

Figura 73. Indicaciones realizadas por docentes externos.



Fuente: Matriz de valoración

Estos aspectos fueron los que se señalaron como limitantes al momento de aplicar las sesiones de clase, y que serán reforzados en futuras intervenciones que se desarrollen para darle mayor solidez al modelo.

CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES

“La verdadera pasión que debe poseer cada docente tiene que nacer de la necesidad consiente de hacer bien el trabajo, de esmerarse por el mismo, de inspirar a sus estudiantes a seguir aprendiendo, de renovar constantemente su praxis magisterial y sobre todo, de la oportunidad que se nos ha dado de servir desde nuestra docencia. Si escogiste esta profesión, siempre debes estar consciente del vertiginoso momento del cambio, y no sumarte a los que se acomodan al completo estado de reposo, asumiendo que ya todo está dicho. Tienes que usar y recrear tu imaginación para hacer mejor tu trabajo desde una enseñanza asistida de las matemáticas”.

(Jairo Flores y Winston Zamora)

En este capítulo abordan las principales conclusiones de este trabajo, desde una perspectiva empírica y contextual del estudio, reflejando lo que constituye esta propuesta para la educación nicaragüense.

7.1 Contexto empírico del estudio y objetivos

Desde el inicio de este estudio, se ha procurado indagar en todo lo concerniente a los modelos de enseñanza matemática que están siendo usados a nivel mundial, sobre la actitud estudiantil hacia el uso de TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje, los alcances que las TIC poseen y la forma de crear un modelo que responda a las necesidades contextuales de nuestro país.

Por tanto, este estudio se fundamentó bajo el enfoque de investigación acción, propio del paradigma crítico, con la finalidad de mejorar la práctica educativa desde la acción. Aspecto que se ha seguido desde los diagnósticos realizados, preparación del plan de acción, puesta en marcha del plan y reflexiones tenidas con la intervención didáctica realizada.

En este estudio retoman entre otros aspectos: el rol del docente durante la aplicación del MEAAM, el rol del alumno como agente activo en este proceso y por último el papel del medio como validador del modelo. Por consiguiente, las conclusiones que se

presentan a continuación retoman estos aspectos y otros que son derivadas de tres momentos de recogida de información. Nos referimos a un grupo focal, la observación participante (registro anecdótico, video grabaciones y fotografías) y por último una matriz de valoración. Todo esto permitió el procesamiento cualitativo de los datos, su análisis y las inferencias que se pueden extraer de dicho análisis.

De este modo se ha procurado que estas conclusiones sean el resultado de un proceso de triangulación de todo el proceso de análisis ejecutado en la etapa anterior.

A continuación se exponen las conclusiones procurando responder a los objetivos planteados en el estudio, y las preguntas de investigación derivadas del planteamiento de este proceso de investigación acción. Para ello se presentan conclusiones de acuerdo a las categorías propuestas en el diseño de esta investigación.

Cabe señalar que para llegar hasta esta etapa, se ha concebido el análisis de los datos de forma secuencial, pero por separado, para luego permitir la triangulación o consolidación de los mismos. Para conducir el proceso de triangulación se tomaron en cuenta el objetivo general que han sido la directriz de este estudio:

“Determinar de qué manera un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas con el apoyo de las Tecnologías de la Información y Comunicaciones favorece el aprendizaje de los estudiantes en tópicos de índole matemático”.

7.2 Conclusiones en base al Rol del Estudiante

Para encaminar las conclusiones que dan respuesta a este apartado, se ha procurado tener como hilo conductor el siguiente objetivo específico:

“Describir el rol que desempeña el estudiante ante la implementación del Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje”.

Así en base a lo propuesto en este objetivo y en correspondencia con la categoría indicada, se ha concluido lo siguiente:

- La actitud de los estudiantes ante el uso de las TIC fue muy positiva, se motivaron constantemente, involucrándose de lleno en las actividades que usaban este componente tecnológico, destacando en gran medida el la importancia de aprender con videos tutoriales, software y aplicaciones móviles.
- Las herramientas tecnológicas usadas en el MEAAM permitieron que el estudiante aprenda observando, manipulando y reflexionando constantemente en base a cada actividad que era asistida por medio de las TIC, esto provocó que la acción que el estudiante realizaba para solucionar una tarea, fuese exitosa.
- Las herramientas tecnológicas ofrecen una amplia gama de oportunidades para ser usadas en la enseñanza Matemática, siempre y cuando exista una microplanificación que se sustente desde la didáctica, la gestión docente y un medio validador del aprendizaje.
- La verbalización de los aprendizajes fue una característica presente en todas las sesiones de clase, los estudiantes respondían a interrogantes, cuestionaban sus respuestas, opinaban sin temor alguno y sobre todo mantuvieron un feed-back constante con su docente y entre ellos mismos.
- Los estudiantes se mostraron muy activos al solucionar las diversas actividades planteadas por su docente, manteniendo interés por el aprendizaje que alcanzarían. Por otro lado, la plena participación en clase dio pautas para que los trabajos colaborativos permitieran que ellos mismos autoregularan su aprendizaje con un interés absoluto.

-
- El rol autoevaluador que siguió el estudiante, permitió que él mismo se autocorrigiera, autocuestionara y que a la vez, coevaluara a sus compañeros. En muchas ocasiones gracias a las interacciones que había entre ellos. Ese clima de cooperativismo fue una alternativa diferenciada para aprender Matemática.
 - Los estudiantes aprenden significativamente en forma autónoma, cuando se involucran en las diversas tareas un componente de situaciones a-didácticas. Se logró apreciar la forma en que éstos siguen una secuencia de actividades mediadas didácticamente y que al final les conduce al entendimiento personal del objeto matemático en estudio, siendo su rol eminentemente proactivos y en constante retroacción en sus aprendizajes.
 - El hecho de ser estudiantes de la carrera de Ciencias de la Educación con mención en Física-Matemática, y que muchos de ellos son docentes activos de educación primaria y secundaria, permitió que reflexionaran sobre su desempeño al momento de involucrar las TIC en sus clases, que sus planificaciones deben cambiar, y que lo realizado esos días con su docente es un claro modelo de lo que deberían hacer para cambiar lo que pasa en la enseñanza de Matemática. Ese nivel reflexivo que mantuvo el estudiante, ofreció una clara idea de la necesidad de capacitación que el profesorado necesita en la actualidad.
 - El estudiante se convirtió en un agente activo de su aprendizaje, gestionando de esta forma su conocimiento, la secuencia de actividades permitieron la autoregulación de los aprendizajes, manteniendo su interés y participación por la actividad siguiente. Aspecto que se logró gracias a la forma de alternar la tarea (T), el tipo de tarea (), la tecnología (θ) y la teoría ().

-
- La simbiosis entre lo que normalmente se realiza con lápiz y papel y usando recursos tecnológicos, pueden coexistir sin ninguna dificultad. Los estudiantes confirmaron que esos dos aspectos se pueden combinar, al señalar que el tiempo ni se siente que transcurre cuando se trabaja de esta forma tan diferente, ya que dentro de ese factor motivacional querían seguir resolviendo actividades.
 - El uso de software matemático, materiales manipulables y aplicaciones móviles, favorece el involucramiento sistémico en los estudiantes, este hecho radica en usar para fines educativos lo que cotidianamente ellos tienen en sus manos, diversificando así, los escenarios de aprendizaje.

7.3 Conclusiones en base al Rol del Docente

Para orientar las conclusiones que dan respuesta a la categoría Rol Docente, se ha procurado tener como hilo conductor el siguiente objetivo específico:

“Destacar el rol que desempeña el docente en la gestión de los aprendizajes ante la implementación de un modelo de micro-planificación didáctica”.

Así en base a lo propuesto en este objetivo y en correspondencia con la categoría indicada, se ha concluido lo siguiente:

- En todo momento el docente fue catalogado como un buen organizador didáctico, que fue capaz de estructurar actividades con una secuencia lógica y que al auxiliarse de las diversas herramientas tecnológicas utilizadas, despertó el interés de los estudiantes y los deseos de seguir aprendiendo con el modelo implementado.
- El docente facilitó el aprendizaje de los estudiantes al dedicar disposición y tiempo para la creación de videos tutoriales, materiales manipulables, diapositivas e investigación sobre la historia matemática del tópico a desarrollar.

Los estudiantes asumieron que era un vivo ejemplo de lo que es un docente que gestiona por medio de su trabajo los aprendizajes estudiantiles.

- La forma en que los estudiantes verbalizaron sus saberes, fue determinada como exitosa en la labor planificadora del docente. Éste mantuvo un ambiente en el cual todos los estudiantes por igual podían expresar sus opiniones, ser críticos con las respuestas ofrecidas entre ellos y manifestar dichas opiniones tanto oral como escritas. Por otro lado, dicha verbalización fue parte primordial en el estilo evaluativo formador que implementó el docente, manifestando así, una cultura de aprendizaje mútuo, que se basa en la acción del estudiante ante las situaciones fundamentales que traían las actividades sugeridas.
- La motivación que mantuvo el docente durante las sesiones, fue primordial para mantener motivados a los estudiantes. La calidad y calidez de una clase de Matemática, empieza con buen paso cuando el docente es un agente dinamizador en la enseñanza. Por supuesto que al involucrar este rol magisterial, se garantiza la nula apatía por recibir Matemática y por aprender con esta característica necesaria en el salón de clase.
- La gestión docente durante la aplicación del MEAAM estuvo dirigida a mantener interesados a los estudiantes por el nuevo aprendizaje que estaban por alcanzar, fomentando desde un inicio la necesidad de resolver cada una de las actividades para lograr comprender el objeto matemático en estudio. De ahí, que la serie de pasos organizativos dentro de la planificación sean la base para lograr dicho propósito. El orientar correctamente las actividades, integrar a las TIC la enseñanza, utilizar la epistemología al iniciar la clase, la transposición didáctica y permitir la autoregulación de los aprendizajes, fueron aspectos que sin lugar a duda fortalecieron esta forma diferente de enseñar y a la vez aprender Matemática.

-
- Para llevar a cabo una actividad que involucre herramientas tecnológicas, se hace indispensable que el mismo docente tenga tres aspectos cruciales: conocimiento del contenido disciplinar que tratará con ese recurso tecnológico, conocimiento tecnológico para usar la herramienta tecnológica y por último conocimiento pedagógico en la estructuración de su planificación. Ante esto, el docente mantuvo estos aspectos presentes al elaborar videos tutoriales, al enviarlos por WhatsApps, al utilizar con sus estudiantes el software matemático Graph, al usar las diapositivas, y saber manipular cada computadora del laboratorio del CNU en San Carlos Río San Juan e intalar el software. Ciertamente, el TPACK se mantuvo presente en teoría y práctica por el docente encargado de llevar a cabo el MEAAM.
 - El papel inquisidor al momento de evaluar la asignatura de Matemática, se vió relegado a su mínima expresión, en cambio, el docente utilizó la evaluación formadora que agradó a sus estudiantes, ya que ellos mismos partían de su misma autoregulación ,metacognición y retroacción constante que fueron ejes centrales que el docente tuvo en cuenta a cada momento.

7.4 Conclusiones en base al Medio

Para presentar las conclusiones que dan respuesta a la categoría Medio, se ha procurado tener como hilo conductor el siguiente objetivo específico:

“Valorar el alcance que posee el medio como un agente validador de retroacción matemática dentro de la planificación didáctica”.

Así en base a lo propuesto en este objetivo y en correspondencia con la categoría indicada, se ha concluido lo siguiente:

- La interacción constante del estudiante con el medio, produjo conocimientos matemáticos significativos. El involucrar al medio tecnológico dentro del

proceso de enseñanza y aprendizaje, se produjo un ambiente propicio para la heurística en el aprendizaje estudiantil. Todo esto va desde la creación de un ambiente idóneo para el aprendizaje, hasta lograr un vínculo entre medio y el carácter a-didáctico empleado en la propuesta.

- El medio sirvió de validador del conocimiento y aprendizaje estudiantil. Al utilizar el medio con esta finalidad, se crean oportunidades para que este cumpla dicho rol dentro de la gestión docente. Por otro lado, se logra la transformación de dichos conocimientos en saberes matemáticos, aspecto que se ve reflejado cuando los estudiantes parten de sus conocimientos previos y por medio de diversas acciones propias con el medio, logra convertirlos en saberes matemáticos.
- El medio se transformó en un asistente para el aprendizaje, asistente para docente y asistente para la relación medio-contexto. En toda la organización didáctica que se implementó con los estudiantes, el medio fue siempre un eje transversal. De ahí, que la Enseñanza Asistida de la Matemática se nutre con el involucramiento del medio como un agente más que asiste dicha enseñanza y por ende el aprendizaje de los estudiantes.
- Cuando el medio material, medio organizativo, medio garante de la transposición didáctica y el medio tecnológico, unen sus bondades para permitir que las diversas variables didácticas se interrelacionen y permitan al estudiante solucionar un problema específico, podemos asegurar que el medio ha sido aprovechado para enlazar el tópico matemático con un problema real.
- En todas las situaciones didácticas plasmadas en la propuesta, la validación de las tareas está inmersa en la misma actividad, a través de la interacción del alumno con el medio, esto constituye una retroacción directa del medio hacia el

alumno. Esto permite que el alumno esté en constante acción en toda la clase, siendo el profesor que lo designa para realizar la actividad. Por tanto, el medio favorece la modificación de los tiempos de aprendizaje en los estudiantes.

7.5 Conclusiones en base al MEAAM

Para encaminar las conclusiones que dan respuesta a este apartado, se ha procurado tener como hilo conductor el siguiente objetivo específico:

“Contribuir con los procesos dinámicos de enseñanza en la universidad desde un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas con el apoyo de las TIC”.

Así en base a lo propuesto en este objetivo y en correspondencia con la categoría indicada, se ha concluido lo siguiente:

- El MEAAM ofrece la posibilidad de microplanificar la enseñanza Matemática por medio de situaciones fundamentales, que bajo condiciones particulares y bien organizadas, conduce al estudiante a “hacer” Matemática sin la influencia constante del docente.
- La estructura del MEAAM asiste en forma dinámica el proceso de enseñanza y aprendizaje, basándose en teorías de renombre en el ámbito didáctico como lo son el TAD, TSD y el TPACK. El modelo permite asistir al docente desde la micro-planificación, asiste al estudiante desde sus conocimientos previos, y para que construya por sí mismo y su interacción con el medio, aprendizajes relevantes.
- El MEAAM utiliza un proceso actualizado de evaluación formadora, en donde los mismos estudiantes son capaces de verbalizar saberes, resolver situaciones cargadas con variables didácticas y autoregularse cuando sea necesario. Dicha

evaluación fomenta una cultura participativa en clase, un ambiente idóneo para trabajar colectivamente y en forma autónoma, ofrece oportunidades claras para desenvolverse sin miedo a cometer errores en el camino, ya que este es usado como una oportunidad para aprender.

- La organización interna del MEAAM está caracterizada por el hecho de utilizar la epistemología matemática como parte inicial de la planificación acorde al objeto matemático a desarrollar; promueve el involucramiento sustancial de las TIC como medio actualizado en la enseñanza matemática; fomenta la creación de secuencias de actividades a-didácticas que garanticen un hilo conductor en todo su recorrido; utiliza materiales manipulables que permiten al estudiante hacer más sencillo el aprendizaje matemático; involucra los diseños de clases alrevés, donde el estudiante estudia en casa y refuerza el contenido en clase; sugiere la utilización de la transposición didáctica que transforma el saber sabio; enmarca una constante retroacción didáctica en el caso del docente, estudiantil y con el medio que rodea al estudiante; mantiene la evaluación formadora como un lineamiento intocable que favorece la regulación de los aprendizajes y la verbalización de saberes; y por último permite la reflexión constante del docente, añadiendo un componente de apertura a cambios sustanciales que solamente se logran incorporar, cuando es sustraída de resultados de intervenciones educacionales.
- El MEAAM mantiene su fortaleza en la coexistencia del estudiante, docente y el medio como agentes fundamentales para lograr aprendizajes significativos. Dicha fortaleza que se ve sujeta a lo que este modelo llama “*Inmersión Matemática*”. La Inmersión Matemática como elemento naciente del MEAAM, vincula la necesidad de iniciar a ser agentes de cambios desde la posición en que estamos. En el caso del docente, introducirse completamente en el rol que debe desempeñar en la gestión del aprendizaje matemático del alumno, garantizando

el uso de medios actualizados y una correcta micro-planificación organizativa y cargada de situaciones fundamentales. En cambio, en el caso del alumno, ser un agente proactivo, motivado e inmersivo que crea su propio aprendizaje por medio de las retroacciones que ofrece el medio y las actividades planificadas por el facilitador del aprendizaje (docente).

- En forma general, el MEAAM busca ampliar y modificar la perspectiva de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, y por consiguiente mejorar la praxis a partir de ello. Este a su vez orienta hacia las siguientes pretensiones:
 - Inmersión matemática con la interacción directa del docente, estudiante y el medio, como una forma de retroacción constante.
 - Predominio de interacciones autónomas estudiante-estudiante.
 - Un docente proactivo que propone los conocimientos por medio de situaciones a-didácticas.
 - Presencia de situaciones que modifican en el estudiante sus esquemas de aprendizaje y lo convierta en un gestor de nuevos conocimientos e inquietudes.
 - El conocimiento y aplicación del enfoque instrumental (TIC) por parte del docente, debe ser concebido como una herramienta de apoyo que dinamice la construcción del conocimiento.
 - La acción misma del estudiante al seleccionar la estrategia para solucionar la situación, servirá como el medio validador.
 - El medio validador constituye una vía que pone a juicio el producto obtenido de la interacción desde la acción del estudiante.
 - La dialéctica (verbalización o comunicación matemática) forma parte indisoluble del feedback entre docente y estudiante.

-
- La finalidad de la evaluación es la regulación tanto de la enseñanza como del aprendizaje, tanto de las dificultades y errores del alumnado, como del proceso de enseñanza.
 - Finalmente se concluye que el Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas es un modelo teórico enfocado en elementos de la didáctica, que proponen una forma de organizar el proceso de planificación en la enseñanza de las matemáticas, y que es una forma alterna de organización Matemática.
 - Es una prioridad desde los distintos subsistemas, principalmente en nuestra universidad, promover y desarrollar prácticas didácticas que estimulen la Investigación Matemática y la incorporación de las TIC como un elemento que permita experiencias manipulativas, creativas y extrapolables a situaciones del contexto, eludiendo enfrascarse en los planteamientos academicistas-bibliográficos que niegan concretamente la motivación por aprender Matemáticas, y por tanto, la trascendencia de esta.

CAPÍTULO 8. LINEAS ABIERTAS DEL TRABAJO INVESTIGATIVO.

“En Nicaragua, ha llegado el momento de darle importancia a propuestas didácticas que buscan fortalecer la Enseñanza Matemática. Todo esto, desde una perspectiva novedosa que busque minimizar los impactos desfavorables que ocasionan las prácticas docentes tradicionalistas y despreocupadas”.

(Jairo Flores)

En este capítulo, se presenta un panorama general de la enseñanza matemática en correspondencia con lo que ha dejado la aplicación del MEAAM. Se destacan cinco líneas abiertas que pueden ser tomadas como nuevas rutas para futuras investigaciones y un punto base para continuar ahondando en lo relacionado con este modelo.

8.1 Por una Enseñanza Asistida de las Matemáticas

La enseñanza de las Matemáticas sigue siendo un amplio tema de debate, tanto en los diferentes Congresos Internacionales de Educación Matemática, como en los artículos académicos de diversos investigadores en esa disciplina. Se continúa hablando de nuevas y modernas formas de aprender, de enseñar y de mantener activos en dicho proceso a los estudiantes.

Estas realidades no escapan a lo que ocurre en nuestro contexto nicaragüense, más aún, si nos referimos al nivel universitario. En nuestro país, se continúa necesitando trabajos investigativos que fortalezcan la forma de concebir una enseñanza Matemática de calidad y pertinencia, que garantice dentro de sus propuestas, un aprendizaje estudiantil eficaz, actualizado, con sentido y para la vida, sin recaer claro está, en un acto rutinario y sin sentido.

Se destaca la idea de enseñar Matemáticas empoderándonos de la didáctica como la ciencia que ayuda a la gestión y divulgación del conocimiento; y de la organización

Matemática en el proceso de planificación; utilizando para ello, un Modelo de Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas que enfoca su directriz en tres actores: docente, estudiante y medio. Estos actores poseen un común punto de inflexión llamado *inmersión matemática*.

Figura 74. Resultados del MEAAM.



Fuente: elaboración propia.

Para tal fin, resulta indispensable la utilización de aportes generados por la TAD, TSD, y el TPACK, teorías que definen un aporte sustancial para la educación matemática y para lo que se pretende alcanzar con el MEAAM y su aplicación en otros contextos. Esta ingeniería didáctica estando fundamentalmente ligada con las intervenciones educativas propias de la investigación acción, permite comprender la naturaleza del pensamiento, aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas; y por otro lado, usar tales

comprensiones para mejorar la educación en Matemática desde el contexto donde se desarrolla la investigación y que estos sean transferido a otros escenarios.

Los diversos hallazgos que se encontraron, junto con la puesta en escena del MEAAM en la UNAN Managua, FAREM Chontales, abren la posibilidad de organizar matemáticamente la forma de planificar de los docentes encargados de las cátedras, comprendiendo mejor cómo aprenden los estudiantes con ese tipo de organización y con el involucramiento de las herramientas tecnológicas.

Ante todo, se aspira que el docente se apropie de la didáctica de las Matemáticas, que la implique en la construcción significativa del saber, que se comprenda la relación entre el saber científico y el objeto a enseñar, entre una enseñanza Matemática inmersiva y un aprendizaje estudiantil de calidad. Con esta propuesta se asume que la perspectiva de la enseñanza asistida de la matemática debería de ser el motor inspirador de todo aquel que se autoproclama docente de matemática (Flores y Zamora).

Por ende, este trabajo investigativo deja las siguientes líneas abiertas:

- Estudio específico sobre la implementación total de clases en donde el estudiante estudie en casa y refuerce los contenidos en el colegio, invirtiendo los espacios y tiempos de explicación y trabajo en el aula y en casa.
- Estudio sobre el papel que juegan las capacitaciones metodológicas para el profesorado nicaragüense en el uso correcto de las TIC dentro de las instituciones educativas.
- Investigación sobre las condiciones del profesorado en materia de acceso a las tecnologías, en relación directa con la brecha digital.
- Estudio sobre la correspondencia existente entre la microplanificación en la enseñanza Matemática con el trabajo del profesorado en Nicaragua.

- Validación constante del MEAAM, en la que otros investigadores puedan aplicar el modelo en diferentes contextos y que a su vez sirva para fortalecer el modelo.
- Desde la realidad en Nicaragua, comparar los resultados que ofrecen las organizaciones matemáticas con actividades a-didácticas y las que comúnmente se trabajan en nuestro país.

Estas líneas de investigación merecen un esfuerzo al ser investigadas, con la finalidad de aportar sustancialmente tanto al conocimiento científico, como al mejoramiento de la Educación Matemática misma.

BIBLIOGRAFÍA.

Abrate, R., & Pochulu, M. (2005). El software educativo en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas. V Congreso Internacional Virtual de Educación en la Universidad Nacional de Villa María, Argentina. Disponible en: <https://goo.gl/La9Ib5>

Aguilera, C. (2014). Análisis del esquema de la derivada en estudiantes universitarios. Tesis de Maestría en Investigación Educativa. Disponible en: <https://goo.gl/E4sKwa>

Almerich, G., Suárez, J., Jornet, J. & Orellana, M. (2011): Las competencias y el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación por el profesorado: estructura dimensional. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 13(1), 28-42. Disponible en: <http://redie.uabc.mx/redie/article/view/269/709>

Alfaro, C., & Chavarría, J. (2012). La transposición didáctica: un ejemplo en el sistema educativo costarricense. Revista UNICIENCIA. Disponible en: <https://goo.gl/nom2Vg>

Alguacil, J., Basqagoiti, M. & Camacho, J. (2006). "Investigación-acción participativa en el barrio de San Cristóbal de los Ángeles (distrito de Villaverde, Madrid)", en Cuadernos de Trabajo Social, Vol. 19 (2006): 331-346.

Almerich, G., Suárez, J., Jornet, J. & Orellana, M. (2011): Las competencias y el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación por el profesorado: estructura

dimensional. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 13(1), 28- 42.
Disponible en: <https://goo.gl/0tOs21>

Álvarez, J. (2005). *Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología.* México: Paidós.

Álvarez, C., Silió, G., & Fernández, E. (2012). Planificación, colaboración, innovación: tres claves para conseguir una buena práctica docente universitaria. *Revista de Docencia Universitaria.* Vol.10(1).

Andersson, P. (s.f). *La relevancia del material didáctico dentro del aula.* Tesis doctoral.
Disponible en: <https://goo.gl/BG3cK1>

Arends, R. (2004). *Learning to teach.* Boston: Mc Graw- Hill.

Arostegui, A. (2014). *Nicaragua a paso lento en las TIC.* Editorial La Prensa.
Disponible en: <https://goo.gl/bVDNEm>

Ausubel, N. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo.* México D.F. Trillas.

Ávila, H.(2008). *Introducción a la metodología de la investigación.* Edición electrónica.
Disponible en: <https://goo.gl/vHpyNX>

Badillo, E. (2003). La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de matemática de Colombia. Tesis doctoral. Disponible en: <https://goo.gl/OFPq11>

Baechle, T., & Earle, R. (2007). Principios del entrenamiento de la fuerza y el acondicionamiento físico. 2ª, edición. Madrid, España. Editorial Médica Panamericana.

Balanskat, A., Blamire, R., & Kefala, S. (2006). The ICT impact report: A review of studies of ICT impact on schools in Europe. Disponible en: <http://ec.europa.eu/education/doc/reports/doc/ictimpact.pdf>.

Ballester, M. (2000). Evaluación como ayuda al aprendizaje. Madrid: Graó

Barboza, C. (2011). Conceptos fundamentales de la Didactique de Brousseau. El contrato didáctico, la teoría de las situaciones y los fenómenos didácticos. Disponible en: <https://goo.gl/Csm2Su>

Barclay, T. (1985). Adivina mi regla [Software]. Pleasantville, NY: HRM Software.

Barragán, R. & Ruiz E. (2013). Brecha de género e inclusión digital. El potencial de las redes sociales en educación. Revista Profesorado, (en línea), 71(1), 309-323.

Bauselas, E. (sf). La docencia a través de la investigación-acción. Revista Iberoamericana de Educación. Disponible en: <https://goo.gl/7L4eJO>

-
- Becerra, E. (2015). El aprendizaje del cálculo diferencial: una propuesta basada en la modularización. Disponible en: <https://goo.gl/KacaAr>
- Bernal, C. (2000). Metodología de la investigación para administración y economía. Bogotá: Prentice Hall.
- Bernal, C. (2006). Metodología de la investigación. México DF: PEARSON.
- Bishop, A. (1992). International perspectives on research in mathematics education. En D. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan.
- Bono, R. (sf). Diseños cuasi-experimentales y longitudinales. Documento de apoyo de la Universidad de Barcelona. Disponible en: <https://goo.gl/s47Hz1>
- Bono, R., & Arnau, J. (2008). Estudios longitudinales. Modelos de diseño y análisis. Revista Escritos de Psicología. 2 (1). Disponible en: <https://goo.gl/ea3zeb>
- Borbón, A. (2003). Algunos usos de las calculadoras y la computadora para introducir el concepto de derivada. Revista Digital Matemática, Educación e Internet. 4(2). 1-6. Disponible en: <https://goo.gl/L8NHko>
- Bosch, M., & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En M. T.G. María José González, Jesús Murillo. (Ed.), Investigación en Educación Matemática XIII. Santander: SEIEM.

Boude, O. (2011). Desarrollo de competencias genéricas y específicas en educación superior a través de una estrategia didáctica medida por TIC. Disponible en: <https://goo.gl/xB04nF>

Boza, A., Toscano, M., & Méndez, J. (2009). El impacto de los proyectos TIC's en la organización y los procesos de enseñanza - aprendizaje en los centros educativos. *Revista de Investigación Educativa*, 13(1). Asociación Interuniversitaria de Investigación Pedagógica. Murcia. pp. 263-289. Disponible en: <https://goo.gl/zsNo3e>

Brousseau, G. (1972). Proceso de matematización. *Matemáticas para la Escuela Primaria*. Paris:APMEP.

Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*. Disponible en: <https://goo.gl/AzQCVp>

Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Primera parte). *Revista Enseñanza de las Ciencias*. España, Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona. 8(3), pp. 259- 267.

Brousseau, G. (1991). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Segunda Parte). *Revista Enseñanza de las Ciencias*. España, Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona. 9(1), pp. 10- 21.

Brousseau, G. (1994). *Problemas y Soluciones de Enseñanza de las Matemáticas*. París: ICMI.

Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*, Cambridge, Mass: Belkapp Press.

Bueno, A. (1999). Planificación de unidades didácticas por los profesores. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), 411-429.

Cabero, J. (2001). *Tecnología educativa: diseño, producción y evaluación de medios*. Barcelona, España, Editorial Paidós.

Cabero, J., Marín, V., & Castaño, C. (2015). Validación de la aplicación del modelo TPACK para la formación del profesorado en TIC. *Revista de Innovación Educativa @tic*. Universidad de Valencia. 14(1). pp.13-22.

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon* 42, 353–369.

Casas, M. & Stojanovic, L (2013). Innovación en la universidad iberoamericana. *Revista. Universidad y Sociedad del Conocimiento*. 10(1), 61-74.

Castela, C. (2005). A propósito de los conocimientos que no se enseñan explícitamente, empero necesarios para tener éxito en las matemáticas escolares. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 8(2). 111-127

Castela, C. (2016). Cuando las praxeologías viajan de una institución a otra: una aproximación epistemológica del “boundary crossing”. *Revista Educación Matemática*. 28(2). 8-29.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana De Investigación En Matemática Educativa*, 11(2), 171-194.

Castillo, C. (2015). Las herramientas tecnológicas aplicadas a la educación. Disponible en: <https://goo.gl/ZcQ7go>

Chamorro, M.(2005). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: PEARSON.

Manrique, A., & Gallego, A. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*.4(1), 101-102.

Chavarría, J. (2006). *Teoría de Situaciones Didácticas*. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. 1(2). Disponible en: <https://goo.gl/y97if2>

Chevallard, Y. (1980). The didactics of mathematics:its problematic and related research. *Recherches en didactiques des mathématiques*. Disponible en: <https://goo.gl/AiyLgU>

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de los didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

Cisterna, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Revista Theoría*. 14 (1). 61-71.

Claro, M. (2010). Impacto de las TIC en los aprendizajes de los estudiantes. Santiago de Chile: CEPAL.

CNU. (2016). Las TICs en las universidades del CNU. Disponible en: <https://goo.gl/usl3Hr>

Colmenares, A., & Piñedo, M. (2008). La investigación acción. Una herramienta metodológica y heurística para la comprensión y transformación de realidades y practices socio-educativas. *Revista de Educación LAURUS*.14 (27). Caracas: LAURUS. 96-114.

Con, S., & Chávez, V. (sf). Metodología de la intervención educativa en la práctica del docente del Nivel Medio Superior. Pág. 1397- 1406. Disponible en: <https://goo.gl/EPZlcl>

Condie, R. & Munro, B. (2007). *The Impact of ICT in Schools: a landscape review*. UK: Becta.

-
- Cordón, R. (2009). Enseñanza y aprendizaje de procedimientos científicos (contenidos procedimentales) en la educación secundaria obligatoria: análisis de la situación, dificultades y perspectivas. Disponible en: <https://goo.gl/Epe3DF>
- Cortés, G. (1997). Confiabilidad y validez en estudios cualitativos. *Revista Educación y Ciencia*. 1 (15). 77-82.
- Cox, M., & Marshall, G. (2007). Effects of ICT: Do we know what we should know? *Education and Information Technologies*. Disponible en: <https://goo.gl/IUn9m1>
- Cruz, M., & Puentes, A. (2012). Innovación Educativa. Uso de las TIC en la Enseñanza de la Matemática Básica. Edmetec. [En línea] *Revista de Educación Mediática y TIC*. 1 (2). Recuperado de <http://goo.gl/VGoRFM>
- Chavarez, K. (2016). Maestros innovadores. Fundación Telefónica, Nicaragua. Disponible en: <https://goo.gl/JzTKX4>
- Daniels, H. (2003). *Vigotsky y la Pedagogía*. Barcelona: Paidós.
- D'Amore. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. En Radford, L. y D'Amore, B. (eds.). *Semiótica, Cultura y Pensamiento Matemático*. *Relime*, 9(4): 177-196.
- D'Amore, B. & Godino, J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. Vol (10). Nº. 2. [en línea]. Disponible en: <https://goo.gl/bb22rg>

Dávila, G. (2016). El razonamiento inductivo y deductivo dentro del proceso investigativo en ciencias experimentales y sociales. Revista Laurus [en línea], Vol.12. Disponible en: <https://goo.gl/dL4v9E>

Del Carmen, L., Carvajal, F., & Codina, M. (2004). La planificación didáctica, claves para la innovación educativa. Barcelona: Graó.

De Pablos, J. (1998). Nuevas Tecnologías, Comunicación audiovisual y Educación. Barcelona: Cedecs.

Díaz, A. (2006). El enfoque de competencias en la educación. ¿Una alternativa o un disfraz de cambio? En Perfiles Educativos, vol. 23 (111). pp. 7–36

Díaz, A. (2006). El docente y los programas de estudio. México, IISUE-UNAM-Bonilla.

Díaz, A. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. Universidad Nacional Autónoma de México. Disponible en: <https://goo.gl/DsbHWt>

Díaz, E. (1996), La ciencia y el imaginario social. Buenos Aires: , Ed. Biblos. 38-40.

Díaz, F.(s.f). La educación que queremos para la generación de los bicentenarios. Disponible en: <https://goo.gl/90VS13>

Díaz, R., & Edwards, B. (1997). Interactuando con las calculadoras gráficas para motivar el aprendizaje de las matemáticas. *Revista educación matemática*. 9(2). 109-115.

Druetta, C., & González, L. (2012). Jóvenes universitarios opinan sobre la apropiación de Internet en la vida académica. *Chasqui* (13901079), (117), 3-10.

Duarte, E., & Parra, E. (2012). *Lo que debes saber sobre un trabajo de investigación*. Maracay: Editorial Freddy Morles.

Duarte, E. (2008). Funciones y ventajas de la planificación. Disponible en: <https://goo.gl/OQluWq>

Dugdale, S. (1982). Green Globbs: Una aplicación de microordenador para representación gráfica de ecuaciones. Disponible en: <https://goo.gl/441UPx>

ECURED. (2015). Demostración Matemática. Disponible en: <http://goo.gl/d0htnf>

Echeverría, J. (2007) Educación y tecnologías telemáticas. *Revista 24 Iberoamericana de Educación*. Disponible en: <https://goo.gl/MKmkMc>

Elliot, J. (2000). *La investigación-acción en educación*. Madrid: Morata.

English, L. (2009). Setting an agenda for international research in mathematics education. En L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*. New York: Routledge. (pp. 3-19).

-
- Espinoza, J. (2016). Mucho camino por recorrer en tecnologías de información. El Nuevo Diario Disponible en: <https://goo.gl/h9YZKn>
- Fajardo, R. (2009). Propuesta de la Estrategia de Desarrollo de las TIC en Nicaragua. Disponible en: <https://goo.gl/FumBFt>
- Fandos, M. (2005). Formación basada en las tecnologías de la información y comunicación: Análisis didáctico del proceso de enseñanza-aprendizaje. Tesis doctoral. Disponible en: <https://goo.gl/tMP9iw>
- Fernández, R. & Delavaut, M. (2011). Educación y tecnología un binomio excepcional. Grupo editor K. Recuperado de: <http://goo.gl/2sthiI>
- Ferreiro, R. (2007). Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo. México DF: Ed. Trillas.
- Figueras, O. (2011): “Atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación”. PNA; Vol. 5 Issue 2, p. 67-82.
- Flores, J. (2013). “MATEAYUDA: Una herramienta tecnológica para reforzar aprendizajes matemáticos”. [Versión electrónica]. Revista UNAN-FAREM Estelí. 3 (10); 49-65.
- Flores, J. (2013). Actividades contextualizadas: una opción metodológica para fomentar la verbalización estudiantil. Revista UNAN FAREM Estelí. Versión electrónica. Año 2, N° 7. Disponible en: <https://goo.gl/lYRRxg>

-
- Flores, J. (2015). Actividades secuenciadas didácticamente: Una propuesta metodológica en la enseñanza de Física y Matemática. *Revista de Innovación Didáctica de Madrid, España*. Disponible en: <https://goo.gl/itbDCH>
- Flores, J., & Zamora, W. (2015). Planificación mediante situaciones de aprendizaje: Una necesidad emergente, pero ignorada en la enseñanza de las matemáticas. Disponible en: <https://goo.gl/dXh4Zf>
- Flores, J., & Zamora, W. (2015). Tecnología educativa en la enseñanza de la matemática: una percepción desde los estudiantes de la FAREM Chontales. *Revista Torreón Universitario*.4(9). pp.47-54.
- Flores, J., & Guzmán, E. (2016). Web 2.0: Una herramienta en la enseñanza universitaria (2016). *Revista Universidad y Ciencia, UNAN Managua*. Disponible en: <https://goo.gl/NCHmSB>
- Flores, J., & Zamora, W. (2016). Unidades didácticas: Por una enseñanza asistida de las matemáticas. *Revista Científica de FAREM estelí*. 5(18). pp.107-115. Disponible en: <https://goo.gl/VWkbSv>
- Flores, M. (2004). Implicaciones de los paradigmas de investigación en la práctica educativa. *Revista Digital Universitaria*, 5 (1), 2-9. Disponible en: <https://goo.gl/ycPE0B>
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Dordrecht, Riedel-Kluwer A.P.

Fundación Telefónica. (25 de Junio de 2015). Aulas fundación telefónica integran las TIC al proceso de enseñanza. [Mensaje en un blog]. El Blog de Movistar. Recuperado de: <https://goo.gl/UYZSlq>

Galbraith, P., & Haines, C. (2000). Mathematics- computing Attitude Scales. Monographs in Continuing Education. City University London.

Gallardo, P. & Camacho, J. (2008). La motivación y el aprendizaje en educación. Sevilla: Wanseulen Editorial.

García, F. (2000). Los modelos didácticos como instrumento de análisis y de intervención en la realidad educativa. Disponible en: <https://goo.gl/a8KnzB>

García, J., Santizo, J. & Alonso, C. (2009). Identificación del uso de la tecnología computacional de profesores y alumnos de acuerdo a sus estilos de aprendizaje, Learning Styles Review. Disponible en: <https://goo.gl/idcnoE>

García, J. (2012). El modelo TPACK en el diseño de actividades didácticas. [Mensaje en un blog]. Disponible en: <https://goo.gl/Hh4WB7>

García, M. (2015). Experiencia de TIC y educación en Nicaragua. Diario Metro Nicaragua. METRO. Disponible en: <https://goo.gl/JcMlj2>

Gardner, H. (2001). Las inteligencias múltiples hacia el siglo XXI. Barcelona: Paidós.

Gaspar, B. (1997). La utilización de un modelo de planificación de unidades didácticas : el estudio de las disoluciones en la educación secundaria. Disponible en: <https://goo.gl/Z9sw2G>

Gavilán, J., García, M., & Ciscar, S. (2007). Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas : implicaciones metodológicas. Revista RACO. 25 (2). Disponible en: <https://goo.gl/tKni7n>

Godino, J. & Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. Educación Matemática, 12 (1): 70-92.

Godino, J. (2003). Teorías de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Granada: Servicio de reprografía de la facultad de Ciencias.

Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39(1-2): 127-135.

Godino, J. (2010). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica. Disponible en: <http://goo.gl/nhuwsw>

Godino, J. (s.f). Presente y futuro de la investigación en didáctica de las matemáticas. Disponible en: <http://goo.gl/37Rvoi>

-
- Godino, J; Batanero, C; Contreras, A ; Estepa, A; Lacasta, A. & Wilhelmi, M. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño. Disponible es: <http://goo.gl/L4t1Ra>
- Gómez, A. (2006). Investigación educativa: Claves Teóricas. Madrid: Graó.
- Gómez, M. (2007). La importancia de la planeación didáctica en la labor docente. Boletín informativo de la Unidad de Formación Académica de Profesores.2 (17). Aguascalientes: El Heraldo.
- González, K. & Esteban, C. (2013) Caracterización de modelos pedagógicos en formación e-learning. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, (en línea), 39(3), 4-16.
- González, V. (2003). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. México DF: Editorial Pax México.
- Gravemeijer, K. (1994). Developing Realistic Mathematics Education. Disponible en: <https://goo.gl/uXDpp5>
- Guba, E., & Lincoln, Y. (1994). Paradigmas en pugna en la investigación cualitativa. London: Sage.
- Guedez, M. (2005). El aprendizaje de funciones reales con el uso de un software educativo: una experiencia didáctica con estudiantes de educación de la ULATáchira. Disponible en: <https://goo.gl/g8E8CW>

Hamui, A., & Varela, M. (2013). La técnica de grupos focales. *Revista de Investigación en Educación Médica*. 2 (1). 55-60. Disponible en: <https://goo.gl/R8ASYW>

Hernández, R. Fernández, C. & Baptista, P. (2010). “Metodología de la investigación”. Quinta edición. México: McGraw-Hill.

Hernández, R. Fernández, C. & Baptista, P. (2014). “Metodología de la investigación”. Sexta edición. México: McGraw-Hill.

Horrutiner, P. (2006). *La Universidad Cubana: El modelo de Formación*: La Habana: Félix Varela.

Iñiguez, L. (2008). *Métodos cualitativos de investigación en ciencias sociales*. Guadalajara: Ed. Universidad de Guadalajara.

Jorba, J. & Cosellas, E. (1996). “La regulación y la autoregulación de los aprendizajes. Estrategias y técnicas para la gestión social del aula”. Barcelona: ICE-UAB.

Jorba, J. & Sanmartí, N. (1994). “Enseñar, aprender y evaluar: Un proceso de evaluación continua. Propuesta didáctica para las áreas de ciencias de la naturaleza y matemáticas”. Madrid: CIDE; 34.

Kerry, T. (2005). *Objetivos de aprendizaje, asignación de tareas y diversificación*. Barcelona: Octaedro.

Koehler, M. & Mishra, P. (2007). Introducing Technological Pedagogical Knowledge. In AACTE(Eds.). The Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge for Educators. New York: Routledge/Taylor & Francis Group for the American Association of Colleges of Teacher Education, pp.3-30.

Klingberg, L. (1972). Introducción a la Didáctica General. Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo y Educación.

KUHN, Thomas. (1975). La estructura de las revoluciones científicas. México: Fondo de Cultura Económica.

Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education, en Bishop et al,

International handbook of mathematics education, Dordrecht, Kluwer A.P., pp. 49-97.

Latorre, A. (2003). "La investigación-acción". Barcelona: Graó; 52-57

Levin, R., & Rubin, D. (2004). Estadística para administración y economía. México DF: PEARSON.

Leung, F. (2006). "The Impact of Information and Communication Technology on Our Understanding of the Nature of Mathematics". For the Learning of Mathematics. 26 (1),pág. 29-35

Lewin, K. (1973). Action research and minority problems. En K. Lewin (201 – 216): Resolving Social Conflicts: Selected Papers on Group Dynamics (ed. G. Lewin). London: Souvenir Press.

Litwin, E. (2005). Las nuevas tecnologías en tiempos de Internet. Buenos Aires: Amorrortu.

Lombillo, I. (2011). Estrategia metodológica para el uso integrado y progresivo de los medios de enseñanza por docentes de la Universidad Agraria de la Habana (Tesis Doctoral). La Habana. Disponible en <http://goo.gl/oeooH7>

López, E. (2012). ¿Qué Modelo Educativo? ¿Para Que Tipo de Universidad? Revista Científica de la FAREM Estelí. 1(1). Pág. 47-62. Disponible en: <https://goo.gl/JvhFy>

López, F. (2007). Metodología Participativa en la Enseñanza Universitaria. Madrid: Narcea. 15-19

López, J. (2005). Planificar la formación con calidad. Madrid: Elipse.

Lucas, C. (2010). Organizaciones matemáticas locales relativamente completas (Memoria de investigación, Diploma de Estudios Avanzados). Universidad de Vigo. Disponible en: <https://goo.gl/aBmk0Q>

-
- Lupiañez, J. (2009). Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemática de secundaria. Tesis doctoral. Disponible en: <https://goo.gl/X4o1ly>
- Mager, R. (2002). Cómo formular objetivos didácticos: el primer paso para el éxito de la formación. Barcelona: GESTIÓN.
- Mandler, G. (1989). Affect and learning: Causes and consequences of emotional interaction. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 3-19). New York: Springer.
- Marcos, G. (2008). Un modelo de competencias matemáticas en un entorno interactivo. Tesis doctoral. Disponible en: <https://goo.gl/3lDhOL>
- Marques, R. (2008). Profesores muy motivados. Un liderazgo positivo promueve el bienestar docente. Madrid: NARCEA.
- Martínez, E. & Sánchez, S. (2015). La evaluación de los aprendizajes. Disponible en <https://goo.gl/jb2wdE>
- Mckernan, J. (2001). Investigación-acción y curriculum. Métodos y recursos para profesionales reflexivos. Londres: Morata.
- Mejía, F. (2016). La enseñanza y aprendizaje de la modelización y las familias de funciones con el uso de GeoGebra en un primer curso de ciencias Administrativas y Económicas en Colombia. Disponible en: <https://goo.gl/1GGZ8q>

-
- Melero, N. (2011). El paradigma crítico y los aportes de la investigación acción participativa en la transformación de la realidad social: un análisis desde las Ciencias Sociales. *Revista Cuestiones Pedagógicas*. (21). 339-355. Disponible en: <https://goo.gl/FXkDzu>
- Mendieta, C. (2016). Valoración de las competencias tecnológicas del profesorado de la UNAN-Managua, Caso FAREM-Carazo. Tesis doctoral. Disponible en: <https://goo.gl/tGkknD>
- Meneses, W. (2008). El programa "Graph" para optimizar la enseñanza. [Sembrando Experiencias]. Recuperado de: <https://goo.gl/rs8Wgv>
- Miles, M., & Huberman, A. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2a ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Mishra, P. & Koehler, M. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A new framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), pp. 1017-1054.
- Monguillot, M., Guitert, M., & González, C (2013). El trabajo colaborativo virtual: herramienta de formación del profesorado de educación física. *Revista Retos. Nuevas tendencias en Educación Física, Deporte y Recreación*, 24(2), 24-27.
- Montoro, V. (2007). Concepciones de estudiantes de profesorado acerca del aprendizaje de la demostración. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*. 2 (1); 101 – 121

-
- Moreira, M. (2005). Aprendizaje significativo crítico. Boletín de Estudios e Investigación. N°.6. Indivisa: Madrid.
- Moreno, H. (2004). La utilización de medios y recursos didácticos en el aula. Disponible en: <https://goo.gl/sKBQy5>
- Cobos, D., López, F., & Reyez, C. (2014). Actitudes, conocimientos y prácticas de riesgo ante el virus de la inmunodeficiencia humana entre la población universitaria de Chontales (Nicaragua). Pedagogía Social: Revista Interuniversitaria. (23). 173-197. Disponible en: <https://goo.gl/2aBxh9>
- Namakforoosh, M. (2008). Metodología de la investigación. México DF: LIMUSA.
- Observatorio Laboral para la Educación. (2013). Áreas del Conocimiento. Disponible en: <https://goo.gl/Pzk2VQ>
- O'brien, T. (1985). La regla de los reyes (Software). Pleasantville, NY: Sunburst Communications.
- OCDE. (2003). El marco de evaluación de PISA 2003; Matemáticas, lectura y resolución de problemas del conocimientos y habilidades. Paris. OCDE
- Olds, H., Schwartz, J., & Willie, J. (1980). Gente y computadoras: ¿Quién enseña a quién? Newton, MA: Educational Development Center.

Orton, A. (1983). Student's understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics* 14 (3), 235–250.

Oyarbide, A. (2016). Instrumentación del medio material GeoGebra e idoneidad didáctica en procesos de resolución de sistemas de ecuaciones. Tesis doctoral. Disponible en: <https://goo.gl/ICvaYD>

Oviedo, L.; Kanashiro, A.; Bnzaquen, M.; & Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*. [En línea]. (13). Santa Fe: 29-36. Disponible en: <https://goo.gl/r3ZZYH>

Padrón, C., & Bravo, M. (2014). Competencias TIC para la gestión del conocimiento: Un aporte desde el modelo TPACK. *Revista EDUCARE*, 18(3). 49-73.

Paz, E. (2000). Criterios de validez en la investigación cualitativa: de la objetividad a la solidaridad. *Revista de Investigación Educativa*. 18 (1). 223-242.

Pereira, Z. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. *Revista electrónica Educare*. 15 (1). 15-29. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194118804003>

Pérez, I., Mendieta, C., & Gutiérrez, H. (2014). Tecnologías de la información y comunicación en el contexto de los procesos de enseñanza-aprendizaje en Nicaragua: el caso de la FAREM Carazo. *International Journal of Educational Research and innovation*. N° 2. Disponible en: <https://goo.gl/go5JJd>

-
- Pérez, J. (2014). Importancia de la planificación didáctica.[Mensaje en un blog].Santillana. recuperado de: <https://goo.gl/PLpa2x>
- Piaget, J. (1979). Tratado de lógica y conocimiento científico. Naturaleza y métodos de la epistemología. Buenos Aires: Paidós.
- Piaget, J. (1986). Seis estudios de psicología. Barcelona: Barral.
- Pimm, D. (1990). El lenguaje matemático en el aula. Madrid: MEC-Morata.
- Planas, N. (2011). Buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En Goñi, J. (coord.) Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas.Barcelona: Graó; 57-157.
- Pozo, J. (2006), Teorías cognitivas del aprendizaje. Madrid: Morata.
- Ramírez, D. & Chavez, L. (2012). El concepto de mediación en la comunidad del conocimiento. Revista Sinéctica, N°. 39. [en línea]. Disponible en: <https://goo.gl/wCSzyk>
- Recinos, S. (2015). Didáctica: Teorías del aprendizaje. Vigotski y Piaget. Disponible en: <https://goo.gl/Q68gBl>
- Real, M. (2011). Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. [En línea]. Revista CLED. Edición Especial Congreso CLED 2011.Disponible en: <http://goo.gl/bKi9KL>

Regader, B. (2015). La Teoría del Aprendizaje de Jean Piaget. Disponible en:

<https://goo.gl/S3ygm7>

Riveros, V., Mendoza, M., & Castro R. (2011). Las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de instrucción de la matemática. *Revista Quórum Académico*. Vol. 8, Nº 15. Pp. 111 – 130.

Riveros, V., Arrieta, X., & Bejas, M. (2011). Las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el quehacer educativo del aula de clase. *Revista OMNIA*. Año 17, No. 1. pp. 34 – 51

Rodríguez, A. (2007). La cuestión del método en la pedagogía social. *Educación y Educadores*. Volumen 10, Número 1, pp. 161-176.

Rodríguez, M. (2002). *Didáctica general. Qué y cómo enseñar en la sociedad de la información*. Madrid: Biblioteca Nueva.

Rodríguez, G., Gil, J., & García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada: ALJIBE.

Rojas, J. (2011). Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel. Disponible en:

<https://goo.gl/LZTdaH>

Rojas, P. (2015). Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 33(1) : 151-165. Disponible en: <https://goo.gl/cE3lgu>

-
- Romero, C. (2005). La categorización un aspect crucial en la investigación cualitativa. *Revista de Investigaciones CESMAG*. 11(11). 113-118.
- Rubin, H., & Rubin, I. (1995). *Qualitative interviewing. The art of hearing data*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Ruíz, A., Chavarría, J., & Alpízar, M. (2006). La escuela francesa de didáctica de las matemáticas y la construcción de una nueva disciplina científica. *Revista UNICIENCIA*. 20(2). Disponible en: [file:///C:/Documents%20and%20Settings/MSI/Mis%20documentos/Downloads/6883-9467-1-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Documents%20and%20Settings/MSI/Mis%20documentos/Downloads/6883-9467-1-PB%20(1).pdf)
- Ryan, G., & Bernard, H.(2003). Data management and analysis methods. En N.K. Denzin y Y.S. Lincoln (eds.) *Collecting and interpreting qualitative materials*. (2a ed.). Thousand Oaks, CA: Sage; 259-309.
- Sánchez, García y Llinares (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. Disponible en: <https://goo.gl/JiPCXB>
- Sanmartí, N. (2012). "10 ideas clave. Evaluar para aprender". España: Graó.
- Schmidt, D., Baran, E., Thompson, A., Mishra, P., Koehler, M., & Shin, T. (2009). Technological pedagogical content knowledge (TPACK): The development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. *Journal of Research on Technology in Education*, 42(2), pp. 123–149).

-
- Segura, A. (2003). Diseños cuasiexperimentales. Disponible en: <https://goo.gl/OzvaFl>
- SEP. (2012). Las Estrategias y los Instrumentos de Evaluación Desde el Enfoque Formativo. México DF. Editorial SEP.
- SEP. (2016). Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria 2016. México DF: Editorial SEP.
- Steinbring, H. (2005). Do mathematical Symbols Serve to Describe or Construct “Reality”? En Hoffmann, M; Lenhard, J; & Seeger, F.(Eds). Activity and Sing: Grounding Mathematics Education (91-104).New York: Springer.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1990). Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques, London: Sage.
- Taba, H. (1974). Elaboración del currículo. Buenos Aires: Troquel.
- Tamayo, M. (2008). El proceso de la investigación científica. México DF: LIMUSA.
- Teruel, M., Martínez, M., & Fernández, E. (2015). Estrategia didáctica con el apoyo de las TIC para el desarrollo de habilidades profesionales en la licenciatura en contabilidad y finanzas en el modelo semipresencial. *Pedagogía Universitaria*, 20(1), 71-81.

Tomas, U. (2011). Teoría del aprendizaje significativo-David Ausubel. Disponible en: <https://goo.gl/1TQwwp>

Torres, G. (16 de septiembre de 2011). ¿Qué es un proyecto de investigación? [Mensaje en un blog]. Intervención educativa. Disponible en: <https://goo.gl/nyKq10>

Triglia, A. (s.f). Las 4 etapas del desarrollo cognitivo de Jean Piaget. Disponible en: <https://goo.gl/o5rzc0>

Tünnermann, C. (2003). La universidad latinoamericana ante los retos del siglo XXI. Unión de Universidades de América Latina. México DF. UDUAL: 3.

UNESCO (1998). Informe mundial sobre Educación. Disponible en: <https://goo.gl/IEpEK2>

UNESCO. (2006). La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los Sistemas Educativos. Disponible en: <http://goo.gl/AzjDC2>

UNAN Managua. (1992). Reglamento del Trabajo de los Profesores de la UNAN Managua. Disponible en: <https://goo.gl/PSv8mq>

UNAN Managua. (2011). Modelo Educativo, Normativa y Metodología para la Planificación Curricular 2011. Disponible en: <https://goo.gl/zs2uZJ>

UNAN Managua. (2013). Políticas y Programas Estratégicos del Plan Nacional de Desarrollo Humano 2012-2016, Managua: Editorial UNAN Managua.

UNAN Managua. (2011). Reglamento del Sistema de Estudios de Posgrado y Educación Continua SEPEC-UNAN-Managua. Managua: Editorial UNAN Managua.35-36.

Vásquez, N. (2010). Un ejercicio de transposición didáctica en torno al concepto de número natural en el preescolar y el primer grado de educación básica. Tesis de Magister, Universidad de Antioquía. Disponible en: <https://goo.gl/3QiDtJ>

Weber, R. (1986). “Análisis del contenido básico”. Londres: Sage.

UNAN Managua. (2015). El Proyecto Institucional. Disponible en: <https://goo.gl/xv3FoH>

UNAN Managua. (2015). Plan Estratégico Institucional 2015- 2019. Disponible en: <https://goo.gl/FGBF50>

Vargas, R. (2009). Paradigmas y diseños de investigación. [Mensaje en un blog]. Paradigma Crítico: la alternativa mas adecuada para el maestro investigador. Disponible en: <https://goo.gl/qp15hh>

Zabalza, A. (2009). Competencias docentes del profesorado universitario, calidad y desarrollo profesional. Madrid: NARCEA.

Zamora, W. (2016). TIC y gestión del conocimiento, hacia la innovación en la Educación Superior Nicaragüense. Boletín de Investigación e Innovación Educativa N° 4. Managua. Editorial UNAN Managua. 22-24.

Zamora, W., López, F., & Cobos, D. (2016). Realities of the Teaching Profession in Nicaragua. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*.18(2). 191-205. Disponible en: <https://goo.gl/AbXPM0>

Zamora, W. (2017). El trabajo docente y sus repercusiones en la salud: un estudio sobre las condiciones de trabajo del profesorado de educación secundaria de Chontales (Nicaragua). Tesis doctoral. Disponible en: <https://goo.gl/KfAJ2P>

ANEXOS

Anexo 1. Carta de presentación y validación de la propuesta MEAM e instrumentos en la I Escuela de Verano en Didáctica de las Matemáticas. UCR, Costa Rica.



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA



EMat Escuela de
Matemática

20 de abril del 2017
EM-DEM-020-2017

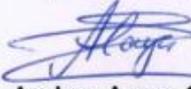
Miembros del Tribunal
Programa de Doctorado en Matemáticas
UNAN, Managua
FAREM-Chontales
Nicaragua

En calidad de directora del Departamento de Enseñanza de la Matemática de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, organizadora de la Primera Escuela de Verano en Didáctica de la Matemática, realizada del 20 de febrero al 3 de marzo, hago constar que la propuesta didáctica titulada "Conceptualización e interpretación geométrica de la derivada: Una propuesta enfocada desde la TSD, TAD y el apoyo de las TIC" fue presentada como trabajo final de este intercambio didáctico. Dicha iniciativa fue aceptada y aprobada por los facilitadores de la escuela, indicando que debían fortalecerse algunos aspectos como:

- Mejorar las indicaciones relacionadas al enfoque instrumental o apoyo de las TIC.
- Rediseñar algunas actividades para favorecer la naturaleza a-didáctica de las mismas.
- Fortalecer las preguntas orientadoras y generadoras de comprensión del objeto matemático en estudio.

Sin otro particular,

Atentamente,



Dra. Andrea Araya Chacón
Directora
Dpto. Enseñanza de la Matemática

mcm

Anexo 2. Algunas respuestas ofrecidas por los estudiantes en los pilotajes.

III. VALORACIONES CUALITATIVAS.

a) En forma general ¿Cómo le pareció la clase?

R/ Excelente

b) ¿Qué fue lo que más le agradó de la clase?

R/ La forma de como impartió la clase el Docente y sobre todo la definición Geométrica de la derivada por medio de la función GRAPH. Fue bonito porque se nos facilitó entender mejor el contenido.

c) Enumere tres elementos que fueron clave para que entendiera la definición geométrica de la derivada.

R/

- Docente
- Tecnología y software GRAPH
- Ser aplicado cuando explica el tema.

d) ¿Cómo se sintió al aprender matemática con este tipo de actividades?

R/ Bien, porque es una manera instructiva, se aprecia bien la que es la tecnología por medio de ella de forma dinámica y colorida, aprendemos a utilizar funciones matemáticas en la cual se nos facilita la comprensión de la clase.



e) ¿Qué opina sobre el uso de las TIC como un medio que facilita aprendizajes matemáticos?

R/ Que es una forma innovadora, porque hacemos buen uso de la Tecnología utilizando Software para los cálculos matemáticos.

f) ¿Cuál es su valoración en relación a la gestión de la clase por parte del docente?

R/ Es un excelente Maestro que imparte bien su clase, explica de buena manera los temas de forma entendible, dinámica y Recreativa haciendo uso de actividades utilizando tecnología de función GRAPH.

g) ¿Qué recomendación daría en relación a la sesión de clase?

R/ Que haya más compañerismo.

- Que no sean egoístas, si uno le entiende bien la clase que le explique al que no le entiende.
- Ayudarnos mutuamente haciendo encuentros grupales para mejor comprensión de los temas.

h) ¿Le agrada volver a aprender de esta forma?, ¿Por qué?

R/ Si, porque le entendí al tema y estoy aprendiendo a usar bien las funciones.

MUCHAS GRACIAS



III.

VALORACIONES CUALITATIVAS.



a) En forma general ¿Cómo le pareció la clase?

R: Muy buena ya que el docente explico muy bien la clase, Pero considero que en mi opinion necesitamos una explicación más clara.

b) ¿Qué fue lo que más le agradó de la clase?

R: lo que mas me agradó de la clase fue el metodo Graph que utilizamos para poder comprender la asignatura del Calculo I como es la derivada ya que este metodo nos da la grafica con los puntos y la pendiente

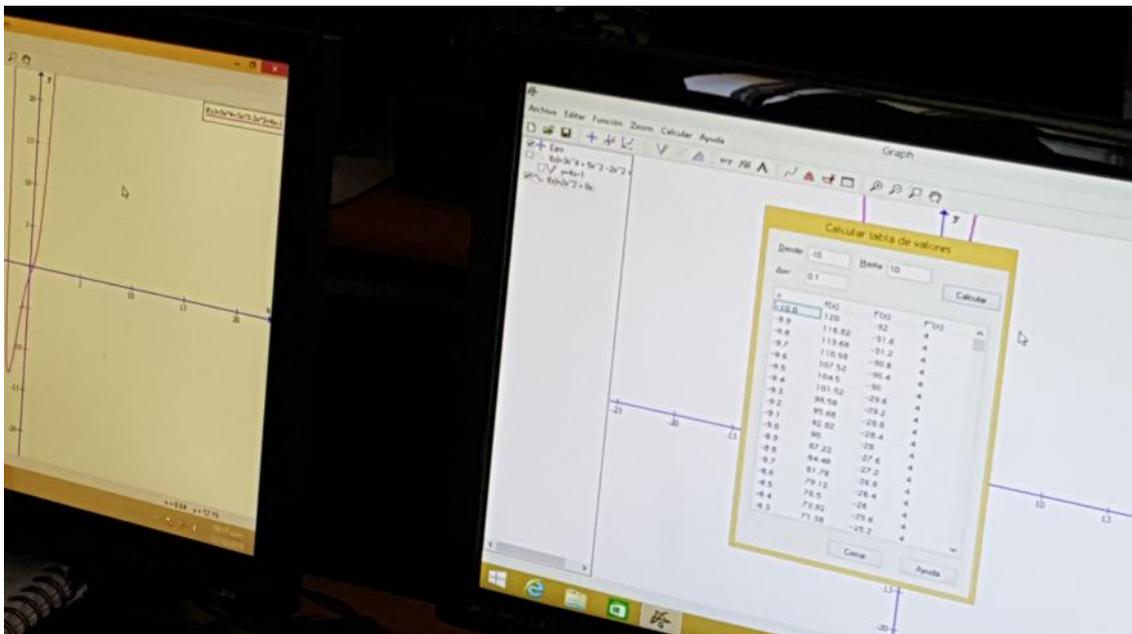
c) Enumere tres elementos que fueron clave para que entendiera la definición geométrica de la derivada.

1. docente
2. Graph
3. y el ordenador

d) ¿Cómo se sintió al aprender matemática con este tipo de actividades?

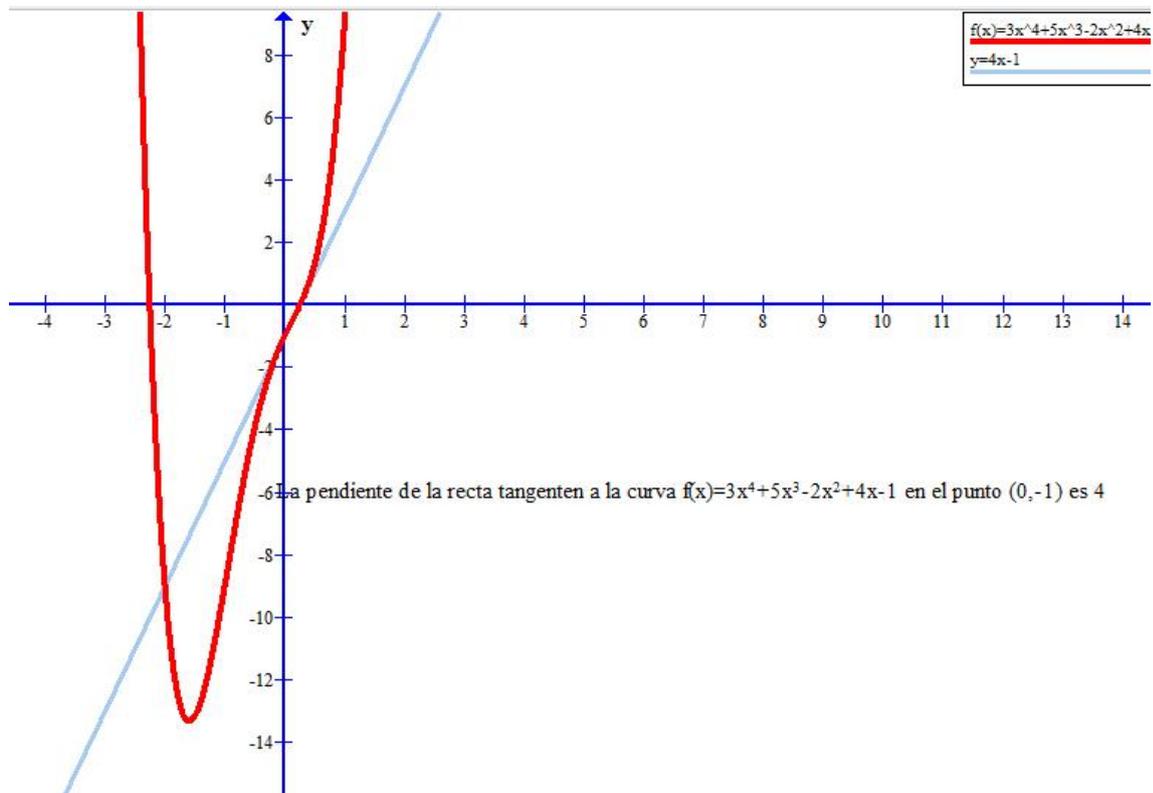
Bien ya que a-traves de estos metodos que utilizamos pudimos obtener conocimientos acerca de la definición de la derivada por medio de ordenadores.

Anexo 3. Evidencias de la pre-experimentación de la propuesta MEAAM con los estudiantes de Administración de Empresas y Física-Matemática.





Anexo 4. Respuesta ofrecida por un estudiante usando Graph.



Anexo 5. Instrumentos a utilizar en la implementación del MEAAM.



a) Grupo Focal



Estimados estudiantes, el presente grupo focal tiene como objetivo recoger información relacionada con el rol del docente durante las dos sesiones de clase en el cual fuiste partícipe. Por otro lado, se pretende conocer el papel que desempeñaron las tecnologías en los aprendizajes alcanzados y por último, conocer las valoraciones ante la implementación de un nuevo modelo de enseñanza y su conveniencia en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. De antemano, muchas gracias por su aporte a este estudio.

Interrogantes:

- 1. ¿Qué opinión le merece el desarrollo de esta clase desde la estrategia implementada?**
- 2. Menciones aspectos que consideras favorecieron el aprendizaje en clase.**
- 3. ¿Son pertinentes las actividades desarrolladas en clase?, ¿por qué?**
- 4. ¿Desde esta propuesta, cómo se te facilitó el aprendizaje del objeto matemático en cuestión?, argumente.**
- 5. ¿Qué consideración le merece iniciar el estudio de una temática, gestionando el saber fundamental que permita la construcción del mismo?(Epistemología Matemática).**
- 6. Asigna una valoración sobre el rol docente en el desarrollo de esta propuesta.**

7. **¿Cuál fue el grado de motivación que asignarías al desarrollo de esta propuesta: desde el rol docente, desde la gestión del aprendizaje, desde el uso de medios y recursos, la evaluación como proceso permanente y regulador del aprendizaje?**
8. **Comente acerca del proceso de evaluación desarrollado a lo largo de la propuesta. ¿Estuvo dirigido al juicio de resultados o a la formación de procesos?**
9. **¿Cómo contribuyó el uso de las TIC(GRAPH) el afianzamiento del aprendizaje?**
10. **¿Consideras viable o factible que esta propuesta de enseñanza de las matemáticas, se generalice a otros contenidos?, ¿Crees que se conseguiría mayor implicación y desarrollo por el aprendizaje de las matemáticas?, argumente.**

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA



b) REGISTRO ANECDÓTICO

Sesión 1

Fecha: _____

Grupo a observar: Física-Matemática

Año:

III

Local: _____

Hora: _____

Descripción de lo observado

Situación:

Otras circunstancias relevantes:

Descripción objetiva de los hechos:

Comentarios e interpretaciones subjetivas del observador, valoraciones.

c) MATRÍZ DE VALORACIÓN.



Matriz de valoración



“Implementación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática (MEAM)”

Estimado docente observador, la presente matriz de valoración, tiene como objetivo recoger información relacionada al rol que muestra el docente y el alumno ante la implementación del MEAM. Por otro lado, se valora el papel del medio en la labor docente y en los aprendizajes en los estudiantes. Los resultados de la investigación tienen una relación directamente proporcional con la honestidad de sus respuestas. De antemano, muchas gracias por su aporte a este estudio.

I. Datos Generales.

Instrucción: Coloque el número correspondiente en el espacio vacío

Años de experiencia en la docencia: _____ años.

II. Niveles de valoración.

Instrucción: A la derecha de cada afirmación encontrará un número del uno al cinco, marque con una “x” una vez en cada ítem de acuerdo a su criterio en cuanto a la posesión de ese nivel.

1. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel muy bajo en la categoría señalada.
2. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel bajo en la categoría señalada.
3. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel medio en la categoría señalada.
4. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel alto en la categoría señalada.
5. Se aprecia que el docente logra alcanzar el máximo nivel en la categoría señalada.

Categoría a valorar	Descripción	Aspectos específicos a valorar	Nivel alcanzado					Observación/comentarios
			1	2	3	4	5	
Rol docente	Rol que ejerce el docente durante la aplicación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dinamiza el proceso de enseñanza. ✓ Se percibe la construcción del objeto matemático en estudio. ✓ Motiva constantemente al estudiante. ✓ Propicia el aprendizaje matemático en los estudiantes. ✓ Fomenta la verbalización estudiantil. ✓ Gestiona acertadamente el proceso de enseñanza. ✓ Presenta una organización didáctica en las actividades presentadas. ✓ Desarrolla una secuencia didáctica lógica en las actividades presentadas. ✓ Se asegura de hacer entendible el nuevo saber. ✓ Integra las herramientas tecnológicas en la enseñanza. ✓ Posee dominio en el uso de la herramienta TIC utilizada en la sesión de clase. ✓ Permite una autorregulación de los aprendizajes. ✓ Orienta efectivamente las diversas actividades a realizar. 						

Niveles de valoración.

1. Se aprecia en el estudiante un nivel muy bajo en la categoría señalada.
2. Se aprecia en el estudiante un nivel bajo en la categoría señalada.
3. Se aprecia en el estudiante un nivel medio en la categoría señalada.
4. Se aprecia en el estudiante un nivel alto en la categoría señalada.
5. Se aprecia en el estudiante el máximo nivel en la categoría señalada.

Categoría a valorar	Descripción	Aspectos específicos a valorar	Nivel alcanzado					Observación/comentarios
			1	2	3	4	5	
Rol del alumno	Formas de actuación de los estudiantes ante la aplicación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se muestra motivado en todo el transcurso de la clase. ✓ Demuestra interés por el nuevo aprendizaje. ✓ Gestiona su aprendizaje en todo momento. ✓ Es un agente activo en su propio aprendizaje. ✓ Trabaja en forma compartida. ✓ Muestra aceptación para aprender utilizando TIC. ✓ Se adapta rápidamente a la utilización de un medio tecnológico. ✓ Utiliza el medio para una retroacción didáctica. ✓ Demuestra que aprendió en forma significativa. ✓ Verbaliza sus saberes ante el docente y compañeros de clase. ✓ Autorregula su aprendizaje. 						

Anexo 6. Evidencias de la aplicación del grupo focal



Anexo 7. Respuestas ofrecidas por los estudiantes en el grupo focal

1. ¿Qué opinión le merece el desarrollo de esta clase desde la estrategia implementada?

- Por lo menos estuvimos hablando nosotros en el grupo que siempre trabajamos, y comentábamos, por ejemplo, yo no domino mucho la computación y entonces hoy tuvimos practicando y realicé bastante rápido los ejercicios en la computadora. Entonces le digo yo a él, realmente la computación o la estrategia utilizada en la informática puede ayudar a los nuevos estudiantes a entender con mayor facilidad esos contenidos complejos que muchas veces hacemos en la pizarra y poder comprobar mediante esos software, y luego irlo a resolver manualmente en el cuaderno y de esa manera el aprendizaje va a ser significativo. Como dicen los pedagogos nuevos por lo menos en lo particular yo aprendí bastante sinceramente, entendí algunas cosas que no entendía con el lápiz y cuaderno usando la computadora.

- Profe a mí me agradó, me gustó bastante la técnica, las preguntas que nos iban conduciendo hacia dónde nos quería llevar, es decir la fórmula, definición de teoremas. No fue así pum, aquí está cópienla, realicen, sino que mediante preguntas sencillas guiadoras, prácticamente nos fue llevando a lo que queremos saber. Entonces la considero muy buena.

- Profesor yo creo que a nuestro nivel y a nuestros días, donde se habla por todos los lugares de TIC, de tecnología, de calidad, de avances, en la mayoría de los países del mundo se está trabajando con esa forma de trabajar, utilizando los software. Ahora, no se puede concebir la idea que si hablamos de tecnología y nosotros no estemos aplicando esa tecnología y que pueda ser fácil nuestra forma de dar las clases. Al hacer nuestro trabajo entonces para nosotros Esto es algo, que nos va a llevar a tener más conocimiento además de eso los pocos que no dominamos o no tenemos conocimiento sobre el uso de las computadoras, tenemos que meternos, hay mucho que tenemos que meternos, Sino se nos va a ser muy complicado, entonces la necesidad de trabajar nuestra área nos va a obligar a que tengamos que estudiar computación muchas veces por tanto es muy importantísimo esta estrategia.

-Bueno, en primer lugar darle gracias por habernos enseñado de esa forma tan linda, porque me gustó la manera que se usaron las TIC, o sea, la forma que se utilizó la tecnología. Ahora desde mi punto de vista, con respecto a la clase, la sentí muy agradable, ahora pero para la formación como persona, como docente, ¿Cómo me siento yo? Bueno a la hora de realizar mi plan de clase, eso me va a ayudar muchísimo, porque me va a dar una pauta, ya no voy a tener que ir a hacer un gráfico a mi cuaderno, no, voy a utilizar la tecnología, la computadora, la aplicación para que mi

trabajo se haga más fácil, que el niño en clase pueda ver, e informarse mejor con esta técnica.

- Yo voy a dar mi opinión, la opinión que reflexione allá, que este tipo de clase, es un deleite, es un disfrute, es agradable, es sensacional, recibir esas clases así. Es tan estimulante ver, una teoría y ahí nomás la práctica, visualizar eso, el aprendizaje que queda aquí, eso dije yo, el tiempo se va y uno disfruta esas actividades y el tiempo se va rápido y uno disfruta, no es una clase aburrida, es una clase tan dinámica y tan deliciosa.

2. Menciones aspectos que consideras favorecieron el aprendizaje en clase.

-Bueno, me encantó que primeramente nos facilitaron un video tutorial, donde pudimos observar cómo podíamos trabajar el software, aún antes de mirar cómo era el funcionamiento de este. Otro es que la teoría iba junto con la práctica, decía todo lo que iba teóricamente lo íbamos llevando a la práctica. Una tercera que tengo es que hubo un monitoreo constante sobre las actividades que estábamos realizando, es decir la actividad iba orientada y cualquier dificultad que teníamos nos monitoreaba, que cómo íbamos, si ya lo habíamos resuelto, en que teníamos duda, y el profesor nos aclaraba en ese momento.

-Profe, yo pienso que los aspectos que favorecieron el aprendizaje en la clase fue por la manera, o sea lo que a mí más me llamó la atención cuando fuimos a la clase y comenzamos a ver el video, ya me di cuenta y comenzamos a resolver aquellos ejercicio. Yo miré la visualización, yo creo que fue un factor importantísimo verdad porque uno visualiza las imágenes, también hubo una manipulación, Ya que el trabajo uno lo hice manipulando, ingresando datos a la computadora, y uno mira las imágenes que salen, Entonces todo eso nos motiva y hace que uno siga cuestionando más, cada vez que mira lo que aparece eso hace que uno se interese más, te motiva. Fue imprescindible y excelente para mí esta estrategia y los aspectos que en ella estaban.

- Algo relacionado con la clase profesor, es de que hizo uso de láminas muy llamativas, además de que se aprendió por lo menos a darle un valor, o sea a darle uso a las tecnologías. Hoy nosotros pudimos hacer todo por nosotros mismos, pudimos manipular, además del material concreto que nos brindó a cada uno, las hojitas que nos repartió, para ir haciendo el proceso y así mismo poder determinar y entender los propios conceptos que se le dio a cada una de las funciones.

- Bueno dentro de los aspectos que yo pude identificar, desde mi punto de vista es que hicimos uso del material didáctico. Otro aspecto es que cada parte explicada por el docente nosotros mismos lo comprobamos con la manipulación del material didáctico. Otro aspecto es que la parte teórica quedó reforzada con la realización del ejercicio. Y el último aspecto que pude identificar es que estamos haciendo uso de las TIC Para llegar a un aprendizaje significativo.

- lo que a mí más me llamó la atención cuando fuimos a la clase y comenzamos a ver el video, ya me di cuenta y comenzamos a resolver aquellos ejercicio., porque a veces principalmente, el software Graph a toditos nos llamó la atención, ver un docente en TIC. Qué es el momento que nos brindó tutoriales antes de la clase, diapositivas, todo eso lo llamó la atención, y yo creo que eso abrió el interés porque fue un aspecto tan importante que permitió que cada uno de nosotros como estudiantes fuera efectivo y positivo el aprendizaje. Otro punto o aspecto primordial de partir de lo sencillo, como dicen del material sencillo a lo complejo.

-Yo lo que puedo apreciar es que esta propuesta fue diseñada o elaborada por alguien que sabe de didáctica. Ahora, lo demuestra ¿cuándo?, en el momento que dirigió cada una de las actividades que realizamos. Ahora dijimos que la persona que sabe, también sabe dirigir el conocimiento, y llama la atención de los estudiantes y en este caso, todos estuvimos motivados, desarrollando las diferentes actividades.

3. ¿Son pertinentes las actividades desarrolladas en clase?, ¿por qué?

-En lo particular profesor para mí yo digo que sí, porque a través de ellas podemos enriquecer nuestro conocimiento. Pudimos recordar contenidos ya abordados y que quizás quedamos con duda, cuando nos dieron las clases. Pero con esta estrategia desarrollada e implementada pudimos aclarar esas dudas que teníamos, también nos permite ehh no llevarle miedo a clase como el cálculo, porque pudimos ver que se puede aprender de una manera más fácil y sencilla, y sobre todo creativa.

-Bueno las actividades desarrolladas como decía mi compañero Julio, Primeramente fueron bien definidas, bien elaborada ¿porque?, bueno porque el profesor empezó primeramente dándonos datos históricos de cómo empezaba el cálculo, por eso uno de los factores o características es que uno tiene que ser un profesor didáctico, y empezar a hablar de la historia como ha venido evolucionando un contenido y para qué lo va a servir. Por ejemplo muchas cosas no comprendía, hasta el día de hoy. Lo importante que el profesor orientaba y nosotros poco a poco y vamos realizando las actividades que el orientaba, o que decía la actividad.

-Consideró que sí, es pertinente el uso de esta estrategia implementada, porque de esta forma nosotros mismos fuimos siendo partícipe en la creación de cada definición matemática, y lo pudimos llevar a la práctica.

4. ¿Desde esta propuesta, cómo se te facilitó el aprendizaje del objeto matemático en cuestión?, argumente.

-Bueno, yo estoy seguro que todos los conocimientos que adquirimos mediante esta propuesta, el software, fueron muy significativo, y también el sistema para comprobar,

lo hicimos en forma manuscrita con lápiz y cuaderno y también lo pudimos comprobar usando el software en la computadora.

5. ¿Qué consideración le merece iniciar el estudio de una temática, gestionando el saber fundamental que permita la construcción del mismo? (Epistemología Matemática).

-Primeramente como docentes nosotros primeramente tenemos que mantenernos informados y estar en constante conocimiento, porque si nosotros no nos informamos, de una u otra manera con una biblioteca o ya sea de internet, investigando a los grandes protagonistas de la Física o la Matemática, nunca nos vamos a dar cuenta. Cuando estemos en una sección de clase, y un niño nos pregunte, ¿hasta esa hora vamos a ir a investigar?, no, debemos de ser investigadores, como docentes debemos de estar siempre inmersos en eso, investigando día a día.

-Hay un pensamiento que dice “Es fácil entender la verdad cuando ya ha sido descubierta”, entonces es necesario hablar de todos estos personajes que están involucrados en la temática, para conocer todo lo que vivenciaron ellos, y lo que aportan desde tiempos antiguos hasta el presente, ya que son útiles.

-Es importante esto partir de la epistemología, ya que nosotros así nos damos cuenta de los antecedentes, cómo se dieron esos contenidos y la utilización que nosotros le podemos dar en nuestro presente, ya que muchas veces nosotros en clase sólo le damos el contenido al estudiante por dárselos, no le explicamos ni le orientamos el porqué del contenido, y gracias a la epistemología nosotros le vamos orientando para qué sirve el contenido.

- Con esto profesor, aprendí algo muy importante en esta clase, porque si nosotros vemos en los libros de texto que están actualmente traen esa parte, y muchas veces nosotros obviamos, y no le damos interés o importancia. Y ahora nosotros hemos aprendido que eso es muy importante hacer reseña y hacer entender al niño de dónde viene o proviene, de dónde es originaria cada una de las partes que nosotros enseñamos.

6. Asigna una valoración sobre el roll docente en el desarrollo de esta propuesta.

-Bueno Primero que nada, como siempre el grupo ha expresado Del 100% de los profesores que aquí nos enseñan matemática son personas con excelente dominio de contenido, primero que todo como usted se ha reflejado en la clase de didáctica, las clases desarrolladas en el CNU, fueron desarrolladas didácticamente al 100%, las estrategias desarrolladas súper importantes que hasta nosotros si se diera el caso, si

pudiéramos hacerlo, siquiera nos gustaría enseñarlo de esa manera. Hay veces que se nos dificulta enseñar bien en el aula de clase, es difícil, no hay motivación en veces para el estudiante. Fuera súper importante crear estrategias nuevas, pero siempre y cuando el docente esté preparado para desarrollarlas.

-Bueno, eh h h h h, en mi calidad de estudiante como todo estudiante, siempre le gusta criticar a los docentes, y nosotros hemos hecho comentarios, nos hemos reunido para comentar El trabajo de nuestro docente, en forma general, hemos coincidido todos que el docente que nos ha partido clase, ha sido muy eficiente. Y no me gusta echar flores, no me gusta andar tampoco hablando bien en presencia de las personas, pero ya que se da esta oportunidad, Quiero decir de que, una vez tuvimos hablando con el grupo de trabajo de qué el profesor Jairo utiliza una excelente didáctica para enseñar, entonces creo que bueno, no es para menos este trabajo que ha hecho, excelente y felicitaciones de mi parte.

- Como la pregunta dice asigne una valoración, del 1 al 10 yo le asignó 10, ahora le digo porque, y lo justifico: Porque el rol del docente ahí fue, actividades bien planificadas, bien secuenciadas, y las evaluaciones plasmadas ahí respondían a las actividades que se realizaron.

-Yo tengo algo que decir, no por el cariño o el afecto que uno a lo largo de este tiempo ha venido formando con el profesor, y por supuesto lo largo de este curso para estar elogiando, verdad sino que, es la realidad. Yo creo que todos apreciamos al profesor, como alguien que si tiene didáctica, lo que quiero decir es esto: muchas veces nosotros copiamos, entonces el profesor es un modelo a seguir, en el momento de desarrollar la clase. Entonces yo soy bueno decir pensamiento Pero hay un pensamiento que dice “si una persona inspira a otros a soñar más, a ser mejor es un líder”, entonces usted nos inspira a ser mejores cada día.

-Bueno yo creo que al rol del docente fue muy bueno, muy importante de hecho, para introducir el tema partido de la parte epistemológica del contenido, yo creo que el rol más fundamental fue que el docente fue un facilitador, los estudiantes o sea nosotros fuimos los creadores de nuestro propio conocimiento, y esto fue muy valioso de acuerdo a esta técnica o estrategia.

-Otro aspecto que puedo valorar del docente es que él fue orientando, y fuimos nosotros mismos los que creamos nuestro propio conocimiento matemático, y además nos sentíamos motivados porque estábamos trabajando con algo que nos gusta a todos en este tiempo cómo lo es la tecnología. Entonces nosotros entre más trabajábamos nos sentíamos con más deseos de trabajar. En el grupo hacíamos diálogo de que ni se sentían las horas de clase, ya que nos sentíamos motivados al estar manipulando, trabajando, aprendiendo y creando nuestro propio conocimiento.

-Bien, a mí me pareció excelentísima la propuesta del profesor, ya que se evidenció las tres condiciones de un aprendizaje significativo, cómo lo es la motivación, eso es muy importante que exista en el aula de clase, luego después de la motivación la comprensión, que puede hacer comprensible el contenido, y luego la participación de todos nosotros que fue muy buena. A través de la secuencia que el docente desarrolló, eso fue importante en clase. Y lo más importante es como nosotros lo vamos a ir a implementar y aplicar verdad.

7. ¿Cuál fue el grado de motivación que asignarías al desarrollo de esta propuesta: desde el rol docente, desde la gestión del aprendizaje, desde el uso de medios y recursos, la evaluación como proceso permanente y regulador del aprendizaje?

-Desde el punto de vista del rol del docente, es muy importante porque cada actividad fue secuenciada didácticamente, y el docente nos iba instruyendo a cada momento para que nosotros lográramos comprender y de tener una idea más clara del contenido que estábamos estudiando, en este caso cálculo.

-Ehh, La motivación, en mi persona como estudiante me sentí motivado desde el inicio cuando miré el video sobre el uso del software, la utilización cómo lo íbamos a hacer y llegué a aquella computadora y la agarré y metía las funciones, y me daba aquella gráfica. Me sentí motivada ahora, Cuando me explicaba por medio de las diapositivas, ahí yo iba viendo y comprobando también en mi hojita, y también yo lo hacía en la computadora. Precisamente los videos me ayudaron a adelantar el conocimiento, porque yo no lo sabía, eso para mí fue muy motivador, porque al llegar a la computadora y saber que ya lo puedo utilizar, fue algo maravilloso.

-En el rol docente, la motivación yo lo interpreto de esta manera, el profesor tuvo una dinámica muy bien consecutiva, durante todo el proceso de clase y el desarrollo de la clase. Realizó interacción, comunicación con estudiantes, verdad, el cual abordó y aportó ideas que nos hacían falta. Digamos tal vez en el entendimiento de la clase, el contenido, de cómo introducir funciones, de cómo derivarlas, de cómo graficarlas, y esa manera el rol docente que el tuvo fue muy dinámico, desde un inicio hasta el final.

-Voy a dar mi opinión desde el grado de motivación del rol docente, y voy a decir esto: no había recibido una clase dónde se mirará tan visiblemente el rol del docente como facilitador del aprendizaje, no había recibido una clase yo realmente impartida donde se mirara, el rol del docente viablemente como facilitador, creo que en la clase el rol del docente fue de facilitador completamente del aprendizaje, porque nosotros mismos lo construimos, el solamente lo facilitó. Excelente profesor.

-Algo de qué nos sirve como ejemplo, por parte suya profesor, es de que ya decía el compañero anterior el rol suyo, el rol que hizo durante toda esta actividad que implementó y que compartió, el docente estuvo presente en todas las dificultades que

como estudiante presentamos, para darle su debida respuesta, y todo lo hizo con aquel carisma, aprecio, O sea no tuvo ninguna parte negativa con los estudiantes. El docente estuvo ahí siempre, apoyando, diciendo: inténtalo de esta manera, hazlo de esta forma, y de verdad que da resultado, y eso nos sirve a nosotros como ejemplo, a como le decía, porque eso también nosotros lo vamos a hacer con nuestros estudiantes lo vamos a reproducir.

-Cuando yo daba clase, antes de venir a la universidad desarrollaba ejercicios, fórmulas mecánicamente, Pero cuando sabía que iba a venir a la universidad decía, Quiero saber el significado de las fórmulas ¿de dónde salen? , ¿Para qué sirven? , ¿Por qué?, Bueno mediante esta clase se me ha permitido ver lo vivo e importante que son las fórmulas o definiciones como la derivada, ¿cómo se vienen dando? Eso me ha ayudado y motivado a investigar más sobre otras fórmulas, para darle también ese significado.

-Bueno quería opinar sobre el profesor, él nos ha ayudado bastante a nosotros, y la didáctica fue muy buena, basándose también en los pedagogos anteriores como Ausubel. Primeramente partió de los conocimientos que nosotros traíamos, al usar un video tutorial, desde ahí incursionó en los conocimientos que podíamos necesitar en el transcurso del contenido, porque logré enlazar el vídeo sobre cómo resolver ejercicios de cálculo con lo que al siguiente día el dio en clase.

-Los muchachos al igual que yo opinan sobre el éxito en el trabajo del docente, desde el primer día siempre estuvo ahí para ayudarme, ya que a mí me cuesta mucho usar computadora, pero él estuvo siempre pendiente de esa dificultad que tenía, estuvo siempre atento a eso. Yo poco he manipulado una computadora, pero en estos días que he estado con usted, aprendí muchísimo y le agradezco que siempre estuvo pendiente todo este tiempo, ayudándome a salir de esa dificultad, porque yo sabía cómo graficar una función cuadrática, función lineal pero en forma tradicional, En el cuaderno, qué es lo que aburre al estudiante. Pero ya con esto voy empapado en sí, porque esto que aprendí estos días yo voy a buscar como practicarlo y ver quién me presta una computadora y para qué voy francamente muy agradecido.

- Yo quería hablar algo sobre la motivación, para la motivación inicial desde el momento que uno descubre algo y lo aprende. Pero si uno llega a fracasar en eso se vuelve desmotivado digamos uno. De ahí el rol de la propuesta, inició bien desde el momento que nos dieron los videos, porque desde ese momento que vimos los videos, ya teníamos una idea de lo que íbamos a ver el siguiente día. Por lo que los videos nos ayudaron a eso. Teníamos idea de cómo introducir funciones, como graficarlas, cómo sacar la derivada de una función, desde ahí uno comienza a motivarse, y es por eso que las próximas clases que venían nosotros ya la habíamos aprendido con el video tutorial, y seguía motivado en clase. Entonces la propuesta para mí digamos que es muy relevante, pertinente y ha dado un buen resultado, y fuese bonito que existiera una coordinación con el MINED, porque posiblemente nosotros implementemos

propuestas similares con esa misma idea. Considero que el MINED está bastante despreocupado, específicamente de aplicar este tipo de propuestas, ya que las capacitaciones sólo te enseñan contenidos o te hablan de TIC, pero no te enseñan cómo usarlas con metodología, didáctica, usando materiales con un orden lógico, desde iniciación hasta la culminación y considero que eso se necesita.

8. Comente acerca del proceso de evaluación desarrollado a lo largo de la propuesta. ¿Estuvo dirigido al juicio de resultados o a la formación de procesos?

-A pesar de las dificultades que tenemos del tiempo, ya que no tenemos mucho tiempo, yo lo sentí que fue algo buenísimo, hubo una enseñanza rica que nos brindó, eso es lo que yo pienso a pesar del tiempo.

-Más que todo la evaluación fue en el proceso, valorando cada participación, de cada uno de los integrantes del grupo. En el caso mío, considero que es la primera clase evaluada de una forma diferente, de esta manera sistemática, donde para nosotros ha sido una forma nueva de ser evaluados y es bonito hacerlo de esa manera porque uno muchas veces se pregunta ¿cómo evaluó a mis estudiantes? y esto nos ha dado un paso para nosotros tener herramientas para evaluar de esta misma manera y ponerlo en práctica.

- Con respecto a la regulación de los aprendizajes, la evaluación siempre fue constante en todo momento, antes, durante y después, porque nosotros mismos nos evaluamos. Esa manera nosotros ya sabemos más o menos cómo estuvo el proceso enseñanza aprendizaje y lo que más me gustó fue que todos los estudiantes que estuvimos presente se dio lo que es la verbalización, porque aquí sí le hacemos preguntas directas al estudiante, él no va a responder como respondía allá, porque él estaba observando y a la vez respondiendo.

¿Qué tanto verbalizaron sus saberes?

-Como ya el compañero hablaba sobre la verbalización, y que la evaluación fue normalizada, realmente lo que se tomó en cuenta en la evaluación fue lo oral, lo participativo en la clase, muy activa, crítica, porque comparamos lo que hacíamos en las actividades y asimismo nos Auto evaluamos y coevaluábamos, existiendo de esta manera la Coevaluación. Porque a veces nosotros comparábamos situaciones y de esta manera nos íbamos corrigiendo poco a poco, entonces eso fue también coherente y muy interesante.

- Con respecto a la verbalización fue muy importante porque nosotros mismos construimos las definiciones, y los conceptos que necesitábamos durante el momento de la clase. No hubo necesidad de que el docente diera la definición o el concepto de cierta temática, por ejemplo la definición de la derivada no fue necesario que la

sacáramos de un libro Sino que nosotros mismos construimos esa definición de derivada.

9. ¿Cómo contribuyó el uso de las TIC (GRAPH) el afianzamiento del aprendizaje?

-Primeramente nos ayuda a comprender la definición de derivada, porque si solamente se hubiera dictado la definición y no poder ver como una recta secante al acercarse delta x a cero, se iba a convertir en una recta tangente, nos ayudó mucho a visualizar muchas cosas del cálculo, que muchas veces son difíciles de entender.

-Bueno a mí me ayudó mucho, porque a través de los gráficos que presenta el software, pude entender lo que era la derivada, porque quizás uno lo escucha muchas veces pero no tiene ni idea de lo que es la derivada. Y verdaderamente a través de esos gráficos pude entender bien la definición geométrica de derivada.

-Fue bastante eficaz y de suma importancia, ya que se pudo comprender todo lo abordado, lográndose captar el contenido abordado, hubo emoción, motivación e interés por aprender lo que se impartió.

-En sí Graph, yo creo que detener un docente ejemplar, teníamos un segundo docente porque el docente nos se orientaba una guía, pero teníamos otro que nos permitía terminar esa guía o realizarla, quiero decir teníamos un camino de un punto inicial a un final, que nos permitía recepcionar el aprendizaje. Quiero decir que Graph, aunque siento muy científico, nos sirve como agilizar una actividad.

-Bueno, esta clase para mí me ayudó mucho, porque a pesar que tenía muchas dificultades en cálculo, esto vino afianzar los conocimientos previos que yo tenía, el software me ayudó a poder ver las variaciones de acuerdo a las funciones que se nos daban, existiendo cambios distintos que con Graph pudimos apreciar, y así pude comprender muchas cosas que no comprendía al 100%.

-Específicamente la parte del software que nosotros vimos, pudimos entender con mayor exactitud los gráficos, sus variaciones en la tabla de valores que da Graph. Permitía agilizar el proceso, comparándolo con la realización a mano, eso nos ayuda a visualizar más bien donde había cambio de signo en la función, tanto en la primera derivada y en la segunda derivada, facilitando sacar conclusiones.

Bueno yo creo que es bonito, es divertido ver este tipo de actividades que nos mostró el profesor en esta clase, pero yo creo que también hay que reconocer que para hacer este tipo de trabajo se requiere de tiempo, disposición, porque yo me pregunté desde el primer día de clase, ¿Cuánto trabajó y el profesor para hacer esas diapositiva, los videos, las láminas y las actividades para que sea rica la clase? , porque a veces yo creo que habemos docentes que no nos gusta esforzarnos, y por eso creo que la

educación en Nicaragua no va por un giro bueno, porque si los docentes nos ponemos a seguir este tipo de ejemplo yo creo que la educación en Nicaragua avanzaría muchísimo más, y sobre todo que el conocimiento en los estudiantes sería significativo.

10. ¿Consideras viable o factible que esta propuesta de enseñanza de las matemáticas, se generalice a otros contenidos?, ¿Crees que se conseguiría mayor implicación y desarrollo por el aprendizaje de las matemáticas?, argumente.

-Yo pienso que utilizando este mismo modelo de actividades o forma de enseñar, los contenidos se hacen mucho más fáciles, porque ahí estamos practicando en el momento que estamos haciendo la clase, por tanto en cualquier contenido sería mucho más fácil enseñarlo y a la vez aprender los estudiantes.

-Consideró que si es viable y factible, porque estamos en un mundo modernizado y debemos de enseñar de esta manera, permitiría tener más expectativas al aprender y se demostraría que la matemática no son tan complejas cómo aparece. Además estaría siendo un excelente uso de la tecnología.

-Yo considero que hay bastantes personas que se están dedicando a ingresar en el mundo tecnológico para hacerle a uno más fácil el estudio, pero posiblemente habemos algunos departamentos que estamos desfasados y estamos siempre con la educación tradicional porque no queremos aprender a enseñar con tecnología, Y así pasar de una educación compleja a una sencilla para el estudiante. Yo creo que para cualquier contenido es aplicable y más si se usa la informática cómo lo muestra esta propuesta, solamente que la persona que va a impartir tiene que tener digamos esa educación o ese conocimiento para ver de qué manera va a enseñar esos niveles lo mejor posible. Por lo que de aplicarse tiene que ser una persona que sepa, que tenga didáctica, que sepa de computación y tiene que saber también de pedagogía, o sea no es cualquier persona. Porque si un ingeniero de sistema nos pone a dar clases, de seguro nos va a perder, porque no es que sepa computación solamente, sino que sepa didáctica, cómo evaluar, qué actividad hacer o sea un aprendizaje completo en el docente.

-Con eso de la estrategia, para mí sería que se aplique en cualquier tipo de contenido, ya que así se evitaría que los estudiantes le tengan tanto temor a la Matemática, porque ya sabemos que la mayoría de los jóvenes, de la juventud, nosotros mismos como personas estamos en un proceso del uso de la tecnología. Entonces para utilizarlo ya no sería que sólo el docente como único medio utilice solamente el pizarrón para dar clase de Matemática, sino que se debe recordar que al estudiante le gusta la tecnología, ahí nomás se involucraría en los contenidos matemáticos y en su aprendizaje. Y otro aspecto sería que la evaluación se nos facilitaría y además que el estudiante aprende haciendo con este modelo. Un estudiante no va a aprender un teorema o un concepto al ir a estudiar un folleto, o a investigando en internet, porque

el mismo necesita hacer la práctica haciendo en clase, esa es la diferencia y la importancia de esta propuesta.

Aspectos negativos en la propuesta o limitaciones

-Desde mi parte personal Tal vez no sé si para todos, la parte negativa fue únicamente el factor tiempo, ya que a veces uno no tiene el dominio de la computadora, entonces cuando uno quiere insertar la función entonces ahí pierde la eficacia, Por querer ir adelantando uno pierde el conocimiento que lo va guiando según los ejercicios, Pero tal vez para el que ya tiene dominio en el uso de la computadora tal vez no lo va a sentir como una parte negativa. Considero que un factor negativo fue el tiempo.

Anexo 8. Anotaciones realizadas en el registro anecdótico

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA

REGISTRO ANECDÓTICO

Sesión 1

Fecha: 16/07/17 Grupo a observar: Física-Matemática Año: III

Local: Laboratorio del CNU, San Carlos Río San Juan.
Hora: 8:00 am

Descripción de lo observado

Situación: Las estudiantes se vieron muy motivadas desde el momento en que entraron al salón del CNU, hubieron 5 de ellos que antes de entrar andaban observando el video tutorial enviado por una red social, manifestando interés por lo que estaban por usar.

Otras circunstancias relevantes: Durante el proceso de implementación del modelo, existieron algunos estudiantes que se les dificultaba usar las computadoras y por ende el software, advirtiendo que muy pocas veces tienen acceso a estas máquinas.

Descripción objetiva de los hechos: Se logró observar un interés mayúsculo por aprender, involucrándose en cada actividad que su profesor les orientaba. Les agradó mucho el hecho de usar

Comentarios e interpretaciones subjetivas del observador, valoraciones.

Graph, ya que podían visualizar la gráfica y ver sus variaciones con el uso de la tabla de valores. Debido a que las actividades ofrecían la oportunidad de que ellos comentaran sus saberes, existió mucha verbalización, en donde ellos hablaban de sus respuestas, opinaban sobre lo que decían sus compañeros y se autopercibían en caso de no estar de acuerdo.

Se ayudó mucho a estudiantes que tenían dificultades con el uso de la computadora, promoviendo poco a poco su desempeño con esa herramienta tecnológica. Les ayudó el inicio de la clase con la historia y aportes de grandes iniciadores del cálculo, expresando uno de ellos que no sabía que tanta gente estuviera detrás del cálculo.

Siempre se mantuvieron activos y con ganas de seguir con las actividades planificadas, lo cual llenó de mucha satisfacción.

MANAGUA
REGISTRO ANECDÓTICO

Sesión 2

Fecha: 17-07-17 Grupo a observar: Física-Matemática Año: III

Local: Laboratorio del CNU, San Carlos Río San Juan.
Hora: 9:30 am

Descripción de lo observado

Situación: - Motivación constante del estudiante.
- Resolución proactiva de ejercicios y problemas con lápiz y papel como también con ayuda del Software.

Otras circunstancias relevantes: - Obtuvieron sus valoraciones en las sesiones de clase.
- Comunicación sistemática entre los mismos estudiantes ya sea al momento de dar sus conclusiones, como del trabajo en la sesión.
- Se auxiliaron mucho del software para sacar conclusiones efectivas.

Descripción objetiva de los hechos: Nuevamente las estudiantes llegaron muy animadas y comentando los videos que se llevaron del día anterior, en donde se les enseñaba como derivar aplicando la definición geométrica de la

Comentarios e interpretaciones subjetivas del observador, valoraciones.

derivada. Definición que el día anterior habían sido capaces de deducir con las actividades realizadas.

El uso del Software fortaleció lo que ellas hacían con lápiz y papel en forma convencional, pero las funcionalidades de Graph, permitieron que analizaran a profundidad las respuestas ofrecidas en forma inicial.

Fue interesante ver a estudiantes involucrados con lo que estaban realizando, absortos en lo que resolvían y sobre todo implicados en lo que aprendían, evaluando siempre lo que hacían.

Al final presentaron sus valoraciones, las que ofrecieron como un éxito las clases, uno de ellos decía: "nunca me habían enseñado de esta manera", otro expresaba: "como me encantó usar las tecnologías". Estas frases mostraban los sentimientos y agradecimientos de los alumnos por el trabajo del profesor y por sus actividades que creó.

Anexo 9. Anotaciones realizadas en la matriz de valoración por docentes externos

 UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA MANAGUA URUGUAY - AMÉRICA	Matriz de valoración	
“Implementación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática (MEAM)”		
<p>Estimado docente observador, la presente matriz de valoración, tiene como objetivo recoger información relacionada al rol que muestra el docente y el alumno ante la implementación del MEAM. Por otro lado, se valora el papel del medio en la labor docente y en los aprendizajes en los estudiantes. Los resultados de la investigación tienen una relación directamente proporcional con la honestidad de sus respuestas. De antemano, muchas gracias por su aporte a este estudio.</p>		
I. Datos Generales.		
Instrucción: Coloque el número correspondiente en el espacio vacío		
Años de experiencia en la docencia: <u>20</u> años.		
II. Niveles de valoración.		
Instrucción: A la derecha de cada afirmación encontrará un número del uno al cinco, marque con una “x” una vez en cada ítem de acuerdo a su criterio en cuanto a la posesión de ese nivel.		
1. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel muy bajo en la categoría señalada.		
2. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel bajo en la categoría señalada.		
3. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel medio en la categoría señalada.		
4. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel alto en la categoría señalada.		
5. Se aprecia que el docente logra alcanzar el máximo nivel en la categoría señalada.		

Categoría a valorar	Descripción	Aspectos específicos a valorar	Nivel alcanzado					Observa																																																								
			1	2	3	4	5																																																									
Rol docente	Rol que ejerce el docente durante la aplicación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dinamiza el proceso de enseñanza. ✓ Se percibe la construcción del objeto matemático en estudio. ✓ Motiva constantemente al estudiante. ✓ Propicia el aprendizaje matemático en los estudiantes. ✓ Fomenta la verbalización estudiantil. ✓ Gestiona acertadamente el proceso de enseñanza. ✓ Presenta una organización didáctica en las actividades presentadas. ✓ Desarrolla una secuencia didáctica lógica en las actividades presentadas. ✓ Se asegura de hacer entendible el nuevo saber. ✓ Integra las herramientas tecnológicas en la enseñanza. ✓ Posee dominio en el uso de la herramienta TIC utilizada en la sesión de clase. ✓ Permite una autorregulación de los aprendizajes. ✓ Orienta efectivamente las diversas actividades a realizar. 	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 100%; text-align: center;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px;">1</td> <td style="width: 20px;">2</td> <td style="width: 20px;">3</td> <td style="width: 20px;">4</td> <td style="width: 20px;">5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> </div> </div>	1	2	3	4	5	✓					✓					✓					✓					✓					✓					✓					✓					✓					✓					✓					
1	2	3	4	5																																																												
✓																																																																
✓																																																																
✓																																																																
✓																																																																
✓																																																																
✓																																																																
✓																																																																
✓																																																																
✓																																																																
✓																																																																
✓																																																																

- Niveles de valoración.**
1. Se aprecia en el estudiante un nivel muy bajo en la categoría señalada.
 2. Se aprecia en el estudiante un nivel bajo en la categoría señalada.
 3. Se aprecia en el estudiante un nivel medio en la categoría señalada.
 4. Se aprecia en el estudiante un nivel alto en la categoría señalada.
 5. Se aprecia en el estudiante el máximo nivel en la categoría señalada.

Categoría a valorar	Descripción	Aspectos específicos a valorar	Nivel alcanzado					Observación/comentarios
			1	2	3	4	5	
Rol del alumno	Formas de actuación de los estudiantes ante la aplicación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ ✓ Se muestra motivado en todo el transcurso de la clase. 1 ✓ Demuestra interés por el nuevo aprendizaje. 3 ✓ Gestiona su aprendizaje en todo momento. 4 ✓ Es un agente activo en su propio aprendizaje. 5 ✓ Trabaja en forma compartida. 4 ✓ Muestra aceptación para aprender utilizando TIC. 3 ✓ Se adapta rápidamente a la utilización de un medio tecnológico. 4 ✓ Utiliza el medio para una retroacción didáctica. ✓ Verbaliza sus saberes ante el docente y compañeros de clase. ✓ Autorregula su aprendizaje. 					✓	<p>La valoración de 4 y 8 en las categorías 6 y 8 es por considerar que los estudiantes en este contexto (modalidad on-line) tienen una familiarización apropiada para el uso de aplicaciones computacionales, sin embargo no interactúan ni realizan la parte mínima que implica la estrategia.</p>

Niveles de valoración.

1. Se aprecia que el medio cumple un nivel muy bajo en la categoría señalada.
2. Se aprecia que el medio cumple un nivel bajo en la categoría señalada.
3. Se aprecia que el medio cumple un nivel medio en la categoría señalada.
4. Se aprecia que el medio cumple un nivel alto en la categoría señalada.
5. Se aprecia que el medio cumple el máximo nivel en la categoría señalada.

Categoría a valorar	Descripción	Aspectos específicos a valorar	Nivel alcanzado					Observación/ Comentarios
			1	2	3	4	5	
Medio	Papel del medio como gestor y validador del conocimiento en la propuesta.	Fomenta un aprendizaje activo. Mejora el entorno de aprendizaje. Propicia la heurística para el aprendizaje. Valida el conocimiento y el aprendizaje. Asiste la gestión docente. Motiva la participación estudiantil. Enlaza la planificación didáctica y la gestión de aula.						<p>quiero resaltar que a lo largo de todo el proceso o aplicación de esta metodología se logró un papel regulador del proceso E-A y además fomentar la intención de formar y coadyuvar al alumno.</p>

“Le agradezco su colaboración”



Matriz de valoración

“Implementación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática (MEAM)”

Estimado docente observador, la presente matriz de valoración, tiene como objetivo recoger información relacionada al rol que muestra el docente y el alumno ante la implementación del MEAM. Por otro lado, se valora el papel del medio en la labor docente y en los aprendizajes en los estudiantes. Los resultados de la investigación tienen una relación directamente proporcional con la honestidad de sus respuestas. De antemano, muchas gracias por su aporte a este estudio.



I. Datos Generales.

Instrucción: Coloque el número correspondiente en el espacio vacío

Años de experiencia en la docencia: 5 años.

II. Niveles de valoración.

Instrucción: A la derecha de cada afirmación encontrará un número del uno al cinco, marque con una “x” una vez en cada ítem de acuerdo a su criterio en cuanto a la posesión de ese nivel.

1. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel muy bajo en la categoría señalada.
2. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel bajo en la categoría señalada.
3. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel medio en la categoría señalada.
4. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel alto en la categoría señalada.
5. Se aprecia que el docente logra alcanzar el máximo nivel en la categoría señalada.

Categoría a valorar	Descripción	Aspectos específicos a valorar	Nivel alcanzado	Observación/comentarios										
Rol docente	Rol que ejerce el docente durante la aplicación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dinamiza el proceso de enseñanza. ✓ Se percibe la construcción del objeto matemático en estudio. ✓ Motiva constantemente al estudiante. ✓ Propicia el aprendizaje matemático en los estudiantes. ✓ Fomenta la verbalización estudiantil. ✓ Gestiona acertadamente el proceso de enseñanza. ✓ Presenta una organización didáctica en las actividades presentadas. ✓ Desarrolla una secuencia didáctica lógica en las actividades presentadas. ✓ Se asegura de hacer entendible el nuevo saber. ✓ Integra las herramientas tecnológicas en la enseñanza. ✓ Posee dominio en el uso de la herramienta TIC utilizada en la sesión de clase. ✓ Permite una autorregulación de los aprendizajes. ✓ Orienta efectivamente las diversas actividades a realizar. 	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>✓</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5					✓	
1	2	3	4	5										
				✓										

Niveles de valoración.

1. Se aprecia en el estudiante un nivel muy bajo en la categoría señalada.
2. Se aprecia en el estudiante un nivel bajo en la categoría señalada.
3. Se aprecia en el estudiante un nivel medio en la categoría señalada.
4. Se aprecia en el estudiante un nivel alto en la categoría señalada.
5. Se aprecia en el estudiante el máximo nivel en la categoría señalada.

Categoría a valorar	Descripción	Aspectos específicos a valorar	Nivel alcanzado					Observación/comentarios
Rol del alumno	Formas de actuación de los estudiantes ante la aplicación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se muestra motivado en todo el transcurso de la clase. ✓ Demuestra interés por el nuevo aprendizaje. ✓ Gestiona su aprendizaje en todo momento. ✓ Es un agente activo en su propio aprendizaje. ✓ Trabaja en forma compartida. ✓ Muestra aceptación para aprender utilizando TIC. ✓ Se adapta rápidamente a la utilización de un medio tecnológico. ✓ Utiliza el medio para una retroacción didáctica. ✓ Demuestra que aprendió en forma significativa. ✓ Verbaliza sus saberes ante el docente y compañeros de clase. ✓ Autorregula su aprendizaje. 	1	2	3	4	5	Algunos estudiantes necesitan un poco más de capacitación respecto al uso del programa graph.



Matriz de valoración

“Implementación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática (MEAM)”

Estimado docente observador, la presente matriz de valoración, tiene como objetivo recoger información relacionada al rol que muestra el docente y el alumno ante la implementación del MEAM. Por otro lado, se valora el papel del medio en la labor docente y en los aprendizajes en los estudiantes. Los resultados de la investigación tienen una relación directamente proporcional con la honestidad de sus respuestas. De antemano, muchas gracias por su aporte a este estudio

I. Datos Generales.

Instrucción: Coloque el número correspondiente en el espacio vacío

Años de experiencia en la docencia: 16 años.

II. Niveles de valoración.

Instrucción: A la derecha de cada afirmación encontrará un número del uno al cinco, marque con una “x” una vez en cada ítem de acuerdo a su criterio en cuanto a la posesión de ese nivel.

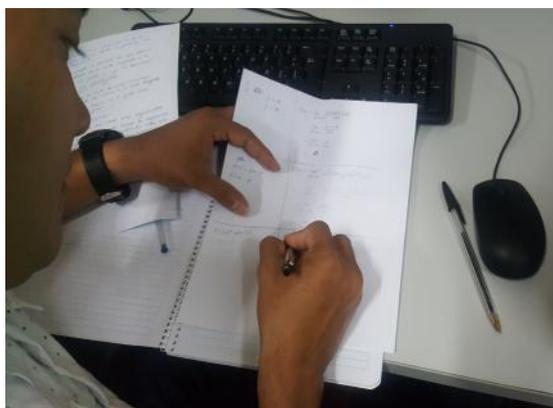
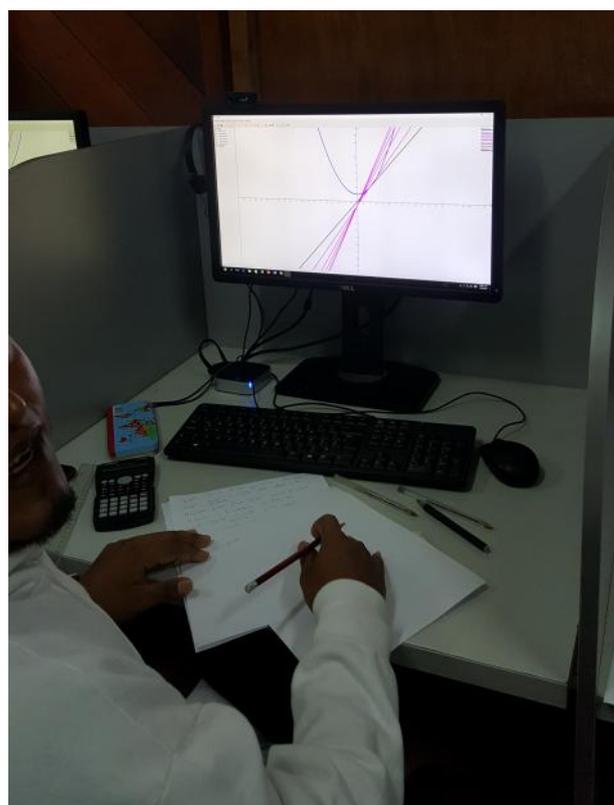
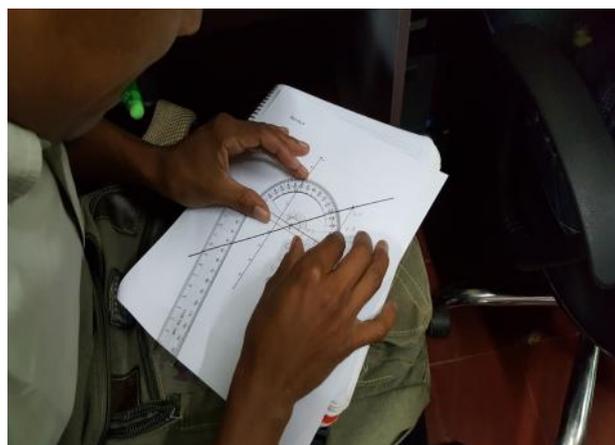
1. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel muy bajo en la categoría señalada.
2. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel bajo en la categoría señalada.
3. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel medio en la categoría señalada.
4. Se aprecia que el docente logra alcanzar un nivel alto en la categoría señalada.
5. Se aprecia que el docente logra alcanzar el máximo nivel en la categoría señalada.



- Niveles de valoración.**
1. Se aprecia en el estudiante un nivel muy bajo en la categoría señalada.
 2. Se aprecia en el estudiante un nivel bajo en la categoría señalada.
 3. Se aprecia en el estudiante un nivel medio en la categoría señalada.
 4. Se aprecia en el estudiante un nivel alto en la categoría señalada.
 5. Se aprecia en el estudiante el máximo nivel en la categoría señalada.

Categoría a valorar	Descripción	Aspectos específicos a valorar	Nivel alcanzado					Observación/comentarios
			1	2	3	4	5	
Rol del alumno	Formas de actuación de los estudiantes ante la aplicación del Modelo de Enseñanza Asistida de la Matemática.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se muestra motivado en todo el transcurso de la clase. ✓ Demuestra interés por el nuevo aprendizaje. ✓ Gestiona su aprendizaje en todo momento. ✓ Es un agente activo en su propio aprendizaje. ✓ Trabaja en forma compartida. ✓ Muestra aceptación para aprender utilizando TIC. ✓ Se adapta rápidamente a la utilización de un medio tecnológico. ✓ Utiliza el medio para una retroacción didáctica. ✓ Demuestra que aprendió en forma significativa. ✓ Verbaliza sus saberes ante el docente y compañeros de clase. ✓ Autorregula su aprendizaje. 					✓	Se debió de haber entregado a cada estudiante un manual físico sobre el uso de graph porque habían dos estudiantes con claros problemas en su uso.

Anexo 10. Evidencias de la intervención didáctica.



Anexo 11. Algunas evidencias del trabajo realizado por los estudiantes

$y = 3x^2 - 6x + 1$
 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$
 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3(x+\Delta x)^2 - 6(x+\Delta x) + 1 - (3x^2 - 6x + 1)}{\Delta x}$
 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3(x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2) - 6x - 6\Delta x + 1 - 3x^2 + 6x - 1}{\Delta x}$
 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6x\Delta x + 3(\Delta x)^2 - 6x - 6\Delta x + 1 - 3x^2 + 6x - 1}{\Delta x}$
 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{6x\Delta x + 3(\Delta x)^2 - 6\Delta x}{\Delta x}$
 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(6x + 3(\Delta x) - 6)}{\Delta x}$
 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 6x + 3(0) - 6 = 6x - 6$

Regla
 $y = 3x^2 - 6x + 1$
 $y' = 6x - 6$

$f(x) = x^3 + 4x^2 - x$ $(1, 4)$; $(-1, 2)$

$f'(x) = 3x^2 + 8x - 1$

$f'(1) = 3(1)^2 + 8(1) - 1$

$f'(1) = 3 + 8 - 1$

$f'(1) = 10$

$f'(1) = 3(1)^2 + 8(1) - 1$

$f'(-1) = 3(-1)^2 + 8(-1) - 1$

$f'(-1) = 3(1) - 8 - 1$

$f'(-1) = 3 - 8 - 1$

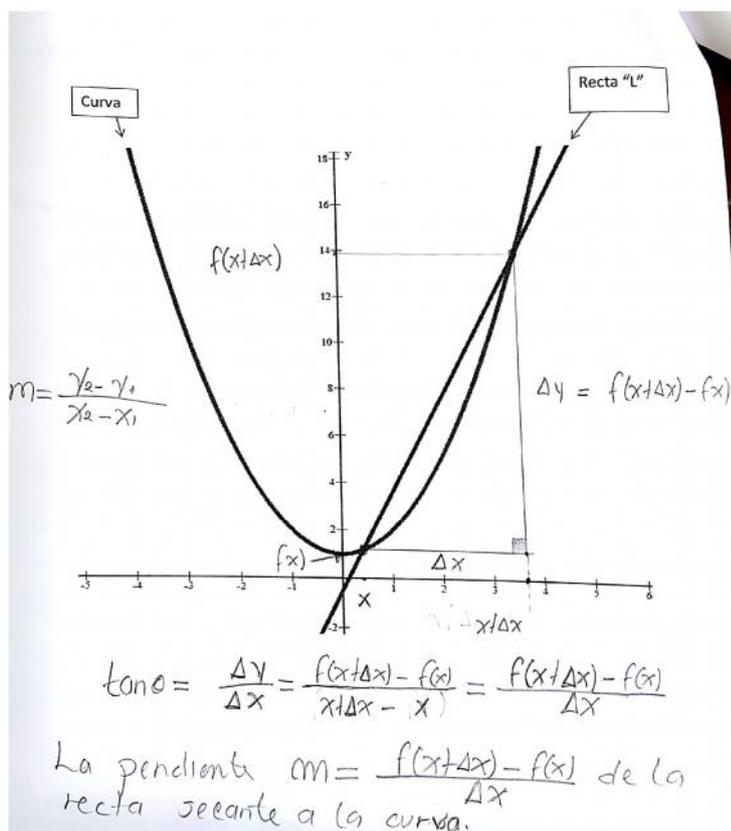
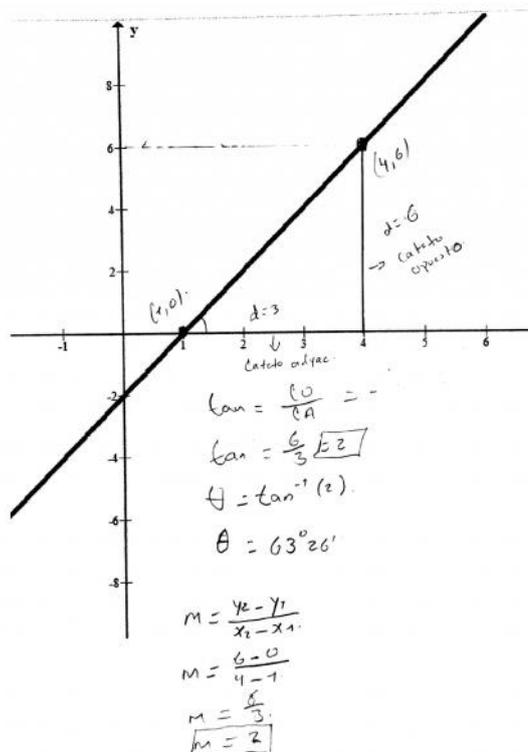
$f'(-1) = -6$

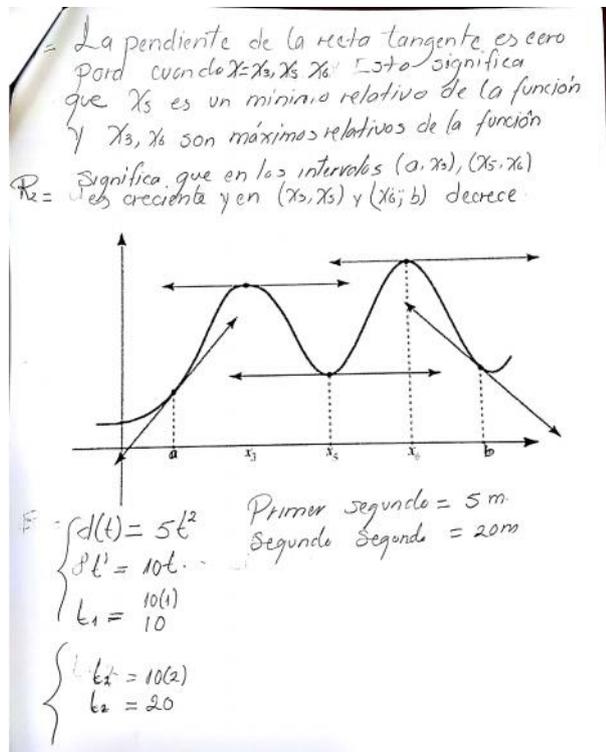
$f(x) = 2x^2 + x - 1$

La segunda derivada es una constante de signo positivo eso significa que la función es cóncava hacia arriba.

$f(x) = 4x + 2$

esta función lineal en la primera derivada indica que es creciente y en la segunda derivada indica que no existe concavidad.





una función lineal cualquiera

$$f(x) = 3x + 3$$

→ La primera derivada en esta ecuación como el signo es positivo indica que es creciente.

→ La segunda derivada al ser cero expresa que no tiene concavidad