

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA**

**UNAN MANAGUA**

**FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA**

**FAREM- Estelí**

**Recinto Universitario “Leonel Rugama Rugama”**



**TEMA:** Aplicación del Método Polya, en la resolución de problemas matemáticos en el contenido “ley de los senos” en estudiantes de décimo grado “B” y “C”, durante el segundo semestre del año 2016, en el Instituto Nacional de Yalagüina.

Trabajo de Seminario de Graduación para optar al título de licenciado en ciencias de la educación con mención en Física-Matemática.

**Tutor(a):** Msc. María Elena Blandón Dávila

**Autores:**

Donald Ariel Hernández Muños

Norman Rafael López Sánchez

Estelí, 17 de Diciembre del 2016

## **Agradecimiento**

Nuestros agradecimientos principalmente al Rey de Reyes, el creador de todo lo que existe al nuestro alrededor, por darnos el don de la vida, la sabiduría, fortaleza y la fuerza para vencer todas las dificultades, obstáculos y debilidades en el transcurso de nuestros estudios y durante todo el proceso de esta investigación.

A la tutora de este proceso investigativo, “Msc. María Elena Blandón Dávila” que nos apoyó de alguna u otra forma, por sus aportes, paciencia, tiempo y dedicación durante la tutoría y ejecución de la investigación.

A nuestros padres por su apoyo incondicional, a nuestra familia y amigos que de alguna forma colaboraron durante el proceso de la investigación.

## Resumen

Este trabajo investigativo fue realizado con la finalidad de diseñar y aplicar estrategias didácticas basadas en el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos, llevado a cabo en el Instituto Nacional de Yalagüina con estudiantes de décimo grado “B” y “C” durante el segundo semestre del año 2016. Todo con el propósito de contribuir a la mejora en el aprendizaje de los estudiantes en donde estos puedan desarrollar la habilidad de analizar e interpretar un problema matemático, darle solución y que a la vez adquieran capacidades creativas e innovadoras.

Para esta investigación la metodología utilizada fue cualitativa, ya que se utilizó la recolección de datos sin medición numérica, además se aplicó la lógica inductiva de lo particular a lo general, según el objetivo y método de abordaje del problema, es de tipo descriptiva, por lo que se detallan las situaciones vividas durante el desarrollo del proceso.

Se determinó una población conformada por 89 estudiantes de décimo grado y una muestra de 49 estudiantes, donde el tipo de muestreo utilizado fue el no probabilístico, propositivo (intencional o por conveniencia), ya que se tomaron diferentes criterios como por ejemplo, que sean del turno matutino.

Se aplicaron tres sesiones de clase, en donde se realizaron evaluaciones a los estudiantes con el fin de verificar la apropiación de los cuatro pasos del Método Polya para la resolución de problemas y la efectividad del mismo.

Cabe señalar, que los estudiantes estaban adaptados al uso del método tradicional para darle la respectiva solución a un problema matemático, es decir, los resolvían usando el planteo operación y respuesta.

De acuerdo a los resultados obtenidos se verificó que con la aplicación de este método los estudiantes trabajan analíticamente, comparten ideas, fomentando la unidad y el trabajo cooperativo, puesto que para resolver problemas primero deben comprender, reflexionar y ejecutar pasos que no habían experimentado y luego analizar o comprobar su respuesta.

De acuerdo a los resultados obtenidos mediante la aplicación de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya, se concluye que es importante proponerlas como herramientas metodológicas para facilitar la resolución de problemas matemáticos.

**Palabras claves**

Método Polya, estrategias didácticas, ley de los senos, resolución de problemas.

## **Abstract**

This research work was done in order to design and implement the teaching strategy based on Polya method in Solving mathematical problems in the law of sines content, conducted at the National Institute of Yalaguina with students of tenth grade "B" and "C" during the second half of 2016. All for the purpose of contributing to the improvement in student learning where they can develop the ability to analyze and interpret a mathematical problem, give solution that simultaneously acquire creative and innovative capacities.

For this research methodology was qualitative, since data collection was used without numerical measurement moreover inductive logic was applied from the particular to the general, depending on the purpose and method of approach to the problem is descriptive, to the situations experienced during the development process detailed.

A population consisting of 89 sophomores determined, and a sample of 49 students, where the type of sampling used was nonprobabilistic, intentional (purposive or convenience), since different criteria were taken as such, they are the morning shift.

Class three sessions were applied, where student assessment were conducted in order to verify ownership of the four steps of Polya method for solving problems and its effectiveness.

It should be noted, students were adapted to use the traditional method to give the corresponding solution to a mathematical problem, that is to say, the solved using the pose operation and response.

According to the results obtained it was verified that the application of this method students work analytically, share concept, fostering unity and cooperative work, since students to solve the problems must first understand, reflect and implement steps that had not experienced and then analyze or check your answer.

According to the results obtained by applying teaching strategies based on Polya method, it is concluded that it is important to propose and methodological tools to facilitate Solving mathematical problems.

### **Keywords**

Polya Method, teaching strategy, law of sines, problem resolution.

## Indice

I.	Introducción .....	1
1.1.	Antecedentes .....	3
1.2.	Planteamiento del problema .....	7
1.3.	Justificación .....	12
II.	Objetivos .....	14
2.1.	Objetivo general .....	14
2.2.	Objetivos específicos .....	14
III.	Marco teórico .....	15
3.1.	Problemas .....	15
3.2.	Tipos de problemas .....	15
3.3.	Problemas matemáticos .....	16
3.4.	Resolución de problemas matemáticos .....	17
3.5.	Método .....	18
3.6.	Modelos que contribuyen en el proceso de la resolución de problemas basados en el método de Polya .....	18
3.6.1.	Aprendizaje basado en problemas .....	18
3.6.2.	Método Ideal de resolución de problemas .....	19
3.6.3.	Modelo de Allan Schoenfeld .....	20
3.6.4.	Método de George Polya .....	22
3.7.	Ley de los senos .....	25
3.8.	Entrevista .....	28
3.9.	Rúbrica .....	28
3.10.	Técnica .....	28

3.11.	Lista de cotejo.....	28
3.12.	Las estrategias Didácticas .....	29
IV.	Operacionalización de los objetivos .....	30
V.	Diseño metodológico .....	34
5.1.	Tipo de estudio .....	34
5.2.	Contexto de la investigación .....	34
5.3.	Población .....	35
5.4.	Muestra .....	35
5.5.	Criterios de selección de la muestra .....	36
5.6.	Técnicas e instrumentos de recolección de datos .....	36
5.7.	Plan de tabulación y análisis.....	38
5.8.	Fases de la investigación.....	39
VI.	Análisis y discusión de resultados .....	40
VII.	Conclusiones .....	73
VIII.	Recomendaciones.....	75
IX.	Bibliografía.....	76
X.	Anexos .....	80
10.1.	Cronograma de actividades .....	80
10.2.	Entrevistas aplicadas .....	81
10.3.	Estrategias aplicadas.....	84
10.4.	Lista de cotejo para aplicar en la resolución de problemas aplicando los cuatro pasos del Método Polya en la sesión número dos. ....	107
10.5.	Rúbrica de evaluación hacer aplicada en la tercera sesión al momento del plenario. ....	108
10.6.	Guion de entrevista a estudiantes.....	110
10.7.	Guion de entrevista a docentes .....	111



10.8. Trabajos realizados por los estudiantes.....	112
10.9. Hoja de rendimiento académico brindada por la secretaria del centro de las secciones “B” y “C” .....	116
10.10. Constancia brindada por la docente de acuerdo a lo observado en las sesiones de clases aplicadas.....	117
10.11. Fotos de las sesiones aplicadas en el décimo grado “B” y “C” .....	118

## Indice de tablas

<i>Tabla 1:</i> Representación del método ideal .....	19
<i>Tabla 2:</i> Matriz de variables .....	30
<i>Tabla 3:</i> Tabulación de los resultados obtenidos en la entrevista que se les aplicó a los docentes que imparten la asignatura de matemática. ....	42
<i>Tabla 4:</i> Tabulación de los resultados obtenidos de acuerdo a la segunda entrevista que se les aplicó a los estudiantes .....	44
<i>Tabla 5:</i> Análisis de los conocimientos previos, por parte de los estudiantes seleccionados en la técnica de las chimbombas.....	49
<i>Tabla 6:</i> Aplicación de los pasos del método Polya .....	54
<i>Tabla 7:</i> Lista de cotejo de la sesión dos aplicada a los equipos de trabajo en la resolución de problemas aplicando el Método Polya .....	60
<i>Tabla 8:</i> Representación de la técnica SQA.....	65
<i>Tabla 9:</i> Análisis de la rúbrica aplicada en las secciones “B” .....	66
<i>Tabla 10:</i> Análisis de la rúbrica aplicada en las secciones “C” .....	68
<i>Tabla 11:</i> Cuadro FODA, en el cual se representa diferentes aspectos que se lograron evidenciar durante la aplicación de las sesiones de clase, que inciden en el aprendizaje de los estudiantes .....	69
<i>Tabla 12:</i> Tabla 12: Tabulación de los resultados obtenidos de la entrevista que se administró a los estudiantes después de haber aplicado el Método Polya .....	70
<i>Tabla 13:</i> Tabulación de los resultados de la entrevista realizada a algunos estudiantes en la filmación de un video.....	72

## I. Introducción

Uno de los propósitos del ministerio de educación Nicaragüense es desarrollar en los docentes y estudiantes actitudes y habilidades para seguir aprendiendo, motivados para hacerse preguntas, plantearse problemas, buscar información, con el fin de actualizar y enfrentar nuevos retos de crecimiento personal, técnico y profesional. (López, 2011, pág. 2)

Por tanto esta investigación, aborda una de las dificultades presentadas por los estudiantes del décimo grado del Instituto Nacional de Yalagüina, percibida a través de entrevistas realizadas a docentes en las visitas al centro educativo, donde se logró identificar que la resolución de problemas matemáticos y en especial en la unidad de trigonometría con la ley de los senos, es una de las temáticas de mayor dificultad que inciden en el aprendizaje de los estudiantes.

Este trabajo tiene como propósito presentar los resultados obtenidos en el proceso de investigación realizado en el “Instituto Nacional de Yalagüina”, presentando la información recopilada en los distintos momentos del trabajo y que puedan servir de pautas para replantearse otras perspectivas que contribuyan a mejorar la calidad en el proceso de enseñanza aprendizaje.

En la primera etapa se presentan los planteamientos del problema que guio el trabajo siendo la resolución de los problemas matemáticos, también se muestran los objetivos y se indican las preguntas de investigación.

La segunda etapa compete el marco teórico, en la cual se fundamenta el trabajo de investigación, la base teórica del estudio, procedimientos utilizados para el desarrollo de la misma.

En la tercera etapa se describe la operacionalización por objetivos y metodología utilizada, donde se da a conocer el tipo de estudio, línea de investigación la cual se basa este trabajo investigativo, el contexto del proceso, población, muestra, métodos y técnicas de recolección de datos, instrumentos de registro de información, así como el plan de tabulación y análisis.

Fueron seleccionados trabajos de las diferentes sesiones de clase con el fin de dar respuestas a cada una de las preguntas de investigación formuladas y por consiguiente a los objetivos provistos, donde los datos se presentan en cuadros comparativos, matrices, gráficos y descripción.

En la etapa de análisis de resultados se realiza un análisis descriptivo e interpretativo basada en la recopilación de información y utilizando las formas de presentación antes mencionada, además de muestran evidencias de trabajos de estudiantes que sustentan el estudio, así como resultados de entrevistas realizadas a los estudiantes.

Las conclusiones se muestran en tres momentos las cuales son: en relación a los objetivos de la investigación, metodología aplicada y las consecuencias de la investigación, en donde en esta última parte se hacen algunas recomendaciones a tomar en consideración dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Para finalizar se indica la bibliografía que fundamenta los aspectos teóricos de la investigación.

## **1.1. Antecedentes**

Después, de haber determinado el tema de estudio, se procedió a la aplicación de un diagnóstico hacia docentes de matemática y estudiantes del décimo grado del Instituto Nacional de Yalagüina, durante el primer semestre del año lectivo 2016 sobre la problemática que viven los estudiantes en la disciplina de matemática, como es la resolución de problemas matemáticos en la unidad de trigonometría y especialmente en el contenido ley de los senos.

La aplicación del diagnóstico se complementa con el acompañamiento de cifras oficiales que avalan la veracidad de este estudio, para así indagar a fondo sobre investigaciones relacionadas a la temática, en internet y en la biblioteca de la Facultad Regional Multidisciplinaria FAREM-Estelí, con el objetivo de tener referencias sobre la resolución de problemas matemáticos, que permitieran aclarar, juzgar e interpretar el problema de estudio.

### **Investigaciones realizadas a nivel internacional**

En la Universidad Rafael Landívar de Guatemala, Martínez S. B. (2015) realizó una investigación denominada: "Método Polya en la resolución de problemas matemáticos (estudio realizado con estudiantes de quinto grado de primaria, sección "A", de la Escuela Oficial Rural Mixta "Bruno Emilio Villatoro López", municipio de La Democracia, departamento de Huehuetenango)". Dicho trabajo investigativo tuvo la finalidad de determinar los pasos que aplica el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos, todo con el propósito de formar estudiantes con competencias cognitivas y que a la vez se adquieran capacidades constructivas e innovadoras.

Llegando a la conclusión que con la aplicación de este método los estudiantes trabajarán analíticamente de forma racional; comparten ideas, criterios e intereses fomentando la unidad y el trabajo en equipo.

Por otra parte, en la Universidad de los Andes Núcleo Universitario "Rafael Rangel" Departamento de Física y Matemática de Bolivia, Peña K. R. (2008), realizó una investigación denominada: Método de Polya en el diseño de

estrategias para facilitar la resolución de problemas relacionados con áreas de figuras planas.

El objetivo central de esta investigación fue proponer el diseño de estrategias a partir del Método Polya.

Concluyendo que se logró diagnosticar en los docentes la aplicación de estrategias que no propician la reflexión para lograr la total comprensión del problema ni la planificación y ejecución de acciones hacia la búsqueda de la solución que requiere el problema.

La Universidad católica del Perú Escuela de Graduados, Vera (2013), investigó en la temática: “Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas”, en el cual tuvo como fin, diseñar una propuesta didáctica para fortalecer en los estudiantes las habilidades de resolución de problemas relacionados a sistema de ecuaciones lineales con dos variables.

Concluyendo de que, la creación de problemas cuya solución se obtenga resolviendo un sistema de ecuaciones dados, es una actividad que contribuye a estimular la habilidad de resolver problemas que involucren sistemas de ecuaciones. A pesar de no ser usual, la actividad es asumida con entusiasmo por los estudiantes.

También, Argudo (2014) llevó a cabo, un trabajo investigativo sobre: “Estrategias de resolución de problemas para el aprendizaje significativo de las matemáticas en educación general básica”, cuyo objetivo consistió en, demostrar la importancia de la resolución de problemas a partir de estrategias constructivistas para el aprendizaje significativo de las Matemáticas en la Educación General Básica.

Con lo cual se concluyó que, la resolución de problemas dentro del área de Matemática desde un enfoque constructivo permite a los estudiantes establecer conexiones entre conocimientos matemáticos y con situaciones de la vida cotidiana con el fin de promover lo que se denomina aprender haciendo y utilizar

estrategias diferentes para resolver un problema facilita el aprendizaje ya que permite tanto al docente como el estudiante analizar todos los elementos que constituyen el problema para saber si los datos proporcionados son motivadores, interesantes, suficientes y útiles en la búsqueda de la solución.

### **Investigaciones realizadas a nivel nacional**

En el “Recinto Universitario Leonel Rugama Rugama”, FAREM – Estelí, se constató que existen temáticas relacionadas, tal como: “La resolución de problemas con sistema de ecuaciones lineales con dos variables durante el II semestre del año 2011 con estudiantes de noveno grado del Instituto Nacional Rubén Darío de Yalí, elaborado por: “Bertha Hoyos Castillos, Douglas Hoyos Sevilla y Elsa Margarina Rodríguez Moreno”. Esta investigación estuvo enfocada en desarrollar una unidad didáctica con el propósito de resolver problemas relacionados con el medio o entorno, aplicando sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.

Llegaron a concluir que, las mayores dificultades encontradas se presentan en el poco análisis y comprensión lectora al momento de dar respuesta a una situación problemática.

Marlon Antonio Hernández Muñoz, efectuó otra investigación sobre: “Validación de una unidad didáctica sobre la resolución de problemas con ecuaciones cuadráticas, en el aprendizaje de los estudiantes de noveno grado durante el segundo semestre del año lectivo 2013 en el Instituto Nacional de Yalagüina”. En donde se enfocó principalmente en diseñar, aplicar y evaluar la unidad didáctica. Concluyó que la unidad didáctica permite en los estudiantes el desarrollo de aprendizajes significativos y contextualizados, al aplicar un enfoque constructivista, con problemas de los cuales se conviven en el entorno.

Erling José Torres González, Alba María González González Ibania del S. Martínez Espinoza, realizaron una tesis sobre, “La validación de estrategias de

aula en la resolución de problemas de suma de vectores en estudiantes de décimo grado del Instituto Nacional César Castillo Ubau de Condega, durante el II semestre del 2013". Se enfocaron en validar estrategias de aula en la resolución de problemas con suma de vectores, con el fin de mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Concluyeron que la aplicación de estrategias de aula permitieron que los estudiantes reconstruyan su propio conocimiento y vincularon la teoría con la práctica contextualizando el contenido de acuerdo al medio donde se interactúa.

Todo lo planteado anteriormente guardan relación con la problemática de este trabajo investigativo y sus conclusiones o propuestas servirán de referente en el planteamiento de situaciones y actividades que permitan al estudiante enfrentarse a problemas contextualizados al contenido ley de los senos, con la ayuda de estrategias didácticas basadas en el Método Polya.



## **1.2. Planteamiento del problema**

“Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero hay una pizca de descubrimiento en la solución de cualquier problema”. El problema puede ser modesto, pero si es un reto a la curiosidad, se trae a juego facultades inventivas, y si lo resolvemos por nuestros propios métodos, podemos experimentar la tensión y disfrutar del triunfo del descubrimiento. (Gámez, Cano, Silva, & López, 2009, pág. 71)

Para resolver un problema matemático, se deben completar ciertos pasos que permitan llegar a la respuesta y que sirvan como demostración del razonamiento. En otras palabras, un problema matemático plantea una pregunta y fija ciertas condiciones tras lo cual se debe hallar un número, cumpliendo con las condiciones fijadas, posibilita la resolución de la incógnita. (eumet.net, 2008-2016).

La capacidad de resolver problemas matemáticos, es la eficacia y agilidad para darle soluciones, emprendiendo las acciones correctoras necesarias con sentido común e iniciativa. (Portal del servicio de innovación, 2010-2016)

Con respecto a los comentarios descritos en las citas anteriores, se puede resumir que, un problema ya sea matemático o de otro aspecto, es una situación en la que un estudiante quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone de un camino, guía o método que le lleve a la solución.

Como resultado de los instrumentos aplicados, como entrevistas a docentes y estudiantes del Instituto Nacional de Yalagüina en el primer semestre del año lectivo, vivencias como estudiante y también con la indagación y análisis de bibliografías relacionadas al tema de la resolución de problemas matemáticos se ha mostrado no solo en décimo grado, sino en todos los niveles de la educación como la temática de mayor dificultad para los estudiantes en esta disciplina de matemática.

Sin embargo, en este centro existen muchas más problemáticas que inciden en el aprendizaje de los estudiantes tales como: (noviazgo a temprana edad, carencia de hábito de estudio, mal uso de las redes sociales, indisciplina escolar, desinterés por superarse en la vida, entre otros), lo cual en este trabajo investigativo no se entrará en detalles en estas problemáticas anteriormente descritas.

Tal como, se menciona en la Revista EDUCACION, realizada por: Ballester y Mayela (2008, p. 124), “Una de las áreas de la matemática que mayor dificultad adquiere para los estudiantes es la resolución de problemas; ellos son capaces de resolver mecánicamente las operaciones fundamentales básicas (suma, resta, multiplicación y división), pero no saben cómo aplicarlas para la solución de un problema, ya que sólo se les ha enseñado a actuar de forma repetitiva y tradicional”.

Por consiguiente, surge la idea de llevar a cabo un estudio sobre la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos de la unidad de trigonometría con estudiantes de décimo grado.

La falta de habilidades de los estudiantes para darle solución a problemas matemáticos, pueden estar relacionadas o causadas por múltiples factores, que pueden ir desde la actitud del estudiante hasta el enfoque o metodología con que el docente aplique dentro del aula de clase.

Por ende, al mantenerse diversos factores en dicha problemática puede correr el riesgo de generar en los estudiantes emociones negativas, dando origen a creencias sobre la asignatura, tales como: “las matemáticas es hacer cálculos aburridos”, “las matemáticas son complicadas” o sobre sí mismo “yo no sirvo para las matemáticas”. Lo cual, es conveniente buscar una alternativa que permita contribuir en la mejora del proceso de aprendizaje en los estudiantes y así ir eliminando la concepción de la matemática como una materia aburrida y difícil.

Es por eso que el Ministerio de Educación, se ha propuesto un cambio profundo al actual currículo de la Educación Básica y Media, debido a factores que están incidiendo en la baja calidad de la Educación, como es la práctica de enfoques tradicionales en el aula de clase, y por ello el bajo rendimiento académico de los estudiantes. (Jarquín López, 2011)

Según lo dicho anteriormente, en la actualidad existe la necesidad de orientar o guiar una enseñanza que fortalezca los fines y propósitos de la educación nicaragüense demandando que el docente relacione los conocimientos desarrollados en el aula de clases con el contexto, donde el estudiante sea capaz de desarrollarse en el medio social con el aprendizaje adquirido en el salón de estudio.

Por ello, se planteó que es necesario orientar dicha investigación hacia la aplicación de un método que facilite en los estudiantes el desarrollo de habilidades y destrezas que les permita analizar mejor el problema matemático y conlleve a que este se resuelva con más motivación y éxito.

Y sigue recalcando, Ballesteros y Mayela (2008, p.124), La metodología empleada en la enseñanza de la resolución de problemas en matemáticas, es un elemento clave para el logro satisfactorio de los contenidos en esta disciplina, ya que influye en gran medida en la actitud que pueden presentar los estudiantes, por lo tanto si el docente se preocupa por presentar el contenido de forma atractiva es posible que estos muestren una actitud más positiva.

Es necesario, resaltar que en dicho trabajo investigativo, se espera que pueda servir como referencia para la comprensión de algunos aspectos relevantes sobre la situación de los estudiantes que presentan al momento de darle solución a un problema de matemática y específicamente en el décimo grado del Instituto Nacional de Yalagüina.

Por tanto, en esta investigación se propone el diseño de estrategias basadas en el Método Polya explicando cada paso, de tal forma que los estudiantes puedan ir desarrollando todos los procesos lógicos, algorítmicos, habilidades y destrezas.

De acuerdo con los razonamientos que se han venido planteando anteriormente se ha determinado en enfocarse a profundidad en la: “Aplicación del método Polya, en la resolución de problemas matemáticos en el contenido “ley de los senos” en estudiantes de décimo grado “B” y “C”, durante el segundo semestre del año 2016, en el Instituto Nacional de Yalagüina”, como tema de investigación.

## **Preguntas orientadoras**

- ¿Los docentes hacen uso del método de Polya para resolver problemas relacionados a la ley de los senos?
- ¿Qué estrategias didácticas utilizan los docentes al desarrollar el contenido ley de los senos en la resolución de problemas?
- ¿De qué forma los estudiantes resuelven los problemas matemáticos referido al contenido ley de los senos?
- ¿Qué dificultades presentan los estudiantes de décimo grado “B” y “C”, en el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos?
- ¿Qué factores inciden en el aprendizaje de los estudiantes al resolver problemas del contenido ley de los senos?
- ¿Qué efecto produce en los estudiantes la aplicación de estrategias didáctica basada en el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos?
- ¿Cuáles son las ventajas de aplicar estrategias didácticas basadas en el Método Polya en el contenido ley de los senos?
- ¿Qué estrategias metodológicas se pueden proponer para trabajar el contenido de la ley de los senos usando el método de Polya?
- ¿Contribuirán las estrategias didácticas elaboradas a mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el contenido ley de los senos?

### **1.3. Justificación**

En el presente acápite, se da a conocer un breve resumen que explica el propósito, los beneficios e importancia que se derivada de esta investigación dentro de la comunidad educativa.

La razón por la cual se investiga es porque, la resolución de problemas matemáticos para los estudiantes de décimo grado del Instituto Nacional de Yalagüina y según las indagaciones bibliográficas en trabajos realizados, ésta es una de las mayores problemáticas en todos los niveles de la educación en la disciplina de matemáticas, ya que solo se les ha enseñado a actuar de forma mecánica y repetitiva.

Es muy interesante destacar que el proceso de aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria, en muchos de los ámbitos a nivel nacional los diversos contenidos entre ellos el de la resolución de problemas y principalmente en la ley de los senos se desarrollan de forma mecánica; es decir que se enfocan en repeticiones que origina en los estudiantes un aprendizaje muy procedimental, algorítmico que no permite un buen nivel de razonamiento para interactuar de manera eficaz en el contexto de darle solución a un problema ya sea matemático o no.

A través de la experiencia que se vivió dentro del aula de clases durante la primera etapa de esta investigación, aquí los estudiantes dedican muy poco tiempo a la resolución de un problema, en donde esta dificultad como se mencionaba anteriormente se debe al desarrollo de los contenidos de forma mecánica por parte de los docentes, haciendo fluir como consecuencia la falta de hábitos en esforzarse por construir su propio aprendizaje.

Por lo tanto, de aquí la aplicación de estrategias didácticas basadas en el Método Polya, guía, camino o procedimiento que se emplea principalmente para la resolución de problemas matemáticos y en este caso en el contenido ley de los

senos, con la intención de contribuir a la mejora del aprendizaje de los estudiantes de décimo grado y a si intentar romper algunos factores que inciden en esta problemática y hacerles disfrutar de los resultados a través del esfuerzo y dedicación y que mejor en el aula de clases de forma dinámica y creativa.

Por ende este trabajo investigativo tiene como propósito además de la aplicación del método, proponer o aportar de manera significativa el diseño de estrategias didácticas basadas en éste, explicando cada paso que lo componen, para que el estudiante sea capaz de enfrentarse a los distintos problemas no de manera rutinaria, sino a partir de ejercicios de tipo cognitivos buscándole soluciones creativas e innovadoras.

Tal que, los resultados puedan beneficiar a los estudiantes y docentes en el proceso enseñanza – aprendizaje, al ser aplicables como una herramienta metodológica para facilitar la resolución de problemas matemáticos al desarrollar el contenido ley de los senos y generar en los estudiantes seguridad y motivación.

Es decir con la aplicación del método, los estudiantes de décimo grado puedan producir una mejora significativa al momento de darle solución a un problema matemático, a través de la adquisición de una serie de pasos a seguir.

Es importante considerar otro aspecto como es la viabilidad misma del estudio, por el hecho de que existen recursos humanos y materiales disponibles para el alcance de la investigación, además es factible acceder al lugar o contexto donde se realizará en un determinado periodo de tiempo.

En conclusión, este proceso investigativo se realizará en el aula de clase, con la interacción entre estudiantes-investigadores (docente) en donde ambos sean protagonistas, con las aplicaciones del método, además con la implementación de instrumentos y técnicas necesarias que faciliten la recolección de datos y que estos sean analizados y procesados hacia los análisis de resultados.

## **II. Objetivos**

### **2.1. Objetivo general**

Validar estrategias didácticas utilizando el Método Polya para la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos, en estudiantes de décimo grado “B” y “C” del Instituto Nacional de Yalagüina, durante el segundo semestre del año 2016.

### **2.2. Objetivos específicos**

- Diseñar estrategias didácticas utilizando el Método Polya para la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos.
- Aplicar las estrategias didácticas basadas en el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos para mejorar el aprendizaje de los estudiantes.
- Analizar los resultados obtenidos mediante la aplicación de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya.
- Proponer el diseño de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya para facilitar la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos.



### III. Marco teórico

En este apartado se presentan los distintos referentes conceptuales que fundamentan el trabajo de investigación, donde se abordan diversas teorías y principios sobre problema matemáticos, resolución de problemas, Método Polya y ley de los senos.

#### 3.1. Problemas

“La contestación podría darse en los siguientes términos: un problema para los alumnos es cualquier situación cualitativa o cuantitativa que se les plantea dentro del contexto escolar y a la cual tienen que dar una solución.

Algunos didactas prefieren utilizar una definición que ponga el acento en el carácter investigativo que debe llevar este tipo de actividad. Para ellos un problema es una tarea que, de entrada, no tiene solución evidente, y como consecuencia exige investigación.

Otra cuestión relevante que se plantea dentro del marco educativo es que un determinado problema existe en función de la persona que tiene que resolverlo, y en esta línea hay que destacar, por sus implicaciones didácticas, que lo que para los estudiantes es un problema para el profesor es un ejercicio en el sentido de que conoce, a priori, cual es la solución y el camino para llegar a ella”. (Ubillus & Villavicencios, 2008, pág. 3)

#### 3.2. Tipos de problemas

Según Ubillus y Villavicencios (2008, p.7), establecen los diferentes tipos de problemas:

**Problemas de aplicación:** son aquellos cuyos enunciados contienen la información necesaria y se conoce el procedimiento de resolución. Entre ellos podemos distinguir los denominados problemas de tipo.

**Problemas complejos:** son aquellos cuya resolución comporta etapas que no siempre son precisadas por preguntas intermediarias. Posibilitan el desarrollo de

capacidades de selección de información y comprensión de enunciados. Entre ellos se tiene a los llamados problemas de contexto real.

**Problemas abiertos:** son aquellos para cuya solución los estudiantes no disponen de un procedimiento que hayan aprendido anteriormente. Toda la información necesaria para la comprensión del problema está presente en el enunciado y es directamente utilizable. Permite el desarrollo de estrategias de búsqueda. En esta clase podemos identificar los problemas de generación lineal, los problemas de recompensa y de demostración.

### **3.3. Problemas matemáticos**

Para desarrollar la investigación acerca de la resolución de problemas dentro del área de Matemáticas es necesario saber ¿qué es un problema?, y cuáles son los aspectos a desarrollarse dentro del campo de resolución ya que en el ámbito constructivo se pretende a través de esta estrategia potenciar espacios para el razonamiento, la reflexión, la comunicación y en general el desarrollo de destrezas de pensamiento crítico y lógico matemático. (Argudo, 2014, pág. 16)

Por tanto, cabe mencionar lo que se entiende por cada uno de éstos elementos básicos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos; pues para Fernández (2007), el razonamiento es la forma de pensamiento que es llevado a cabo mediante la resolución de una situación problemática, proceso que implica la inducción, deducción y el uso de estructuras lógicas que requieren del pensar para generar ideas matemáticas en la creación de estrategias ya que no se trata de dar conocimientos sino de enseñar a pensar, a percibir, a observar y reflexionar partiendo de experiencias propias. Así también, aspectos como la reflexión y comunicación son situaciones que permiten al educando tomar la palabra para justificar las propuestas de solución, argumentarlas y generar ambientes de análisis de estrategias para su respectiva validación.

Así mismo, se radica en la importancia que tiene el pensamiento en la resolución de problemas en tanto que opera sobre el conocimiento conjuntamente con mecanismos como: “la memoria, atención, las representaciones, comparación,

análisis, síntesis, evaluación, planeación, supervisión, etc.”(Quinteros, Suárez, García y Vanegas, 2012, pag.124), procesos que permiten al sujeto acercarse a la realidad concreta.

Se trata entonces de poner énfasis en la resolución de problemas abiertos que motiven a indagar, formular preguntas y establecer conexiones entre los conocimientos matemáticos para llegar a relacionar los mismos con el mundo existente fuera del aula permitiendo así desarrollar la capacidad de pensamiento y facilitar la comunicabilidad a través de discursos en donde se creen espacios para reflexionar sobre la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas.

### **3.4. Resolución de problemas matemáticos**

Según Peña K. R. (2008, p. 39) la resolución de problemas es concebida por muchos expertos en el campo de la matemática, como la estrategia esencial de esta ciencia, lo que le asigna una importancia fundamental donde se apoyan en diferentes tipos de argumentos:

**Educativos:** La resolución de problemas constituye un procedimiento activo de aprendizaje donde los alumnos son los protagonistas. Puede resultar una tarea altamente motivadora colaborando eficazmente a modificar las posibles concepciones alternativas que tienen en un campo determinado.

**Científicos:** Los alumnos tienen la ocasión de familiarizarse con el modo en que “trabajan los científicos” haciéndose conscientes de que la finalidad primordial de la Ciencia es precisamente resolver los problemas que el hombre ha ido planteando en el curso del tiempo. Este tipo de tareas va a favorecer en ellos actitudes científicas como la curiosidad, la perseverancia etc.

**Ideológicos:** Con actividades de resolución de problemas se pretende que los alumnos traspasen los límites de la escuela y se familiaricen con problema del mundo real. En este sentido los problemas que se plantean en la clase deberían ser relevantes desde un punto de vista tecnológico y social.

### **3.5. Método**

Es el conjunto lógico y unitario de los procedimientos didácticos que tienden a dirigir el aprendizaje, además son medios que sirven para seguir un camino indicada por el método; por consiguiente, el método didáctico indica la dirección en que debe moverse la inteligencia para alcanzar la información, los conocimientos, las habilidades, las destrezas. (Ipazaguirre, 2010, pág. 21)

### **3.6. Modelos que contribuyen en el proceso de la resolución de problemas basados en el método de Polya.**

#### **3.6.1. Aprendizaje basado en problemas**

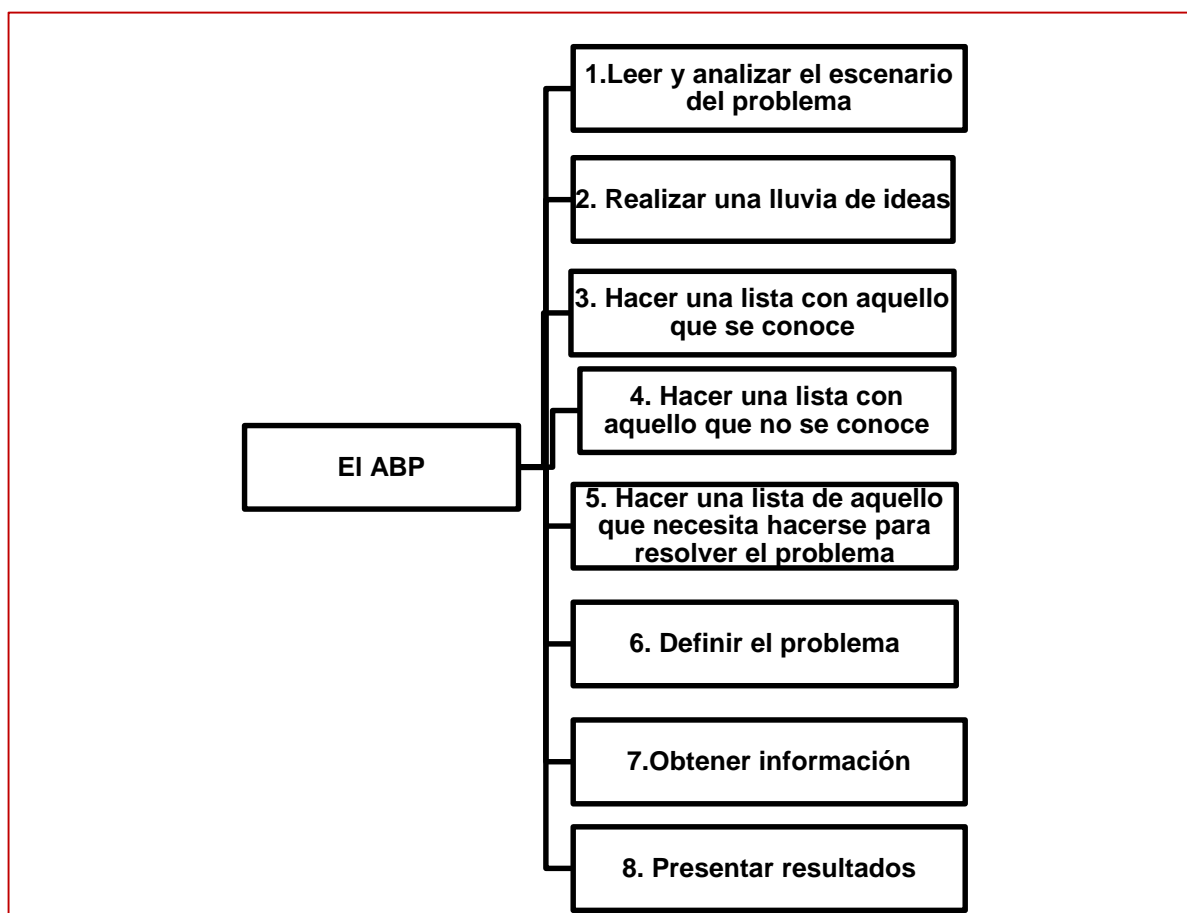
Según Ipazaguirre (2010, p.23) el ABP es una metodología centrada en el aprendizaje, en la investigación y reflexión que siguen los estudiantes para llegar a una solución ante un problema planteado por el docente. El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es uno de los métodos de enseñanza-aprendizaje que ha tomado más arraigo en las instituciones de educación superior en los últimos años. En estas actividades grupales los estudiantes toman responsabilidades y acciones que son básicas en su proceso formativo.

ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos”. En esta metodología los protagonistas del aprendizaje son los propios estudiantes, que asumen la responsabilidad de ser parte activa en el proceso. Aparte de todas las mencionadas y como complemento a todas ellas podemos decir que el ABP favorece el desarrollo de habilidades en cuanto a la búsqueda y manejo de información y además desarrolla las habilidades de investigación ya que, los alumnos en el proceso de aprendizaje, tendrán que, a partir de un enunciado, averiguar y comprender qué es lo que pasa y lograr una solución adecuada.

#### **DESARROLLO DEL PROCESO DE ABP**

El desarrollo de la metodología del ABP puede seguir unas fases determinadas.

Ilustración 1: Representación del Aprendizaje basado en la resolución de problemas



### 3.6.2. Método Ideal de resolución de problemas

Según Ipazaguirre (2010, p.30) Un problema es un obstáculo que separa la situación actual de la meta deseada. Un método de resolución de problemas es el propuesto por (Bransford & Barry S, 1984) conocido como Método ideal, cuyas siglas hacen referencia al proceso a hostigar para la resolución de un problema.

Tabla 1: Representación del método ideal

Creación propia

Método	Pasos	Definición
I	Identificar el problema	Identificar reconocer las distintas partes o componentes a tener en cuenta en la resolución del problema.
D	Definir y	Definir y representar el problema, con la mayor

	representar el problema	precisión, claridad y cuidado que sea posible, evitando errores en la manipulación de los datos.
E	Explorar estrategias posibles	Consiste en explorar distintas vías o métodos de resolución de problemas, lo cual requiere analizar cómo estamos reaccionando en ese momento ante el problema, lo que implica que además del examen o consideraciones debemos valorar estrategias alternativas que nos pueden servir para llegar a una respuesta aceptable (no necesariamente correcta, hay problemas que no tienen soluciones correctas).
A	Actuar basándose en una estrategia	Actuar, basándonos en la estrategia elegida, debemos actuar siempre conforme a un plan, lo que implica una toma de decisiones.
L	Lograr observar y evaluar los efectos de nuestras actividades	Si no analizamos los resultados obtenidos, no estaremos verdaderamente seguros de que nuestra definición de problema fue la adecuada, o de haber elegido correctamente la estrategia, o de haber actuado basándonos en ella y haber observado si se ha logrado que se solucione el problema.

### 3.6.3. Modelo de Allan Schoenfeld

Según Ipazaguirre (2010, p.26), el autor de este método realizó experiencias con estudiantes y docentes en las que les proponía problemas a resolver; los estudiantes ya tenían los conocimientos previos necesarios para poder afrontar su solución; los profesores tenían la formación previa para hacerlo. Los problemas eran suficientemente difíciles (siguiendo las ideas de Polya).

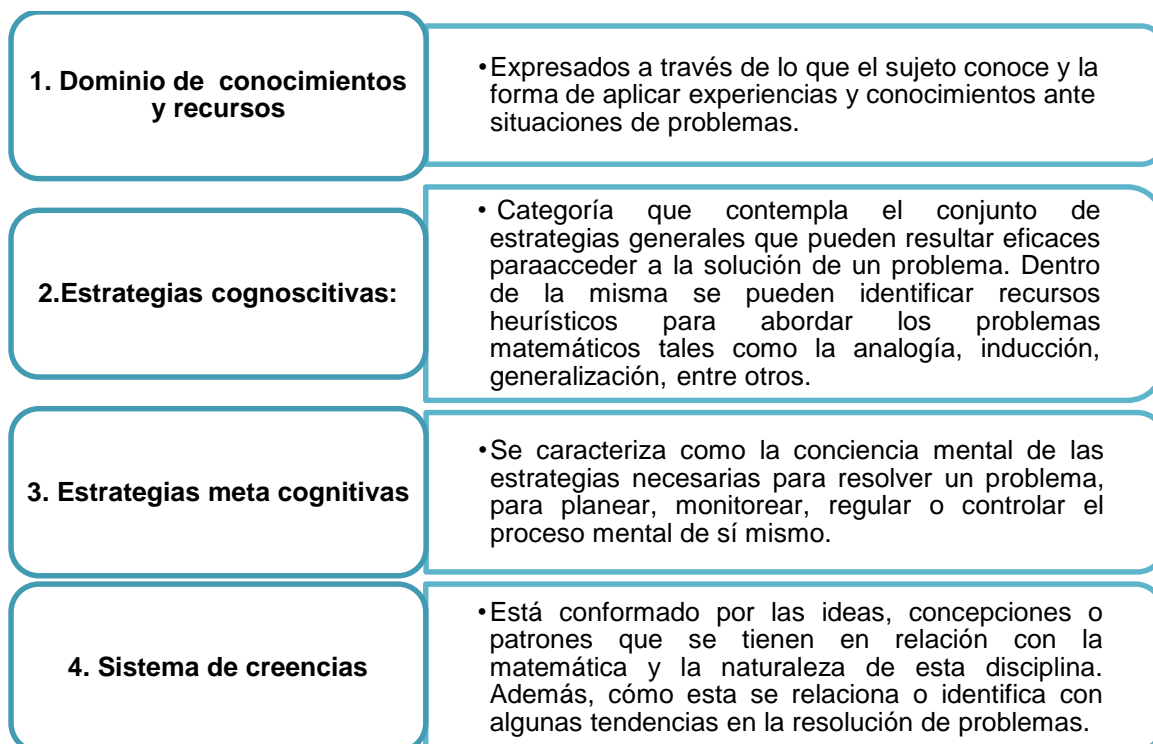
Schoenfeld veía cómo actuaba cada uno de ambos grupos durante la resolución de problemas; por ejemplo, ponía a trabajar a los estudiantes en parejas, grababa, filmaba y pedía apuntes, y además iba anotando todo lo que hacían durante el proceso de trabajo.

Al final de todos estos experimentos, Schoenfeld llegó a la conclusión de que cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores.

Este personaje muestra en su libro “Mathematic Problema Solving” algunas consideraciones de Polya, profundizando sin embargo, en el aspecto heurístico, inteligencia artificial y la teoría psicológica del procesamiento de la información. En ese sentido, Schoenfeld (1985) plantea cuatro dimensiones en el proceso de resolución de problemas dentro del campo de la matemática:

*Ilustración 2:* Representación del Modelo de Allan Schoenfeld

Realizado en SmartArt



### **3.6.4. Método de George Polya**

De acuerdo al libro sobre el enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clase Isoda y Olfos (2009, p. 20-30) George Polya nació en Hungría en 1887. Obtuvo su doctorado en la Universidad de Budapest y en su disertación para obtener el grado abordó temas de probabilidad. Fue docente en el Instituto Tecnológico Federalen Zúrich, Suiza. En 1940 llegó a la Universidad de Brown en EE.UU, y pasó a la Universidad de Stanford en 1942.

En sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Advirtió que para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados.

Las aportaciones de Polya incluyen más de 250 documentos matemáticos y tres libros que promueven un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias en la solución de problemas. Su famoso libro *Cómo Plantear y Resolver Problemas* que se ha traducido a 15 idiomas, introduce su método de cuatro pasos junto con la heurística y estrategias específicas útiles en la solución de problemas. Otros trabajos importantes de Polya son: *descubrimiento matemático*, *Volúmenes I y II*, *matemáticas y razonamiento plausible*. Polya, que murió en 1985 a la edad de 97 años, enriqueció a las matemáticas con un importante legado en la enseñanza de estrategias para resolver problemas.

El Método de Cuatro Pasos de (Polya, 1989) este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello nos parece importante señalar alguna distinción entre "ejercicio" y "problema". Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Como apuntamos



anteriormente, la más grande contribución de Polya en la enseñanza de las matemáticas es su método de cuatro pasos para resolver problemas. A continuación presentamos cada uno de ellos:



Representación del Método Polya, creación propia

**Paso 1: Entender el problema.**

- ¿Entiendes todo lo que dice?

- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

**Paso2: Configurar un plan.**

- ¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).
- ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- He aquí un problema relacionado al tuyo y que has resuelto ya. ¿Puedes utilizarlo? ¿Puedes utilizar su resultado? ¿Puedes emplear su método? ¿Te hace falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Puedes enunciar al problema de otra forma? ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones.
- Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar. ¿Puedes imaginarte un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considera sólo una parte de la condición; descarta la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?

- ¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

### Paso 3: Ejecutar el plan

Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos

- ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?

### Paso 4: Examinar la solución obtenida

- ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes usar el razonamiento lógico?
- ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe?
- ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Dicho método se aplicará en el contenido ley de los senos de la unidad de trigonometría del programa de décimo grado de educación secundaria.

## 3.7. Ley de los senos

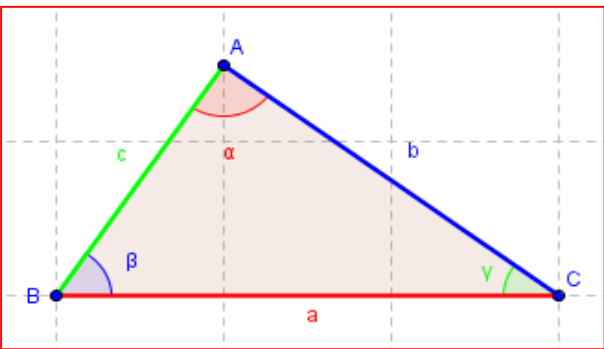
Según el libro de Swokoski y Cole (2009, p.570) En cualquier triángulo, la razón entre el seno de un ángulo y el lado opuesto a ese ángulo es igual a la razón entre el seno de otro ángulo y el lado opuesto a ese ángulo.

### Condiciones para aplicar la ley de los senos:

#### Si se conoce en cualquier triángulo oblicuo:

1. Dos lados y un ángulo opuesto a uno de ellos (LLA)
2. Dos ángulos y cualquier lado (AAL o ALA)

### Representación de la ley de los senos



$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$$

Teorema del seno

Realizada en GeoGebra

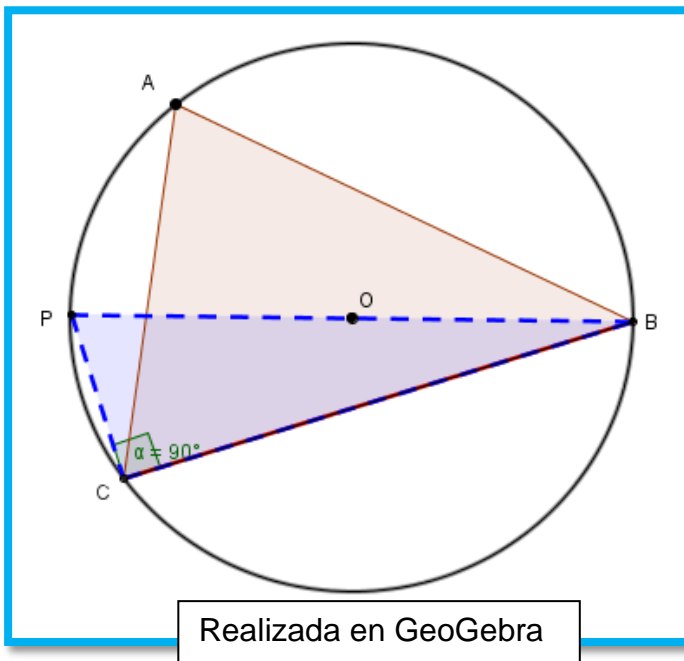
Si en un triángulo ABC, las medidas de los lados opuestos a los ángulos A, B y C son respectivamente a, b, c, entonces

### Demostración

A pesar de ser de los teoremas trigonométricos más usados y de tener una demostración particularmente simple, es poco común que se presente o discuta la misma en cursos de trigonometría, de modo que es poco conocida (aunque muy elegante).

Dado el triángulo ABC, denotamos por O su circuncentro y dibujamos su circunferencia circunscrita. Prolongando el segmento BO hasta cortar la circunferencia, se obtiene un diámetro BP.

### Demostración de ley de los senos



Ahora, el triángulo PBC es recto, puesto que BP es un diámetro, y además los ángulos A y P son iguales, porque ambos son ángulos inscritos que abren el segmento BC por definición de la función trigonométrica seno, se tiene:

$$\text{Sen } A = \text{Sen } P = \frac{BC}{BP} = \frac{a}{2r}$$

Donde R es el radio de la

circunferencia. Despejando 2R obtenemos:

$$\frac{a}{\text{Sen}A} = 2R$$

Repitiendo el procedimiento con un diámetro que pase por A y otro que pase por C, se llega a que las tres fracciones tienen el mismo valor 2R y por tanto son iguales.

La conclusión que se obtiene suele llamarse teorema de los senos generalizado y establece:

Para un triángulo ABC donde a, b, c son los lados opuestos a los ángulos A, B, C respectivamente, si R denota el radio de la circunferencia circunscrita, entonces:

$$\frac{a}{\text{Sen}A} = \frac{b}{\text{Sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C} = 2R$$

Puede enunciarse el teorema de una forma alternativa:

En un triángulo, el cociente entre cada lado y el seno de su ángulo opuesto es constante e igual al diámetro de la circunferencia circunscrita.

### Aplicación

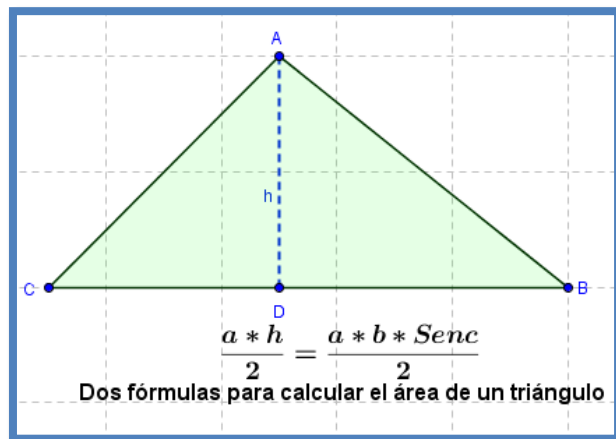
El teorema del seno es utilizado para resolver problemas en los que se conocen dos ángulos del triángulo y un lado opuesto a uno de ellos. También se usa cuando conocemos dos lados del triángulo y un ángulo opuesto a uno de ellos.

### Relación con el área del triángulo

Para un triángulo ABC, el área se calcula como  $\frac{ah}{2}$  donde h es la medida de la altura sobre la base a. Nuevamente, por definición de seno, se tiene  $\text{sen}C = \frac{h}{b}$  o lo que es lo mismo  $h=b \cdot \text{Sen} \cdot C$ , de modo que se cumple:

$$\text{Area} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}C}{2}$$

Sin embargo, el teorema de los senos implica que  $c = 2R \text{ sen}C$ , por lo que al substituir en la expresión anterior se obtiene un nuevo teorema:



$$\text{Area} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}C}{2} = \frac{abc}{4R}$$

### **3.8. Entrevista**

Es un proceso de comunicación que se realiza normalmente entre dos personas; en este proceso el entrevistado obtiene información del entrevistado de forma directa. Si se generalizara una entrevista sería una conversación entre dos personas por el mero hecho de comunicarse, en cuya acción la una obtendría información de la otra y viceversa. En tal caso los roles de entrevistador / entrevistado irían cambiando a lo largo de la conversación. (Belaez, Pérez, & Vásquez, 2010, pág. 3)

### **3.9. Rúbrica**

Una rúbrica es un instrumento cuya principal finalidad es compartir los criterios de realización de las tareas de aprendizaje y de evaluación con los estudiantes y entre el profesorado. La rúbrica, como guía u hoja de ruta de las tareas, muestra las expectativas que alumnado y profesorado tienen y comparten sobre una actividad o varias actividades, organizadas en diferentes niveles de cumplimiento: desde el menos aceptable hasta la resolución ejemplar, desde lo considerado como insuficiente hasta lo excelente. (Alsina & Merino, 2013, pág. 8)

### **3.10. Técnica**

Si aplicamos el término en el sentido de procedimiento, se refiere "al conocimiento y dominio de las reglas y prácticas de una actividad". Como tal, no está limitado a actividades de naturaleza científica, (por ejemplo, la técnica para conducir de un piloto de automóviles de carreras o las técnicas amorosas de Don Juan). Sin embargo, si se aplica en el contexto de una actividad o campo, "Técnica" se refiere también a "las medidas, procesos e instalaciones que se utilizan en el control y explotación de las leyes naturales, la energía y los recursos". Llegar a un cierto fin. (Friedrich, 1997, pág. 1)

### **3.11. Lista de cotejo**

Es un instrumento de evaluación que contiene una lista de criterios o desempeños de evaluación, previamente establecidos, que únicamente se califica la presencia

o ausencia de estos mediante una escala dicotómica, por ejemplo: si-no. (Gómez Ávalos, y otros, 2011, pág. 28)

### **3.12. Las estrategias Didácticas**

Según Feo (2010, p.5) Las estrategias didácticas se definen como los procedimientos (métodos, técnicas, actividades) por los cuales el docente y los estudiantes, organizan las acciones de manera consciente para construir y lograr metas previstas e imprevistas en el proceso enseñanza y aprendizaje, adaptándose a las necesidades de los participantes de manera significativa. Para (Feo, 2010) se puede llegar a una clasificación de estos procedimientos, según el agente que lo lleva a cabo, de la manera siguiente: (a) estrategias de enseñanza; (b) estrategias de instrucción; (c) estrategias de aprendizaje; y (d) estrategias de evaluación.

## IV. Operacionalización de los objetivos

**Tabla 2:** Matriz de variables

Creación propia

Objetivos específicos	Preguntas orientadoras	Categoría	Definición conceptual	Subcategoría	Fuente de información	Técnicas de recolección de información	Procedimiento de análisis.
Diseñar estrategias didácticas basadas en el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos.	¿Los docentes hacen uso del Método de Polya para resolver problemas relacionados a la ley de los senos?  ¿Qué estrategias didácticas utilizan los docentes al desarrollar el contenido ley de los senos en la resolución de problemas?	Estrategias didácticas	Las estrategias didácticas se definen como los (métodos, técnicas, actividades) por los cuales el docente y los estudiantes, organizan las acciones de manera consciente para construir y lograr metas previstas e imprevistas en el proceso enseñanza y aprendizaje.	Tipos de estrategias: De elaboración. De organización Indicadores de logros. Cientificidad.	Programa de estudio. Libros Web Estudiantes Docentes	Entrevistas a docentes y estudiantes. Análisis de las referencias bibliográficas	Cuadro comparativo Análisis de contenidos basados en la bibliografía consultada. Contraste de ideas.



Objetivos específicos	Preguntas orientadoras	Categoría	Definición conceptual	Subcategoría	Fuente de información	Técnicas de recolección de información	Procedimiento de análisis.
Aplicar estrategias didácticas basadas en el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos.	¿De qué forma los estudiantes resuelven los problemas matemáticos referido al contenido ley de los senos?  ¿Qué dificultades presentan los estudiantes de décimo grado "B" y "C", en el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos?	Resolución de problemas matemáticos	Según (Peña K. R., 2008) la resolución de problemas es concebida por muchos expertos en el campo de la matemática, como la estrategia esencial de esta ciencia, lo que le asigna una importancia fundamental que constituye un procedimiento activo de aprendizaje donde los alumnos son los protagonistas.	Tipos de estrategias: De elaboración De organización Indicadores de logros. Cientificidad Contextualización	Programa de estudio. Libros. Web. Estudiantes. Docentes.	Trabajos realizados por los estudiantes, Cuaderno de anotaciones de los investigadores, lista de cotejo.	Grafico. Tablas. Contraste de ideas.
Analizar los resultados obtenidos mediante la aplicación de las estrategias didácticas	¿Qué factores inciden en el aprendizaje de los estudiantes al resolver problemas del contenido ley	Calidad de los aprendizajes  Efectividad de las estrategias	La calidad alude a la sustancia del aprendizaje, a lo que queda en la estructura cognitiva luego del proceso de enseñanza-aprendizaje.	Análisis e interpretación de problemas. Aplicación de pasos del método de Polya. Disposición al trabajo.	Trabajos realizados por estudiantes. Cuaderno de anotaciones de los investigadores	Rúbrica, Entrevista a estudiantes después de haber aplicado las sesiones de clase.	Tablas, Cuadro FODA, Contraste de ideas.

Objetivos específicos	Preguntas orientadoras	Categoría	Definición conceptual	Subcategoría	Fuente de información	Técnicas de recolección de información	Procedimiento de análisis.
basadas en el Método Polya.	de los senos? ¿Qué efecto produce en los estudiantes la aplicación de estrategias didáctica basada en el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos? ¿Cuáles son las ventajas de aplicar estrategias didácticas basadas en el Método Polya en el contenido ley de los senos?	Habilidades desarrolladas	Un aprendizaje de calidad es aquel que logra captar lo más importante de los contenidos y retenerlos en la memoria a largo plazo, pues se integran en forma significativa con los conocimientos anteriormente adquiridos.(Fingerman, 2010)  El concepto de habilidad proviene del término latino <i>habilitas</i> y hace referencia a la maña, el talento, la pericia o la aptitud para desarrollar alguna tarea. (Porto, 2012).	Competencias. Papel del docente.			
Proponer estrategias didácticas basadas en el Método	¿Qué estrategias metodológicas se pueden proponer para	Calidad de las estrategias elaboradas	La estrategia de Calidad es la construcción de un camino sobre un entorno estratégico	Cientificidad. Contextualización Materiales utilizados. Innovación.	Libros Programa Web Resultados de las	Constancia brindada por la docente guía, grabación de video	Tabla, Triangulación de información.

Objetivos específicos	Preguntas orientadoras	Categoría	Definición conceptual	Subcategoría	Fuente de información	Técnicas de recolección de información	Procedimiento de análisis.
Polya para facilitar la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos.	trabajar el contenido de la ley de los senos usando el método de Polya? ¿Contribuirán las estrategias didácticas elaboradas a mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el contenido ley de los senos?	Disponibilidad  Relación teoría práctica	<p>dinámico y que tenga como estrella guía «la misión.</p> <p>Se denomina disponibilidad a la posibilidad de una cosa o persona de estar presente cuando se la necesita.(Alvárez, 2012)</p> <p>En el ámbito educativo la teoría y la práctica constituyen dos realidades autónomas que gestionan conocimientos de diferente envergadura y se desenvuelven en contextos también distintos. (Alvarez, 2012)</p>	<p>Creatividad. Algoritmos utilizados para resolver problemas</p> <p>Disponibilidad de aplicación por el docente.</p>	estrategias didácticas aplicadas.	Guion de entrevista a docentes y estudiantes posterior a su aplicación.	

## V. Diseño metodológico

En este capítulo se presenta el tipo de estudio, línea de investigación en la cual se basa este trabajo investigativo, el contexto del proceso, población, muestra, métodos y técnicas de recolección de datos, instrumentos de registro de información, plan de tabulación y análisis, y procedimientos para la recolección de la información.

### 5.1. Tipo de estudio

Esta investigación según su enfoque, es de tipo cualitativa, ya que utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación, además se aplica la lógica inductiva de lo particular a lo general (de los datos a las generalizaciones-no estadísticas y la teoría). (Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014, pág. 364)

La línea de investigación en la cual se basa este trabajo es “calidad educativa”, como estrategias de aprendizaje (significativo y evaluación (consciente)).(UNAN-Managua/Farem-Estelí, 2016)

Según el objetivo y el método de abordaje del problema, dicha investigación es de tipo descriptiva, ya que detalla situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones.(Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014, pág. 9)

Por la temporalidad la investigación es de tipo transversal, ya que los datos fueron recolectados en momentos y tiempos determinados. (Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014, pág. 365)

### 5.2. Contexto de la investigación

La presente investigación se realizó en el Instituto Nacional de Yalagüina, ubicado en el municipio de Yalagüina departamento de Madriz, el cual está ubicado en el costado sureste del estadio municipal “Luis Henry Alfaro González”.



Este centro de estudio consta con las modalidades secundaria regular (turno matutino y vespertino), y secundaria a distancia (sabatina). El personal laboral está conformado por 23 docentes que atienden a estas modalidades y comprende 515 estudiantes que en general provienen de familias de diversas clases sociales, tanto de la zona rural como del casco urbano.

### **5.3. Población**

Son todos los casos que concuerdan con determinadas especiaciones; es decir es un Conjunto completo de individuos, objetos, o medidas los cuales poseen una característica común observable y que serán considerados en un estudio.(Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014, pág. 174)

De acuerdo a la información brindada por Aguilera (2016), la población la constituyen 89 estudiantes, de los cuales 55 son mujeres y 34 son varones, distribuidos en tres modalidades diferentes (matutino, vespertino y sabatino) pertenecientes al décimo grado del Instituto Nacional de Yalagüina, y 6 docentes que imparten la asignatura de matemática a las distintas modalidades.

### **5.4. Muestra**

En el proceso cualitativo, es un grupo de personas, eventos, sucesos y comunidades, sobre el cual se habrán de recolectar los datos, sin que necesariamente sea representativo del universo o población que se estudia. (Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014, pág. 392)

Con relación a la población descrita en este trabajo investigativo se tomó una muestra correspondiente al 55.00 %; es decir 27 estudiantes de la sección "B" y 22 de la sección "C" del turno matutino para un total de 49 estudiantes, y se tomaron dos docentes que imparten la asignatura de matemática.

El tipo de muestreo que se utilizó para la selección de la muestra es no probabilístico, es decir, que se utilizó el muestreo propositivo (intencional o por conveniencia).(Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014, pág. 401)

## 5.5. Criterios de selección de la muestra

### Estudiantes

- Que sean estudiantes del instituto Nacional de Yalagüina.
- Que sean estudiantes de décimo grado.
- Que sean del turno matutino.
- Bajo rendimiento académico de las secciones correspondientes al turno matutino respecto al primer corte evaluativo.
- Proviene de familias de diversos estratos sociales.

Cabe señalar que mediante el análisis de rendimiento académico realizado, de las tres secciones, las secciones B y C fueron las que cumplieron con los requisitos del bajo rendimiento académico y que estudian en el turno matutino, no así la sección "A", puesto que esta presentaba un rendimiento académico superior y pertenece al turno vespertino, por lo tanto se tomaron ambas secciones en general (Ver anexos pág N° 117).

### Docentes

- Docentes del Instituto Nacional de Yalagüina.
- Impartan la asignatura de matemática.
- Docentes que atienden los décimos grados.
- Docentes del turno matutino.

## 5.6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

### • Entrevista a docentes de matemática

Este instrumento se aplicó a docentes de matemática por ser el guía principal en el aula de clase, con el fin de conocer las estrategias que utiliza al plantearle problemas matemáticos a los estudiantes y ver las dificultades que presentan estos para darle solución.

### • Entrevista a los estudiantes

A los estudiantes de décimo grado "B" y "C" se les aplicaron dos entrevistas, la primera como exploración del concepto que tenían sobre la resolución de problemas, es decir, de qué forma resuelven los problemas matemáticos, y

cuáles son sus mayores dificultades al darle solución, la segunda entrevista fue aplicada después de haber culminado las sesiones de clase, con el fin de conocer la importancia que tiene la aplicación del “método Polya” y que habilidades desarrolla éste en la resolución de problemas matemáticos.

- **Estrategias didácticas:**

Se aplicaron tres estrategias didácticas basadas en el Método Polya, con el fin de valorar la importancia que tienen al ser utilizadas al momento de resolver problemas matemáticos en el contenido ley de los senos

- **Cámara fotográfica:**

Se utilizó para recolectar evidencias de las sesiones a realizar.

- **Lista de cotejo:**

Se elaboró este instrumento con el fin de registrar paso a paso los resultados obtenidos, en el desarrollo de las sesiones de clase, ubicada en la estrategia denominada “acepta el reto de resolver problemas”, para evaluar la efectividad del método.

- **Rúbrica:**

Instrumento que se utilizó de manera general en el plenario que realizaron los estudiantes en la última sesión de clase, ubicada en la estrategia que tiene por nombre “comparto lo mío”.

- **Cuaderno de anotaciones:**

Instrumento que se utilizó para tomar notas de los aspectos relevantes durante la aplicación de las estrategias didácticas.

- **Video:**

Se utilizó para evidenciar opiniones de los estudiantes después de la aplicación de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya.

## **5.7. Plan de tabulación y análisis**

### **Métodos de análisis de la información**

El análisis de dicha investigación se sustentó en una descripción contextual o procesual, es decir, que se describen sistemáticamente los hechos, características y la efectividad del método en el aprendizaje de los estudiantes. (Díaz, 2013, pág. 25)

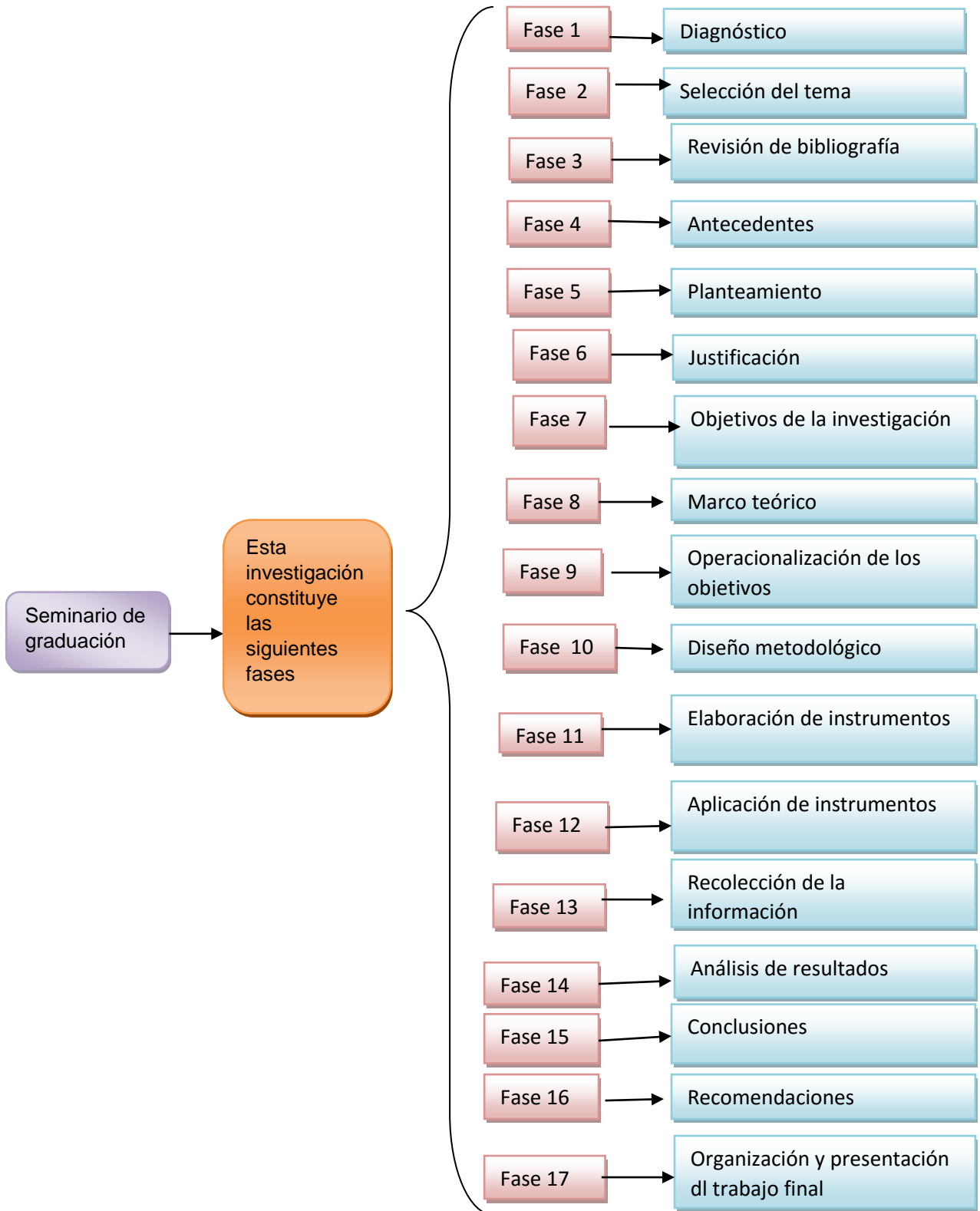
### **Técnicas e instrumentos de análisis y presentación de la información**

**Inducción analítica:** La información se presenta en diagramas, GeoGebra, matrices, gráficos, Word y PowerPoint que se utilizó para la presentación ante un auditorio.

Es necesario indicar que para responder a las preguntas de esta investigación se tuvo en cuenta los puntos de vistas dados por docentes y estudiantes, obtenidas mediante las entrevistas realizadas, así como los resultados obtenidos de la aplicación de las estrategias didácticas.



## 5.8. Fases de la investigación, creación propia



## **VI. Análisis y discusión de resultados**

En el presente apartado se da a conocer el análisis y discusión de resultados obtenidos en función de darle salida al cumplimiento de los cuatro objetivos propuestos.

Una vez aplicados los instrumentos y estrategias de recolección de información, se procedió a realizar el tratamiento correspondiente para el análisis de los mismos, centrado en la aplicación del Método Polya en la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos en estudiantes del décimo grado “B” y “C” del Instituto Nacional de Yalagüina.

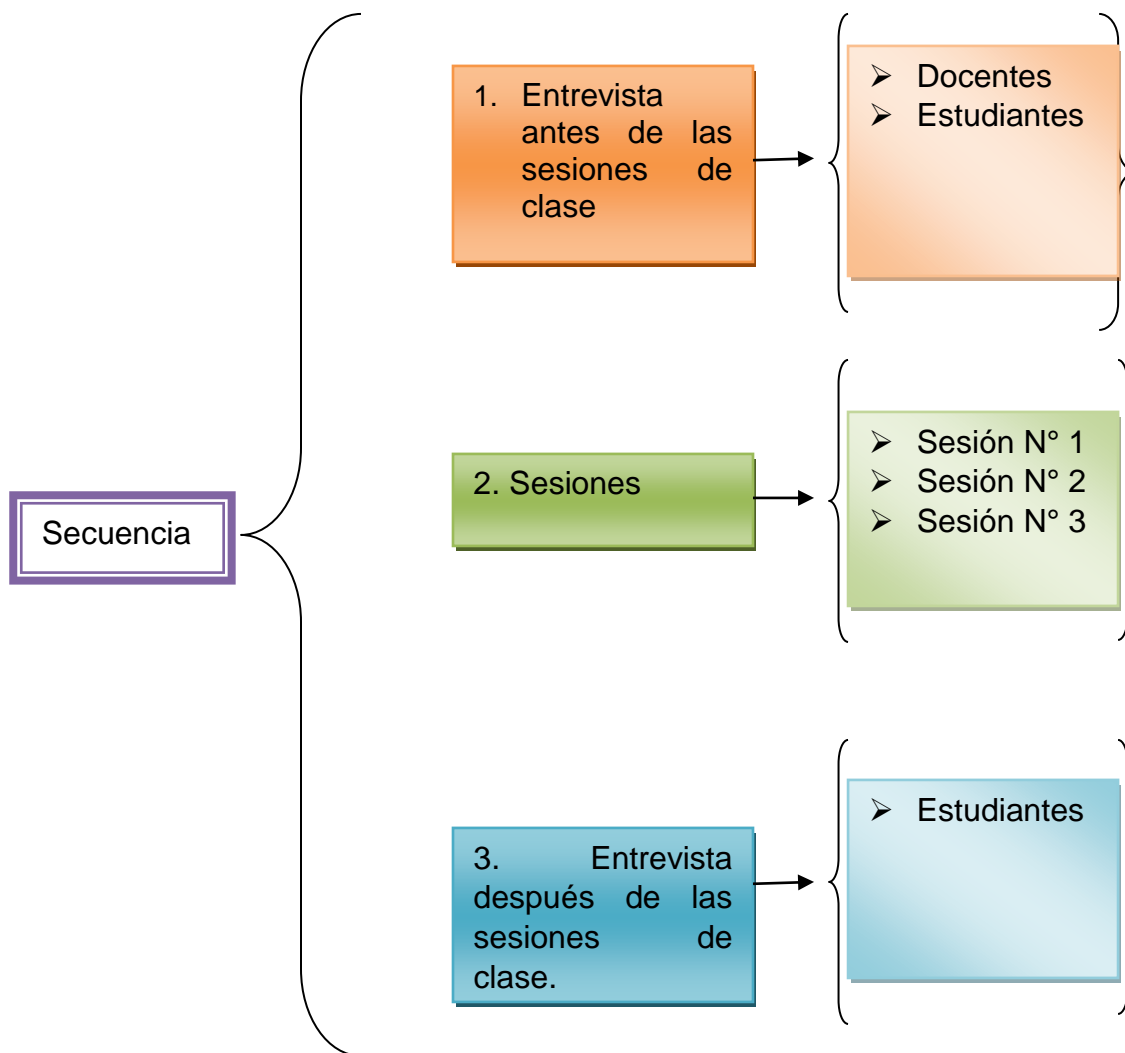
Fueron aplicadas entrevistas, estrategias didácticas e instrumentos de evaluación (lista de cotejo y rúbrica), desarrolladas en el contenido ley de los senos aplicando el Método Polya durante el segundo semestre del año 2016, en la cual todo esto fue realizado de manera de reforzamiento ante la problemática que presentan los estudiantes al momento de darle solución a un problema matemático.

Dichas entrevistas, estrategias didácticas e instrumentos de evaluación fueron aplicadas gracias al tiempo y espacio que brindó la docente para su ejecución, del mismo modo el interés y disposición de los estudiantes los cuales fueron tomados como sujetos de estudio.

Es importante recalcar que dichas estrategias didácticas fueron diseñadas tomando en cuenta los indicadores de logros y contenidos del programa de estudio de educación secundaria de décimo grado.

**La secuencia de la aplicación se muestra en el siguiente gráfico**

**Creación propia**



Para el diseño de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya fueron aplicadas dos entrevistas, las cuales brindaron información muy fundamental e importante que permitieron dar pautas para darle cumplimiento al primer objetivo específico. Se le aplicó a dos docentes de matemática que le imparten clase al décimo grado de educación secundaria del Instituto Nacional de Yalagüina, con el fin de conocer las estrategias y métodos que utilizan al plantearles problemas matemáticos a los estudiantes y del mismo modo ver las habilidades y dificultades que presentan estos para darle solución.

**Tabulación de los resultados obtenidos en la entrevista que se les aplicó a los docentes que imparten la asignatura de matemática.**

*Tabla 3:* Tabulación de los resultados obtenidos en la entrevista que se les aplicó a los docentes que imparten la asignatura de matemática.

Creación propia

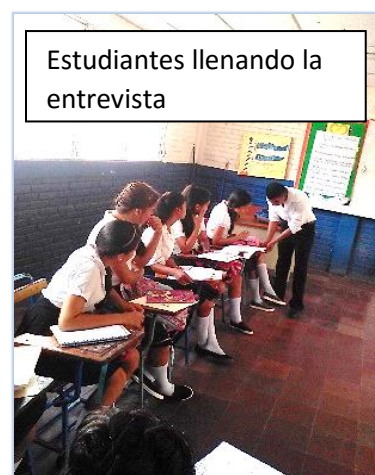
N°	Pregunta a docentes	Docente A	Docente B	Conclusiones
1	¿Por qué cree usted que es necesario que los estudiantes resuelvan problemas matemáticos?	Es importante, ya que permite en el estudiantado llevar a la realidad los contenidos y no solo quedarse en la resolución de ejercicios.	Es importante para que ellos visualicen en donde se aplica la matemática en problemas relacionados a la vida real.	Como se puede visualizar ambos docentes tienen una misma noción de la importancia que los estudiantes resuelvan problemas matemáticos.
2	¿Qué habilidades considera usted que los estudiantes necesitan desarrollar para darle solución a un problema matemático?	Primeramente dominio de los conceptos básicos del contenido del cual se trata el problema, utilizar correctamente la comprensión lectora y apropiación del lenguaje matemático.	Considero que una de las principales habilidades que los estudiantes necesitan desarrollar ante la resolución de problemas matemáticos son la lectura, análisis y la intuición o imaginación de poder llevar el problema a la mente.	En esta interrogante los docentes consideran que el análisis, la lectura, el dominio de conceptos básicos, la intuición y apropiación del lenguaje matemático son habilidades básicas que todo estudiante debe desarrollar para lograr el éxito en la resolución de problemas.
3	¿Qué dificultades presentan los estudiantes de décimo grado	Una de las principales debilidades que presentan los	Una de las dificultades que ellos presentan a la hora de darle	Ambos docentes hacen énfasis que los estudiantes carecen de la comprensión lectora o en

N°	Pregunta a docentes	Docente A	Docente B	Conclusiones
	cuando resuelven un problema matemático?	estudiantes es la comprensión lectora, es decir, resuelven el problema sin leerlo una y varias veces lo cual impide hacer un análisis profundo del mismo.	solución a un problema es la interpretación del fenómeno planteado, por lo que no pueden deducir con exactitud un proceso científico para resolverlo, debido al poco análisis.	el análisis hacia el problema planteado.
4	¿Qué métodos conoce para la resolución de problemas matemáticos?	Uno de los más conocidos es el Método Polya aunque no se aplica constantemente y el aprendizaje basado en la resolución de problemas.	El aprendizaje basado en la resolución de problemas, además el análisis previo de los aspectos que lo contemplan, y el análisis grafico cuando lo amerita.	Los docentes no aplican en sí el Método de Polya, sin embargo hacen uso de algunos pasos que comprende este método cuando lo ameritan los fenómenos planteados.
5	¿Cuál es el método que más aplica en la resolución de problemas matemáticos?	El método que más utilizo es el aprendizaje basado en la resolución de problema que permite hacer una lluvia de ideas con los aspectos generales que lo comprende.	Comúnmente sacar todos los datos y las incógnitas del problema y darle solución de acuerdo a lo conocido aplicando los algoritmos necesarios respecto al tema.	De acuerdo a las respuestas brindadas por los docentes se puede evidenciar que ninguno de ellos aplica el Método Polya, ya que se centran en el aprendizaje basado en problema y el método tradicional.

N°	Pregunta a docentes	Docente A	Docente B	Conclusiones
6	¿Considera usted que la aplicación de estrategias didácticas basadas en la resolución de problemas matemáticos, estimula el aprendizaje de los estudiantes?	Porque si se aplican estrategias didácticas los estudiantes apropiaran de un sinnúmero de procedimientos y perderán el temor de resolver y enfrentarse ante cualquier problema matemático.	Es importante porque estas permiten la orientación de un análisis lógico, un proceso amplio y permiten el estudio de diferentes estrategias a aplicar.	En base a esta interrogante es evidente que las estrategias didácticas estimulan el aprendizaje duradero.

Al igual como se muestra en la foto se les aplicó a los estudiantes de décimo grado “B” y “C” una entrevista con el fin de explorar los conocimientos previos que tienen sobre la resolución de problemas, es decir, de qué forma resuelven problemas matemáticos y cuáles son sus mayores dificultades para darle solución.

*Tabla 4:* Tabulación de los resultados obtenidos de acuerdo a la segunda entrevista que se les aplicó a los estudiantes



Creación propia

N°	Preguntas	Sección B (27 estudiantes)	Sección C (22 estudiantes)	Conclusión de los investigadores
1	¿Por qué cree usted que es importante resolver problemas matemáticos?	Los estudiantes de manera general manifestaron que es importante resolver problemas, ya	Los estudiantes seleccionados respondieron que es necesario enfrentarse a problemas matemáticos,	De acuerdo a las respuestas brindadas por los estudiantes ellos expresan la importancia de resolver problemas en el aula de clase, ya que permite el desarrollo de habilidades de pensar,

N°	Preguntas	Sección B (27 estudiantes)	Sección C (22 estudiantes)	Conclusión de los investigadores
		que mejora el análisis y así poder relacionar la teoría o teoremas con lo vivido en el entorno, mientras que otros expresaron que es complejo resolverlos.	puesto que en la vida real se presentan y que además permite el desarrollo cognitivo y al igual que en la sección "B" otros estudiantes manifestaron que es frustrante resolverlos cuando no se llega a la respuesta correcta.	analizar y no solo quedarse en la resolución de ejercicios, sino que llevar los contenidos a la vida real, sin embargo hubieron comentarios negativos hacia la resolución de problemas, como lo es la frustración y complejidad que sienten cuando se les presentan.
2	Si usted ha trabajado en resolución de problemas de matemática, ¿Qué habilidades ha adquirido?	En base a esta pregunta mencionaron que una de las habilidades que han adquirido de forma general es la sustitución en ecuaciones y la aplicación de los teoremas estudiados.	Los estudiantes manifestaron que una de las habilidades adquiridas es el trabajo cooperativo que han puesto en práctica para poder darle solución a un problema en esta asignatura.	Ambas secciones no coinciden en cuanto a las habilidades que poseen para darle solución a un problema matemático, además se logró evidenciar que no han discernido todas las cualidades que tienen, por lo que solo mencionan algunas de ellas.
3	¿Qué dificultades presentan los estudiantes de décimo grado cuando resuelven un problema	En esta pregunta manifestaron que las mayores	Los estudiantes de esta sección lo que más se les dificulta es el	Ambas secciones presentan variadas dificultades para resolver un problema matemático y

N°	Preguntas	Sección B (27 estudiantes)	Sección C (22 estudiantes)	Conclusión de los investigadores
	matemático?	dificultades son: la comprensión lectora, despeje de ecuaciones y el análisis del problema.	dominio de conceptos teóricos Básicos del contenido y la selección del teorema o ecuación a utilizar.	como principal está la comprensión lectora, es decir que lo resuelven de manera directa sin leer una y varias veces hasta lograr una buena comprensión a lo que deben llegar, donde se contrasta con lo dicho por los docentes.
4	¿Qué pasos realiza generalmente cuando resuelve un problema matemático?	La mayoría de los estudiantes expresaron que los pasos que aplican generalmente para resolver un problema matemático son datos, operación y respuesta.	Al igual que en la sección B, los estudiantes expresaron que utilizan los pasos datos, operación y respuesta.	Se evidencia que existe una estrecha relación entre ambas secciones al manifestar que están adaptados a resolver problemas como lo aprendieron en su primeros años de estudio, datos operación y respuesta, lo cual se llega a la conclusión de que la enseñanza avanza a paso lento sin tomar en cuenta los enfoques insertados en los nuevos programas de estudio.
5	¿Creé usted que es importante dominar un método para resolver problemas matemáticos?	De manera general mencionaron que es necesario dominar un método para resolver problemas, ya que les permitirá	De manera similar a la sección B, esta sección manifestó que es importante manejar un método que les permita ser una guía o camino	Acorde a las respuestas brindadas por los estudiantes se expresa que es necesario dominar un método que facilite la resolución de un problema, al seguir un algoritmo determinado, ejemplo el método propuesto por George Polya.



N°	Preguntas	Sección B (27 estudiantes)	Sección C (22 estudiantes)	Conclusión de los investigadores
		tener un mayor éxito en darle solución a un problema.	para llegar a la solución.	

### **Análisis general de las entrevistas a docentes y estudiantes**

De la entrevista realizada a los docentes, se concluye que estos consideran que las mayores dificultades que presentan los estudiantes ante la situación problemática estudiada es, la falta de interpretación del fenómeno planteado en el problema por lo que no deducen con precisión y exactitud el proceso a seguir para resolver; del mismo modo los estudiantes expresaron de manera semejante que la dificultad se centra en la comprensión lectora, en el análisis y poco dominio del tema.

En cuanto a la importancia de la aplicación de una estrategia didáctica basada en el Método Polya en la resolución de problemas, los docentes están conscientes que es muy efectiva porque consideran que esta orienta un análisis lógico y permite el estudio de diferentes estrategias a aplicar, así mismo los estudiantes manifestaron que es de gran utilidad manejar un método para lograr una solución exitosa ya sea de un problema matemático o de cualquier otra asignatura.

De acuerdo a la importancia de resolver problemas existe una inconsistencia entre los mismos estudiantes, ya que unos expresan que es muy fundamental para el desarrollo de habilidades y destrezas, mientras que otra parte comentaron que es muy complicado porque tienden a frustrarse ante la impotencia de llegar a la solución.

Así mismo, hubo aspectos contradictorios, por ejemplo los docentes plantearon que conocían el método aprendizaje basado en problemas y un poco del Método Polya y análisis gráfico cuando lo amerita el problema, sin embargo no los ponen en práctica y los estudiantes comentaron que resuelven problemas matemáticos por medio del planteo, operación y respuesta.

Tomando en cuenta la información descrita anteriormente, se diseñaron tres estrategias didácticas basadas en el Método Polya para la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos con el fin de mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

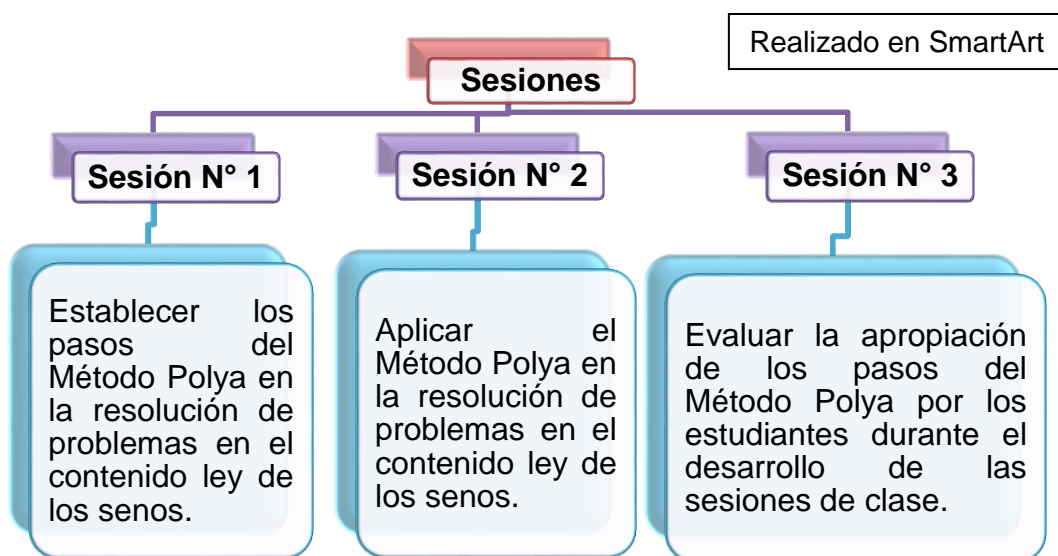
De ahí la aplicación de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya para darle salida al segundo objetivo específico y a la vez obtener información sobre la importancia que tiene el uso, además de qué forma los estudiantes resuelven los problemas matemáticos o las dificultades que presentan en el contenido ley de los senos, tal como se describe en las sesiones.

### Resultados de las sesiones de clases

Fueron aplicadas tres sesiones de clase una a continuación de la otra, con la autorización de la dirección y puesta en común con la docente de matemática a cargo de los estudiantes de décimo grado.

Se orientó a los estudiantes que este trabajo era continuación del proceso de investigación llevado a cabo durante el primer semestre, pero ahora aplicado como reforzamiento en esta problemática de la resolución de problemas, por consiguiente se les pidió todo el apoyo requerido. Una vez explicado el procedimiento a seguir se procedió a trabajar con las sesiones de clases

Ilustración 3: Secuencia de las tres sesiones aplicadas



En la sesión número uno “Yo me imagino el problema” se partió con una dinámica de presentación con la técnica **“mi fruta favorita”**, que consistió en facilitar a cada estudiante una tarjeta y un marcador, en las cuales cada uno escribió el nombre de la fruta favorita y se la pegó en su camisa y seguidamente el compañero que tenía al lado, lo presentó mencionando el nombre de la fruta elegida, sin embargo el estudiante presentado lo negó diciendo su verdadero nombre, por ejemplo “Juan presenta a Pedro diciendo, les presento a mi compañero mango, mientras Pedro niega diciendo mi nombre no es mango mi nombre es pedro”, esta actividad permitió motivar el interés inicial de los estudiantes hacia la clase.

Seguidamente para obtener información sobre los conocimientos previos de los estudiantes en el contenido ley de los senos, se realizó mediante la dinámica de las chimbombas pegadas en la pizarra, de lo cual se eligieron seis estudiantes de cada sección apoyándose de la técnica del lápiz hablante donde en cada una de ellas se les introdujo una pregunta diferente. Hay que recalcar que la ley de los senos es continuación del contenido las razones trigonométricas, en donde ya se han estudiado algunos teoremas relacionados a los triángulos rectángulos.



Investigadores explorando conocimientos previos de los estudiantes.

*Tabla 5:* Análisis de los conocimientos previos, por parte de los estudiantes seleccionados en la técnica de las chimbombas

Creación propia

N°	Pregunta	Estudiantes décimo “B”	Estudiantes décimo “C”	Conclusión general	Conclusión de los investigadores.
----	----------	------------------------	------------------------	--------------------	-----------------------------------

N°	Pregunta	Estudiantes décimo "B"	Estudiantes décimo "C"	Conclusión general	Conclusión de los investigadores.
1	¿Qué tipos de triángulos conoce según sus lados?	Respondió que conoce triángulos rectángulos y equiláteros, por lo cual se decidió realizar la interrogante al grupo en general.	Respondió que conoce triángulos rectángulos, equiláteros y escalenos, en donde se profundizó con la opinión de toda la sección.	Entre estudiantes y facilitadores se llegó a concluir que los tipos de triángulos según sus lados son: equilátero, isósceles y escalenos.	Con esta pregunta se logró evidenciar que los estudiantes tienen conocimientos, pero no saben distinguir los triángulos según sus lados.
2	¿Qué tipos de triángulos conoce según sus ángulos?	El segundo estudiante elegido respondió que solo conocía el triángulo rectángulo, en dónde sus compañeros complementaban la respuesta de esta interrogante.	El estudiante seleccionado respondió que conocía el triángulo obtusángulo y equilátero, al igual en esta sección los compañeros pidieron la palabra para complementar la respuesta.	Aquí el facilitador haciendo uso de materiales tangibles (triángulos de cartón), junto con los estudiantes se aclaró las dudas mediante la lluvia de ideas, según lo visto en las figuras geométricas, llegando a la conclusión que son (rectángulo, obtusángulo y acutángulo).	En esta pregunta se pudo evidenciar que los estudiantes no recuerdan, a pesar que este contenido ya fue abordado, lo que indica que no ponen en práctica el autoestudio, concluyendo que desconocen los tipos de triángulos según sus ángulos.
3	¿Se puede aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo	En esta pregunta el estudiante seleccionado respondió que sí se puede aplicar,	El estudiante respondió que no se puede aplicar, ya que estos triángulos	De forma conjunta se aclaró que este teorema solo se aplica en	Se logró identificar que los estudiantes de ambas secciones presentaron dificultades sobre la

N°	Pregunta	Estudiantes décimo "B"	Estudiantes décimo "C"	Conclusión general	Conclusión de los investigadores.
	no rectángulo?	sin embargo sus compañeros contradijeron lo dicho por este, pero con timidez, ya que también hay duda respecto a esta pregunta.	son no rectángulos, Por lo cual se decidió realizar la pregunta en general, al igual que en la sección "B", no estaban tan seguros de la respuesta.	triángulos rectángulos, sin embargo se utiliza para demostrar la ley del seno y del coseno para llegar a su ecuación.	aplicación del teorema de Pitágoras en triángulos no rectángulos, hecho que pudo ser consecuencia de la secuencia que se lleva en el abordaje de los contenidos según la programación, por ser estas sesiones en forma de reforzamiento sin embargo se aclararon dudas.
4	¿Qué dice el teorema de los ángulos internos de un triángulo cualquiera?	El cuarto estudiante seleccionado respondió que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es de $180^\circ$ , donde todos los compañeros de la sección en general apoyaron coincidiendo dicha respuesta.	Del mismo modo el estudiante respondió que la sumatoria equivale a $180^\circ$ , al igual en esta sección todos manifestaron estar de acuerdo con lo dicho por su compañero.	Entre docentes y estudiantes se concluyó estar de acuerdo con la respuesta obtenida, ya que no hubo duda al responder esta interrogante.	De acuerdo a la respuesta brindada por los estudiantes de ambas secciones y a la seguridad mostrada se concluye que tienen dominio sobre el teorema de los ángulos internos.
5	¿Qué es una razón?	De acuerdo a esta interrogante	El estudiante seleccionado	De acuerdo a esta	Respecto a esta interrogante en

N°	Pregunta	Estudiantes décimo "B"	Estudiantes décimo "C"	Conclusión general	Conclusión de los investigadores.
		el estudiante seleccionado respondió que es el cociente de dos números o términos, en donde al comentar los demás compañeros plantearon estar de acuerdo.	respondió que es la división de números naturales o de cualquier variable, al igual aquí los demás compañeros expresaron estar de acuerdo con la definición.	interrogante, el docente y estudiantes estaban de acuerdo estuvieron de acuerdo con las respuestas brindadas, sin embargo se reforzó aún más, por ejemplo nombrar el numerador y denominador de una determinada razón.	ambas secciones presentaron tener noción sobre que es una razón matemática, y además se reforzó algunos aspectos importantes, entre ellos elementos que comprende.
6	¿Qué es una proporción?	El estudiante seleccionado respondió que era un conjunto de términos, en donde se realizó la pregunta en general, reflejando dudas respecto a esta interrogante.	El estudiante de esta sección respondió que era una serie de términos o variables, al igual que en la sección "B", se reflejó dudas en forma general.	De manera conjunta se concluyó que es la igualdad entre dos o más razones.	En esta interrogante se logró evidenciar que los estudiantes comprenden este término como un conjunto de términos, pero estas dudas gracias a la participación y al docente como guía se logró darle la respuesta correcta a esta interrogante.

A través de esta actividad se verificó los conocimientos previos de los estudiantes así como las dificultades que estos poseen.

Seguidamente el facilitador y tomando en cuenta los aportes de los estudiantes explicó experimentalmente de forma clara y sencilla los tipos de triángulos, aclarando los teoremas que se deben aplicar, utilizando materiales del medio (triángulos de cartón), con el objetivo que se motivarán y comprendieran mejor.

El facilitador orientó un ejercicio sobre ley de los senos a todos los estudiantes de forma general, en donde el primero que finalizó pasó a la pizarra a explicarlo. Resuelva el triángulo en el que se conoce:  $\alpha = 40^\circ, \beta = 60^\circ, a = 4$  .

En esta actividad se logró evidenciar que los estudiantes no presentan dificultades al darle solución al ejercicio en sí, es decir que en ambas secciones dominan el teorema del seno.

Por consiguiente, haciendo uso de materiales (papelografo, masquintape y marcadores), se procedió a establecer detalladamente los cuatro pasos del Método Polya, en la resolución de problemas matemáticos en el contenido ley de los senos.

Como se muestra en la figura el facilitador fue estableciendo los procesos que comprende cada paso del método de forma conjunta, motivada y descriptiva, de tal forma que los estudiantes se familiarizaran previo a la resolución de problemas matemáticos.



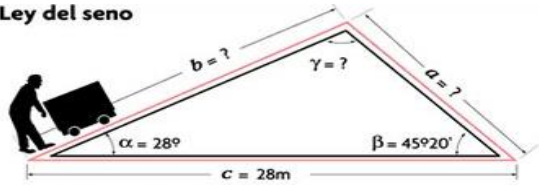
Investigador estableciendo los pasos del método

Mediante el siguiente problema de ley de los senos de forma conjunta, entre estudiantes y el docente como guía, lo resolvieron en la pizarra haciendo uso de los cuatro pasos del Método Polya anteriormente establecido, actividad central enfocada en el establecimiento de los pasos del método como objetivo de esta sesión, tal como se muestra a continuación.

1. Calculemos la distancia que debe recorrer un obrero para subir y bajar una carretilla por una rampa. Si sabemos que la base mide 28m y tiene una inclinación de  $28^\circ$  en la subida y  $45^\circ 20'$  en la bajada.

Tabla 6: Aplicación de los pasos del método Polya

Creación propia

Paso : Entender el problema	Paso 2: Configurar un plan
<p>En esta etapa el facilitador junto con los estudiantes distinguió los datos y las incógnitas del problema, es decir, se comprendió y se analizó dándole repuesta a algunas de las interrogantes que comprende dicho paso, tales como:</p> <p>¿Se entienden lo que se dice?</p> <p>¿Puede replantearse el problema con las propias palabras?</p> <p>¿Distinga cuáles son los datos?</p> <p>¿Tengo suficiente información?</p> <p>¿Hay información extraña?</p> <p>¿Debo despejar?</p>	<p>En esta etapa se partió con el gráfico del problema</p>  <p><b>Ley del seno</b></p> <p>En donde el investigador preguntó de forma general, ¿Conozco algún teorema o ley que puede ser útil?, los estudiantes dieron sus diferentes puntos de vista respecto a las interrogantes de manera activa y motivadora, puesto que surgieron ideas de aplica el teorema de ángulos internos, <math>\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ</math> dado que ya se conocen dos ángulos internos en el problema.</p> <p>Se analizó que era necesario convertir los 20 minutos a grados utilizando la equivalencia <math>1^\circ \rightarrow 60\text{min}</math> y lógicamente comentaron que se conoce la relación de la igualdad de la ley de los senos, que se expresa:</p> $\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$ <p>Así, pues se analizó ¿Cuál es la incógnita del problema?, en forma conjunta se llegó a la conclusión que se necesita conocer la distancia de subida y de bajada la cual nos debe dar en metro, que sería el lado a y b del triángulo donde el lado <math>c=28\text{m}</math> <math>a=?</math> y <math>b=?</math>, al igual es necesario encontrar el ángulo <math>\gamma =?</math></p>



	Como ya se había extraído los datos, las condiciones e incógnitas del problema, se procedió a la ejecución del plan.
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Paso 3: Ejecutar el plan**

En esta etapa se ejecutaron todos los teoremas que se plantearon para llegar a la solución.

- Se Comprobó el primer teorema, lo cual ayudó a encontrar el tercer ángulo del triángulo oblicuo, que se expresa de la siguiente manera:
- $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ , donde  $\alpha = 28^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ 20'$ , pero como  $\beta$  lo da con 20 min, debemos convertirlos a grados y sumárselos a los  $45^\circ$ , entonces utilizamos la equivalencia:  
 $1^\circ \rightarrow 60\text{min}$
- $1^\circ \rightarrow 60\text{min}$   
 $x \rightarrow 20 \text{ min}$ , por lo tanto, en 20 min hay  $0.33^\circ$   
Entonces se los sumamos a  $45^\circ$  lo cual sería:  
 $45^\circ + 0.33^\circ = 45.33^\circ$
- Posterior aplicamos la ecuación  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ , para encontrar  $\gamma = ?$   
Sustituyendo  $28^\circ + 45.33^\circ + \gamma = 180^\circ$ ,  $73.33^\circ + \gamma = 180^\circ$ , despejando  
 $\gamma = 180^\circ - 73.33^\circ = 106.67^\circ$ , Por lo tanto  $\gamma = 106.67^\circ$

- Aplicar la tercera ley planteada en el segundo paso para encontrar la distancia de subida y de bajada  $\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$   
Sustituir si  $a = 28\text{m}$ ,  $\alpha = 28^\circ$ ,  $\gamma = 106.67^\circ$ , de estas relaciones se toman dos igualdades, de modo que se cumpla o que se conozcan dos ángulos y un lado o viceversa y un ángulo opuesto a uno de los lados conocidos, en este caso utilizamos la primera y tercera igualdad:

$$\frac{a}{\text{sen } 28^\circ} = \frac{28\text{m}}{\text{sen } 106.67^\circ} \text{ Despejando } a = \frac{(28\text{m})(\text{sen } 28^\circ)}{\text{sen } 106.67^\circ} a = \frac{(28\text{m})(0.4694)}{0.9598} a = 13.69\text{m}$$

- Para hallar el lado b o distancia de subida podemos utilizar bien la primera con la segunda o la segunda con la tercera en este caso utilizaremos la primera y la segunda:
- $\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta}$   $a = 13.69\text{m}$ ,  $\alpha = 28^\circ$  y  $\gamma = 45.33^\circ$  sustituyendo tenemos

$$\frac{13.69\text{m}}{\text{sen } 28^\circ} = \frac{b}{\text{sen } 45.33^\circ} \quad a = \frac{(13.69\text{m})(0.7108)}{0.4694} \quad a = \frac{9.73\text{m}}{0.4694} a = 20.73$$

**Paso 4: Mirar hacia atrás.**

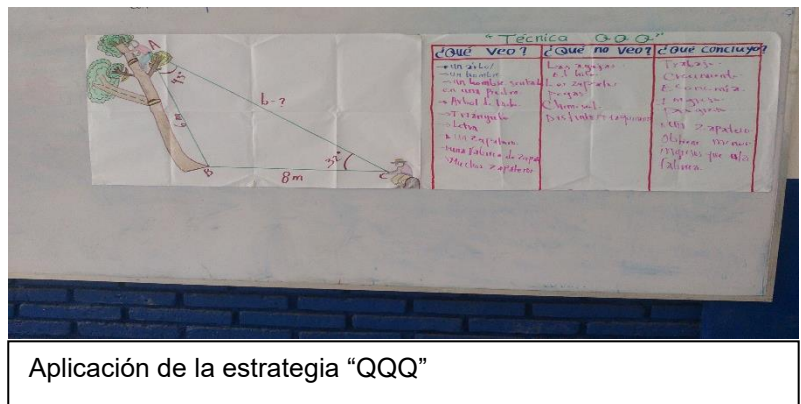
En esta etapa se analizó, ¿Es correcta la solución obtenida?, la distancia de subida es de 20.73m y la distancia de bajada es de 13.69m.

Aquí se revisaron todos los pasos aplicados, en donde se concluyó que las respuestas obtenidas tienen lógica y si son correctas.

En esta sesión se concluyó con la valoración de los logros, dificultades y sugerencias por parte de los estudiantes a través de hojas de papel. En donde expresaron haber comprendido los pasos del Método Polya de forma interactiva entre docentes y estudiantes, como dificultad presentaron que el segundo paso es el que presenta mayor complejidad, por que incide en recordar algoritmos a aplicar en determinado problema y como sugerencia plantearon que sería importante reforzar el método mediante un video.

Para el desarrollo de la sesión número dos “Acepta el reto de resolver problemas”, que tenía como objetivo aplicar el Método Polya en la resolución de problemas en el contenido ley de los senos tomando en cuenta el indicador de logro del programa de estudio de décimo grado, se inició con el siguiente acertijo, “Dos padres y dos hijos se fueron a pescar, tres peces pescaron, y a cada uno le correspondió un pez, ¿Cómo pudo ser?”, con el fin de motivar la clase, donde los estudiantes brindaban sus diferentes puntos de vista de acorde a la lógica matemática.

Como parte introductoria se hizo uso de la estrategia “**QQQ**” (qué veo, qué no veo, qué concluyo), que se llevó a cabo mediante el uso de una imagen planteada en un papelógrafo y siendo



Aplicación de la estrategia “QQQ”


visible a todo el grupo en general, con el objetivo de recordar los conocimientos previos, desarrollar el pensamiento crítico, imaginación y creatividad de los estudiantes.

En la parte central de la sesión se procedió a la formación de equipos de cuatro estudiantes de forma heterogénea a través de la dinámica figuras geométricas, se les facilitó una hoja de trabajo con su respectivo problema a resolver aplicando los cuatro pasos del Método Polya, el cual se entregó en limpio en ese momento.

Cabe mencionar que se formaron catorce equipos entre las dos secciones "B" y "C", de tres y cuatro estudiantes de un total de cuarenta y nueve, que fueron evaluados con una lista de cotejo.

A continuación se presenta un trabajo realizado por un equipo, como se observa pusieron en práctica la creatividad en la contextualización del problema, es decir; que los estudiantes lo llevaron a la imaginación planteándolo gráficamente para darle solución, sin embargo, aunque ellos diseñaron el problema gráficamente no coincide con la información brindada, es decir, no configuraron un plan para la solución del problema.

Comparando los resultados con respecto a la actividad realizada en la primera sesión, los integrantes de este equipo lograron darle solución al ejercicio sin dificultad, es decir, ellos fueron capaces de resolver las operaciones fundamentales del tema, sin embargo al momento de ponerlo en práctica en el problema planteado flaquearon en el análisis del segundo paso, aunque aplicaron los cuatro pasos del Método Polya.



Instituto Nacional de Yalagüina  
 Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua  
 UNAN-Managua  
 Farem-Esteli

5 pts  
 10

**Integrantes:**

Josa Andrés López Torrez.	
Carlos Alberto Carrasco Mairana.	
Nicol patricia González Ruzama.	
Janifer Thalía Uásquez.	

**Grado:** Déimo Sección "C"

**Instrucciones:**  
 Resuelva el siguiente problema recuerden aplicar los cuatro pasos del Método Polya.

- 1) Entender el problema
- 2) Configurar un plan
- 3) Ejecutar el plan
- 4) Mirar hacia atrás

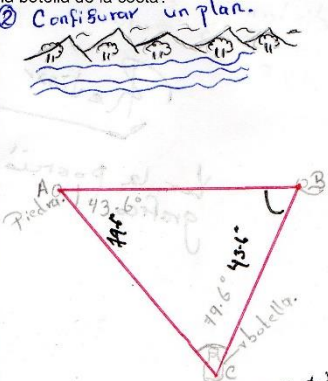
2. Dos piedras se encuentran a la orilla del río de Yalagüina a una distancia una de otra de 1.8 Km en los puntos A y B, y se encuentra una botella situada en un punto C. Si la piedra A mide un ángulo CAB igual a  $79.3^\circ$  y el que está en B mide un ángulo CBA igual a  $43.6^\circ$ , ¿a qué distancia está la botella de la costa?

**1) Entender el problema:**

- Habla de dos piedras y una botella en la orilla de un río de Yalagüina.
- Los tres objetos están separados por una determinada distancia.
- 1.8 km de distancia entre la piedra A y B.
- El ángulo  $\angle CAB$  es de  $79.3^\circ$ .
- El ángulo  $\angle CBA$  es de  $43.6^\circ$ .
- ¿A qué distancia está la botella de la costa?

Excedente

**2) Configurar un plan:**



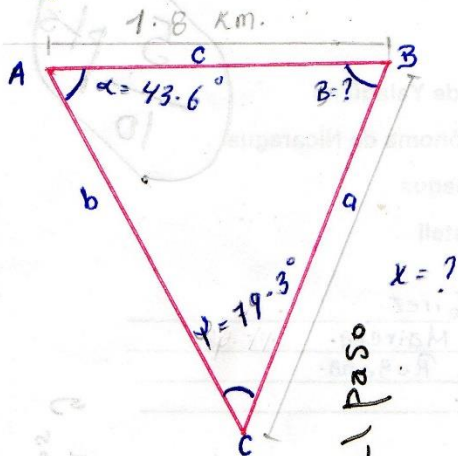
Coloco mal los ángulos

Leer bien el problema y ver la posición de los ángulos

- Se aplicará el teorema  $a + b + c = 180^\circ$

- Se aplicará el teorema  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

③ Ejecutar el plan.



$c = 1.8 \text{ km}$   
 $\alpha = 43.6^\circ$   
 $\gamma = 79.3^\circ$   
 $a = ? \text{ km}$

Rediseñar el paso anterior

• Hallar el ángulo  $\beta$   
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$   
 $43.6^\circ + \beta + 79.3^\circ = 180^\circ$   
 $\beta + 122.9^\circ = 180^\circ \rightarrow \beta = 180^\circ - 122.9^\circ$   
 $\beta = 57.1^\circ$

• Aplicar el teorema del seno  
 Para encontrar la distancia de la costa del río a la botella.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{1.8 \text{ km}}{\sin 79.3^\circ}$$

$$a = (\sin 79.3^\circ) = (\sin 43.6^\circ) (1.8 \text{ km})$$

$$a = \frac{(\sin 43.6^\circ) (1.8 \text{ km})}{\sin 79.3^\circ} = \frac{(0.6916) (1.8)}{0.9826}$$

$$a = \frac{1.24488 \text{ km}}{0.9826} \Rightarrow \boxed{a = 1.3 \text{ km}}$$

Buen procedimiento, pero graficó más el problema, cambió la posición de los ángulos

④ Mirar hacia atrás.

$a = 1.3 \text{ km}$  es la distancia que existe entre la costa y la botella. Significa que la distancia entre la costa y la botella es más pequeña que la de las piedras A y B.

Rediseñar el segundo paso

Ver la posición de los ángulos en el gráfico.


Por tal razón se concluye que para lograr resolver el problema con éxito se necesita una buena comprensión y análisis, en donde este equipo no trabajó de forma conjunta, sino que solo se limitó a cumplir con lo indicado en la actividad.



Se presenta un trabajo realizado por otro equipo, donde tenían que darle solución al problema número siete como se muestra a continuación: Este equipo llegó a la respuesta correcta, ya que llevaron a plantear el problema gráficamente de forma lógica en cuanto a los datos, puesto que estos estudiantes además de tener conocimientos sobre el método se coordinaron y analizaron de manera conjunta, dándose así un avance notorio debido a que fueron capaces de aplicar correctamente los cuatro pasos a seguir del Método Polya para la resolución del problema.

Este avance obtenido por los estudiantes demuestra la efectividad de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya hacia la mejora del aprendizaje en la resolución de problemas en el contenido ley de los senos, además que promueve la motivación, la integración y la participación activa, ya

10 pts  
Excelente


 Hoja de trabajo  
 Instituto Nacional de Yalaguina  
 Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua  
 UNAN-Managua  
 Farem-Esteli

Integrantes:

Jardir	Hernan	Cruz	Olivas
Andika	Isayana	Martinez	Cruz
Francisca	Maudiel	Martinez	E. B.
Cintia	Nicole	Olivas	Rodriguez

Grado: Primo Sección: B

Instrucciones:

Resuelva el siguiente problema recuerden aplicar los cuatro pasos del Método Polya.

- Entender el problema
- Configurar un plan
- Ejecutar el plan
- Mirar hacia atrás

7. Dos campesinos de la zona rural del municipio de Yalaguina viven en lugares diferentes A y B que distan entre si 30 km y decidieron viajar juntos desde A a la cabecera de su departamento (C) "Somoto", que está situada a 20 kilómetros de B. El ángulo BCA es de 115°, ¿Cuántos kilómetros desde A deberán recorrer los campesinos para llegar a su destino?

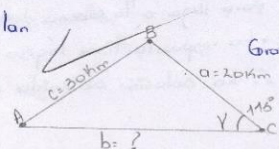
1) Entender el problema.

- × Dos campesinos
- × Viven en lugares diferentes A y B, que están a una distancia de 30km
- × Deciden viajar juntos desde el "A" a un punto "C"
- × El punto "C" está situada a 20 km de B.
- × En "C" se forma un ángulo de 115°

¿Cuántos km desde A deberán recorrer los campesinos para llegar a su destino.

2) Configurar un plan

Graticar el problema.



3) Buscar un teorema

- × Conozco dos lados y un ángulo (ya que se me forma un triángulo)
- × Automáticamente debo aplicar la ley de los Senos

$$\frac{a}{\text{Sen } \alpha} = \frac{b}{\text{Sen } \beta} = \frac{c}{\text{Sen } \gamma}$$

× Pero como necesito hallar b y conozco dos lados y el ángulo  $\gamma$ , puedo aplicar la relación 1 y 2 para hallar  $\alpha$

$$\frac{a}{\text{Sen } \alpha} = \frac{c}{\text{Sen } \gamma}$$

Posteriormente aplicar el teorema de los ángulos internos

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Y por último la relación 1 y 2

$$\frac{a}{\text{Sen } \alpha} = \frac{b}{\text{Sen } \beta}$$

3) Ejecutar el plan.

Se  $a = 20 \text{ km}$ ,  $c = 30 \text{ km}$  y  $\gamma = 115^\circ$ .

$$\frac{20 \text{ km}}{\text{Sen } \alpha} = \frac{30 \text{ km}}{\text{Sen } 115^\circ}$$

$$18.13 \text{ km} = 30 (\text{Sen } \alpha)$$

$$\text{Sen } \alpha = \frac{18.13 \text{ km}}{30 \text{ km}}$$

$$\text{Sen } \alpha = 0.6042 \text{ km}$$

$$\alpha = \text{Sen}^{-1}(0.6042 \text{ km})$$

$$\alpha = 37.17^\circ$$

Hallar b aplicando relación 1 y 2.

$$\frac{a}{\text{Sen } \alpha} = \frac{b}{\text{Sen } \beta}$$

$$\frac{20 \text{ km}}{\text{Sen } 37.17^\circ} = \frac{b}{\text{Sen } 27.83^\circ}$$

$$9.34 \text{ km} = b (\text{Sen } 27.83^\circ)$$

$$b = \frac{9.34 \text{ km}}{\text{Sen } 27.83^\circ}$$

$$b = 15.45 \text{ km}$$

4) Mirar hacia atrás.

R/: Los campesinos deben recorrer 15.45 km para llegar a la cabecera departamental Somoto.

- La respuesta tiene lógica
- La solución obtenida es correcta.

que está en función del trabajo cooperativo.

Es importante llevar una secuencia lógica y coherente en cada uno de los pasos del Método Polya, ya que si uno de ellos se plantea de forma incorrecta el siguiente paso tendrá el mismo comportamiento que el anterior, de ser así hay que inculcar en el estudiante no tener miedo a empezar nuevamente a resolver el problema, sino que acepten el reto.

*Tabla 7:* Lista de cotejo de la sesión dos aplicada a los equipos de trabajo en la resolución de problemas aplicando el Método Polya

Creación propia

<b>Secciones</b>	<b>Criterios</b>	<b>El problema lo resolvieron completo aplicando los cuatro pasos del Método Polya.</b>	<b>El problema lo resolvieron aplicando algunos pasos del Método Polya.</b>	<b>El problema lo resolvieron, pero no aplicaron el Método Polya.</b>	<b>Aplicaron los pasos del Método Polya, pero el problema no fue resuelto de forma correcta.</b>	<b>Observaciones de los investigadores</b>
	<b>Grupos</b>					
<b>Sección "B"</b>	<b>Equipo 1</b>	✓				Resolvieron correctamente el problema aplicando adecuadamente los cuatro pasos del método mostrando mucha concentración, interés y motivación.
	<b>Equipo 2</b>	✓				Resolvieron correctamente el problema aplicando adecuadamente los cuatro pasos del método, mostrando interés y motivación.

Secciones	Criterios	El problema lo resolvieron completo aplicando los cuatro pasos del Método Polya.	El problema lo resolvieron aplicando algunos pasos del Método Polya.	El problema lo resolvieron, pero no aplicaron el Método Polya.	Aplicaron los pasos del Método Polya, pero el problema no fue resuelto de forma correcta.	Observaciones de los investigadores
	Grupos					
	Equipo 3	✓				Resolvieron correctamente el problema aplicando adecuadamente los cuatro pasos del método, con interés y seguridad.
	Equipo 4		✓			Lo resolvieron el problema, pero solamente aplicaron los primeros tres pasos, es decir pasaron por desapercibidos del cuarto paso, mostrando razonamiento y concentración, pero poca actitud en demostrar la lógica de las respuestas.
	Equipo 5	✓				Resolvieron correctamente el problema aplicando los cuatro pasos del método, mostrando, interés, disciplina y seguridad.
	Equipo 6		✓			Este equipo de trabajo resolvió el problema, pero no aplicaron todos los pasos, tuvo dificultad en el despeje, donde mostraron inseguridad.
	Equipo 7			✓		Este equipo resolvió el problema de manera tradicional (datos, operación y respuesta), es decir,

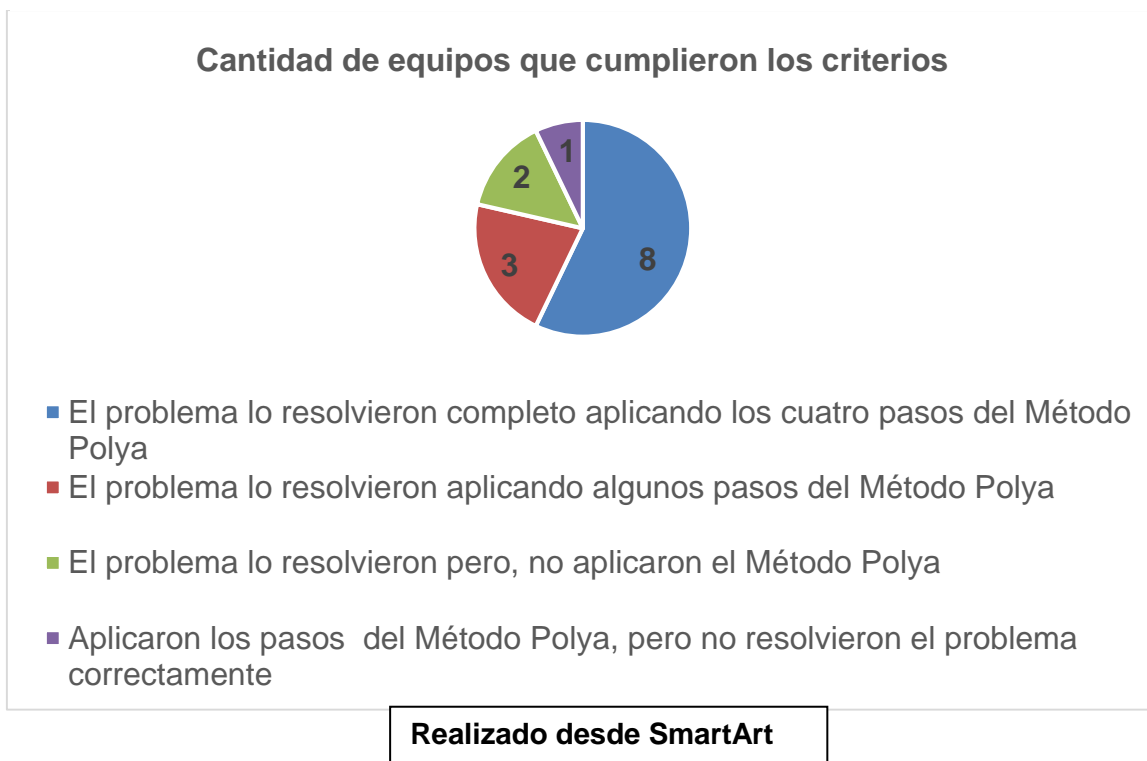
Secciones	Criterios	El problema lo resolvieron completo aplicando los cuatro pasos del Método Polya.	El problema lo resolvieron aplicando algunos pasos del Método Polya.	El problema lo resolvieron, pero no aplicaron el Método Polya.	Aplicaron los pasos del Método Polya, pero el problema no fue resuelto de forma correcta.	Observaciones de los investigadores
	Grupos					sin tomar en cuenta los pasos del método, mostrando poca actitud de perseverancia.
Sección "C"	Equipo 8	✓				Resolvieron correctamente el problema aplicando adecuadamente los cuatro pasos del método, mostrando disciplina, interés y motivación.
	Equipo 9	✓				Resolvieron correctamente el problema, ya que aplicaron todos los algoritmos y plantearon adecuadamente los cuatro pasos del método, presentaron orden, actitud de perseverancia y motivación.
	Equipo 10		✓			Resolvieron el problema pero se les olvidó aplicar el último paso, les faltó perseverancia.
	Equipo 11				✓	Este equipo de trabajo aplicó los cuatro pasos del método, sin embargo no logró darle solución al problema de manera correcta, donde mostró interés, pero le faltó razonamiento y discernimiento.



Secciones	Criterios	El problema lo resolvieron completo aplicando los cuatro pasos del Método Polya.	El problema lo resolvieron aplicando algunos pasos del Método Polya.	El problema lo resolvieron, pero no aplicaron el Método Polya.	Aplicaron los pasos del Método Polya, pero el problema no fue resuelto de forma correcta.	Observaciones de los investigadores
	Grupos					
	Equipo 12	✓				Este equipo logró resolver el problema, ya que aplicó correctamente los cuatro pasos del método, mostrando perseverancia y motivación.
	Equipo 13	✓				Resolvieron correctamente el problema, ya que aplicaron todos los algoritmos y plantearon adecuadamente los cuatro pasos del método.
	Equipo 14			✓		Este último equipo resolvió el problema de manera tradicional, mostrando indisciplina y poco interés.

En el siguiente grafico se muestra una síntesis de los resultados obtenidos en la resolución de problemas relacionados al contenido ley de los senos en función de la lista de cotejo:

Ilustración 4: síntesis de los resultados obtenidos en la resolución de problemas relacionados al contenido ley de los senos en función de la lista de cotejo



De acuerdo a los resultados presentados en el gráfico se puede evidenciar que la mayoría de los equipos de trabajo resolvieron completo el problema aplicando correctamente los cuatro pasos del Método Polya llevando la secuencia y plantearon en qué momento aplicar cada paso, es notorio señalar que solo un equipo no logró resolverlo correctamente, aunque si aplicó los cuatro pasos del método, uno de los factores que incidió de forma negativa fue el hecho de que este contenido fue abordado durante el primer semestre, donde los estudiantes no recordaban algunos de los elementos básicos, por lo que se realizó la exploración de conocimientos previos y dando reforzamiento del mismo.

En esta sesión se concluye que hubo un gran interés en ambas secciones (B y C) en mejorar la metodología para resolver problemas, es decir los estudiantes resolvieron los problemas matemáticos de manera ordenada y cooperativa. Manifestaron el gusto por la clase participando activamente y cooperaron con los compañeros en la solución de los mismos, sin embargo algunos equipos presentaron dificultades en el análisis del fenómeno planteado, incidiendo en no llegar a la respuesta correcta.

Durante la tercera sesión “**Comparto lo mío**” que tenía como objetivo evaluar si los estudiantes se apropiaron de los cuatro pasos del Método Polya, se partió haciendo una breve recapitulación de las actividades realizadas en el día anterior sobre lo que se conocía, haciendo uso de la estrategia SQA (lo que sé, lo que quiero saber y lo que aprendí), en donde es importante recalcar que esta actividad se llevó a cabo durante los tres momentos del desarrollo de la sesión, siendo esta matriz planteada en papelógrafos:

Tabla 8: Representación de la técnica SQA

Creación propia

Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí
En el inicio de la sesión los estudiantes expresaron la metodología para darle solución a un problema matemática y en particular a los relacionados al contenido ley de los senos.	Esta actividad se llevó a cabo durante el desarrollo de las ponencias de los equipos de trabajo. Es decir, los estudiantes plantearon sus dudas las cuales fueron aclaradas de forma conjunta, en donde se presentaron inquietudes respecto a las exposiciones como por ejemplo: ¿tiene lógica la respuesta?, ¿tiene relación la gráfica con el contexto del problema?	Al finalizar la sesión se concluyó con esta actividad, es decir lo que aprendieron durante el proceso, donde los estudiantes hicieron comparaciones de sus saberes antes y después de las aplicaciones de las sesiones, por ejemplo expresaron que anteriormente no conocían un método específico, mientras que durante la aplicación de las estrategias se apropiaron de los cuatro pasos del Método Polya.

Seguidamente se procedió a la aplicación de la técnica comparto lo mío, es decir, las exposiciones por cada equipo de trabajo, donde los estudiantes compartían su problema matemático a sus compañeros en plenario, en esta etapa se interactuaba entre los expositores y el auditorio, los cuales fueron evaluados con una rúbrica, se concluyó haciendo mención que las situaciones problemáticas constituyen una herramienta fundamental e importante para aprender a aprender,

Estudiantes compartiendo en plenario su problema.



ya que estas permiten en los estudiantes desarrollar habilidades, destrezas, como analizar, pensar, criticar y contextualización de la realidad.

La evaluación se llevó a cabo a través de una rúbrica (ver anexo pág 109), en donde los resultados que se obtuvieron de los equipos elegidos de la sección “B” y “C” debido al factor tiempo, con ciertos parámetros y criterios se muestran en las siguientes tablas:

**Simbología utilizada en el análisis de la rúbrica:**

<b>Cualitativo (Cuali)</b>	<b>Cuantitativo (Cuanti)</b>
Excelente( E) (18-20)	<b>5</b>
Satisfactorio (S) (14-17)	<b>4</b>
Deficiente (D) (9-13)	<b>3</b>
Tiene que mejorar (TM) (1-8)	<b>2</b>

**Análisis de la rúbrica aplicada en las secciones “B” y “C”**

**Sección “B”**

Tabla 9: Análisis de la rúbrica aplicada en las secciones “B”

<b>Criterios</b>	<b>N° Equipo</b>	<b>Evaluación</b>		<b>N° Equipo</b>	<b>Evaluación</b>		<b>N° Equipo</b>	<b>Evaluación</b>		<b>N° Equipo</b>	<b>Evaluación</b>	
		<b>Cuali</b>	<b>Cuanti</b>		<b>Cuali</b>	<b>Cuanti</b>		<b>Cuali</b>	<b>Cuanti</b>		<b>Cuali</b>	<b>Cuanti</b>
<b>Dominio científico de los</b>	1	S	4	2	D	3	3	E	5	4	S	4

Criterios	N° Equipo	Evaluación		N° Equipo	Evaluación		N° Equipo	Evaluación		N° Equipo	Evaluación	
		Cuali	Cuanti		Cuali	Cuanti		Cuali	Cuanti		Cuali	Cuanti
integrantes del equipo												
Aplicación de los pasos correctamente		E	5		S	4		E	5		S	4
Orden y creatividad al momento de presentar el problema planteado en el papelógrafos para la exposición		D	3		E	5		E	5		E	5
Demuestran entusiasmo y dinamismo para comentar los resultados obtenidos del problema al grupo		S	4		E	5		E	5		S	4
<b>Total</b>		S	16		S	17		E	20		S	17

De acuerdo a la tabla anterior que corresponde a los equipos de la sección “B” se puede evidenciar que los estudiantes se apropiaron de la aplicación de los pasos del método conllevando a una mejora en la resolución de problemas matemático, sin embargo las dificultades que presentaron se centran en criterios como, (dominio científico, orden y creatividad).

Tabla 10: Análisis de la rúbrica aplicada en las secciones “C”

Creación propia

Criterios	N° Equipo	Evaluación		N° Equipo	Evaluación		N° Equipo	Evaluación		N° Equipo	Evaluación	
		Cuali	Cuanti		Cuali	Cuanti		Cuali	Cuanti		Cuali	Cuanti
<b>Dominio científico de los integrantes del equipo</b>	1	S	4	2	D	3	3	E	5	4	E	5
<b>Aplicación de los pasos correctamente</b>		D	3		S	4		E	5		E	5
<b>Orden y creatividad al momento de presentar el problema planteado en el papelógrafos para la exposición</b>		D	3		S	5		E	5		E	5
<b>Demuestran entusiasmo y dinamismo para comentar los resultados obtenidos del problema al grupo</b>		D	3		S	4		E	5		E	5
<b>Total</b>		D	13		S	16		E	20		E	20

De igual forma los equipos seleccionados de la sección “C”, como se muestra en la tabla anterior la mayoría aplicaron correctamente los cuatro pasos del Método Polya, de la misma manera que la sección “B”, las dificultades que presentaron se centran en criterios como, (dominio científico, orden y creatividad).

**Cuadro FODA, en el cual se representa diferentes aspectos que se lograron evidenciar durante la aplicación de las sesiones de clase, que inciden en el aprendizaje de los estudiantes:**

*Tabla 11:* Cuadro FODA, en el cual se representa diferentes aspectos que se lograron evidenciar durante la aplicación de las sesiones de clase, que inciden en el aprendizaje de los estudiantes

<b>Fortalezas</b>	<b>Oportunidades</b>	<b>Debilidades</b>	<b>Amenazas</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Cientificidad de la aplicación del método por parte de los investigadores.</li> <li>✓ Contextualización de los problemas planteados, que permitió a los estudiantes relacionarlos con lo vivido en su entorno.</li> <li>✓ Aplicación correcta del método.</li> <li>✓ Disposición para el trabajo.</li> <li>✓ Trabajo cooperativo.</li> <li>✓ Reforzamiento del contenido.</li> <li>✓ Adquisición de un análisis</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Enfrentarse a variados problemas conociendo un orden lógico.</li> <li>✓ Poder darle solución a un fenómeno problemático que se le presente en su vida diaria.</li> <li>✓ Perder el temor a la matemática en estudios superiores.</li> <li>✓ Diseñar estrategias didácticas de acuerdo a las necesidades del estudiantado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Poca perseverancia por algunos equipos de trabajo.</li> <li>✓ Poco interés por la asignatura.</li> <li>✓ Dominio del contenido.</li> <li>✓ Factor tiempo</li> <li>✓ Los estudiantes tienden a profundizar los procesos algorítmicos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Si los docentes no aplican estrategias didácticas para la resolución de problemas, los estudiantes tendería a mecanizar los procesos algorítmicos.</li> <li>✓ Si los docentes no contextualizan los problemas matemáticos, tendería a que los estudiantes visualicen una asignatura compleja.</li> </ul>

más profundo por parte de los estudiantes.			
--------------------------------------------	--	--	--

Después de haber culminado las sesiones de clase, se procedió a la aplicación de la segunda entrevista a los estudiantes con el fin de valorar la importancia y los logros obtenidos con la implementación de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya.

*Tabla 12:* Tabla 12: Tabulación de los resultados obtenidos de la entrevista que se administró a los estudiantes después de haber aplicado el Método Polya

Creación propia

<b>N°</b>	<b>Preguntas</b>	<b>Sección B</b>	<b>Sección C</b>	<b>Conclusión</b>
<b>1</b>	¿Por qué cree usted que es importante aplicar el Método Polya cuando se le presenta un problema matemático?	Los estudiantes manifestaron que es importante aplicar el Método Polya, porque permite resolver los problemas con éxito, se sigue una secuencia lógica, y realizar un análisis más profundo.	Es muy importante, debido a que se necesita un análisis más profundo, seguir una serie de pasos para encontrar una solución más eficaz, porque permite realizar una gráfica de la situación presentada.	Es importante aplicar el método Polya, ya que les permite seguir una serie de pasos y analizar cada uno de ellos para una mejor interpretación y solución del mismo.
<b>2</b>	¿Qué diferencia logró identificar entre la aplicación del Método Polya respecto al proceso tradicional de resolver	Que en el Método Polya se sigue un procedimiento de forma coherente y pautaada mientras que el proceso	Manifestaron que en el Método Polya se analiza mejor cada paso con paciencia, mientras que en lo rutinario menos se analiza y es	Se concluye que existe una gran diferencia entre aplicar el Método Polya y el procedimiento rutinario, el cual se realiza de una manera más



N°	Preguntas	Sección B	Sección C	Conclusión
	problemas?	rutinario se realiza de forma directa.	más directo.	directa.
3	¿Qué recomienda usted a los demás estudiantes cuando se les presente un problema matemático?	Esta sección expresó que al momento de resolver un problema matemático hagan uso del Método Polya, por ser un camino que conlleva a la solución del mismo.	Resolver el problema de manera ordenada, es decir aplicando el Método Polya, ya que permite llegar a la solución correcta.	Se concluye que ambas secciones recomiendan aplicar este método por el hecho de ser un camino para llegar a su solución.
4	¿Qué logros obtuvo con la aplicación del Método Polya durante el desarrollo de las sesiones en el aula de clase para su aprendizaje?	Manifestaron que para resolver los problemas se apropiaron de una serie de pasos a seguir, analizaron más, y llevaron el problema a su imaginación.	Resolución de los problemas de forma más exitosa, se trabajó de manera conjunta, se tomaron en cuenta los diferentes puntos de vista se resolvieron problemas relacionados al contexto.	Estos son algunos de los logros que los estudiantes obtuvieron durante las sesiones de clase, lo cual les permitirá aplicarlos en cualquier contenido donde tengan que resolver problemas.
5	¿Por qué cree usted que es importante que el docente aplique constantemente el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos?	Porque la clase se vería más dinámica, más participativa, motivadora y esta actividad debería hacerse más seguido por que realmente no es suficiente con saber hacer ejercicios si no saber aplicarlos a la vida real.	Expresaron que es importante aplicar constantemente el método, ya que despierta curiosidad e imaginación para llegar hasta su respuesta, además se necesita realizar una lectura más a fondo encontrando sus puntos esenciales del problema.	Los estudiantes resaltan la importancia de que se siga aplicando el Método Polya constantemente en la resolución de problemas matemáticos, ya que se sintieron cómodos al emplearlos para la solución de la situación presentada.

Al realizar el análisis, es evidente que la implementación de estrategias didácticas basadas en el Método Polya en el contenido ley de los senos, a pesar de que el tiempo de aplicación fue corto mejoró significativamente el proceso de aprendizaje de los estudiantes de décimo grado, planteamiento que se justifica con la aplicación de este método en el contenido “sistema de ecuaciones lineales de tres variables 3x3”, por la docente guía del décimo grado. (Ver anexos pág 118)

Por la efectividad, contextualización y la calidad de las estrategias diseñadas y aplicadas en este trabajo investigativo se proponen para ser utilizadas en el aula de clase como una guía a seguir al momento de desarrollar el contenido ley de los senos en la unidad de trigonometría en el décimo grado de educación secundaria. Además se tomó en cuenta las sugerencias brindadas por los estudiantes en la primera sesión, ya que esta estrategia se mejoró, resultando como una cuarta sin aplicar, sino como propuesta. (Ver anexos pág 85-107)

La objetividad de lo expresado anteriormente se complementa por lo dicho por algunos estudiantes en la filmación de un video como se muestra en la siguiente tabla:

*Tabla 13:* Tabulación de los resultados de la entrevista realizada a algunos estudiantes en la filmación de un video

<b>Estudiantes sección “B”</b>	<b>Estudiantes sección “C”</b>	<b>Conclusión general</b>
<b>Lo que permiten las estrategias didácticas basadas en el Método Polya:</b> ✓ Se entiende mejor el problema. ✓ El problema se resuelve paso a paso. ✓ Se realiza más ordenado. ✓ Se obtiene una solución correcta. Es un método muy eficaz.	<b>Lo que permiten las estrategias didácticas basadas en el Método:</b> ✓ Se analiza y se comprende mejor el problema. ✓ Desarrollar el problema paso a paso. ✓ Desarrolla el problema más específicamente. Se obtienen mejores resultados académicos.	Se concluye que la aplicación de estrategias didácticas en la resolución de problemas permite en los estudiantes, adquirir experiencia e ir aumentando la capacidad de análisis 3 destrezas para solucionar problemas en la vida cotidiana y además se obtienen buenos resultados académicos tal como lo expresa la docente guía en la constancia oficial sobre la aplicación de dichas estrategias. (Ver anexos pág 118)

## VII. Conclusiones

En este apartado se presenta una síntesis de las conclusiones a las que se llegó después de culminar el proceso investigativo, acorde al cumplimiento de los objetivos, así como los logros, debilidades y factores encontrados con la aplicación del Método Polya.

Mediante el diseño y la aplicación de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya, se precisan las conclusiones específicas que se obtuvieron en el análisis de resultados de esta investigación:

- ❖ Las estrategias didácticas generan creatividad intelectual en los estudiantes, presentan mayor interrelación e ingenio para solucionar los problemas propuestos, ya que se evidenció que les facilita el desarrollo de habilidades y destrezas.
- ❖ Este proceso permite fomentar valores, como escuchar, tolerar, compañerismo, y respetar la opinión ajena, además activa el pensamiento lógico, algorítmico y la acción del estudiante, lo que permite no ser usuario del conocimiento sino buscarlo, es decir contextualizar el problema llevándolo a su realidad.
- ❖ Fomenta el trabajo en equipo, ya que genera actitud cooperativa, propiciando un continuo acercamiento entre docente-estudiantes, lo cual conlleva a un ambiente en el aula de clase dentro de un marco de disciplina y respeto para asimilar conceptos.
- ❖ De acuerdo al resultado de análisis, se destaca que la mayor dificultad de los estudiantes al momento de darle solución a un problema se centra en la falta de análisis del fenómeno planteado, por el hecho de que estos tienen temor a la asignatura de matemática siendo un factor que incide en la resolución de problemas.
- ❖ Además con el estudio se comprueba la efectividad del Método Polya en la resolución de problemas matemáticos, puesto que los estudiantes manifestaron la utilidad e importancia de la aplicación de este y que favorece a disminuir el temor en las evaluaciones.

- ❖ Respecto a la efectividad de las estrategias didácticas basadas en el Método Polya, evidenciadas en el desarrollo de la aplicación, se proponen como herramientas metodológicas para facilitar la resolución de problemas matemáticos al desarrollar el contenido ley de los senos y generar en los estudiantes seguridad y motivación.

## VIII. Recomendaciones

En este apartado se presentan las recomendaciones a docentes y estudiantes, debido a las experiencias y resultados obtenidos de la investigación:

### **A los docentes que imparten la asignatura de matemática:**

- ❖ Diseñar estrategias creativas e innovadoras que faciliten en los estudiantes el aprendizaje, dominio, análisis y seguridad al resolver un problema matemático.
- ❖ Aplicar estrategias didácticas basadas en el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos con el fin de disminuir en los estudiantes el temor a las matemáticas y así contribuir al aprendizaje de estos.
- ❖ Preparar problemas matemáticos acorde al contexto y nivel intelectual de los estudiantes, siempre enfocados a trabajar el Método Polya, para que estos experimenten confianza en sí mismo en la resolución de un problema y se logre un avance significativo.
- ❖ Al momento de desarrollar el contenido ley de los senos, tomar en cuenta las estrategias didácticas propuestas en esta investigación como una herramienta para facilitar la resolución de problemas matemáticos.
- ❖ Fomentar el trabajo en equipo, con el fin de promover el cooperativismo.

### **A los estudiantes:**

- ❖ Ser sujetos activos, participativos, investigativos y constructor de su propio conocimiento para facilitar la función del docente.
- ❖ Apropiarse de los cuatro pasos del Método Polya y ponerlos en práctica al resolver problemas.
- ❖ Poner en práctica el autoestudio.

## IX. Bibliografía

- Aguilera, J. M. (10 de Abril de 2016). Secretaria del Instituto Nacional de Yalaguina. (D. A. Hernández, Entrevistador)
- Alvárez, C. A. (2012). definicion.mx/disponibilidad/. Obtenido de <http://definicion.mx/disponibilidad/>
- Alvarez, C. A. (2012). revistas.um.es/educatio/article/view/160871. Obtenido de <http://revistas.um.es/educatio/article/view/160871>
- Argudo, M. E. (2014). "Estrategias de resolución de problemas para el aprendizaje significativo de las matemáticas en educación general básica". Cuenca-Ecuador.
- Blandón Dávila, M. E., & Valdivia González, V. M. (2014). Documento base de metodología de la investigación. Estelí.
- Bransford, J., & Barry S, S. (1984). Obtenido de <http://elviejoclub.blogspot.com/2014/12/metodo-ideal-de-resolucion-de-problemas.html>
- Calvo Ballester, M. M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. Revista EDUCACION, 32, 123-138.
- Díaz, M. (19 de Noviembre de 2013). [www.youtube.com/watch?v=b01tH3PkDpc](http://www.youtube.com/watch?v=b01tH3PkDpc). Recuperado el 10 de Mayo de 2016, de <https://www.youtube.com/watch?v=b01tH3PkDpc>
- Dominguez, J. H. (1996/1997). Habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuesto. España.
- eumet.net. (2008-2016). Recuperado el 17 de Enero de 2016, de <http://definicion.de/problemas-matematicos/>
- Feo, R. (2010). Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas. Instituto pedagógico de Miranda-José Manuel Siso Martínez.

- Fingermann, H. (2010). educacion.laguia2000.com/aprendizaje/calidad-del-aprendizaje. Obtenido de <http://educacion.laguia2000.com/aprendizaje/calidad-del-aprendizaje>
- Gámez, L. A., Cano, M. A., Silva, C. R., & López, M. J. (2009). Guía de Autoestudio para estudiantes de cuarto y quinto año de educación secundaria (Segunda edición ed.). Managua-Nicaragua.
- Gangozo, S. (1999). Investigaciones en resolución de problemas en ciencias. Recuperado el 15 de Enero de 2016
- Gómez Ávalos, G., Salas Quiróz, N., Valerio Álvarez, C., Durán Gutiérrez, Y., Campos Salas, I., Jiménez Aragón, L., . . . Cambolla Villalobos, Y. (2011). Consideraciones técnico-pedagógicas en la construcción de listas de cotejo, escalas de calificación y matrices de valoración para la evaluación de los aprendizajes en la Universidad Estatal a Distancia. San José-Costa Rica.
- Guerrero, G. P. (2014). Matemática educación Secundaria Décimo Grado. Managua-Nicaragua: Programa de Apoyo al Sector Educación en Nicaragua (PROSEN).
- Herrera, M. A. (2001). La resolución de problemas de matemática, bien y mal definidos. Recuperado el 16 de Enero de 2016
- Ipazaguirre, R. A. (2010). Estrategias para el pensamiento lógico. Huancavelica. Recuperado el 07 de Marzo de 2016
- Isoda, M., & Olfos, R. (2009). Enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clase. Valparaíso-Chile: Impresiones, libra valparaíso chile.
- Jarquín López, H. A. (2011). Programa de estudio educación secundaria (matemáticas). managua: Proyecto PASEN.
- López, H. A. (2011). Programa de estudio de educación secundaria de matemática décimo y undécimo grado. Managua-Nicaragua: Proyecto PASEN.

- Martínez, S. B. (2015). "Método Polya en la resolución de problemas matemáticos (estudio realizado con estudiantes de quinto primaria, sección "A", de la Escuela Oficial Rural Mixta "Bruno Emilio Villatoro López", municipio de La Democracia, departamento de Huehuetenango)". Huehuetenango, Guatemala.
- Matín, J. E. (1999). Resolución de problemas matemáticos. Salamanca: Europa Artes gráficas S.A.
- Oyola 2010 ( citado por Blandón Dávila, M. E., & Valdivia González, V. M. (2014). Metodología de la investigación. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua(UNAN-Managua)-Farem Estelí, Esteli. Recuperado el 08 de Marzo de 2016
- Pelayo, R. G. (2009). Diccionario básico lengua española. México: Editorial ultra S.A de C.V. centeno 162.
- Peña, K. R. (2008). "Método de Polya en el diseño de estrategias para facilitar la resolución de problemas relacionadas con áreas planas (propuesta dirigida a los docentes de matemática de tercer año de educación secundaria)". Bolivia-Trojillo.
- Polya, G. (1887-1985). <https://edumate.wordpress.com/tag/cita-matematica-George-Polya/>. Recuperado el 16 de Enero de 2016
- Portal del servicio de innovación. (2010-2016). Obtenido de <http://www.csintranet.org/competenciaslaborales/index.php?opcion=content&view=article&id=172:resolucion-de-problemas&catid=55:competencia>
- Porto, J. P. (2012). [definicion.de/habilidad/](http://definicion.de/habilidad/). Obtenido de <http://definicion.de/habilidad/>
- Sampieri, R. H., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación. México: Mc GRAW-HILL/INTERNACIONAL Editores, S.A,DE.C.V.



Swokoski, E. W., & Cole, J. A. (2009). Álgebra y trigonometría con geometría analítica (12a.edición ed.). San Nicolás Tolentino-México: S.A.de s.v.

Teorema del seno pdf. (s.f.). Obtenido de <https://albeniz-1bachcienciasmatematicac.wikispaces.com/file/view/Teorema+del+seno.pdf>

Ubillus, M. V. (2008). Resolución de problemas y creatividad en educación básica. Chiclayo.

UNAN-Managua/Farem-Estelí, Línea 1: calidad educativa. (15 de Agosto de 2016). Obtenido de <http://www.Farem.Unan.edu.ni>

Vera, R. E. (2013). Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas . Lima -Perú.

Vilanova, S., Rocerar, M., Valdez, G., María, O., Vecino, S., & Medina, P. (1995). [http://www.tdr.cesca.es/bitstream/handle/10803/1328/01.PLS\\_PRIMERA\\_PARTE.pdf?sequence=1](http://www.tdr.cesca.es/bitstream/handle/10803/1328/01.PLS_PRIMERA_PARTE.pdf?sequence=1). Recuperado el 15 de Enero de 2016

## X. Anexos

### 10.1. Cronograma de actividades

Actividades	Meses															
	Agosto			Septiembre				Octubre				Noviembre				
	Semanas															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Planteamiento del problema	*															
Redacción de objetivos, justificación y Antecedentes		*	*													
Marco teórico		*	*													
Operacionalización de los objetivos				*												
Diseño Metodológico				*												
Diseño de Instrumentos y estrategias		*	*	*												
Aplicación de instrumentos y estrategias					*	*										
Análisis de la Información y Conclusiones							*	*								
Anexos, resumen, e índice automático								*								
Entrega del documento 15 de octubre									*							
Pre defensas 22y 29 de octubre										*	*					
Mejoras del documento												*	*			
Entrega final a la tutora														*		
Defensa final															*	*

## 10.2. Entrevistas aplicadas



### Entrevista a docentes de matemática

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua

UNAN –MANAGUA

FAREM-Estelí

#### Datos Generales:

Nombre del entrevistado: \_\_\_\_\_

Nombre del entrevistador: \_\_\_\_\_

Lugar y Fecha: \_\_\_\_\_ Hora de inicio \_\_\_\_\_ Hora final \_\_\_\_\_

Estimado docente estamos realizando esta entrevista con la idea de recopilar información sobre los métodos utilizados en la resolución de problemas en la asignatura de matemática, por ende solicitamos de su valiosa colaboración de acuerdo a su experiencia, ya que esta será valiosa en nuestra investigación.

1. ¿Por qué cree usted que es necesario que los estudiantes resuelvan problemas matemáticos?
2. ¿Qué habilidades considera usted que los estudiantes necesitan desarrollar para darle solución a un problema matemático?
3. ¿Qué dificultades presentan los estudiantes de décimo grado cuando resuelven un problema matemático?
4. ¿Qué métodos conoce para la resolución de problemas matemáticos?
5. ¿Cuál es el método que más aplica en la resolución de problemas matemáticos?
6. ¿Por qué cree usted que la aplicación de estrategias didácticas basadas en la resolución de problemas matemáticos, estimula el aprendizaje de los estudiantes?



## Entrevista a estudiantes de décimo grado antes del desarrollo de las sesiones de clase

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua

UNAN –MANAGUA

FAREM-Estelí

### Datos Generales:

Nombre del entrevistado: \_\_\_\_\_

Nombre del entrevistador: \_\_\_\_\_

Lugar y Fecha: \_\_\_\_\_ Hora de inicio \_\_\_\_\_ Final \_\_\_\_\_

Estimados estudiantes necesitamos recopilar información sobre los conocimientos que usted ha adquirido sobre la resolución de problemas matemáticos, ya que la información obtenida será de importancia para nuestra investigación.

1. ¿Por qué cree usted que es importante resolver problemas matemáticos?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Si usted ha trabajado en resolución de problemas de matemática, ¿Qué habilidades ha adquirido?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
3. Al trabajar usted en la resolución de problemas de matemática, ¿Cuáles son las principales dificultades que presenta?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
4. ¿Qué pasos realiza cuando resuelve un problema matemático?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
5. ¿cree usted que es importante dominar un método para resolver problemas matemáticos?



## Entrevista a estudiantes de décimo grado después de haber desarrollado las sesiones de clase

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua

UNAN –MANAGUA

FAREM-Estelí

### Datos Generales:

Nombre del entrevistado: \_\_\_\_\_

Nombre del entrevistador: \_\_\_\_\_

Lugar y Fecha: \_\_\_\_\_

Hora de inicio \_\_\_\_\_ Hora de culminación \_\_\_\_\_

Estimados estudiantes necesitamos recopilar información sobre los conocimientos que usted adquirió con la aplicación del método Polya en la resolución de problemas matemáticos, ya que la información obtenida será de importancia para nuestra investigación.

1. ¿Por qué creé usted que es importante aplicar el Método Polya cuando se le presenta un problema matemático?
2. ¿Qué diferencia logró identificar entre la aplicación del Método Polya respecto al proceso tradicional de resolver problemas?
3. ¿Qué recomienda usted a los demás estudiantes cuando se les presente un problema matemático?
4. ¿Qué logros obtuvo con la aplicación del Método Polya durante el desarrollo de las sesiones en el aula de clase para su aprendizaje?
5. ¿Por qué creé usted que es importante que el docente aplique constantemente el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos?

### 10.3. Estrategias aplicadas

#### Estrategia Número 1

Disciplina: Matemática Grado: Décimo Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre de la estrategia: “Yo me imagino el problema”

Contexto: Instituto Nacional de Yalagüina

Tiempo de aplicación: 90 minutos.

Temática: Ley de los senos

Estrategia: Aprendizaje basado en la resolución de problemas aplicando el Método Polya.

Competencia de grado: Resuelve problemas de su entorno aplicando la ley de los senos y los cosenos (López, 2011, pág. 40).

#### Fundamentación teórica:

Ley de los senos (Swokowski & Cole, 2009)

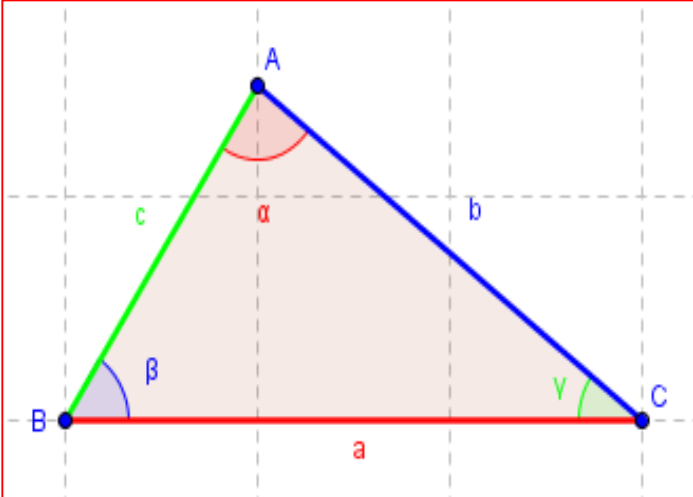
En cualquier triángulo, la razón entre el seno de un ángulo y el lado opuesto a ese ángulo es igual a la razón entre el seno de otro ángulo y el lado opuesto a ese ángulo.

#### Condiciones para aplicar la ley de los senos:

Si se conoce en cualquier triángulo oblicuo:

1. Dos lados y un ángulo opuesto a uno de ellos (LLA)
2. dos ángulos y cualquier lado (AAL o ALA)

Usualmente se representa de la siguiente forma:



$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$$

Teorema del seno

Realizado en GeoGebra

## **Método Polya**

Es un método propuesto por George Polya para facilitar la resolución de problemas matemáticos, comprende cuatro pasos que hay que seguir para lograr darle solución a un determinado problema.

### **Pasos del “Método Polya”**

1. Entender el problema
2. Trazar un plan
3. Configurar un plan
4. Mirar hacia atrás

### **Objetivo de aprendizaje:**

1. Establecer los pasos del método Polya en la resolución de problemas en el contenido ley de los senos.

**Materiales a utilizar:** Papelógrafos, marcadores, hojas de colores, chimbombas, Taype, tijera, cartón.

### **Introducción:**

Las propuestas que a continuación se presentan constituyen algunos de los objetivos de esta investigación. Las mismas consisten en aportar una herramienta que permita a los docentes llevar a cabo la resolución de problema en el contenido ley de los senos, contenido que presenta complejidad para los estudiantes de décimo grado de educación secundaria.

Estas propuestas se fundamentan en el método desarrollado por George Polya, el cual está constituido por cuatro pasos básicos. En cada uno de estos pasos Polya hace uso de interrogantes que buscan propiciar la reflexión, ya que formula toda una serie de preguntas que guían a los estudiantes hacia aspectos como: la identificación de los elementos principales del problema y su comprensión, el diseño de un plan de acción, la ejecución de dicho plan y la revisión sobre lo razonamiento, pasos ejecutados y resultados obtenidos.(Peña K. , 2008)

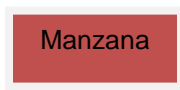
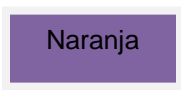
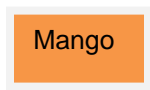
En estas estrategias, se deben tomar en cuenta los conocimientos previos que tienen los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas en el contenido ley de los senos (tipos de triángulos según sus ángulos y lados, proporciones, razones, despeje, uso de la calculadora científica, las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, donde se aplica el teorema de Pitágoras para su demostración y además funciones inversas del seno y del coseno). La evaluación se realizará de manera grupal promoviendo el aprendizaje cooperativo.

Se espera que los estudiantes apliquen los cuatro pasos del método:

- Entender el problema.
- Trazar un plan.
- Configurar un plan.
- Mirar hacia atrás.

#### I. Interacción: facilitadores-estudiantes (10 min)

- ✓ Se iniciará la clase dando a conocer los objetivos de la aplicación de las sesiones.
- ✓ Posteriormente se realizará una dinámica de presentación con el objetivo de motivar el interés inicial de los estudiantes hacia la clase, con la técnica “**mi fruta favorita**”, que consiste en facilitar a cada estudiante una tarjeta y un marcador, en las cuales cada uno escribirá el nombre de la fruta favorita y se la pegarán en su camisa y seguidamente el compañero que tienen al lado, lo presentará mencionando el nombre de la fruta elegida, sin embargo el estudiante presentado lo negará diciendo su verdadero nombre.



#### II. Interacción: facilitadores-estudiantes(15 min)

- ✓ Mediante la dinámica de las chimbombas, donde en cada una de ellas se les introducirá una pregunta, pegadas en la pizarra, con el fin de recordar conocimientos básicos aplicables a la ley de los senos, en donde se elegirán a

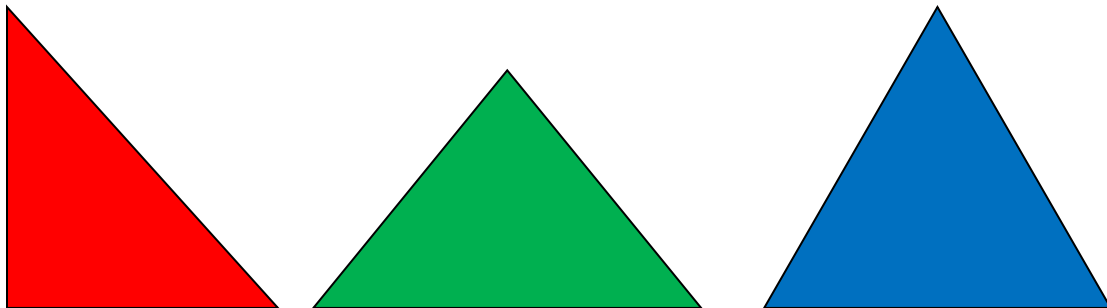


seis estudiantes para que revienten cada una de las chimbombas respecto al color favorito.

1. ¿Qué tipos de triángulos conoce según sus lados?
2. ¿Qué tipos de triángulos conoce según sus ángulos?
3. ¿Se puede aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo no rectángulo?
4. ¿Qué dice el teorema de los ángulos internos de un triángulo cualquiera?
5. ¿Qué es una razón?
6. ¿Qué es una proporción?

### III. Interacción: Docentes-estudiantes(10 min)

- ✓ Tomando en cuenta los aportes de los estudiantes explicar experimentalmente de forma clara y sencilla los tipos de triángulos, aclarando los teoremas que se deben aplicar en los triángulos rectángulos y oblicuos, utilizando materiales del medio (triángulos de cartón), con el objetivo que los estudiantes se motiven y comprendan mejor.



### IV. Interacción: Estudiantes-estudiantes(10min)

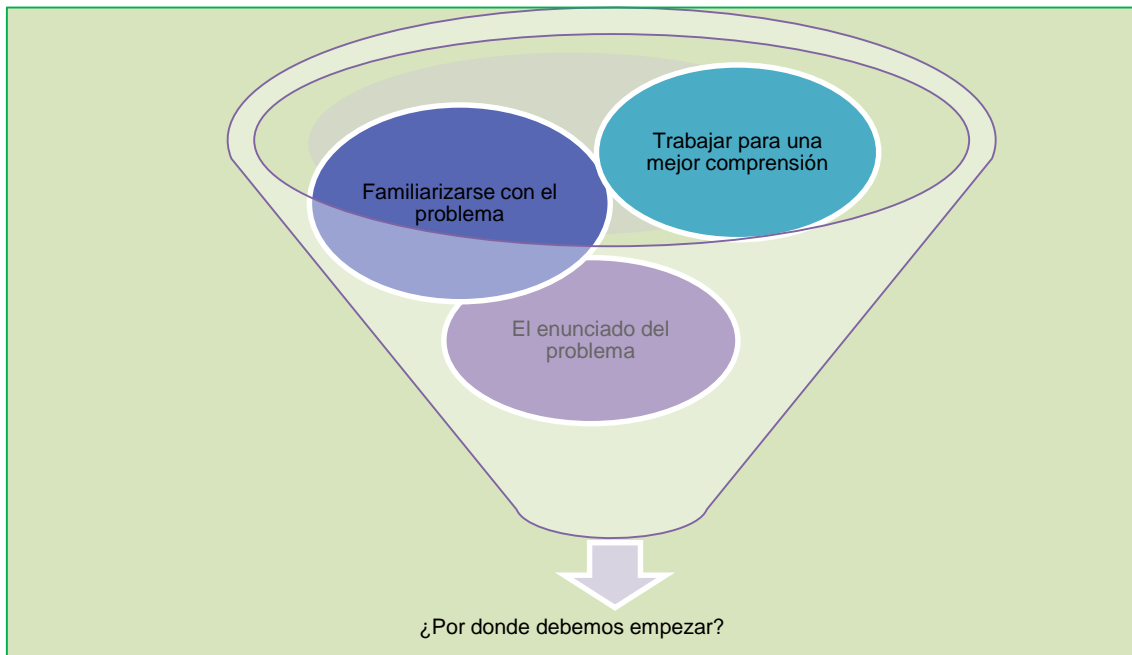
- ✓ El docente orienta un ejercicio sobre ley de los senos a todos los estudiantes de forma general, en donde el primer estudiante que lo finalice pasará a la pizarra a explicarlo.
  - ❖ Resuelva el triángulo en el que se conoce:  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $a = 4$

### V. Interacción: facilitadores-estudiantes (15min)

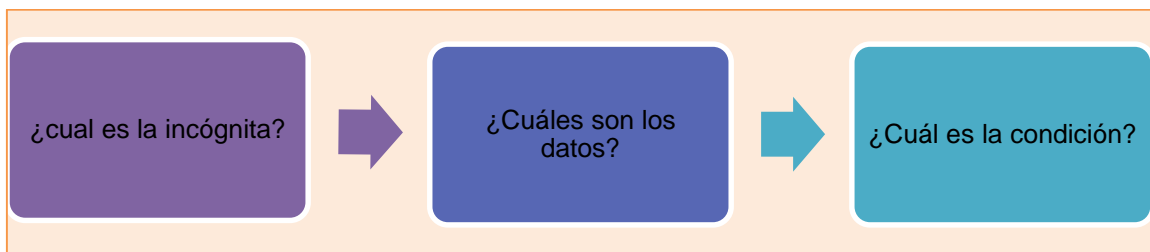
- ✓ Haciendo uso de materiales didácticos (paleógrafos, masquintape, pizarra, calculadora), se explicarán los cuatro Pasos del método Polya.

#### Paso 1: Entender el problema

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?



En este paso lo esencial es que los estudiantes puedan comprender el problema planteado, Polya plantea de que se produzca una familiarización con el problema, donde la comprensión del problema busca a dar respuesta a las siguientes interrogantes



### **Estrategia para entender el problema**

- ✓ Primeramente lo que se debe hacer es darle lectura correcta al enunciado, en este apartado se debe subrayar con un marcador todos los elementos que

contiene el problema, ya que se refiere cada uno de ello, como es la incógnita, que le pide hallar, cual es la condición, cuales son los datos.

- ✓ Seguidamente es importante tener en cuenta las siguientes interrogantes ¿Qué le piden hallar?, ¿Qué datos encontré?, ¿Está relacionados los datos y la incógnita?, en esta pregunta se debe utilizar marcadores de distintos colores para diferenciar los datos de la incógnita.
- ✓ Posteriormente se hace una gráfica que represente el problema el cual se le debe dar solución, para lo cual se deben tener presente las siguientes interrogantes: ¿De qué se trata esto?, ¿Qué me piden hallar en este problema?, ¿Cuál es el dato que no se conoce?, ¿Con que datos se cuenta?, ¿Faltará algún dato? ¿Se corresponden los datos con la incógnita a describir?
- ✓ Visualizar el problema como un todo, para ello se debe grabar un propósito en la mente, que tiene que ver con lo que queremos encontrar, ¿Qué se debe hallar?, ¿Cómo lo puedo hallar?, estimular la memoria y la comprensión, que se puede alcanzar con la frecuencia y la perseverancia con la que se realicen las preguntas anteriores.

## **Paso 2: Configurar un Plan.**

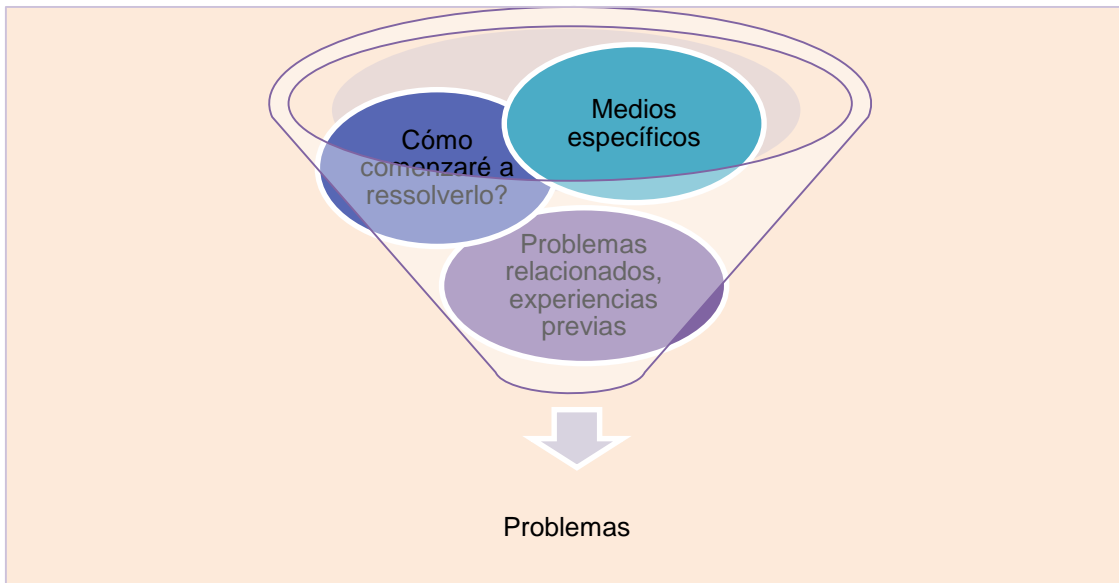
- Podemos aplicar las siguientes interrogantes: ¿Te has encontrado con un problema semejante?
- ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- ¿Puedes enunciar al problema de otra forma? ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones.
- Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar. ¿Puedes imaginarte un problema análogo un tanto más accesible? ¿Puede resolver una parte del problema? Considera sólo una parte de la condición; descarta la otra parte, ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados para determinar

la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?

- ¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

Este paso implica reflexiones de cómo abordar la solución del problema, o que pasos se debe ejecutar para hallar la solución del mismo.

Es necesario formular preguntas como: ¿Se utilizarán todos los datos?, con la finalidad de regresar al problema original y no quedarse en los problemas relacionados.



### **Estrategia para facilitar el trazo de un plan**

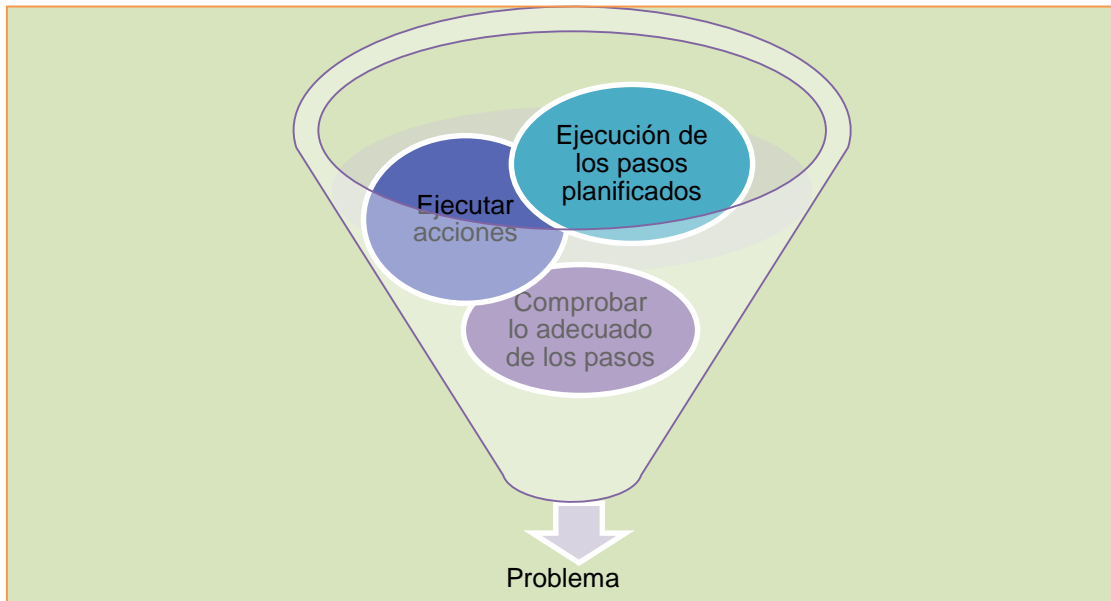
- ✓ Buscar el punto de partida para resolver el problema: Esto implica que, logrado el conocimiento de la incógnita y los datos y la relación entre ambos (condición), se debe determinar si es necesario utilizar un problema relacionado o generando preguntas como, ¿Puedo enunciar el problema de forma diferente?
- ✓ Enfocar la atención en los datos: En este apartado es necesario valorar si se utilizarán todos los datos o no y por qué razón.

- ✓ Es importante conducir a los estudiantes a reflexionar sobre la relación que existe entre la incógnita y los datos, y si se cumple la condición del problema.
- ✓ ¿Debo realizar algunas conversiones?
- ✓ Determinar si es necesario el despeje de la incógnita de la ecuación planteada.

### **Paso 3: Ejecutar el plan**

Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos

- ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?



Es justamente en esta fase donde los estudiantes deben hacer uso de circunstancias como: buenos hábitos de pensamiento, conocimientos previos, y fundamentalmente buena paciencia y concentración.

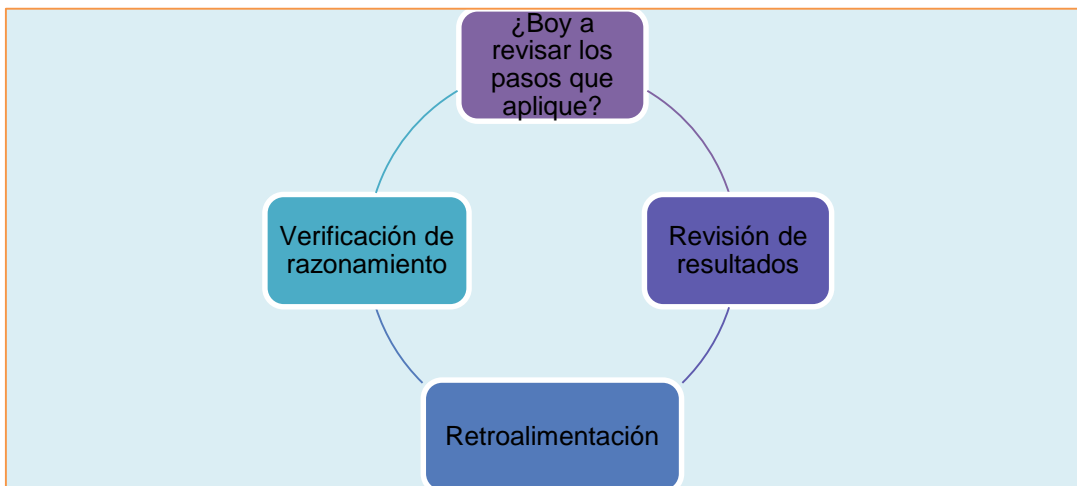
### **Estrategias para facilitar la ejecución del plan**

- ✓ Paso a paso: En esta fase se da la aplicación de todos los pasos concebidos..
- ✓ Revisando los pasos: Aquí se debe determinar con exactitud el paso dado, es decir que se debe esperar hasta obtener el resultado final, por el contrario, se debe aplicar un proceso de monitoreo que implica revisar cada paso ejecutado, para determinar si son correctos o no, por lo cual se sugiere la siguiente interrogante, ¿Es correcto el paso que se ha ejecutado?

- ✓ Hagamos transformaciones: se deben realizar las conversiones correspondientes, haciéndose preguntas como: ¿Están los datos en la unidad correspondiente?, ¿Estarán completas las transformaciones?
- ✓ Apliquemos las fórmulas: Aquí se aplica la fórmula o ecuación que permita encontrar el valor de la incógnita en cuestión y si es necesario utilizar algún despeje, se sugieren interrogantes como: ¿Qué ecuación debo utilizar?, ¿Está escrita correctamente?, ¿Es necesario realizar algún despeje?, ¿Qué fórmula se debe despejar?
- ✓ Sustituycamos los valores: Se procede a que el estudiante entienda que debe cambiar un término (letra) por otro (digito, o número con su unidad correspondiente).
- ✓ Aplicar todas las operaciones básicas necesarias, haciéndose la siguiente interrogante, ¿qué operación realizaré primero?, ¿Es necesario realizar otra operación?, ¿Las operaciones realizadas son válidas?

#### **Paso 4: Examinar la solución obtenida**

- ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes usar el razonamiento?
- ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

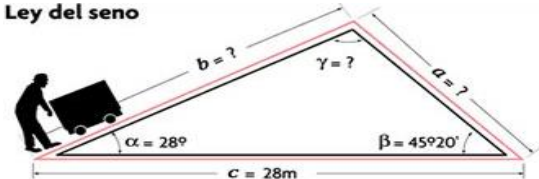


#### **Estrategia para examinar la solución obtenida**

- ✓ Revisar todos los pasos realizados al resolver el problema: Esta acción debe conducir a la acción de verificar todos los pasos que se aplicaron, así como el razonamiento empleado, se deben hacer preguntas como: ¿Puede revisar paso a paso la resolución del problema?, ¿Puedes realizar las operaciones en forma diferente?, ¿Puede reflexionar sobre el razonamiento aplicado?
- ✓ Revisando el resultado: Se analiza la solución obtenida, en conjunto determinar la exactitud y lo correcto de la resolución, haciendo preguntas como: ¿Puedo revisar el resultado obtenido?, ¿Es correcto el resultado obtenido?, ¿Existe coherencia entre el resultado obtenido y la condición del problema?

**VI. Interacción: Facilitadores-estudiantes (20 min)**

- ✓ Mediante el siguiente problema aplicado al contenido ley de los senos, el docente lo resolverá aplicando los cuatro pasos del Método Polya explicados anteriormente.
1. Calculemos la distancia que debe recorrer un obrero para subir y bajar una carretilla por una rampa. Si sabemos que la base mide 28m y tiene una inclinación de  $28^\circ$  en la subida y  $45^\circ 20'$  en la bajada.

Paso 1: Entender el problema	Paso 2: Configurar un plan
<p><b>¿Entiendes lo que se dice?</b> De acuerdo a la ley de los senos cómo se conocen dos ángulos y uno de sus lados se pueden encontrar los otros dos lados y el ángulo restante del triángulo oblicuo.</p> <p><b>¿Puede replantearse el problema con las propias palabras?</b> Como es un problema de la vida cotidiana se puede plantear dentro de nuestra propia imaginación</p> <p><b>¿Distingue cuáles son los datos?</b> Como muy bien se sabe los ángulos internos de un triángulo se pueden representar con las letras griegas: <math>\alpha = 28^\circ</math> y <math>\beta = 45^\circ 20'</math> Además conozco un lado del triángulo que lo representamos con letras minúsculas del</p>	<p><b>Graficar el problema</b></p> <p><b>Ley del seno</b></p>  <p><b>¿Conozco algún teorema o ley que puede ser útil?</b> Elegir el teorema me puede ayudar darle solución al problema, como sabemos que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es igual a <math>180^\circ</math>, y se utiliza la ecuación: <math>\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ</math> De igual manera necesito convertir los 20 minutos a grados utilizando la siguiente equivalencia: <math>1^\circ \rightarrow 60\text{min}</math> Al igual conozco la relación de igualdad de la</p>

<p>alfabeto: a=28m</p> <p><b>¿Tengo suficiente información?</b></p> <p>Como muy bien se sabe para resolver un problema aplicado a la ley de los senos basta con conocer uno de sus lados y dos ángulos y viceversa, puedo aplicar esta ley.</p> <p><b>¿Hay información extraña?</b></p> <p>Como los ángulos los debo expresar en grados vemos que <math>\beta = 45^{\circ}20'</math> vemos que está dado con 20 minutos más debemos convertirlos a grados.</p> <p><b>¿Debo despejar?</b></p> <p>Como no conocemos un ángulo es necesario despejarlo utilizando la ecuación de la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo, al igual de la relación de la ley de los senos para encontrar sus lados.</p>	<p>ley de los senos que se expresa:</p> $\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$ <p><b>¿Cuál es la incógnita del problema?</b></p> <p>Como se necesita conocer la distancia de subida y de bajada la cual nos debe dar en metro, lo cual sería el lado a y b del triángulo donde el lado c=28m a=? y b=?, al igual es necesario encontrar el ángulo <math>\gamma = ?</math></p> <p>Como ya hemos extraído todos los datos, las condiciones del problema y las incógnitas, se partiría a la ejecución del plan.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### Paso 3: Ejecutar el plan

**Ejecuta todos los teoremas que se planteó para llegar a la solución**

- **Comprobar el primer teorema, lo cual ayudará a encontrar el tercer ángulo del triángulo oblicuo, que se expresa de la siguiente manera:**
- $\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$  ,donde  $\alpha = 28^{\circ}$ ,  $\beta = 45^{\circ}20'$  , pero como  $\beta$  lo da con 20 min , debemos convertirlos a grados y sumárselos a los  $45^{\circ}$ , entonces utilizamos la equivalencia:  
 $1^{\circ} \rightarrow 60\text{min}$
- $1^{\circ} \rightarrow 60\text{min}$   
 $x \rightarrow 20 \text{ min}$  , por lo tanto, en 20 min hay  $0.33^{\circ}$   
**Entonces se los sumamos a  $45^{\circ}$  lo cual sería:**  
 $45^{\circ} + 0.33^{\circ} = 45.33^{\circ}$
- **Posteriormente aplicamos la ecuación  $\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$  , para encontrar  $\gamma = ?$**   
Sustituyendo  $28^{\circ} + 45.33^{\circ} + \gamma = 180^{\circ}$ ,  $73.33^{\circ} + \gamma = 180^{\circ}$ , despejando  
 $\gamma = 180^{\circ} - 73.33^{\circ} = 106.67^{\circ}$ , Por lo tanto  $\gamma = 106.67^{\circ}$
- **Aplicar la tercera ley planteada en el segundo paso para encontrar la distancia de subida y de bajada**  $\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$   
Sustituir si  $a = 28\text{m}$ ,  $\alpha = 28^{\circ}$ ,  $\gamma = 106.67^{\circ}$  , de estas relaciones se toman dos igualdades, de modo que se cumpla o que se conozcan dos ángulos y un lado o viceversa y un ángulo opuesto a uno de los lados conocidos, en este caso utilizamos la primera y tercera igualdad:



$\frac{a}{\text{sen } 28^\circ} = \frac{28\text{m}}{\text{sen } 106.67^\circ}$ Despejando $a = \frac{(28\text{m})(\text{sen } 28^\circ)}{\text{sen } 106.67^\circ}$ $a = \frac{(28\text{m})(0.4694)}{0.9598}$ $a = 13.69\text{m}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Para hallar el lado b o distancia de subida podemos utilizar bien la primera con la segunda o la segunda con la tercera en este caso utilizaremos la primera y la segunda:</li> <li>• <math>\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta}</math> <math>a = 13.69\text{m}</math>, <math>\alpha = 28^\circ</math> y <math>\beta = 45.33^\circ</math> sustituyendo tenemos</li> <li>• <math>\frac{13.69\text{m}}{\text{sen } 28^\circ} = \frac{b}{\text{sen } 45.33^\circ}</math> <math>b = \frac{(13.69\text{m})(0.7108)}{0.4694}</math> <math>b = \frac{9.73\text{m}}{0.4694}</math> <math>b = 20.73</math></li> </ul>
<b>Paso 4: Mirar hacia atrás.</b>
<p><b>Respuesta:</b> La distancia de subida es de 20.73m y la distancia de bajada es de 13.69m.</p> <p>¿Es correcta la solución obtenida?</p> <p>Aquí se hace la revisión de todos los pasos aplicados y si son correctos, además se hace un análisis de si tiene lógica la solución encontrada.</p>

**VII. Evaluación (Interacción estudiantes-estudiantes)**

- ✓ Como conclusión de la estrategia número uno se les pedirá a los estudiantes que saquen de su cuaderno una hoja, en la cual se les orientará que describan lo aprendido durante el desarrollo de la sesión en el aula de clases, (logros, dificultades y sugerencias).

## Estrategia Número 2

**Disciplina:** Matemática **Grado:** Décimo **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Nombre de la estrategia:** Acepta el reto de resolver problemas.

**Contexto:** Instituto Nacional de Yalagüina

**Temática:** Ley de los senos

**Tiempo de aplicación:** 90 minutos

**Estrategia:** Aprendizaje basado en la resolución de problemas aplicando el Método Polya

**Materiales:** Masquintape, papelógrafos y marcadores, tempera.

**Objetivo de aprendizaje:** Aplicar el método Polya en la resolución de problemas en el contenido ley de los senos.

### I. Interacción: docentes-estudiantes (5 min)

- ✓ Motivar la clase con el siguiente acertijo.  
Dos padres y dos hijos se fueron a pescar, tres peces pescaron, y a cada uno le correspondió un pez, ¿Cómo pudo ser?

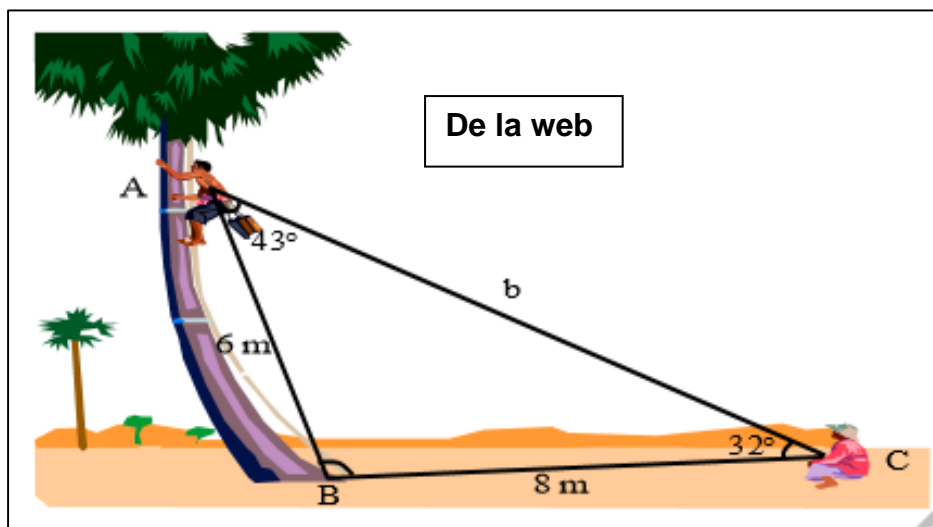


### II. Interacción: docentes-estudiantes (25 min)

De la Web

- ✓ Mediante la estrategia “**QQQ**” (qué veo, qué no veo, qué concluyo), y haciendo uso de una imagen planteada en un papelógrafo y siendo visible a todo el grupo en general, ellos deberán responder las tres preguntas, (¿qué veo? ¿qué no veo?, ¿qué concluyo?), con el objetivo de indagar los conocimientos previos, desarrollar el pensamiento crítico, imaginación y la creatividad de los estudiantes.

Observe detenidamente la siguiente imagen y conteste lo que se le solicita:

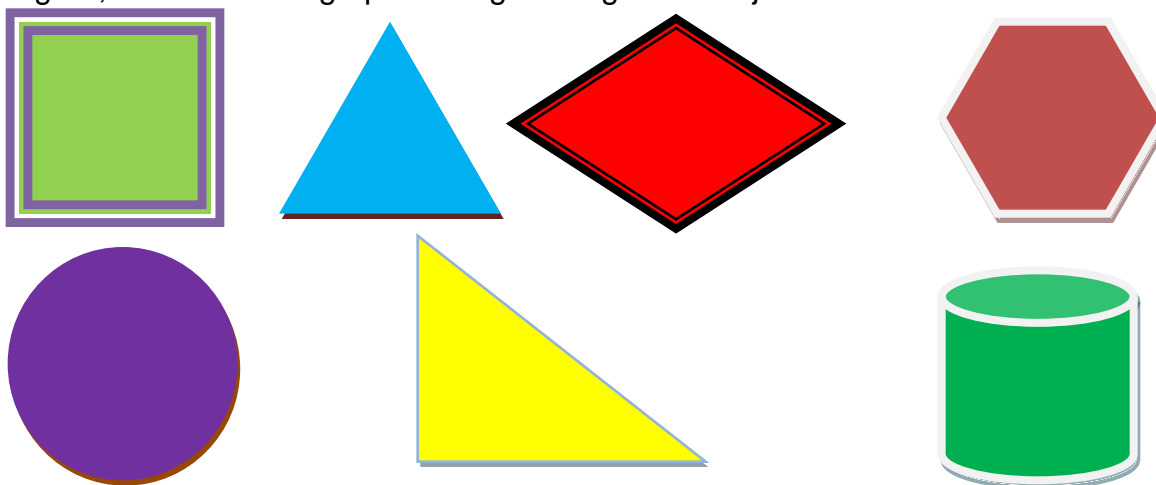


¿Qué veo?	¿Qué no veo?	¿Qué concluyo?
Es lo que se observa, se conoce o reconoce del tema (imagen).	Es aquello que no está comprendido explícitamente en el tema (imagen), pero que puede estar contenido.	Es aquello que se deduce de un tema (imagen).

- ✓ A través de la técnica “**lluvia de ideas**” el docente y los estudiantes complementarán el cuadro de acuerdo a los distintos puntos de vista que lograron deducir de la imagen relacionada a la ley de los senos, con el fin de unificar ideas y propiciar el trabajo cooperativo.

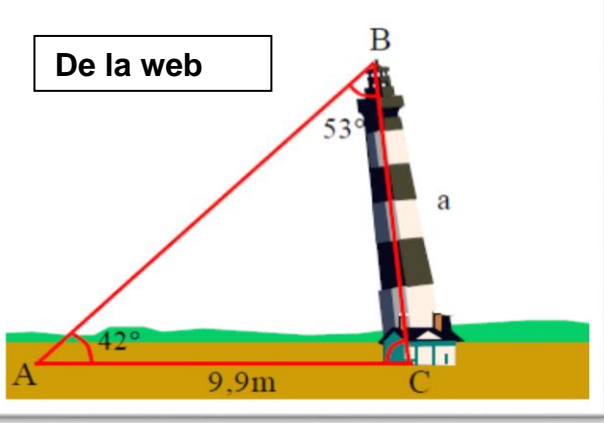
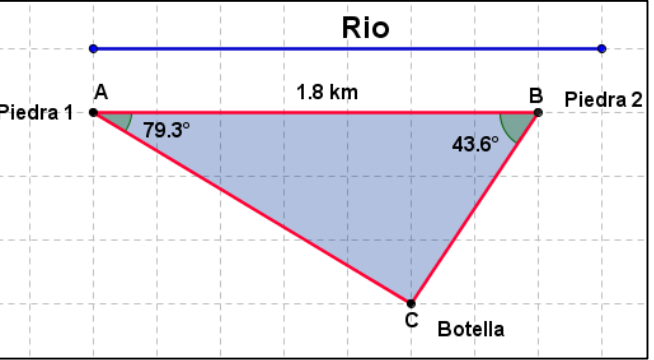
### III. Interacción: Estudiantes-estudiantes(10 min)

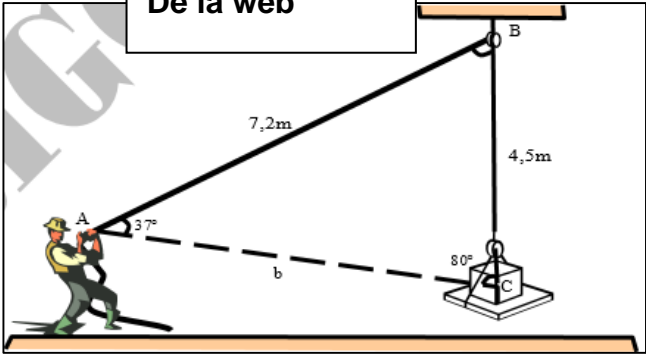
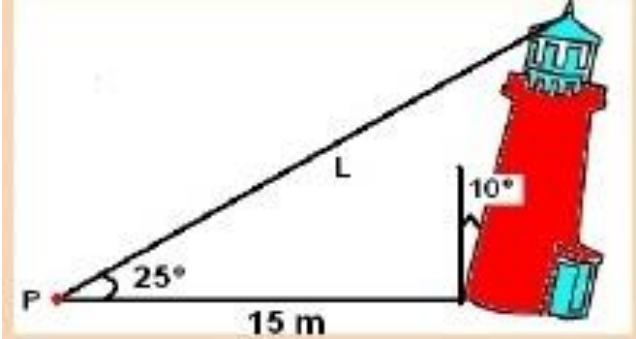
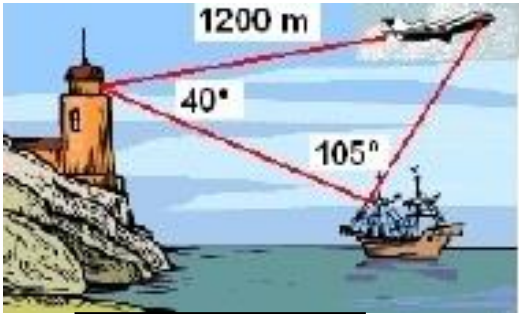
Se formarán equipos de cuatro estudiantes de forma heterogénea, a través de la dinámica, “**figuras geométricas**” que consiste facilitar a los estudiantes una figura, en donde se agruparán según la figura semejante.



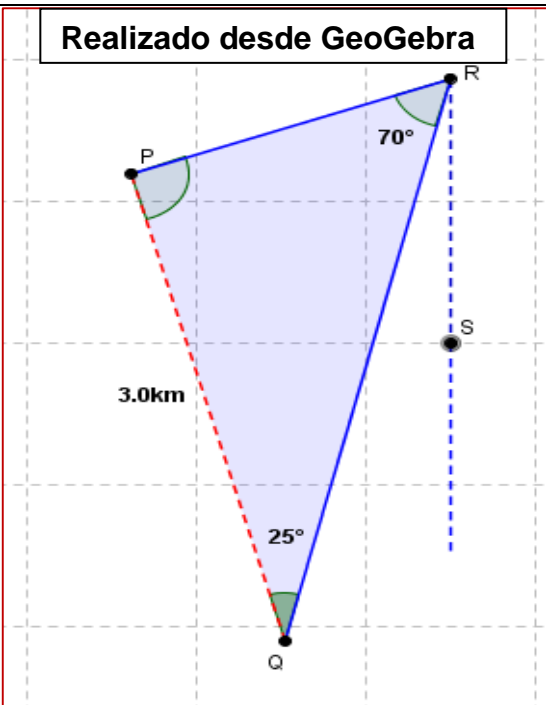
#### IV. Interacción: Estudiantes-Estudiantes 40 min

- ✓ De acuerdo con los equipos formados en la dinámica anterior, se aplicará la metodología “**aprendizaje basado en problemas**”, que consiste en que los estudiantes investiguen, analicen, interpreten, argumenten y propongan la solución a los problemas relacionados al contexto social, haciendo uso de los cuatro pasos del **Método Polya**. (Comprender el problema, trazar un plan, ejecutar el plan, examinar el resultado obtenido).
- ✓ A cada equipo se les facilitará una hoja de trabajo que comprende un problema, el cual se resolverá para entregar en limpio y compartirlo en plenario durante la tercera sesión.
- ✓ Además, cada equipo intercambiará su problema resuelto con otro, esto con el objetivo de compartir las diferentes situaciones planteadas.

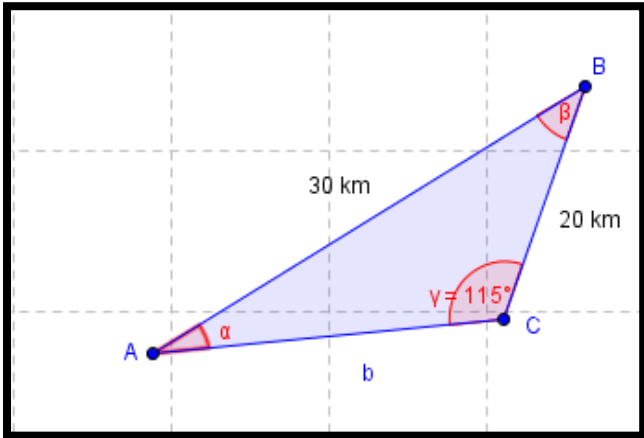
N°	Problemas	Grafica
1	Halla la longitud del faro inclinado si se sabe que en el triángulo ABC que se observa el lado “b” mide 9.9 m, los ángulos A, B miden $42^\circ$ y $53^\circ$ respectivamente.	 <p>De la web</p>
2	Dos piedras se encuentran a la orilla del río de Yalagüina a una distancia una de otra de 1.8 Km en los puntos A y B, y se encuentra una botella situada en un punto C. Si la piedra A mide un ángulo CAB igual a $79.3^\circ$ y el que está en B mide un ángulo CBA igual a $43.6^\circ$ , ¿a qué distancia está la botella de la costa?	 <p>Río</p> <p>Realizado desde GeoGebra</p>

<p>3</p>	<p>En el gráfico halla la distancia que existe entre el paquete y el obrero en el instante que en el triángulo ABC se cumpla que  <math>A = 37^\circ</math>, <math>B = 80^\circ</math>, <math>a = 4,5</math> m y <math>c = 7,2</math> m.</p>	<p style="text-align: center;">De la web</p> 
<p>4</p>	<p>Por el estadio municipal de Yalagüina una torre de claro, se encuentra inclinada <math>10^\circ</math> respecto de la vertical, está sujeta por un cable desde un punto P a 15 metros de la base de la torre. Si el ángulo de elevación del cable es de <math>25^\circ</math>, calcula la longitud del cable y la altura de la torre.</p>	 <p style="text-align: center;">De la web</p>
<p>5</p>	<p>Una persona observa un avión y un barco desde la cúpula de un faro, tal como muestra la figura. ¿Cuál es la distancia que hay del barco al avión y del barco al observador?</p>	 <p style="text-align: center;">De la web</p>

6 Un punto P a nivel del suelo está a 3.0 kilómetros al norte de un punto Q. Un corredor avanza en la dirección N25°E de Q al punto R y luego de R a P en la dirección S70°W. Calcule la distancia recorrida.



7 Dos campesinos de la zona rural del municipio de Yalagüina viven en lugares diferentes A y B que distan entre sí 30 km y decidieron viajar juntos desde A a la cabecera de su departamento (C) “Somoto”, que está situada a 20 kilómetros de B. El ángulo BCA es de 115°, ¿Cuántos kilómetros desde A deberán recorrer los campesinos para llegar a su destino?



**Realizado desde GeoGebra**

**V. Evaluación 7min**

- ✓ Se evaluará la resolución de problemas con una lista de cotejo con el fin de valorar la aplicación de los cuatro pasos del Método Polya.

**VI. Orientación de tarea (2 min)**

Se les pedirá a los estudiantes traer en papelógrafos el problema resuelto aplicando el Método Polya, con el fin de compartir los resultados obtenidos y que cada estudiante tenga los siete problemas.

### Estrategia Número 3

Disciplina: Matemática Grado: Décimo Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre de la estrategia: “Comparto lo mío”

Contexto: Instituto Nacional de Yalagüina

Temática: Ley de los senos

Tiempo de aplicación: 90 minutos

Estrategia: Aprendizaje basado en la resolución de problemas aplicando el Método Polya

Materiales: Masquintape, papelógrafos y marcadores, hojas de evaluación.

Objetivo de aprendizaje: Evaluar la apropiación de los pasos del Método Polya por los estudiantes durante el desarrollo de las sesiones de clase.

#### I. Interacción: docentes-estudiantes

- ✓ Se iniciará la clase haciendo una breve recapitulación de las actividades realizadas el día anterior sobre lo que se conoce, haciendo uso de la estrategia SQA (qué sé, qué quiero saber, qué aprendí), que se aplicará durante los tres momentos (inicio, desarrollo y conclusión), planteada en una matriz en papelógrafo que sea visible por todos, que se irá completando durante el desarrollo de la sesión.

Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí
Es la información que el estudiante conoce.	Son las dudas o incógnitas que se tienen sobre el tema y que se irán aclarando en las exposiciones de manera conjunta.	Permite verificar el aprendizaje significativo alcanzado.

#### II. Interacción: Docentes- estudiantes

- ✓ De acuerdo a lo orientado en la tarea se hará uso de la técnica **“comparto lo mío”**, que tiene como fin que todos los equipos de trabajo expongan su problema resuelto reflejando la aplicación de los cuatro pasos del Método Polya, que serán evaluados mediante una rúbrica elaborada por el equipo de investigadores tomando en cuenta los criterios requeridos por los estudiantes a lo largo de la actividad realizada.



- ✓ Dichos equipos se elegirán de manera aleatoria para su presentación en plenario.

### **Evaluación final**

- ✓ Se evaluarán las sesiones de clase de manera conjunta, en donde los diferentes aportes se irán planteando en la columna tres de la matriz de la actividad número uno, dándole respuesta a la incógnita ¿Qué aprendí?
- ✓ Además los facilitadores cerraran la actividad haciendo mención que las situaciones problemáticas constituyen una herramienta fundamental e importante para aprender a aprender, ya que estas permiten en los estudiantes desarrollar habilidades, destrezas, como analizar, pensar, criticar y contextualización de la realidad.

## **Estrategia propuesta**

**Disciplina:** Matemática **Grado:** Décimo **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Nombre de la estrategia:** “Yo me imagino el problema”

**Contexto:** Instituto Nacional de Yalagüina

**Tiempo de aplicación:** 90 minutos.

**Temática:** Ley de los senos

**Estrategia:** Aprendizaje basado en la resolución de problemas aplicando el Método Polya.

**Competencia de grado:** Resuelve problemas de su entorno aplicando la ley de los senos y los cosenos (López, 2011, pág. 40).

### **Materiales:**

Pedazos de cartulina, marcadores, papelografo, tempera, DVD, televisor.

**Nota:** Esta es una estrategia propuesta para establecer los pasos del Método Polya, donde se tomó en cuenta algunas sugerencias brindadas por los estudiantes de acuerdo a la primera estrategia aplicada en esta investigación “Yo me imagino el problema”.

### **Objetivo de aprendizaje:**

2. Establecer los pasos del método Polya en la resolución de problemas en el contenido ley de los senos.

## **VIII. Interacción: facilitadores-estudiantes (10 min)**

- ✓ Se motivará la clase haciendo uso de la dinámica de animación **“EL BUM”**, donde todos los estudiantes se sientan en círculo, se dice que vamos a enumerarnos en voz alta y que todos a los que le toque un múltiplo de tres (3,6,9,12....) debe decir “BUM” en lugar del número; el que sigue debe continuar la numeración, ejemplo: se empieza, uno, el siguiente dos, al que le corresponde decir tres dice Bum, el siguiente dice cuatro..., sale del juego el que no dice Bum o el que se equivoca con el número siguiente.

**IX. Interacción: facilitadores-estudiantes (10 min)**

- ✓ Entregar a cada estudiante una tarjeta, donde esta contenga un aspecto relacionado al contenido ley de los senos, donde se les pedirá que escriban sus ideas de acuerdo al término correspondiente, y luego compartirlas al grupo.



**X. Interacción: facilitadores-estudiantes (10 min)**

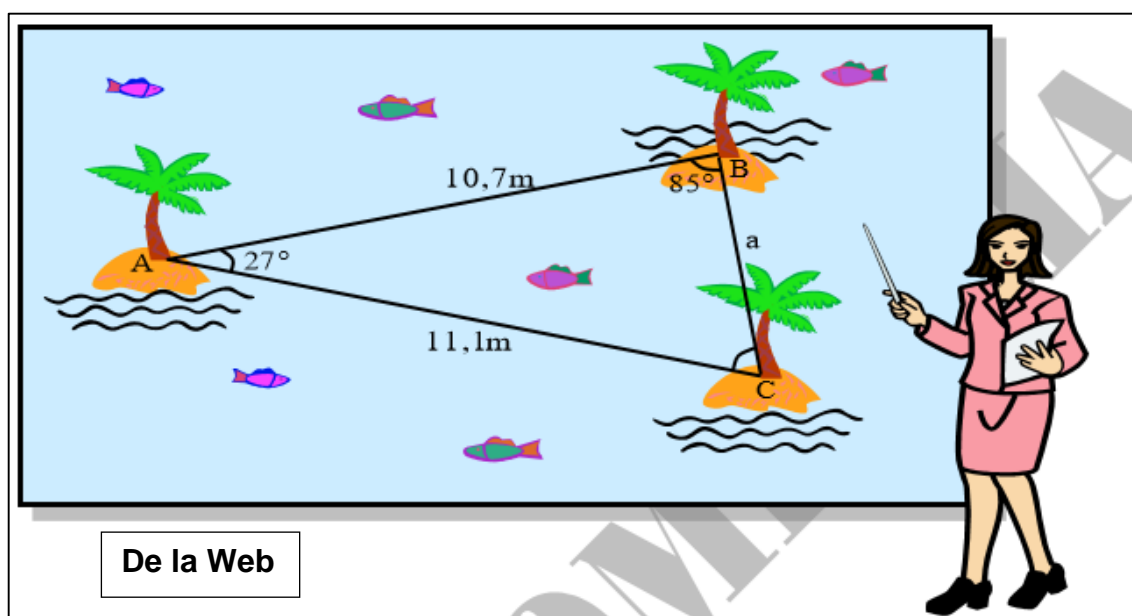
- ✓ De acuerdo el aporte brindado por los estudiantes el docente unificará ideas de, manera conjunta.

**XI. Interacción: Estudiantes- Estudiantes**

- ✓ Se establecerán los cuatro pasos del Método Polya a los estudiantes haciendo de un video, en el cual los estudiantes tomarán apuntes.

**XII. Interacción: facilitadores-estudiantes**

- ✓ De acuerdo a la siguiente imagen el docente con la ayuda de los estudiantes construirán un problema para posteriormente resolverlo haciendo uso de los cuatro pasos del Método Polya.



**Nota:** El problema se resolverá de la misma manera como se realizó en la estrategia número uno.

**XIII. Evaluación: (Interacción estudiantes-estudiantes)**

- ✓ Como conclusión de la estrategia se les pedirá a los estudiantes que realicen un esquema (mapa conceptual, cuadro sinóptico u otro), donde resalten los aspectos más relevantes vividos en esta sesión. (logros, dificultades y sugerencias).

**10.4. Lista de cotejo para aplicar en la resolución de problemas aplicando los cuatro pasos del Método Polya en la sesión número dos.**

Secciones	Criterios	El problema lo resolvieron completo aplicando los cuatro pasos del método	El problema lo resolvieron aplicando algunos pasos del método Polya.	El problema lo resolvieron pero no aplicaron el Método Polya	Aplicaron los pasos del método pero el problema no fue resuelto de forma correcta.	Observaciones
"B"	Grupo 1					
	Grupo 2					
	Grupo 3					
	Grupo 4					
	Grupo 5					
	Grupo 6					
	Grupo 7					
"C"	Grupo 8					
	Grupo 9					
	Grupo 10					
	Grupo 11					
	Grupo 12					
	Grupo 13					
	Grupo 14					

### 10.5. Rúbrica de evaluación hacer aplicada en la tercera sesión al momento del plenario.

Crterios	Excelente (5pts)	Satisfactorio(4)	Deficiente(3)	Tiene que mejorar(2)	Total
<b>Dominio científico por los integrantes del equipo</b>	Presentan y resuelven con seguridad el problema.	Presentan y discuten, pero no resuelve con seguridad el problema.	Muestran inseguridad al resolver el problema.	Tienen que profundizar a un más el contenido.	
<b>Aplicación de los pasos correctamente</b>	Aplican correctamente los cuatro pasos.	Solo aplican algunos pasos.	Aplican todos los pasos pero de forma incorrecta	No dominan los pasos del método.	
<b>Orden y creatividad al momento de presentar el problema planteado en el papelógrafos para la exposición</b>	Los pasos están presentados de forma ordenada y creativa.	El contenido del trabajo era bueno, ya que lo presentaron de forma ordenada, pero fallaron en el desarrollo y aplicación de pasos.	Aplicaron todos los pasos, pero de forma desordenado.	Tienen que mejorar el orden y coherencia, al exponer.	
<b>Demuestran entusiasmo y dinamismo para comentar los resultados obtenidos del problema al grupo</b>	Al presentar el problema al grupo en general lo hace con entusiasmo	Demuestran entusiasmo, pero no generan ánimos de aprender.	No demuestran entusiasmo y seguridad al expresar sus resultados.	Demuestran desinterés por presentar sus respuestas.	



Hoja de trabajo a aplicar en la segunda sesión  
Instituto Nacional de Yalagüina  
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua  
UNAN-Managua  
Farem-Estelí

Integrantes:

---

---

---

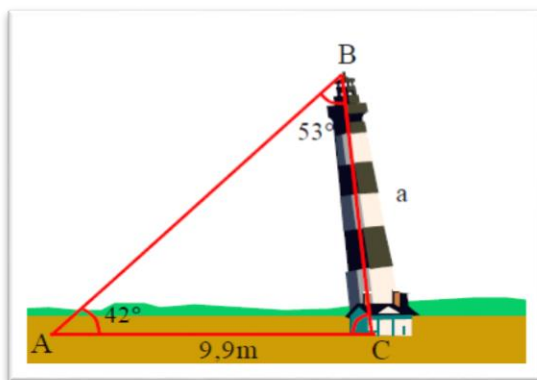
---

Grado: \_\_\_\_\_ Sección \_\_\_\_\_

Instrucciones:

Resuelva el siguiente problema recuerden aplicar los cuatro pasos del Método Polya.

- 1) Entender el problema
  - 2) Configurar un plan
  - 3) Ejecutar el plan
  - 4) Mirar hacia atrás
1. Halla la longitud del faro inclinado si se sabe que en el triángulo ABC que se observa el lado "b" mide 9.9 m, los ángulos A, B miden  $42^\circ$  y  $53^\circ$  respectivamente.



**Observación:** Del mismo modo se les dio a los demás equipos una hoja de trabajo con el mismo diseño agregando los demás problemas de la estrategia número dos.

## 10.6. Guion de entrevista a estudiantes



Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua

UNAN –MANAGUA

FAREM-Estelí

### Datos Generales:

Nombre del entrevistado: \_\_\_\_\_

Nombre del entrevistador: \_\_\_\_\_

Lugar y Fecha: \_\_\_\_\_ Hora de inicio \_\_\_\_\_ Final \_\_\_\_\_

Estimado estudiante nos dirigimos respetuosamente ante usted para solicitarle su colaboración, respondiendo las preguntas que se formulan en la siguiente entrevista, la cual constituye una herramienta para el trabajo de investigación titulado: Aplicación del método Polya, en la resolución de problemas matemáticos en el contenido “ley de los senos”.

1. ¿Su docente de matemática ha aplicado constantemente el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_ Algunas veces \_\_\_\_\_

2. Si el docente ha aplicado el Método Polya ¿qué cambios ha logrado percibir al momento de resolver problemas matemáticos aplicando este Método?

3. ¿Qué sugiere al docente de matemática sobre la aplicación del Método Polya en la resolución de problemas matemáticos?



## 10.7. Guion de entrevista a docentes



Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua

UNAN –MANAGUA

FAREM-Estelí

### Datos Generales:

Nombre del entrevistado: \_\_\_\_\_


Nombre del entrevistador: \_\_\_\_\_

Lugar y Fecha: \_\_\_\_\_ Hora de inicio \_\_\_\_\_ Final \_\_\_\_\_

Estimado docente nos dirigimos respetuosamente ante usted para solicitarle su colaboración, respondiendo las preguntas que se formulan en la siguiente entrevista, la cual constituye una herramienta para el trabajo de investigación titulado: Aplicación del método Polya, en la resolución de problemas matemáticos en el contenido “ley de los senos”.

1. ¿Aplica las estrategias didácticas basadas en el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos en los diferentes contenidos de esta asignatura?
  
2. Si usted ha aplicado las estrategias didácticas basadas en el Método Polya ¿cómo inciden en el aprendizaje de los estudiantes?
  
3. ¿Contribuirán las estrategias didácticas elaboradas a mejorar el aprendizaje de los estudiantes en la resolución de problemas?

## 10.8. Trabajos realizados por los estudiantes



Instituto Nacional de Yalagüina  
 Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua  
 UNAN-Managua  
 Farem-Estelí

5 pts  
10

Integrantes:

José	Andrés	López	Torres
Carlos	Alberto	Carrasco	Mairana
Nicol	Patricia	González	Rubiana
Janifer	Thalia	Uasquez	

Grado: Déimo Sección "C"

Instrucciones:

Resuelva el siguiente problema recuerden aplicar los cuatro pasos del Método Polya.

- Entender el problema
- Configurar un plan
- Ejecutar el plan
- Mirar hacia atrás

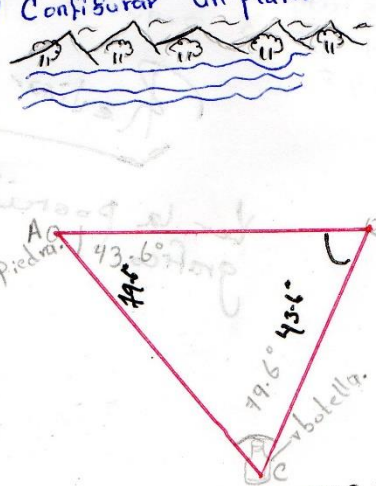
2. Dos piedras se encuentran a la orilla del río de Yalagüina a una distancia una de otra de 1.8 Km en los puntos A y B, y se encuentra una botella situada en un punto C. Si la piedra A mide un ángulo CAB igual a  $79.3^\circ$  y el que está en B mide un ángulo CBA igual a  $43.6^\circ$ , ¿a qué distancia está la botella de la costa?

① Entender el problema.

- Habla de dos piedras y una botella en la orilla de un río de Yalagüina.
- Los tres objetos están separados por una determinada distancia.
- 1.8 km de distancia entre la piedra A y B.
- El ángulo CAB es de  $79.3^\circ$ .
- El ángulo CBA es de  $43.6^\circ$ .
- ¿A qué distancia está la botella de la costa?

Exigente

② Configurar un plan.

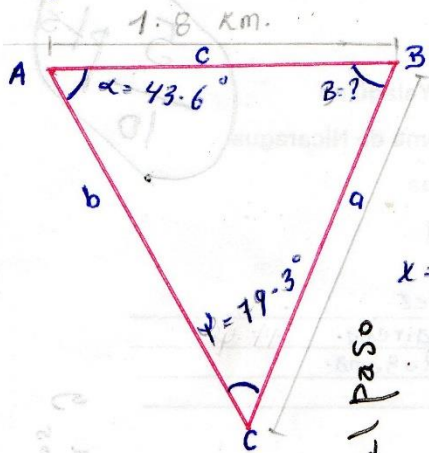


Colocó mal los ángulos

Se aplicará el teorema  $a + B + \gamma = 180^\circ$   
 Se aplicará el teorema  $\frac{a}{\sin A} = \frac{B}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Leer bien el problema y ver la posición de los ángulos

③ Ejecutar el plan.



$c = 1.8 \text{ km}$   
 $\alpha = 43.6^\circ$   
 $\gamma = 79.3^\circ$   
 $a = ? \text{ km}$

Revisar al paso anterior

• Hallar el ángulo B  
 $\alpha + B + \gamma = 180^\circ$   
 $43.6^\circ + B + 79.3^\circ = 180^\circ$   
 $B + 122.9^\circ = 180^\circ \rightarrow B = 180^\circ - 122.9^\circ$   
 $B = 57.1^\circ$

• Aplicar el teorema del seno  
 Para encontrar la distancia de la costa del río a la botella.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{a}{\sin 43.6^\circ} = \frac{c}{\sin 79.3^\circ} = \frac{1.8 \text{ km}}{\sin 79.3^\circ}$$

$$a = \frac{(\sin 79.3^\circ) \cdot (1.8 \text{ km})}{\sin 43.6^\circ}$$

$$a = \frac{(\sin 43.6^\circ) \cdot (1.8 \text{ km})}{\sin 79.3^\circ} = \frac{(0.6916) \cdot (1.8)}{0.9826}$$

$$a = \frac{1.2449 \text{ km}}{0.9826} \Rightarrow a = 1.3 \text{ km}$$

④ Mirar hacia atrás.

$a = 1.3 \text{ km}$  es la distancia que existe entre la costa y la botella. Significa que la distancia entre la costa y la botella es más pequeña que la de las piedras A y B.

Revisar el segundo paso

Ver la posición de los ángulos en el gráfico.

Buen procedimiento, pero gráfico mal, el problema, cambio la posición de los ángulos

posición de los ángulos





Hoja de trabajo  
Instituto Nacional de Yalagüina  
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua  
UNAN-Managua  
Farem-Estelí

10 pts  
Excelente

Integrantes:  
• Jardir Hernan Cruz olivas  
• Anielka Isayana Martinez Cruz  
• Francisco Maudiel Martinez O.  
• Cintia Nicole olivas Rodriguez.  
Grado: Quinto Sección "B"

Instrucciones:

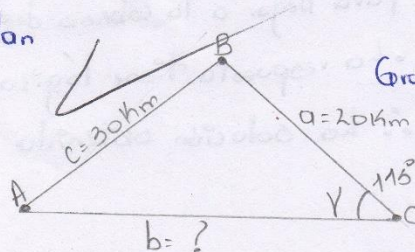
Resuelva el siguiente problema recuerden aplicar los cuatro pasos del Método Polya.

- 1) Entender el problema
- 2) Configurar un plan
- 3) Ejecutar el plan
- 4) Mirar hacia atrás

7. Dos campesinos de la zona rural del municipio de Yalagüina viven en lugares diferentes A y B que distan entre sí 30 km y decidieron viajar juntos desde A a la cabecera de su departamento (C) "Somoto", que está situada a 20 kilómetros de B. El ángulo BCA es de  $115^\circ$ , ¿Cuántos kilómetros desde A deberán recorrer los campesinos para llegar a su destino?

- 1) Entender el problema.
- \* Dos campesinos
  - \* Viven en lugares diferentes A y B, que están a una distancia de 30 km
  - \* Deciden viajar juntos desde el "A" a un punto "C"
  - \* El punto "C" está situado a 20 km de B.
  - \* En "C" se forma un ángulo de  $115^\circ$
- ¿Cuántos km desde A deberán recorrer los campesinos para llegar a su destino.

2) Configurar un plan



3) Graficar el problema.

Buscar un teorema

\* Conozco dos lados y un ángulo (ya que se me forma un triángulo)

\* Automáticamente debo aplicar la ley de los Senos

$$\frac{a}{\text{Sen}\alpha} = \frac{b}{\text{Sen}\beta} = \frac{c}{\text{Sen}\gamma}$$

\* Pero como necesito hallar  $b$  y conozco dos lados  $a$  y  $c$ , con el ángulo  $\gamma$ , puedo aplicar la relación 143 para hallar  $\alpha$

$$\frac{a}{\text{Sen}\alpha} = \frac{c}{\text{Sen}\gamma}$$

Posteriormente aplicar el teorema de los ángulos internos

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Y por último la relación 142

$$\frac{a}{\text{Sen}\alpha} = \frac{b}{\text{Sen}\beta}$$

3) Ejecutar el plan.

Si  $a = 20\text{km}$ ,  $c = 30\text{km}$  y  $\gamma = 115^\circ$ .

$$\frac{a}{\text{Sen}\alpha} = \frac{c}{\text{Sen}\gamma}$$

$$20\text{km} = 30\text{km}$$

$$\text{Sen}\alpha \times \text{Sen}115^\circ$$

$$18.13\text{km} = 30(\text{Sen}\alpha)$$

$$\text{Sen}\alpha = \frac{18.13\text{km}}{30\text{km}}$$

$$\text{Sen}\alpha = 0.6042\text{km}$$

$$\alpha = \text{Sen}^{-1}(0.6042\text{km})$$

$$\alpha = 37.17^\circ$$

Hallar  $b$  aplicando relación 142.

$$\frac{a}{\text{Sen}\alpha} = \frac{b}{\text{Sen}\beta}$$

$$\frac{20\text{km}}{\text{Sen}37.17^\circ} = \frac{b}{\text{Sen}27.83^\circ}$$

$$9.34\text{km} = b(\text{Sen}37.17^\circ)$$

$$b = \frac{9.34\text{km}}{\text{Sen}37.17^\circ}$$

$$b = 15.45\text{km}$$

Aplicando el teorema de los ángulos internos.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$37.17^\circ + \beta + 115^\circ = 180^\circ$$

$$152.17^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 152.17^\circ$$

$$\beta = 27.83^\circ$$

4) Mirar hacia atrás.

R//: Las campesinas deben recorrer 15.45km para llegar a la cabecera departamental Somoto.

• La respuesta tiene lógica


∴ la solución obtenida es correcta.



10.9. Hoja de rendimiento académico brindada por la secretaria del centro de las secciones “B” y “C”



Gobierno de Reconciliación  
y Unidad Nacional  
*El Pueblo, Presidente!*  
NICARAGUA TRIUNFA!



2016  
*Vamos Adelante!*  
EN BUENA ESPERANZA,  
EN VICTORIAS!


**INSTITUTO NACIONAL DE YALAGÜINA**  
Costado suroeste Estadio Municipal “Padre Santiago Aquirre”  
**YALAGÜINA – MADRIZ**

RENDIMIENTO ACADEMICO DEL I BIMESTRE/ I SEMESTRE 2016 DE 10MO GRADO SECCION B 59%

RENDIMIENTO ACADEMICO DEL I BIMESTRE/ I SEMESTRE 2016 DE 10MO GRADO SECCION C 59%



Lic. Verajay del Carmen Pérez Rosales.  
Directora del poder ciudadano para la Educación I.N.Y.  
Celular: 86530969



**CRISTIANA, SOCIALISTA, SOLIDARIA!**

## 10.10. Constancia brindada por la docente de acuerdo a lo observado en las sesiones de clases aplicadas

Yalagüina 26 de septiembre del 2016

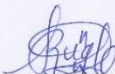
### CONSTANCIA

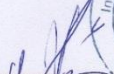
A quien concierne

Reciba mis más cordiales saludos

Mi persona; Licda. Piedad del socorro Rugama Castellón, expreso a través de la presente que los jóvenes Donald Ariel Hernández Muñoz y Norman Rafael López desempeñaron sus prácticas en la disciplina de Matemática en décimo grado en el Instituto Nacional Yalaguina; abordando la solución de problemas con la ley del seno, la ley del coseno, los sistemas de ecuación lineales con tres variables, aplicando con énfasis el Método del Polya; con el cual los estudiantes fortalecieron sus habilidades y destrezas, dado que lo abordó con eficiencia y científicidad, obteniendo muy buenos resultados académicos. Sin más a que referirme me despido deseando éxito en sus labores.

Dado en Yalagüina a los 26 de septiembre 2016

  
Licda. Piedad Rugama Castellón  
Docente de Matemática

  
Lic. Veranay del Carmen Pérez Rosales  
Directora del Centro INY.





**10.11. Fotos de las sesiones aplicadas en el décimo grado  
“B” y “C”**



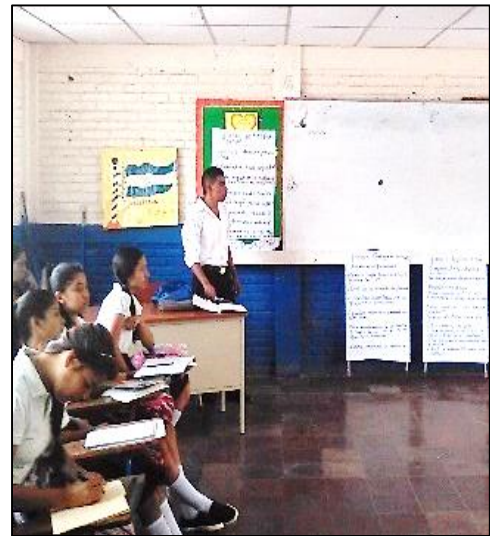
**Estudiantes llenando la entrevista**



**Investigador entregando tarjetas**



**Estudiante respondiendo pregunta  
pegada en la chimbomba**



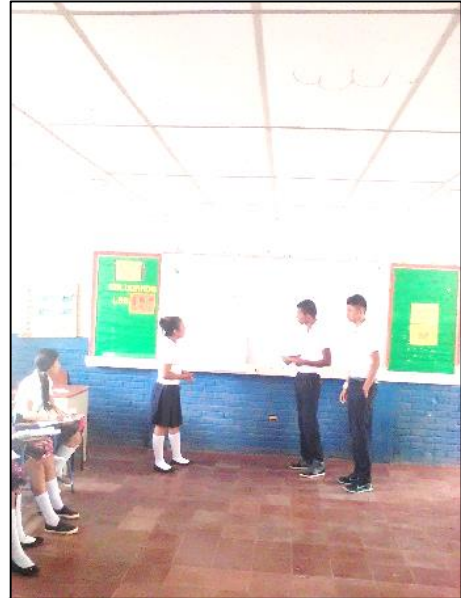
**Investigador estableciendo los  
pasos del Método Polya**







**Estudiantes en equipo  
resolviendo problemas**



**Estudiantes en plenario  
compartiendo los problemas  
resueltos.**