

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA**

**FAREM-MATAGALPA**



**SEMINARIO DE GRADUACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADO  
EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN ESPECIAL EN FÍSICA  
MATEMÁTICA**

**TEMA GENERAL**

**Estrategias didácticas que implementan los docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, departamento de Matagalpa, segundo semestre, 2016.**

**SUBTEMA**

**Estrategias de aprendizaje para tratar errores del libro de texto de Matemática, noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.**

**AUTORES**

**Br. Axel Antonio Lúquez Zeledón**

**Br. Dicson Antonio Méndez López**

**TUTOR**

**Msc. Rudys Martínez**

Matagalpa, febrero, 2017



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA, MANAGUA**

**FAREM-MATAGALPA**



**SEMINARIO DE GRADUACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADO  
EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN ESPECIAL EN FÍSICA  
MATEMÁTICA**

**TEMA GENERAL**

**Estrategias didácticas que implementan los docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, departamento de Matagalpa, segundo semestre, 2016.**

**SUBTEMA**

**Estrategias de aprendizaje para tratar los errores del libro de texto de Matemática de noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.**

**AUTORES**

**Br. Axel Antonio Lúquez Zeledón**

**Br. Dicson Antonio Méndez López**

**TUTOR**

**Msc. Rudys Martínez**

Matagalpa, febrero, 2017

## **Tema general**

Estrategias didácticas que implementan los docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, departamento de Matagalpa, segundo semestre, 2016.

## **Subtema**

Estrategias de aprendizaje para tratar errores del libro de texto de Matemática, noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.

# Índice

Dedicatoria .....	i
Agradecimiento .....	ii
Valoración del tutor .....	iii
I. Resumen .....	iv
II. Introducción.....	1
III. Justificación.....	3
IV. Objetivo.....	5
Objetivo General .....	5
Objetivos específicos .....	5
V. Desarrollo.....	6
5.1. Estrategias de Aprendizaje .....	6
5.1.1 Concepto de aprendizaje .....	11
5.1.2 Teorías del aprendizaje .....	13
5.1.2.1 Teoría Conductista.....	13
5.1.2.2 Teoría Cognitivista .....	14
5.1.2.3 Aprendizaje por descubrimiento.....	14
5.1.2.4 Aprendizaje significativo .....	15
5.1.3 Tipos de aprendizaje Matemático .....	15
5.1.3.1 Memorización simple .....	17
5.1.3.2 Aprendizaje algorítmico .....	18
5.1.3.3 Aprendizaje de conceptos.....	20
5.1.3.4 Resolución de problemas .....	23
5.2 Libros de texto.....	27
5.2.1 Concepto .....	27
5.2.2 Importancia de los Libros de texto .....	28
5.2.3 Errores en los libros de matemática.....	32
5.2.3.1 Tipos de errores en los libros de texto .....	35
5.2.3.2 Posibles efectos en el estudiante de los errores en los libros de texto.....	40

5.2.6 La transposición didáctica.....	41
5.2.7 Manejo de los errores que se encuentran en el libro de texto .....	42
5.3 Libro de texto oficial de Matemática.....	45
5.3.1 Características .....	45
5.3.2 Errores en el libro de texto.....	51
5.3.2.1 Errores de edición.....	51
5.3.2.2 Error de ambigüedad .....	63
5.3.2.3 Error de simbología y metodología .....	68
5.3.2.4 Error de planteamientos de problemas y ejercicios .....	69
5.3.2.5 Errores conceptuales .....	78
Propuesta de estrategias para tratar los errores en el libro de texto .....	91
Conclusiones.....	98
Referencias .....	100
ANEXOS	

## **Dedicatoria**

Este trabajo está dedicado a Dios por concedernos la salud, el conocimiento, el apoyo económico y todo lo necesario para concluirlo, Dios siempre ha sido el inicio y el final de todas las reflexiones, Él es el inicio, el desarrollo y el final de toda obra que empiecen los seres humanos.

A Jeckson Lúquez Zeledón y Huberth Méndez López, nuestros hermanos y compañeros inseparables. Ellos han sido nuestra fuente de inspiración en cada momento de nuestra vida.

## **Agradecimiento**

Al concluir esta investigación queremos agradecer a todas las personas que de una u otra manera ha ayudado a terminarla especialmente:

A nuestras familias por su apoyo incondicional, por animarnos siempre en los momentos difíciles y acompañarnos en todos los momentos en los que nos acompañaron y sobre todo por decirnos las palabras que necesitábamos escuchar y por no decir las palabras que no necesitábamos que nos dijeran: Ana María López, Luz Marina Zeledón, Efraín Méndez, Carlos Lúquez, Huberth Méndez, Jeckson Lúquez y Boanerges Méndez.

A los dos tutores que colaboraron en esta investigación: Mercedes Mendoza y Rudy Martínez los cuáles criticaron este trabajo de manera constructiva, si bien estas críticas nos hicieron enojar en su momento, pero sabemos que fortalecieron este trabajo y nos obligaron a ver las diferentes perspectivas del tema. A la Profesora Sulbrith Zeledón Arauz por tener la paciencia para examinar cada uno de los errores del texto y ser la que vio el primer manuscrito, así como prestar su tiempo para revisar cuidadosamente el libro de texto.

A nuestros profesores de Física: Víctor Zelaya, Henry Muñoz, Nesly Laguna y Juana Cerda.

A nuestras profesoras de Matemática: Mayling Zamora y Mariela Palma.

A mis amigos Erick, Glenda, Harol, Heid y Laura, Alexis y especialmente al Lic. Marvin Martínez y Reyneris Ortega.

A la UNAN por ayudarnos siempre, nunca una Institución nos ha tratado tan bien.

Al Instituto Sor Oliva Lombardi y al personal, al docente de matemática que nos atendió amablemente y al director por su colaboración.

## Valoración del tutor

Matagalpa, 25 de Enero 2017

### CARTA DE APROBACIÓN

Por la presente se deja constancia de que el Seminario de Graduación, para optar al título de Licenciatura en Física - Matemática y que lleva por tema General: **“Estrategias Didácticas que implementan los docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2016”**.

**Subtema:**

**“Estrategias de aprendizaje para tratar errores del libro de texto de matemáticas, noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Rio Blanco, Matagalpa, Segundo semestre, 2016”**.

**Autores:**

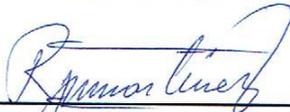
Br. Dicson Antonio Méndez López

Br. Axel Antonio Lúquez Zeledón

Reúne los requisitos básicos metodológicos y científicos para ser presentado en el acto de predefensa y defensa.

La investigación realizada representa un acercamiento al problema de investigación, por lo que todavía se podría continuar profundizando en su estudio con el propósito de contribuir a una mejor calidad educativa en el estudiado.

**ATENTAMENTE**



---

**MSc. Rudys de Jesús Martínez**

**Tutor**

## I. Resumen

Este trabajo investiga las estrategias de aprendizaje para tratar los errores del libro de texto de Matemática de noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.

El objetivo general del trabajo es analizar las estrategias para el tratamiento didáctico de los errores que se encuentran en el libro de texto actualizado de noveno grado.

La investigación es cuantitativa, descriptiva, no experimental, se usó el método teórico-científico, se tomó una muestra de 30 estudiantes y un docente, obtenida por muestreo probabilístico proporcional de tamaño dado por la ecuación 
$$n = \frac{N}{(N-1)\frac{B^2}{4} + 1}$$
 donde N representa el tamaño de la población, la cual era

de 40 estudiantes divididas en dos secciones, p y q son las posibilidades de acierto y desacierto y  $p=q=0.5$ , y el error de 9.5%, la información se recolectó mediante las técnicas: guía de investigación, entrevista al docente y encuesta a los estudiantes, las variables a investigar son las estrategias de aprendizaje de la Matemática y los errores del libro de texto de Matemática de noveno grado.

En el libro de texto analizado se encuentran 32 errores, el libro tiene aspectos positivos como el uso del color, la presencia de historia de la Matemática y retos matemáticos. Las estrategias usadas por el docente para tratar los errores que presenta el libro son la lectura y el análisis del libro con el fin de identificar los errores y plantear soluciones correctas.

Palabras Claves:

Estrategias de aprendizaje

Errores

Libros de texto

## II. Introducción

Actualmente toda la enseñanza de la Matemática se sustenta en las estrategias, éstas son un colaborador esencial tanto para el docente como para el estudiante, y es importante llevar a cabo un estudio sobre las estrategias, por lo tanto el tema general es “Estrategias didácticas que implementan los docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, departamento de Matagalpa, segundo semestre, 2016.”

La entrega de los libros de texto a la población estudiantil de Nicaragua, de la asignatura de Matemática, es una iniciativa con el fin de mejorar la calidad de la enseñanza en Nicaragua. El uso del libro de texto es importante, y se debe estudiar de manera crítica especialmente si presenta algunos errores, por lo tanto el tema de esta investigación es “Estrategias de aprendizaje para tratar los errores del libro de texto de Matemática de noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.”

En la UNAN-Managua (Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-Managua) no se encuentran investigaciones que hayan trabajado un tema semejante, en Internet solo se encontró un trabajo el cuál es “Yerra el niño o yerra el libro de texto”, de Fernández, Caballero y Fernández (2012); en este trabajo se encuentra la única clasificación disponible de los errores y sus posibles implicaciones en el aprendizaje de los estudiantes.

La investigación se centró en analizar las estrategias de aprendizaje que se pueden usar para tratar didácticamente los errores que presenta el libro de texto de manera que se puedan usar para producir un aprendizaje significativo en los estudiantes; se realizó en el municipio de Río Blanco, del departamento de Matagalpa, Nicaragua, en el Instituto Sor Oliva Lombardi, en las secciones de noveno grado en el segundo semestre del año 2016.

El objetivo general de la investigación es analizar las estrategias para tratar los errores en el libro de texto en el Instituto Sor Oliva Lombardi, Río Blanco,

Matagalpa. El cual está dividido en cuatro objetivos específicos: identificar los errores que tiene el libro, describir el aprendizaje de la Matemática de los estudiantes utilizando el libro de texto, determinar las estrategias utilizadas mediante el libro de texto y proponer algunas de éstas para minimizar el impacto de los errores en los estudiantes.

El presente trabajo tiene un enfoque cuantitativo por el uso de estadísticas para el procesamiento de la información. Es de tipo descriptivo porque se analizó la situación escolar actual y el texto de Matemática con el fin de describir lo que se observó. La población estudiada comprendía los estudiantes de dos secciones para un total de 40 estudiantes y un docente y se tomó una muestra de 30 estudiantes y un docente.

Para cumplir los objetivos de la investigación primero se analizó de forma detallada el libro de texto de Matemática de noveno grado para elaborar una conclusión sobre los aspectos que pudieren facilitar o dificultar el aprendizaje de la Matemática, haciendo mención de las características que éste tiene y que según los antecedentes teóricos encontrados debería tener un libro de texto y que podrían ser necesarios para el aprendizaje de los estudiantes; también se presentan procedimientos correctos para minimizar el impacto de los errores que tiene el texto haciendo uso de bibliografía especializada, y se observó el aula de noveno grado seleccionado, mediante guías de observación debidamente preparadas para ello. Luego se aplicó una encuesta a los estudiantes y se entrevistó al docente con el fin de recabar la información necesaria para describir el aprendizaje de la Matemática utilizando los libros de texto; la cual fue procesada mediante el editor de texto Word y el programa informático Excel.

### **III. Justificación**

La investigación aborda el tema “Estrategias de aprendizaje para tratar los errores que tiene el libro de texto nacional de noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016,” tiene como propósito analizar las estrategias de aprendizaje para el tratamiento de los errores en el libro de texto de noveno grado. En el cual se identifican algunos de éstos y se describe el aprendizaje de los estudiantes utilizando los libros, además propone algunas estrategias adecuadas y al nivel de estudiante para disminuir su impacto.

Los errores en los libros de texto son un tema de frecuente discusión entre los estudiantes que produce confusión y conflictos cognitivos entre estos, porque se tendrá que decidir si lo lógico es real, si lo que dicen otros libros es real o el texto que están usando los estudiantes es el correcto, además los profesores pueden estar enseñando conceptos equivocados. Los errores tienen un crecimiento exponencial si se enseña de la misma manera en todo el país, la mayoría de estudiantes del país pueden equivocarse en el mismo aspecto porque todos usan el mismo texto, además el estudiante presentará el mismo error a lo largo de su carrera profesional si nadie le hace ver que está equivocado. Por las razones expuestas anteriormente surge la necesidad de identificar los errores que presentan los libros y relacionarlos con los conflictos cognitivos que surgen en estudiantes y profesores, que podrían generar problemas de aprendizaje en los estudiantes.

Los profesores, directores, asesores pedagógicos, padres de familia, los estudiantes y la sociedad en general se beneficiarán de ésta investigación porque si los libros presentan errores los estudiantes tendrán dificultades para entender los contenidos que se imparten en la asignatura de Matemática que se presentan en cursos siguientes como décimo, undécimo grado o en la universidad, además los estudiantes pueden desarrollar fobia a la Matemática, también el conocimiento puede ser desorganizado, confuso y no significativo. Los directores y asesores pedagógicos se enfrentarán a rendimiento académico bajos, los profesores y

estudiantes a contradicciones entre ellos y los libros si el problema continúa. Tan solo encontrar los errores en el libro de texto e indicar la página del libro es una herramienta valiosa en las manos de los docentes y estudiantes, pero mucho más importante es tener un pequeño documento donde aparezcan los errores con sus soluciones adecuadas y alternativas correctas. Este documento puede servir como un complemento al texto y debería estar al alcance de los estudiantes y docentes que tengan un libro de texto de Matemática de noveno grado.

Se logró comprobar la existencia de errores en el texto y se proponen correcciones a los conceptos, procedimientos y ejercicios equivocados en estos libros de matemática de noveno grado en el Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi usando otras bibliografías especializados en dichos contenidos, además presenta algunas estrategias de aprendizaje que permitan minimizar los errores que tiene este libro. Esta investigación contribuirá a mejorar la calidad de la educación y a formar profesionales capaces y con un sentido crítico que beneficiará a la sociedad.

## **IV. Objetivo**

### **Objetivo General**

Analizar las estrategias de aprendizaje para el tratamiento didáctico de los errores en el libro de texto de Matemática de noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.

### **Objetivos específicos**

1. Identificar los errores existentes en el libro de texto nacional de Matemática, noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.
2. Describir el aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de Matemática utilizando el libro de texto nacional de noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.
3. Determinar las estrategias de aprendizaje de la Matemática utilizada cuando aparece un error en el libro de texto nacional de noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.
4. Proponer estrategias que minimicen el impacto del error haciendo uso de bibliografía especializada en los contenidos para corregir los procedimientos incorrectos que presenta el libro de texto de Matemática en noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, Río Blanco, Matagalpa, segundo semestre, 2016.

## **V. Desarrollo**

### **5.1. Estrategias de Aprendizaje**

“En general las estrategias de enseñanza se conciben como los procedimientos utilizados por el docente para promover aprendizajes significativos, implican actividades conscientes y orientadas a un fin” (Parra, 2003). Las estrategias de enseñanza son los diferentes modelos, procedimientos adecuados que se utilizan para mejorar la enseñanza y también debe depender del nivel del discente en la cual se encuentra para que el aprendizaje sea más significativo. Esto conlleva a una mejor calidad de aprendizaje, buen rendimiento académico.

“Las estrategias de aprendizaje por su parte, constituyen actividades conscientes e intencionales que guían las acciones a seguir para alcanzar determinadas metas de aprendizaje por parte del estudiante” (Parra, 2003). Las estrategias de aprendizaje son procedimientos que se aplican de un modo intencional y deliberado de una tarea y que no pueden reducirse a rutinas automatizadas, es decir son más que simples secuencias de habilidades. El uso de material didáctico como el libro de texto es una estrategia de aprendizaje excelente la cual lleva al estudiante a ser autodidacta, a desarrollar sus habilidades de lectura, ejercitación y análisis, con el cuál aprenderá algunos conocimientos de la asignatura ya sea por descubrimiento o por las diferentes actividades realizadas por el docente.

Las estrategias de aprendizaje “son procesos de toma de decisiones (conscientes e intencionales) en los cuales el alumno elige y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para cumplir una determinada demanda u objetivo” (Woolfolk, 2010). Según el concepto anterior la estrategia de aprendizaje es un proceso consiente y coordinado, esta coordinación puede ser llevada a cabo por el mismo estudiante o por un docente y el discente debe estar consiente, debe tener la disposición de aprender.

Características de las estrategias de aprendizaje según Parra (2003):

- Su aplicación no es automática si no controlada
- Implican un uso selectivo de los propios recursos y capacidades disponibles.
- Las estrategias están constituidas de otros elementos más simples, que son las técnicas de aprendizaje, las destrezas o habilidades.

Las estrategias de aprendizaje deben estar adecuadas al entorno, los materiales y según el nivel disponible del educando; debe de estar acompañada de diferentes técnicas, destrezas o habilidades que tanto el docente como el estudiante posean. Cuando se utilice el término estrategias de aprendizaje, el docente o el estudiante, deberán emplearlo como procedimientos flexibles y adaptativos (no como algoritmos rígidos) a distintas circunstancias de enseñanzas.

En Matemática se utilizan muchas estrategias de aprendizaje para introducir un tema, para realizar un ejercicio o problema dependiendo del nivel del educando. Una de las estrategias frecuentemente utilizadas es la lluvia de ideas, la cual es “una estrategia grupal que permite indagar u obtener información acerca de lo que un grupo conoce sobre un tema determinado. Es adecuada para generar ideas acerca de un tema específico o dar solución a un problema.” (Pimienta, 2012).

La lluvia de ideas es la que permite explorar los conocimientos, el nivel y los conocimientos previos de un grupo, en la cual lo lleva a enlazar esos conocimientos previos al tema o al ejercicio a plantear. Ejemplo de estrategia y los pasos que se pueden seguir según Pimienta (2012):

#### EJEMPLO

Si se está impartiendo el tema de ecuaciones lineales

- a) Se puede partir de una pregunta central o de una situación

Se puede mostrar un ejercicio (como  $2 = 4$ ) y preguntar al estudiante ¿qué es para usted una igualdad? ¿Qué entiende por ecuación? ¿Qué es una variable?

b) La participación puede ser oral o escrita por parte de los estudiantes.

El docente elige si hacer de manera oral o escrita la situación planteada

c) Se exponen las ideas

Luego los estudiantes exponen sus ideas sin profundizar en las justificaciones

d) Todas las expresiones son válidas.

Se deben respetar las opiniones de los estudiantes sin importar si la respuesta es correcta o incorrecta, todas tienen un valor.

e) El tiempo a plantear esta estrategia debe ser breve. No más de quince minutos.

f) Debe existir un moderador, quien debe anotar en el pizarrón las ideas expuestas y promover un ambiente de respeto, creatividad y relajación.

g) Las ideas se analizan, valoran y organizan según la pregunta central.

h) Se puede realizar conjuntamente el ejercicio planteado con las ideas planteadas.

i) Después de haber indagado en las ideas previas de los participantes, es conveniente realizar una síntesis de lo planteado.

En los centros de estudio el medio didáctico más usado después de la pizarra y el marcador es el libro de texto, y mediante las estrategias lectura y análisis. Según la encuesta realizada el 90% de los estudiantes leen el libro de texto en el aula de clase, esto fue confirmado con la guía de observación el uso de libro de texto a través del análisis de conceptos, definiciones y ejemplos es una estrategia de aprendizaje utilizada en el aula de clase. El docente afirma en la entrevista realizada que el uso del libro de texto en el aula de clase se da en tres fases: la lectura, el análisis y relación con la temática. El docente también afirma que otras estrategias utilizadas con el libro de texto son el autoestudio, trabajos

grupales y tareas; aunque solo el 33% de los estudiantes afirma que lee el libro de texto en su casa (Ver anexo 7).

Gráfico 1



La lectura y el análisis son dos estrategias importantes y según la observación son los más utilizados, se analizan algunos ejemplos del libro de texto en el pizarrón y se leen los conceptos importantes. Pero esto no significa que se lean o analicen todos, el docente selecciona los que considera más adecuados y los que se relacionen con la temática. El análisis de los libros debería terminar en un descubrimiento de los errores que este tiene, pero el docente no se enfrentó a ninguno de ellos. Aunque en el contenido que estaba enseñando (Introducción a las fracciones racionales) se trabajó en la página 142 del libro de texto, en esta página no existe ningún error, pero en la página 144 si se presenta uno.

**Ejemplo 3**

Hallar el mínimo común múltiplo de los polinomios

$$2x^2 - 9x - 5 \quad \text{y} \quad 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$$

Factoricemos primero los polinomios,

$$\begin{aligned} 2x^2 - 9x - 5 &= \frac{(2x)^2 - 9(2x) - 10}{2} = \frac{(2x-10)(2x+1)}{2} \\ &= \frac{2(x-5)(2x+1)}{2} = (x-5)(2x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2 &= 4x^3 + 4x^2 - 8x + x + 2 \\ &= (x+x-2) + (x+2) \\ &= (x-1)(x+2) + (x+2) \\ &= (x+2)[4x(x-1)+1] \\ &= (x+2)[4x^2 - 4x + 1] \\ &= (x+2)(2x+1)^2 \end{aligned}$$

Fuente: (Pérez, 2015, p. 144).

Este error fue catalogado como un error de edición, pero esto prueba que un error de edición es igual de serio que un error conceptual y puede ocasionar el mismo daño en la comprensión de los estudiantes que un error de cualquier otro tipo, para no presentar la respuesta correcta dos veces se orienta consultar la sección de los errores en el libro de texto de Pérez (2015), errores de edición, el número 8. El docente omitió este ejemplo en sus clases y no hizo ninguna mención del error.

Algunos tipos de estrategias de aprendizaje son según Campos (2000):

- Resolución de problemas: la cual incluye plantear y resolver problemas por parte de los estudiantes.
- Uso de gráficos: por ejemplo el diagrama de Venn-Euler, los gráficos de barras, circulares, de puntos, polígono de frecuencia y otros.

- Estrategias para organizar información: por ejemplo, el resumen, el subrayado, cuadro sinóptico, diagrama de árbol, mapas y redes conceptuales, mapa cognitivo de algoritmo, lectura de libros.
- Estrategias para explorar conocimientos previos: éstas incluye la uve de Gowin, explorando la Wed, el mapa cognitivo de aspectos comunes, RA-R-RP (Respuesta anterior, pregunta, respuesta posterior), analogías, metáfora.

Según la observación y la encuesta realizada, los estudiantes usan las estrategias de: resumen, realización de diagramas, resolver problemas, lectura y análisis de libros de Matemática.

### **5.1.1 Concepto de aprendizaje**

Se puede definir el aprendizaje como “un cambio relativamente permanente de la conducta que cabe explicar en términos de experiencia o práctica” (Microsoft Encarta, 2009). Para otros el aprendizaje es “un proceso mediante el cual la experiencia genera un cambio permanente en el conocimiento o la conducta (Woolfolk, 2010). Para que se considere aprendizaje, debe ocurrir un cambio en la conducta, en esto coinciden los autores citados, este cambio debería ocurrir mediante la experiencia: por la interacción de una persona con su entorno.

La educación tiene planteadas exigencias múltiples, crecientes, complejas. Se requiere transmitir masiva y eficazmente, un volumen cada vez mayor de conocimientos, que genera y requiere la sociedad cognitiva. Se exige ofrecer criterios y orientaciones para no perderse entre cantidades de informaciones, más o menos superficiales, que invaden los espacios públicos y privados. Se necesitan valores, objetivos y metas que guíen y mantengan el rumbo en proyectos de desarrollo personal e inclusión social.

El aprendizaje de la Matemática tiene lugar en el sujeto y después se manifiesta con frecuencias en conductas observables. No se puede observar directamente cuándo y cómo se aprende algo, pero sí apreciar nuestra conducta manifestada durante el proceso de aprendizaje. La conducta observable de un estudiante a quien se le entregue un folio con divisiones incluirá por lo general, la escritura de números el trazado de líneas y símbolos, el borrado de anotaciones y posiblemente el uso de muletas como pueden ser los “dedos”.

Definir el Aprendizaje no ha sido tarea fácil, por lo que existen gran cantidad de conceptos, tantos como teorías que lo explican. Para poder entender los tipos de aprendizaje es necesario explorar las diferentes teorías planteadas por los grandes psicólogos. Se puede decir de forma resumida, que el aprendizaje es un proceso de adquisición de una disposición, relativamente duradera, para cambiar la percepción o la conducta como resultado de una experiencia.

Las diversas teorías ayudan a comprender, predecir e incorporar nuevos conocimientos y controlar el comportamiento humano, elaborando a su vez estrategias de aprendizaje y tratando de explicar cómo los sujetos acceden al conocimiento. Su objeto de estudio se centra en la adquisición de destrezas y habilidades en el razonamiento y en la adquisición de conceptos.

Las estrategias (especialmente aquellas en las que se usa el libro de texto) sirven para generar un aprendizaje y facilitan la adquisición del conocimiento. Según la encuesta aplicada el 90% de los estudiantes dice que es más fácil aprender si se usa el libro de texto que facilita el MINED (Ministerio de Educación), lo cual hace al libro de texto un material de vital importancia en el aula de clase porque facilita la adquisición de nuevos conocimientos. Aunque el docente plantea que el uso de libro de texto no proporciona necesariamente un aprendizaje significativo en todos los estudiantes, pero ayuda a despertar el interés y a recordar conocimientos previos (ver anexo 5). El aprendizaje significativo es algo muy importante, pero en el intervienen una gran cantidad de factores que pueden

producirlos, como es la disposición del alumno para asimilar los contenidos, si el estudiante no quiere aprender no hay manera de ayudarlo a tener un aprendizaje significativo. Es decir el libro y las estrategias no son lo único que podrá ayudar a aprender significativamente, intervienen una gran cantidad de variables que producirán un aprendizaje significativo o no en el estudiante.

## **5.1.2 Teorías del aprendizaje**

### **5.1.2.1 Teoría Conductista**

El conductismo parte de una concepción empirista del conocimiento, su mecanismo central del aprendizaje es el asociacionismo, se basa en los estudios del aprendizaje mediante condicionamiento (la secuencia básica es la de estímulo-respuesta) y considera innecesario el estudio de los procesos mentales superiores para la comprensión de la conducta humana (Sarmiento, 2007). En el conductismo, el aprendizaje es considerado un estímulo respuesta, el individuo aprende a ver la realidad a través de los sentidos, pero el estudiante es considerado como un ser pasivo, en donde solo reaccionan estímulos medioambientales. Este aprendizaje de la Matemática es incapaz de explicar cómo el ser humano adquiere información y formar su estructura cognitiva

La conexión entre el estímulo (E) y la respuesta (R), muestra que “el aprendizaje es resultado de un acondicionamiento clásico, es decir, formar nuevas conexiones E-R a través del mismo condicionamiento” (Sarmiento, 2007). La forma más simple de condicionamiento clásico recuerda lo que Aristóteles llamaría la ley de contigüidad. Cuando dos o más eventos ocurren al mismo tiempo entonces la mente conectará los dos sucesos y cuando ocurra uno la mente pensará en el otro suceso. A pesar de que la ley de la contigüidad es uno de los axiomas primordiales de la teoría del condicionamiento clásico, la explicación al fenómeno dada por estos teóricos difiere radicalmente de la expuesta por Aristóteles, ya que ponen especial énfasis en no hacer alusión alguna a conceptos como "mente" (Microsoft Encarta, 2009). Esto es, todos

aquellos conceptos no medibles, cuantificables y directamente observables. El aprendizaje de la Matemática sería imposible si solo se aprendiera mediante el modelo conductista porque al aprender matemática se necesita memorizar conceptos, definiciones, algoritmos, propiedades entre otros.

### **5.1.2.2 Teoría Cognitivista**

En la tradición asociacionista las ideas se enlazan y para aprender una nueva idea se requiere contigüidad de las impresiones sensoriales (combinación de ideas sencillas para formar la nueva idea) y repetición. Esto fue cambiando a medida que se sucedían adelantos en la psicología del aprendizaje, por ejemplo, la asociación, (Sarmiento, 2007). El cognitismo del aprendizaje se realiza mediante la relación de diversos aspectos registrados en la memoria, independientemente que hayan ocurrido en tiempos y espacios distintos, pueden hacerse converger para producir un nuevo conocimiento producto de la razón, y de la lógica. Esta teoría establece que el aprendiz construye sus conocimientos en etapas, mediante una reestructuración de esquemas mentales; para aprender Matemática se necesita de conocimientos previos, trata de unir el nuevo conocimiento con la estructura cognitiva de los conocimientos ya antes adquiridos ¿pero cómo sería si el estudiante tiene un aprendizaje erróneo de conceptos y algoritmos? Este tendría un gran problema de enlazar el contenido nuevo lo que lo llevaría tal vez a bloquearse.

### **5.1.2.3 Aprendizaje por descubrimiento**

En el aprendizaje por descubrimiento “lo que va a ser aprendido no se da en su forma final sino que debe ser construido por el estudiante, al seguir o no un modelo, antes de ser aprendido e incorporado significativamente en su estructura cognitiva” (Sarmiento, 2007), de lo anterior se deduce la Matemática no solo se trata que el estudiante descubra por sí mismo la respuesta correcta de un

problema o un ejercicio sino que para poder descubrir la solución de un problema se debe tener un modelo o un procedimiento de cómo resolverlo, por ejemplo, puede ser difícil resolver un sistema de ecuaciones lineales si no se tiene conocimiento de que es una ecuación y sus propiedades, entonces para poder resolver un sistema de ecuaciones lineales se necesita tener conocimientos previos para poder descubrir cómo resolver otro problema que sea significativo para el estudiante.

#### **5.1.2.4 Aprendizaje significativo**

En la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, se presupone la disposición del estudiante a relacionar “el nuevo material con su estructura cognoscitiva en forma no arbitraria” (Sarmiento, 2007). Es decir, las ideas se relacionan con algún aspecto existente en la estructura cognoscitiva del estudiante, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición.

Los ejercicios y problemas de Matemática el estudiante lo aprendería significativamente si dichos problemas o ejercicios tienen significado en la vida real, si el estudiante relaciona ésta y se da cuenta del gran significado que tiene para la ciencia o la sociedad, el estudiante no solo debe memorizar, sino que debe estructurar, relacionar, comprender y reforzar dichas actividades que está realizando.

#### **5.1.3 Tipos de aprendizaje Matemático**

La Matemática constituye un lenguaje formal, una ciencia no acabada que favorece una visión de la realidad objetiva y que requiere del aprendizaje el desarrollo de un “pensamiento abstracto y de la comprensión de las ideas

abstractas” (Sarmiento, 2007). “Hacer matemáticas es sinónimo de construir matemáticas, un proceso que demanda del aprendiz una actitud positiva para la resolución de problemas, una capacidad para admitir que puede recorrer caminos equivocados o inconvenientes, una disposición para rectificar o reformular las respuestas, una consciencia” (Sarmiento, 2007).

La Matemática no solo se trata de hacerla, también se necesita una actitud de querer y emprender el entusiasmo de construirla, comprenderla y aplicarla a nuestro entorno. “En suma de que hacer matemática significa crear y destruir, que las matemáticas no es una ciencia terminada en la que sólo hay cabida para la verdad o falsedad” (Sarmiento, 2007). Con la Matemática y el dominio de ella se puede construir conceptos, demostrar teoremas y hacer verdadera el significado de ella mediante la lógica y la demostración de resultados, también se puede destruir con ella demostrando que dicho concepto está mal empleado con el dominio de ésta. Se puede destruir un conocimiento mal empleado de otro mediante el dominio y la demostración correcta.

Para ello se cuenta con el sistema simbólico, para facilitar el proceso de aprendizaje significativo de los estudiantes, con materiales y recursos didácticos que permitan abstraer modelos que permitan explicar los fenómenos de la realidad y con la misma lógica. La Matemática está compuesta por innumerables símbolos, palabras, propiedades, relaciones, fórmulas, entre otros; muchos de los cuales no están asociados a algún conocimiento previo o no representan un hecho significativo para el estudiante.

Según Sarmiento (2007), existen cuatro tipos de aprendizaje matemático: memorización simple, aprendizaje algorítmico, aprendizaje conceptual y resolución de problema.

### 5.1.3.1 Memorización simple

El aprendizaje de la Matemática involucra la acumulación de ideas, profundización de las mismas, construcción y refinamiento de lo argumentado, dependiendo del nivel educativo del aprendiz. Es por ello que al alumno se le asignan una serie de ejercicios que le permitan reconocer vocablos, símbolos, relaciones numéricas, fórmulas, propiedades, técnicas, entre otros.

Se entiende que el conocimiento memorístico permite un tratamiento eficaz y que tiene sentido para el estudiante en relación con sus conocimientos previos, por supuesto hay símbolos y términos que el estudiante no conoce la cual el docente debe tratar con cuidado para que el estudiante memorice de manera correcta dichos símbolos y términos.

Por ejemplo

“Si  $m$  y  $n$  son enteros positivos, entonces

$$= \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

$m$  factores de  $a$      $n$  factores de  $a$ .

Como el número total de factores de  $a$  a la derecha es  $m + n$ , esta expresión es igual a  $a^{m+n}$ ; esto es,

$$= a^{m+n}.$$

(Swokowski & Cole, 1993).

Por ejemplo para resolver el ejercicio  $2^3 \cdot 2^4$ :

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$$

En este ejercicio primero se aplicó la propiedad de producto de potencias de la misma base, una clara muestra de aprendizaje memorístico, se aplica la propiedad directamente, luego el aprendizaje memorístico para aplicar el hecho de que  $3+4=7$ . Entonces para resolver el primer ejercicio se necesita memorizar qué se hace para multiplicar potencias de igual base, sin este conocimiento previo sería difícil realizar este ejercicio aplicando propiedades de la potencia.

### 5.1.3.2 Aprendizaje algorítmico

Un algoritmo es “una serie finita de reglas a aplicar en un orden determinado a un número finito de datos para llegar con certeza (es decir, sin indeterminación ni ambigüedades) en un número finito de etapas a cierto resultado” (Sarmiento, 2007).

Son ejemplos de algunos algoritmos, en la enseñanza de la Matemática de noveno grado los siguientes:

- a) Cálculo de percentiles
- b) Desviación media
- c) Varianza
- d) Desviación estándar
- e) Propiedades de los exponentes
- f) Propiedades de los radicales
- g) Factorización
- h) Fracciones algebraicas
- i) Sistema de ecuaciones lineales,

entre otros algoritmos que se necesitan para calcular operaciones de Matemática. Así que un algoritmo tiene una entrada, un conjunto de reglas y un número de pasos para resolver dicho ejercicio. Veamos el siguiente ejemplo:

Para este ejemplo se definirá  $\sqrt[n]{a}$ , “Sea  $n$  un entero positivo mayor a 1, y sea  $a$  un número real.

- 1) Si  $a = 0$ , entonces  $\sqrt[n]{a} = 0$ .
- 2) Si  $a > 0$ , entonces  $\sqrt[n]{a}$  es el número real  $b$  positivo tal que  $b^n = a$ .
- 3) a) Si  $a < 0$  y  $n$  es impar, entonces  $\sqrt[n]{a}$  es el número real  $b$  negativo tal que  $b^n = a$ .
- b) Si  $a < 0$  y  $n$  es par, entonces  $\sqrt[n]{a}$  no es un número real.” (Swokowski & Cole, 1993).

Entonces si se resuelven los siguientes ejercicios se necesitará memorizar el algoritmo dado por la definición de raíz n-ésima.

- $\sqrt{64} = 8$ , porque  $8^2 = 64$
- $\sqrt[4]{\frac{1}{625}} = \frac{1}{5}$ , porque  $(\frac{1}{5})^4 = \frac{1}{625}$
- $\sqrt[3]{-27} = -3$  porque  $(-3)^3 = -27$
- $\sqrt{-9}$  no es número real

En el aprendizaje algorítmico el estudiante debe recordar todos los pasos, si para ellos esto no tiene significado se les dificulta el aprendizaje (a veces le llamamos aprendizaje mecánico), luego el estudiante sigue una secuencia de procedimientos repetidos que le proporciona resultados positivos.

Otros ejemplos:

Si el estudiante domina el algoritmo resuelve correctamente.

$$\sqrt[5]{7} = \sqrt[5]{5 \cdot 2} = \sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{2}$$

El estudiante no entiende el algoritmo,

$$\sqrt[5]{7} = \sqrt[5]{5 \cdot 2} = \sqrt[5]{2}$$

5

El estudiante puede cometer este error porque no domina el algoritmo de la propiedad de los radicales que plantea que “si  $a > 0$ ,  $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}$ ” (Swokowski & Cole, 1993).

Los maestros, a través de su experiencia y de las interacciones diarias con sus estudiantes pueden diferenciar, sin pretender hacer una partición única de los grupos de estudiantes, a aquellos estudiantes que ante un problema son capaces de establecer relaciones entre los datos, anticipar su comportamiento y controlar el sentido de lo que obtienen, de otros estudiantes que intentan aplicar un algoritmo

tras otro sin poder hacer alguna previsión y sin poder argumentar por qué hacen una u otra elección.

Es importante el aprendizaje de algoritmos pues su conocimiento promueve relaciones entre datos y respuestas.

### **5.1.3.3 Aprendizaje de conceptos**

“El aprendizaje de la estructura conceptual (base de las Matemáticas) consiste en la comprensión de nuevos conceptos basada en la comprensión de conceptos previos, es decir, el entendimiento conceptual de las Matemáticas depende de la construcción individual de un entendimiento de conceptos previos” (Sarmiento, 2007).

Para construir una idea o concepto matemático el estudiante debe ser capaz de clasificar sus experiencias y de encontrar conexiones entre ellas, por lo tanto el proceso de relacionar es prioritario en la educación. Los libros de texto deben tener conceptos bien establecidos, sólidos, que no se presten ni a ambigüedades ni a malas interpretaciones los libros tienen que cumplir con esta condición. Cada definición o concepto usado en el texto debe estar bien sustentado para que el estudiante no se confunda, cada palabra usada debe ser clara y precisa. El libro de texto tiene unas definiciones demasiado ambiguas, una es el concepto de mínimo común múltiplo de expresiones algebraicas. Para no repetir la información consulte la sección 1.3.1.5 errores conceptuales el número 3 y el número 6.

¿Cómo promover el aprendizaje de conceptos? Entendiendo que los conceptos matemáticos “son generalizaciones sobre relaciones entre cierta clase de datos”, (Sarmiento, 2007). De las diferentes formas que se intente lograr aprender, se debe tener una secuencia adecuada a la naturaleza jerárquica de la Matemáticas, sin que ello signifique que se están solucionando todos los problemas a la hora de enseñar, además se debe recordar que estos conceptos se van asimilando a lo largo de la vida y que otros no, porque no todos los

estudiantes tienen el mismo nivel de comprensión de conceptos. El estudiante llega al mismo concepto por vías diferentes algunos recuerdan o forman el concepto a través de recuerdos, láminas o manipulación de objetos.

Por ejemplo dos estudiantes resuelven el siguiente trinomio por vías diferentes y llegan al mismo resultado.

Tabla 1

Estudiante número 1	Estudiante número 2
$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ $\begin{array}{ccc} \blacktriangledown & & \blacktriangledown \\ \sqrt{x^2} & & \sqrt{1} \\ & & 1 \end{array}$	$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$ $2 = 1 + 1$ $1 = (1)(1)$

Fuente: Elaboración propia

**El estudiante número uno.** Aplicó la regla de trinomio cuadrado perfecto. “se ordena el trinomio. Se extrae raíz cuadrada al primero y tercer término del trinomio y se separan estas raíces por el signo del segundo término. El binomio así formado, se multiplica por sí mismo o se eleva al cuadrado (Baldor, 2004).

**El estudiante número dos.** Aplicó la regla del trinomio de la forma

$$x^2 + bx + c \text{ cuando } =$$

1.

"  $x^2 + bx + c = (x + a)(x + b)$  donde se buscarán dos números enteros a, b tales

que  $a + b = b$  y  $a \cdot b = c$  " (Baldor,

2004).

Así que ambos estudiantes llegaron a la misma respuesta por vías diferentes. Los estudiantes toman conceptos en la cual han sido más significativos en su aprendizaje y el docente no debe limitar al estudiante a resolver un ejercicio

sino a que él se desarrolle con el algoritmo o concepto que crea conveniente realizar con mayor facilidad y comprensión.

“El lenguaje y los símbolos matemáticos también influyen en la formación de los conceptos matemáticos y actúan como un marco de referencia” (Sarmiento, 2007) . Aunque éstos no son suficientes para originar operaciones mentales que posibilitan el pensamiento sistemático del estudiante pues hace falta que comprendan, los métodos y las demostraciones.

En el libro que es objeto de estudio se pueden encontrar errores de simbología, por ejemplo escribir la letra o en lugar del número cero (0), esto puede crear confusión entre los estudiantes, pero un error muy grave es escribir simbología no definida en ninguna parte de ese libro o de los grados anteriores, en la parte de errores se puede observar un error en el que se usa una notación utilizada en cálculo y que no aparece explicada en el texto. En la sección 1.3.2.3 errores de simbología y metodología de este trabajo se encuentran discusiones detalladas sobre estos problemas que tiene el libro.

En la entrevista (Anexo 5) el docente plantea que la actividad principal con el uso de libro de texto es el análisis de concepto y relación con la temática; y según la guía de observación realizada el estudiante lee y analiza los conceptos relacionados al contenido, lo cual dice que el libro tiene la obligación principal de presentar de manera clara los conceptos porque esta es la función principal del libro.

Los errores que tiene un libro en la definición de conceptos y en la presentación de conceptos ambiguos pueden hacer interpretar un concepto de un modo cuando en realidad es de otra forma. El análisis de los conceptos debería permitir que el docente como el estudiante critique y pueda observar una irregularidad en el texto.

### 5.1.3.4 Resolución de problemas

Un problema de aplicación es “una aplicación específica en los conjuntos de ejercicios, se relacionan los problemas a situaciones de la práctica” (Swokowski & Cole, 2009). Este es el concepto de un problema matemático donde se emplea una situación para ilustrar un concepto y viceversa un problema para resolver una situación.

“Se entiende por problema toda situación con un objetivo a lograr, que requiera del sujeto una serie de acciones u operaciones para obtener su solución, de la que no dispone en forma inmediata, obligándolo a engendrar nuevos conocimientos, modificando (enriqueciendo o rechazando) los que hasta el momento poseía...” (Grupo Océano, 1990). Un problema es una serie de operaciones que el estudiante debe dominar para darle solución a dicho problema teniendo en cuenta sus conocimientos previos con el conocimiento nuevo.

“La resolución de problemas puede considerarse desde una triple dimensión, como: objetivo, contenido y metodología” (Sarmiento, 2007). Es un objetivo porque la enseñanza de la Matemática va dirigida hacia los estudiantes, para que ellos aprendan a resolver problemas, es parte del contenido, por eso se refiere a técnicas y estrategias para lograrla y es una metodología porque se le considera como uno de los mejores caminos para aprender Matemática.

Aunque existen diferentes métodos para la resolución de problemas uno de los más usados o que más resultados se da en el aprendizaje es mediante el modelo de Polya.

El modelo de Polya tiene cuatro fases (Polya, 1989):

- Comprender el problema
- Concebir un plan
- Ejecución del plan

- Examinar la solución obtenida

La resolución de problemas tiene grandes ventajas como la capacidad de comprender un concepto y poder aplicarlo, la visualización de conceptos matemáticos en la vida real y/o cotidiana, la capacidad de enfocar la Matemática como una ciencia aplicada a las demás ciencias y la capacidad de analizar.

En su libro Polya (1989), expone las siguientes preguntas (las cuales pueden ser utilizadas como estrategia), para resolver problemas, éstas resultan muy útiles para resolver ejercicios de casi cualquier tipo. Se recomienda para resolver problemas hacer las siguientes preguntas, según Polya (1989):

¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema, que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.

Aquí se presenta un ejemplo aplicando el modelo de Polya.

Dos niños van a la pulpería del barrio, uno de los niños compra una libra de azúcar y una libra de arroz en 24 córdobas, el otro niño compra en la misma pulpería, dos libras de azúcar y una de arroz en 35 córdobas, pero ambos niños olvidaron los precios individuales de cada producto, ¿Cuánto vale la libra de cada producto?

### **i) Comprender el problema**

¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?

La incógnita son los precios de la libra de azúcar y de la libra de arroz, los datos que se dan son los totales pagados en la pulpería.

## ii) Concebir el plan.

Se identifica que:

Precio de una libra de azúcar más el precio de una libra de arroz es igual a 24

Precio de dos libras de azúcar más el precio de una libra de arroz es igual a 35.

Como se observa parece un sistema de ecuaciones, pero hay que definir las variables

: Precio de una libra de azúcar

: Precio de la libra de arroz

$$\text{Entonces } \begin{cases} + = 24 \\ 2 + = 35 \end{cases}$$

## iii) Ejecución del plan

Se resuelve el sistema por el método de reducción, según Baldor (2005) se elige la variable a eliminar, en este caso se eliminará la y, para eso se multiplica la primera ecuación por  $-1$  y se suman las ecuaciones obtenidas.

$$\begin{array}{r} - - = -24 \\ 2 + = 35 \\ \hline = 11 \\ = 11 \end{array}$$

Se sustituye el valor de , en la primer ecuación:

$$\begin{aligned} + &= 24 \\ 11 + &= 24 \\ &= 24 - 11 \\ &= 13 \end{aligned}$$

## iv) examinar la solución obtenida.

Del cálculo anterior se deduce que el precio de una libra de azúcar es once córdobas y el precio de una libra de arroz es trece córdobas. El primer niño compró una libra de cada producto entonces gasta  $11 + 13 = 24$  córdobas, lo que concuerda con el dato del problema. El otro niño compra dos libras de azúcar por

lo tanto paga por la azúcar,  $2(11) = 22$ , si se le suma lo que gastó en la libra de arroz resulta  $22 + 13 = 35$ , y también coincide con el problema.

La resolución de problemas es una de las principales técnicas y estrategias para la motivación y comprensión de conceptos, algoritmos y hasta para la memorización del estudiante. El docente que se entrevistó (Anexo 5) manifestó que usa el modelo de Polya porque está explicado paso a paso. El libro de texto tiene pocos problemas propuestos. Si se presentan únicamente problemas resueltos el estudiante no será capaz de darse cuenta por sí mismo de la importancia del contenido.

En resumen se necesita de varios elementos para poder aprender, los cuales se reflejan en el siguiente cuadro.

Tabla 2: Tipos de aprendizaje matemático

<b>Memorización simple</b>	<b>Aprendizaje algorítmico</b>	<b>Aprendizaje de conceptos</b>	<b>Resolución de problemas</b>
El aprendizaje de las Matemáticas involucra la acumulación de ideas, profundización de las mismas, construcción y refinamiento de lo argumentado, dependiendo del nivel educativo del aprendiz.	Una serie finita de reglas a aplicar en un orden determinado a un número finito de datos para llegar con certeza en un número finito de etapas a cierto resultado, y esto independientemente de los datos.”	El aprendizaje de la estructura conceptual (base de las Matemáticas) consiste en la comprensión de nuevos conceptos basada en la comprensión de conceptos previos.	Es “una aplicación específica en los conjuntos de ejercicios, se relacionan los problemas a situaciones de la práctica.”

Fuente: (Sarmiento, 2007).

## **5.2 Libros de texto**

### **5.2.1 Concepto**

El libro de texto es “El que sirve en las aulas para que estudien por él los escolares” (Encarta, 2009). La definición es sencilla, manejable y correcta. Otros autores definen libro de texto como “un factor fundamental en la formación de los sujetos y, por tanto, como un elemento indispensable para la transmisión de conocimientos” (Cellis, 2010). Esta definición es ambigua porque existen recursos que pueden formar sujetos y transmitir conocimientos y no necesariamente es un libro de texto, éste recurso puede ser la televisión. Es de entender que una definición de libro de texto debe hacer referencia a un material escrito que se use en las aulas de clase por los docentes y estudiantes.

Un libro de texto es “un objeto cargado de ideología, de contenidos, de actividades, de imágenes, de potencialidades educativas” (Morella, 2013), este concepto es apropiado porque presenta al libro como un objeto con información y actividades que deben ser llevadas a cabo, aunque no menciona nada sobre la labor didáctica del libro, un texto necesita tener la capacidad de transmitir esa información. A la vez que “Los propios libros de texto, cuadernos de ejercicio, pizarra, lápiz, papel e instrumentos de dibujo o la calculadora que usamos habitualmente en clase son recursos didácticos, puesto que ayudan al alumno en su aprendizaje y al profesor en la enseñanza.” (Godino, 2004).

A partir de esto se puede proponer que los libros de texto son un recurso didáctico que ayuda a facilitar el proceso enseñanza aprendizaje. Esta es una definición adoptada porque abarca la función principal del texto y además se especifica que es un recurso didáctico necesario.

## 5.2.2 Importancia de los Libros de texto

En el 2015, el Gobierno de Nicaragua autorizó la impresión de libros de texto para secundaria “el mes de octubre vamos a iniciar un proceso de licitación para la reproducción de 1,200,000 libros de texto. Estamos hablando de los libros de texto de secundaria de las distintas asignaturas, estamos hablando que se le va a entregar de manera gratuita los libros de texto a los estudiantes de secundaria” (Rivas, 2013), esto fue escrito un año antes de la publicación de los libros, y publicado en el diario el digital. En el 2015 los libros fueron entregados a los profesores y empezaron a ser utilizados por los docentes y estudiantes. Cada estudiante tiene un libro, un libro que le ayuda a estudiar y le ayuda a aprender si el estudiante es autodidacta. El libro tiene dos características importantes, una de ellas es que es gratis, esto lo vuelve accesible a los estudiantes, la otra es la uniformidad, en toda Nicaragua se usa el mismo texto. Se concluye también que la mayoría de los profesores están usando éstos libros.

La intención de los libros de texto queda claro al leer el prólogo del libro “el propósito fundamental del texto, es propiciar en los estudiantes un papel más activo en el proceso de aprendizaje” (Pérez, 2015) se puede entender mejor, el libro permite “contar con una herramienta de estudio que les facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje y desarrollar el hábito del estudio desde sus hogares”. Comunicación Social del MINED dice sobre los textos: “La calidad de los aprendizajes en los estudiantes que desarrolla el Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional, cada día se fortalece, en esta ocasión con la Distribución de 1 millón 600 libros de textos de secundaria” (Ministerio de Educación, 2015).

A partir de lo anterior se puede considerar que los objetivos del texto son:

1. Propiciar en los estudiantes un papel más activo en el aprendizaje. Porque permite tener una ayuda en cualquier momento del día no solo sirve en la escuela, también la resolución de problemas que tienden a retar al estudiante y a poner en práctica los teoremas y definiciones que han aprendido y que aparecen en el texto.

2. Facilitar el proceso enseñanza aprendizaje. “Los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula” (Godino, 2004) porque los libros no solo le ayudan al alumno, también al maestro, porque aumenta las estrategias y las hace más fáciles de desarrollar, por parte del alumno, es más sencillo mirar una gráfica en el texto, que una en el pizarrón, el uso del color, entre otros factores sirven para llamar la atención en asuntos importantes y permite el trabajo en grupo y estudiar en casa.
3. Desarrollar la calidad del aprendizaje. Para hacer que el conocimiento sea significativo al resolver distintos tipos de ejercicios y poner en práctica los teoremas y definiciones.

Los objetivos mencionados anteriormente son los que se propone el Ministerio de Educación (2015), con la entrega de los textos. Al prestar un texto gratuito por estudiante se facilita el proceso enseñanza aprendizaje.

Los libros de texto son importantes en el aula de clase “el recurso didáctico más común en la enseñanza de cualquier tema es el libro de texto” (Godino, 2004), aunque Godino no toma en cuenta la pizarra que también es común, generalmente lo que el profesor escribe en el pizarrón es lo que él había leído en un texto, el libro no sólo moldea al estudiante quién aprende lo que éste dice, sino también al docente quién tendrá que adaptarse a la metodología empleada, y resolver también algunos de los ejercicios que presenta, “concluye que la mayor parte de los aprendizajes de los estudiantes son dirigidos por el texto antes que por el profesor” (Ortíz, 2002) esto es porque lo que el profesor enseña que viene de un texto, por lo tanto se logra formar una cadena en la cual el texto domina todo el proceso enseñanza aprendizaje.

Los textos también permiten al que los lee o los analiza, interactuar con el conocimiento de la asignatura y poder convertir el conocimiento general en pequeños ladrillos que formarán las estructuras cognitivas, es decir que es un instrumento de aprendizaje que facilita la labor del profesor y los textos son el

puente que ayuda al estudiante a entender y comprender los contenidos de la asignatura. “El libro de texto "conserva y transmite" de alguna forma el conocimiento matemático, puesto que el alumno lo usa como referencia, cuando tiene que resolver un problema o recordar una definición o propiedad” (Godino, 2004), según Godino éste material didáctico es más que un libro, tiene que saber explicar con claridad lo que en él está escrito, tiene que ser didáctico para transmitir el conocimiento matemático, debe también poseer una estructura que permita encontrar lo que se busca rápidamente y debe conservar éste conocimiento.

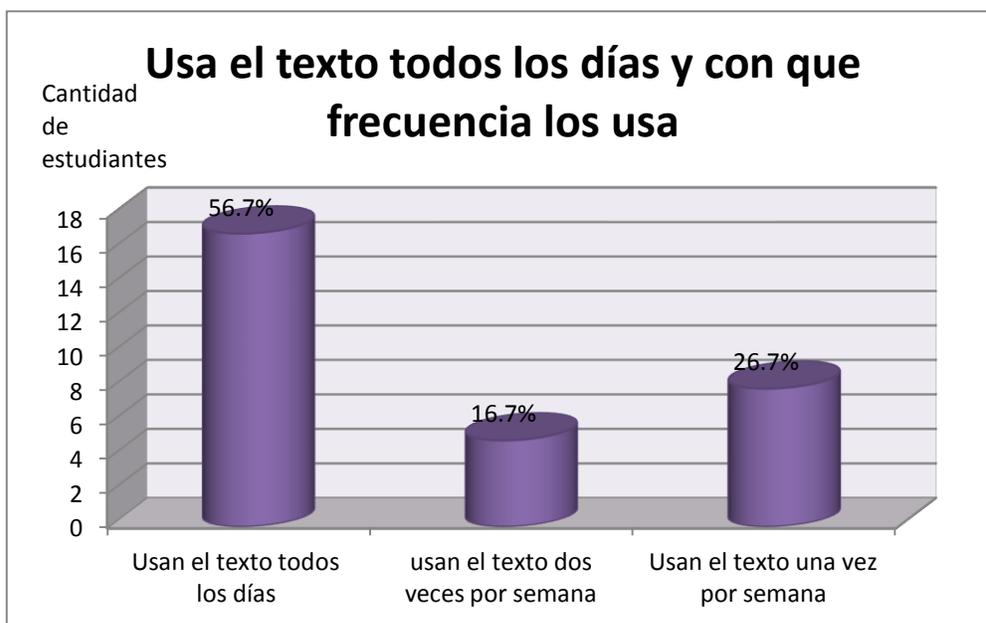
“El libro proporciona seguridad y continuidad en los puntos de vista, facilita la imagen de que el conocimiento es algo localizado, que se puede encontrar fácilmente y con respecto al cual el único trabajo posible consiste en su asimilación” (Godino, 2004). De esta cita se puede entender que el libro proporciona la seguridad es decir que lo que está en el libro se considera como verdadero y además están estructurados de una secuencia lógica de los contenidos.

Según Godino (2004), las personas piensan que en los libros se encuentra la información necesaria para asimilar los contenidos, esto predispone a los alumnos y profesores a no consultar otra bibliografía; los libros deberían estar hechos con una base científica y con un perfil de estrategias metodológicas basadas en la experiencia didáctica.

El 57% de los estudiantes dicen que usan el libro de texto siempre, un 43%, dicen que lo usan uno o dos veces por semana (Anexo 7), en cambio el docente afirma que lo usa en todas las clases que el imparte en noveno grado (Anexo 5), se observó (Anexo 8) que el libro de texto se usaba al inicio de las clases en las veces que se observó al grupo. Todos los estudiantes afirman que usan el texto en al menos una vez a la semana, el libro de texto acompaña al estudiante en cada clase.

Una de las características del libro es que la mayoría de estudiantes lo tienen gracias a que se le presta a los estudiantes durante el tiempo que estudie en el colegio. Los estudiantes pueden acceder a este medio didáctico y así profundizar en los contenidos.

Gráfico 2

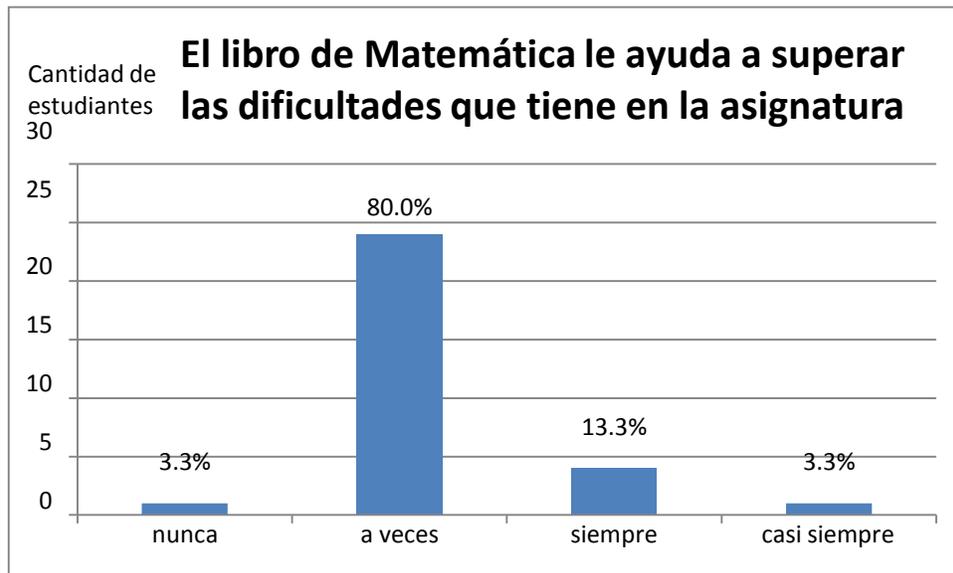


Fuente: Resultados de la Investigación

Los estudiantes consideran que es más fácil aprender si usan el libro de texto y se le dificulta más si no los usa, esto confirma que el objetivo que tenía el Ministerio de Educación se logró porque este material facilita el aprendizaje de los estudiantes.

El 80% de los estudiantes dice que a veces el libro les ayuda a superar las dificultades que tienen en la asignatura de Matemática, el 3% planteó que nunca le ayuda y uno dice que le ayuda casi siempre, el 13% de los estudiantes plantean que el libro les ayuda siempre (Anexo 7), esto significa que el estudiante que use un libro por sí solo no se le facilita el aprendizaje, se necesita de un docente que complemente y oriente correctamente las actividades que están plasmadas en el libro de texto.

Gráfico 3



Fuente: Resultados de la investigación

### 5.2.3 Errores en los libros de matemática

Los errores se presentan en cada aspecto de la vida incluyendo nuestras acciones, al resolver un ejercicio de Matemática o cuando un estudiante olvida escribirle el signo de igual en un procedimiento. Es claro que al redactar un texto se pueden cometer errores. La siguiente expresión de un autor de libros de Matemática puede ayudar entender ésta deficiencia “intenté hacer éste libro lo más claro y libre de errores posibles. Sin embargo ningún libro es perfecto” (Angel, 1997) y “como saben todos los autores, casi es inevitable un error ocasional de imprenta” (Blatt, 1991), ambos autores aceptan la posibilidad de que se encuentren errores en su texto y añaden que les escriban si esto sucede.

Los errores en los textos han estado en contacto con la Matemática, la Física y la ciencia en general desde hace tiempo, así Galileo “demostró ante sus alumnos el error de Aristóteles, que afirmaba que la velocidad de caída de los cuerpos era proporcional a su peso, dejando caer desde la torre inclinada de esta ciudad dos objetos de pesos diferentes” (Microsoft Encarta, 2009), y “Caley

encontró un error en la Mecánica Celeste de Laplace” (Grosman, 2009); la lista de ejemplos es grande “centrándonos en el campo de la Matemática, vemos que hay autores que han demostrado la existencia de un error matemático en algún libro de texto (Ball, 1984; Gastwirth, 1975; González-Gascón, 1979; Hochberg y Tamhane, 1983; Kolmogorov, 1946; McCallum, 1973; Neumann, 1950; Routley, 1979; Sedov, 1975)” (Fernández, Caballero & Fernández, 2012), a partir de lo anterior se puede concluir que muchas veces los libros de diferentes países poseen errores, éstos son normales, no es algo fuera de lo común, la clave es apoyarse en los errores para fomentar un aprendizaje significativo.

Según Godino (2004), no se puede considerar a todos los libros como importantes,

El profesor debe ser cuidadoso y hacer un uso crítico de los libros de texto. No todos ellos son igualmente valiosos. Más allá de que la presentación sea agradable, que los ejercicios y problemas sean interesantes hay que cuidar que el contenido sea adecuado y que el significado que se presente de las Matemáticas esté carente de sesgo.

De esta afirmación se desprende que muchas veces no se deben aceptar los casos como está en el texto y advierte del uso crítico de éstos, de la selección adecuada del libro a utilizar aunque no hace mención a que ellos tengan alguna contradicción.

Los libros de texto deben manejar la información de manera clara que los estudiantes o aquel que los lea la entienda y además ésta información sea acorde a la realidad, en el prefacio de la obra del Álgebra y Trigonometría de Swokowsky y Cole se lee “nuestro deseo es capacitar al estudiante a comprender con más facilidad los conceptos presentados, pero sin sacrificar la solidez y coherencia Matemática” (Swokowski & Cole, 1993).

Al elaborar un libro de texto se debe revisar y analizar para que no tenga contradicciones, esta fase debe llevar un tiempo prudente de manera que garantice la confiabilidad del texto “la precisión en un libro de Matemática es

esencial. Para garantizar la precisión en este libro, algunos matemáticos de todo el país leyeron las pruebas con cuidado, con el fin de encontrar errores tipográficos, y verificaron todas sus respuestas” (Angel, 1997), refiriéndose a lo mismo Frank Blatt dice “se han hecho todos los esfuerzos para asegurar que las respuestas que se dan sean, en verdad correctas. Personalmente he trabajado en cada uno de los problemas del texto” (Blatt, 1991), se entiende que ellos trabajan en la revisión de los textos de manera personal para garantizar la calidad que ellos presentan.

A partir de lo anterior se puede concluir que “No siempre los conocimientos que transmiten los libros de texto se corresponden con lo que la ciencia afirma” (Fernández et al., 2012).

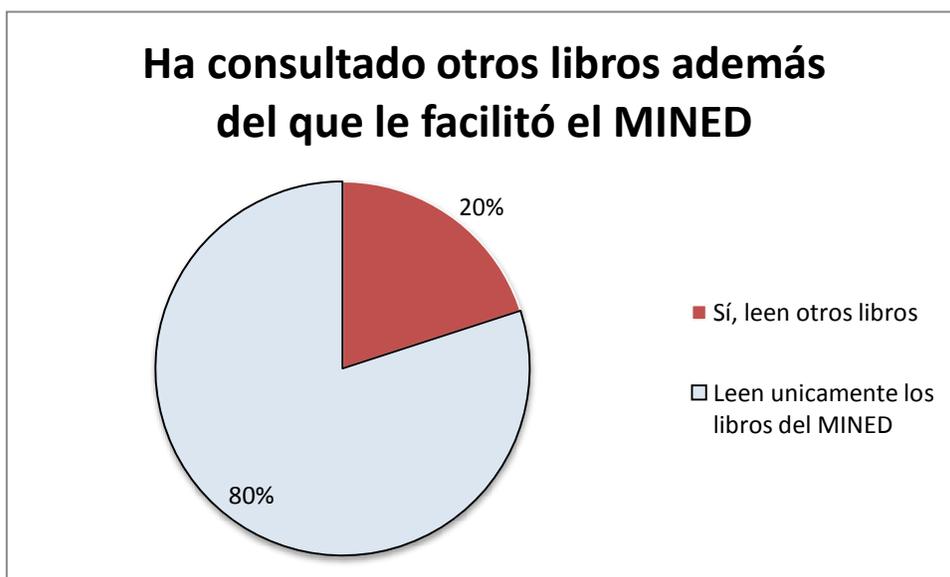
La mejor manera de ser crítico con los libros de textos es consultando varios libros que hablen sobre el mismo tema, uno solo no aporta información suficientemente confiable, hay que compararlo con otros libros, una preocupación constante en el transcurso de este trabajo es saber si los docentes están consultando otros libros o si se están concentrando en uno solo. El docente afirma no considera adecuado el libro de texto (Anexo 5), además que usa otros libros como complemento al texto pero que traten el mismo tema, esto es muy importante dado que si usan otros textos la información que reciba el estudiante no será parcializada.

Los estudiantes no consultan más textos que el facilitado por el Ministerio de Educación, solo el 20% de los estudiantes dijeron que si usaban otros textos, los demás encuestados restantes no consultan otros libros (Anexo 7). Los que respondieron coherentemente la pregunta que cuáles libros leen manifiestan que de Geometría y Álgebra, estas dos unidades se ven en toda la secundaria y se les da especial interés en noveno grado.

La falta de lectura es un problema de los estudiantes, solo el 7% de los estudiantes leen libros de Matemática. Tal vez el libro le ayude al estudiante y facilita la educación, pero si los indicadores de logro están en un solo libro, los estudiantes solo leerán un libro, cuando deberían leer varios y recoger lo más

importante de cada uno. Si bien el libro es importante está parcializando la información que reciben los estudiantes al pensamiento de un solo autor, pero es mejor que lean un libro a que no lean ninguno si ellos no tuvieran el libro es casi seguro que muchos de ellos no leerán ningún libro, al menos se tiene la certeza de que lean un libro, el docente debe estimular la búsqueda y recopilación de información de otros textos.

Gráfico 4



Fuente: Resultados de la Investigación

### 5.2.3.1 Tipos de errores en los libros de texto

Existen diversos conceptos o definiciones de errores por ejemplo según el diccionario un error es “Concepto equivocado o juicio falso. 2. Acción desacertada o equivocada” (Microsoft Encarta, 2009), es decir es un razonamiento (un conjunto de pasos para obtener una respuesta o conclusión), esto añade que un ejercicio puede estar equivocado si los pasos para llegar a la conclusión son falsos, o si o un concepto (manera en que se entiende algo o el significado mental) que no es verdadero.

“Error, cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar” (Godino, 2004). Este concepto tiene un detalle solo se aplica a los estudiantes, no a los libros de texto, aunque se afirma que un error se presenta cuando una práctica no es válida, o que no es aceptada por la Matemática, se debe recordar que la Matemática es universal es decir la Matemática escolar y la Matemática no se puede contradecir.

Para otros “hay un error si se afirma como verdadero algo que es falso” (Fernández, Caballero & Fernández, 2012), esta definición es adecuada para los procedimientos que contradicen las propiedades de la Matemática o que se realizan procesos que la carecen de validez en la matemática además dice “cometemos error científico ante una pregunta, cuando hay discrepancia entre: lo que la ciencia espera por respuesta y, la respuesta que nosotros damos” (Fernández et al., 2012), ambas definiciones son aceptables porque compara el error cometido no con un texto, si no con un esquema de pensamiento generalizado, un conjunto de conocimientos comprobados, las propiedades de la Matemática.

¿Qué errores se pueden presentar en un texto? Según Fernández y otros (2012) una clasificación de los errores en los libros de texto puede ser la siguiente:

1. Error de concepto,
2. Ambigüedad,
3. Problemas con enunciados absurdos,
4. Problemas en los que faltan datos o que contienen órdenes incompletas,
5. Enunciados de problemas con error en los datos o que contienen órdenes contradictorias,
6. Error en la respuesta a un problema.

De aquí en adelante se le llamará al error de concepto, error conceptual. El error conceptual se presenta al usar mal un concepto, una definición o un teorema. O cuando una definición propuesta por el texto no se puede adaptar a la realidad o

a lo que plantean otros libros especializados en la materia, o el procedimiento para resolver un ejercicio está equivocado. El error conceptual se puede dar al:

- Usar mal un concepto o definición,
- Usar mal un procedimiento,
- Formular mal un concepto,
- Interpretar mal un concepto.

El error de ambigüedad se presenta cuando determinada definición se puede entender de varias maneras, o cuando un ejercicio o problema puede tener dos interpretaciones.

El error por problemas con enunciados absurdos es cuando un problema pide algo que no debe pedirse, o que contradice una ley matemática o “los que no es posible responder de forma lógica, y que, sin embargo, aparecen resueltos de forma unívoca, bien en el propio libro de texto del alumno, o en la guía del profesor” (Fernández et al., 2012).

Según Fernández y otros (2012) éstos errores pueden deberse a

- a) Que no puedan resolverse porque no tienen lógica, aunque aparecen con una respuesta en el texto.
- b) Que no coincida, lo que se plantea con lo que se pide.
- c) Que se dé una orden absurda.
- d) Que la solución matemática se pueda llevar a cabo, pero que el problema no tenga sentido.
- e) Que no se le pueda llevar a cabo una solución matemática.

La otra clasificación se da cuando los problemas que se plantean hacen faltan datos o que contienen órdenes incompletas, cuando con los datos que se dan no se puede llegar a una solución, o el problema quede sin solución o que haga falta una premisa importante y quede con infinitas soluciones (Fernández et al., 2012).

Enunciados de problemas con error en los datos o que contienen órdenes contradictorias. Cuando las soluciones no coinciden con las condiciones que se dan en el problema o que un gráfico no coincida con el problema, o el gráfico no deje claro lo que se pide.

Error en la respuesta a un problema. Según Fernández y otros (2012) éstos errores pueden ocurrir cuando se ignora una solución del problema cuando tienen dos soluciones, cuando no se toma en cuenta algo importante con lo que el problema puede interpretarse de otro modo, o cuando el procedimiento empleado para solucionar el problema es completamente incorrecto.

A esta clasificación hace falta un tipo de error, el de edición, que es cuando algo se escribe mal o se edita mal, cuando una variable o número se omite o se trabaja en unas partes con el editor de ecuaciones y otras no. Este error se divide en

- Error al resolver un ejercicio: se da cuando existe un error de edición en un ejercicio o ejemplo, como al cambiar un número o ejercicio por otro, o escribir un número en el lugar equivocado.
- Error al editar expresión matemática: puede darse al cambiar un signo, omitir o escribir mal un símbolo dentro de una expresión matemática.
- Error al editar una ecuación.

Error de simbología, cuando se hace uso de una simbología que no se había explicado antes ni aparece en otros libros de años anteriores o no se define que es y el significado que tiene, aunque sea adecuada o que ésa simbología sea inadecuada o no coincida con otros textos.

En la discusión anterior se pueden resumir los tipos de errores 3, 4 y 5 se pueden resumir en uno: error de planteamientos de problemas y para facilitar su búsqueda y localización se resumirán en la siguiente tabla.

Tabla 3

<b>Tipo de error</b>	<b>Características</b>
Error conceptual	Mal uso de definiciones y teoremas o uso de definiciones que no están de acuerdo con otros autores especializados en la materia.
Error de ambigüedad	Problemas con varias respuestas o con diferentes interpretaciones.
Error de planteamiento de problemas y ejercicios	<p>Problemas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Que no puedan resolverse porque no tienen lógica, aunque aparecen con una respuesta en el texto.</li> <li>b) Que no coincida, lo que se plantea con lo que se pide.</li> <li>c) Que se dé una orden absurda.</li> <li>d) Que la solución matemática se pueda llevar a cabo, pero que el problema no tenga sentido.</li> <li>e) Que no se le pueda llevar a cabo una solución Matemática.</li> <li>f) Que hagan falta datos o premisas importantes</li> <li>g) Que les haga falta datos o que tengan órdenes contradictorias.</li> </ul>
Error en la respuesta a los problemas y ejercicios	La repuesta que da el libro es incorrecta u omite una solución.
Error de edición	Cuando se edita mal una ecuación, una palabra o gráfica.
Error de simbología	Si se hace uso de símbolos que no están definidos o se escribe un símbolo

	en lugar de otro.
--	-------------------

Fuente: (Fernández et al., 2012).

### **5.2.3.2 Posibles efectos en el estudiante de los errores en los libros de texto**

Una consecuencia importante cuando el estudiante intenta aprender algo y no le entiende es la frustración “nada exaspera más a los alumnos que el descubrir, después de horas de frustración, que sus resultados no concuerdan con la respuesta al final del libro porque esta es incorrecta” (Blatt, 1991), lo que nos indica que un simple error en el libro puede hacer que el estudiante se enoje y se frustre consigo mismo debido a un error del libro.

Se puede imaginar un caso en los que el estudiante resuelva un problema correctamente y que no coincida con la respuesta que aparece en el libro, debido a la autoridad que tienen los libros en el aula “el libro de texto tiene una poderosa influencia en los estudiantes” (Ortíz, 2002) el estudiante desechará lo que con tanto esfuerzo había concluido y se quedará con la respuesta incorrecta que da el libro, o buscará un procedimiento (incorrecto) que le de esa respuesta.

Otra posible consecuencia de los errores en los libros de texto puede ser el rendimiento académico, “Y nos preguntamos si ésta puede ser una causa de ese bajo rendimiento de nuestros alumnos en Matemáticas” (Fernández et al., 2012). Según esta opinión los errores pueden estar causando bajo rendimiento académico porque no enseñan bien lo que deberían enseñar o porque confunden tanto al estudiante como al profesor. Teniendo en cuenta que el 100 % de los estudiantes de Nicaragua tienen libros de texto y que muy pocos utilizan otra bibliografía éstos errores pueden estarse reproduciéndose en nuestros estudiantes.

También dan la falsa creencia que la Matemática es difícil porque hasta los libros se equivocan y ellos que son estudiantes tienen aún más posibilidades de equivocarse.

Uno de los mayores problemas de los textos es que no sean adecuados es decir que enseñen procedimientos incorrectos y que los conocimientos que intenten transmitir no sean significativos. Según Godino (2004):

Se puede dar el caso de que la propuesta de actividades que presenta el profesor a los alumnos no sea potencialmente significativa, por causas diferentes... Cuando los materiales que ha escogido, como por ejemplo los libros de texto, no son claros -ejercicios y problemas confusos, mal graduados, rutinarios y repetitivos, errores de edición, etc.

A veces los conocimientos que los libros intentan enseñar no poseen la suficiente capacidad de producir en los estudiantes un aprendizaje significativo, además se presentan algunos problemas que pueden tener los textos como son: ejercicios y problemas confusos, los problemas y ejercicios que son rutinarios y repetitivos y los errores de edición, una clasificación muy parecida a la que aparece en los párrafos precedentes.

El docente afirma en la entrevista (Anexo 5) que “los errores se reproducen”, este es el problema más grave si un estudiante aprende algo incorrecto lo repetirá una y otra vez hasta que alguien lo corrija, y causará distintos problemas, quizá por este error se equivoque en el examen de admisión o no logre completar un examen para optar a una beca o a un trabajo.

### **5.2.6 La transposición didáctica**

La trasposición didáctica es cuando “un contenido de saber que ha sido asignado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza” (Chevallard, 1998). Cuando los contenidos van a ser enseñados en un aula de clases no necesariamente se enseñan como la ciencia los propone sino que este se transforma en un conocimiento que el estudiante

pueda asimilar es decir se vuelva apto para ser enseñado, este contenido ha sido asignado por un currículo o un libro de texto que sirve como un medio didáctico para que el estudiante pueda asimilar este contenido. “Este concepto presupone la idea del saber científico y la manipulación del mismo” (Cardelli, 2004) la transposición incluye al conocimiento a aprender como una parte importante de la didáctica y de la labor educativa.

Lo que la transposición didáctica lo que dice es que existe “una diferencia considerable entre el saber sabio y el saber a enseñar” (Chevallard, 1998), los contenidos no necesariamente se enseñarán tal como está en el texto si no que el docente buscará la manera de que el conocimiento llegue al estudiante de una manera más comprensible.

La transposición didáctica es importante cuando lo que en el texto está plasmado es incorrecto, porque si este tiene errores no se deben enseñar tal y como está, debe modificarse para no mutilar al estudiante, para que el estudiante no sufra las consecuencias de estar memorizando cosas que no son correctas. En este caso la transposición adquiere un carácter más necesario porque esta le permite al docente modificar el contenido del texto, los ejercicios y problemas para que concuerden con la vida real, la matemática y la lógica. Algunos ejercicios y procedimientos únicamente tendrán sentido si se cambia la información por una que sea lógica o correcta.

### **5.2.7 Manejo de los errores que se encuentran en el libro de texto**

Si bien el libro tiene una cantidad grande de errores de diversos tipos, resultaría poco rentable para el estado volverlos a imprimir con las correcciones pertinentes, pero si se puede tratar de enseñarles a los profesores como usar estos libros y los errores que estos presentan de una manera que beneficien a los estudiantes.

El docente debe proponer actividades que permitan al estudiante empezar a cuestionar la información que está en los textos y que despierten en los discentes un sentido que les permita criticarlos y dudar de lo que aparece en los libros, no considerar a los libros como autoridades infalibles. Para lograr esto el profesor debe hacer que el estudiante lea con detenimiento la información, que entienda lo que quiere decir el libro y que después desarrolle los procedimientos solo, luego debe efectuar un contraste entre los cálculos que llegó el estudiante, los procedimientos usados y entre los resultados que llegó libro y los procedimientos que se usaron, de esta manera el estudiante deberá reconocer los errores que presentó. Generalmente encontrará errores que cometió el estudiante. Pero algunas veces encontrará incongruencias con el libro.

El profesor debe hacer dudar al estudiante de la información que presenta el libro, hacerle ver que esta información es incorrecta, no corregir el libro ni decirle al estudiante que tiene un error, sino que dude de lo que dice el libro, debe hacer que el estudiante encuentre el error y que lo use para demostrarse a sí mismo que ha aprendido, que ponga en práctica lo que sabe, el estudiante logrará desarrollar la seguridad y la confianza en lo que sabe y en sus razonamientos. En algunos casos se le puede escribir en el margen del libro el procedimiento correcto, para que estén corregidos para el siguiente año.

Este procedimiento puede ser útil al momento de encontrarse con errores conceptuales, de edición, o de resolución de problemas y ejercicios. En el caso de errores en el planteamiento de problemas y ejercicios se puede:

- a) Modificar el problema para que coincida con las soluciones correctas,
- b) Modificar la indicación del ejercicio para que coincida con la indicación planteada,
- c) Modificar el ejercicio para que coincida con la indicación.
- d) Dejar el ejercicio tal y como está para que el estudiante concluya que no tiene solución, o que realice ciertos incisos porque la indicación no obliga a resolver todos los ejercicios.
- e) Cambiar la gráfica para que coincida con el problema.

f) Cambiar el problema para que coincida con la gráfica.

Existen muchas alternativas la correcta depende del problema, del ejercicio y desde el punto de vista que tome el profesor o quien lo resuelve.

Existen errores conceptuales que necesitan ser contrastados con lo que dicen otros libros en este caso el profesor debe ser cuidadoso y usar los conceptos y definiciones más apropiados y que se presentan con más frecuencia en los libros y en la calidad y el reconocimiento de los autores del libro que decida consultar. Si la definición tiene contradicciones, en lugar de presentar un concepto, mostrar un conjunto de pasos (algoritmo) para encontrarlo lo que se pide o buscar una definición que no posea contradicciones. Los problemas de simbología se corrigen cambiándola por símbolos que el estudiante conozca.

El docente entrevistado dijo que el libro utilizado actualmente en las aulas de clases contiene errores, pero no dijo la página porque no se acordaba, esto tiene un significado profundo los libros tienen errores y el docente puede identificarlos y por lo tanto sabe qué hacer con ellos y cómo manejarlos, ellos pueden tomar acciones para poder disminuir el impacto de los errores en el aprendizaje de los estudiantes.

El docente también afirma que no sabe si algún estudiante ha encontrado un error, esto deja la obligación al docente de identificar, señalar y tomar las medidas adecuadas para corregir el error con los estudiantes. Cuando se le preguntó a los estudiantes si habían visto si el docente y el libro se contradecían esperando que esto pueda ser un indicio de errores en el libro de texto. El 53% dice que el libro y el docente no se contradice mientras que el 47% (Anexo 7) dice que se contradice esto podría significar que el docente corrige algunos aspectos en los que el libro contiene errores, un uso adecuado de la transposición didáctica, una transformación adaptativa de los ejercicios y teoría. El corregir los libros es importante para los estudiantes, ellos aprenderán a ser críticos y a la vez impedirá que cometan el error en el futuro.

Esto también tiene un significado, el los estudiantes no están analizando el libro tal y como se debería, el análisis de textos no es completo porque no están detectando los errores.

Las estrategias que usa el docente entrevistado cuando se enfrenta a un error son las siguientes, primero lee los ejercicios, la teoría y luego enmienda el error y explica a los estudiantes la manera correcta y se señala la página.

Leer los ejercicios es importante para identificar el error y ver el pequeño detalle incorrecto que presenta el libro, luego el error se contrasta con la teoría, quizás esta información la puede contener el mismo libro o pueden usarse otros libros especializados en Matemática, los demás libros son el punto de referencia para entender, comprender y comparar la información del texto con los puntos de vista de otros autores.

El docente explica el porqué del error, intentando convencer al estudiante de que el libro tiene un problema y por último señala la página donde se encuentra el error.

## **5.3 Libro de texto oficial de Matemática**

### **5.3.1 Características**

El libro constituye un verdadero hito en la historia de la enseñanza porque es un libro accesible a los estudiantes y está presente en todas las aulas. Aunque no todos los estudiantes lo tienen, así lo manifiesta el docente en la entrevista (Anexo 5), y ésta es una dificultad que se presenta al trabajar con los textos, se tienen que imprimir los textos que hacen falta para poder trabajar con ellos y con todos los estudiantes.

El libro está dividido en siete unidades las cuáles están de acuerdo con las presentadas en el programa, la mayoría de los contenidos que exige el programa están en el texto, el único que contenido que no aparece en el texto es el de operaciones combinadas, pero el libro no presenta actividades para cumplir con algunos de los indicadores de logro que están en el currículo de noveno grado.

Tabla 3. Indicadores de logro que no aparecen en el texto.

<b>Indicador de logro</b>	<b>Libro de texto</b>
Realiza las operaciones combinadas con números reales (Jarquín, 2009)	No aparece en el libro.
Utiliza matriz de 2 x 2 componentes reales en el planteo y resolución de problemas de su entorno (Jarquín, 2009).	No aparecen problemas de aplicación de los sistemas de ecuaciones, aparecen tres resueltos, pero no existen propuestos en los ejercicios.
Plantea y resuelve problemas prácticos aplicando el teorema de Pitágoras y los criterios de semejanza de triángulos (Jarquín, 2009).	No aparecen problemas para aplicar el teorema, ni resueltos ni propuestos.
Plantea y resuelve problemas reales donde utiliza ecuaciones lineales racionales en una variable (Jarquín, 2009).	No aparecen problemas para aplicar el teorema, ni resueltos ni propuestos.
Plantea y resuelve problemas de su práctica cotidiana utilizando ecuaciones cuadráticas (Jarquín, 2009).	Están algunas ecuaciones cuadráticas pero no hay ejercicios de aplicación.

Fuente: Elaboración propia.

El libro tiene algunos contenidos que no presenta el programa pero es importante estudiarlos porque favorecen a los estudiantes que los lean y aprendan, los cuáles servirán de base para los contenidos de los grados siguientes.

El libro está redactado completamente a color, lo cual realza las partes interesantes y los conceptos importantes, da dinamismo a las tablas y permite distinguir entre dos gráficas que se encuentren en el mismo plano cartesiano, a la vez esto motiva al lector a leerlo y a interesarse en el libro también permite la búsqueda rápida de detalles, conceptos y de cualquier cosa que el profesor o el estudiante busque.

El libro posee aspectos notables como retos matemáticos, conceptos de menor importancia, historia de la Matemática, biografías de matemáticos famosos e importantes y frases interesantes.

Las unidades están redactadas de tal manera que en la primera página de la unidad tiene una fotografía de una obra social, el título de la unidad y el número. Posee una pequeña explicación acerca de la obra social que aparece en la fotografía y alguna ecuación o gráfica acerca del título de la unidad. La imagen de inicio de la unidad no está relacionada con la unidad.

Cada unidad permite hacer una evaluación diagnóstica de los contenidos parecidos que se aprendieron en el año anterior, luego se pasa a analizar problemas y propiedades, en la mayoría de contenidos tiene ejercicios propuestos, y al final de cada unidad tienen una serie de actividades donde se encuentran ejercicios de cada contenido.

El libro casi no hace mención de las definiciones y se enfoca en la resolución de ejercicios, esto puede conducir a saber cómo se resuelven los ejercicios pero no es útil para el estudiante para que capte la esencia del contenido. Como se había mencionado antes el libro no presenta problemas propuestos de aplicación salvo en la unidad de estadística.

Todas las unidades tienen una pequeña introducción acerca de los contenidos que se desarrollarán en las siguientes páginas. Luego el libro presenta una evaluación diagnóstica acerca de lo saben los estudiantes en los contenidos que se abordarán en ésta, después empieza a desarrollar ejemplos, intercalados

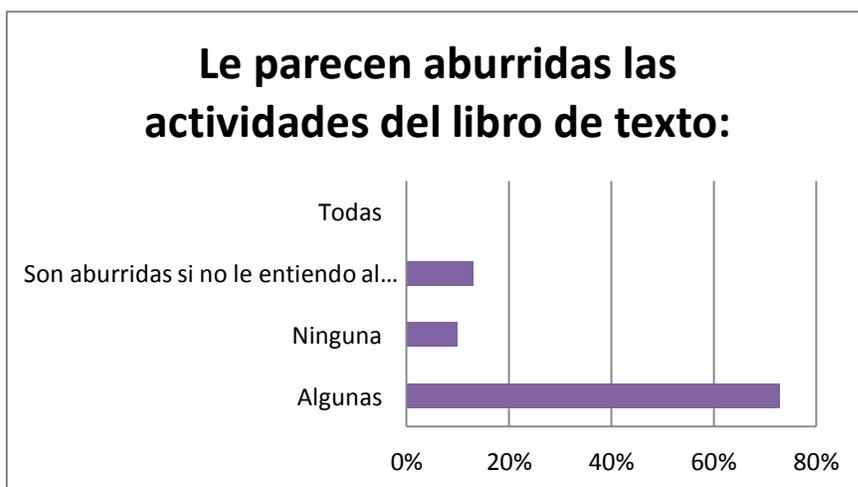
por un poco de teoría y exponiendo algunos teoremas y propiedades de los conceptos matemáticos que se abordan.

Algunos contenidos tienen una serie de ejercicios aunque muchos de éstos no la poseen, únicamente los ejemplos que aparecen resueltos en el texto. A la vez en los márgenes se van exponiendo ejercicios de reforzamiento, notas históricas y conceptos.

Al final de la unidad se presentan los ejercicios de cierre de la unidad, en los cuáles se presentan ejercicios propuestos de algunos contenidos que aparecen en el programa, cabe destacar que algunos temas no se abordan en la serie de ejercicios propuestos al final de la unidad.

En los aspectos de motivación el libro tiene puntos interesantes; el 76% manifiestan algunas actividades son aburridas, el 10% dicen que ninguna actividad es aburrida y un 13% dicen que son aburridas si no le entienden al contenido, ningún estudiante dijo que todas eran aburridas (Anexo 5). Los estudiantes dicen que hay actividades que tiene el libro que les gustan, es lógico que no todas les gustarán, pero el libro tiene actividades que les llaman la atención y les interesa resolver y estudiar.

Gráfico 5



Fuente: Resultados de la investigación

El libro si estimula a estudiar los contenidos, porque el 70% estudiantes encuestados respondieron que sí lo que significa que si les parece interesante el libro de texto, el libro si está haciendo su trabajo de motivación, aunque el 26% dicen que no los estimula, la mayoría de los estudiantes piensan que si les ayuda. Se puede ver una contradicción los estudiantes dicen que si los estimula aunque algunos no lo estudian en su casa (únicamente el 30% de los encuestados dijeron que los estudiaban en su casa).

Con respecto a cuales aspectos del texto les gustan más los estudiantes dijeron el 27% les gusta las notas biográficas y las explicaciones que ofrece el texto, al 23% les gustan los ejercicios, al 20% les gustan los ejemplos resueltos, al 17% les gustan los retos matemáticos y la teoría (Anexo 7). Las notas biográficas dan realce al texto y lo vuelven más llamativo. En otra pregunta se les cuestionaba si les gustaban las notas biográficas el 33% respondió que sí, el 50% dijeron que algunas les gustaban, el 10% respondieron que no les gustaban (Anexo 7).

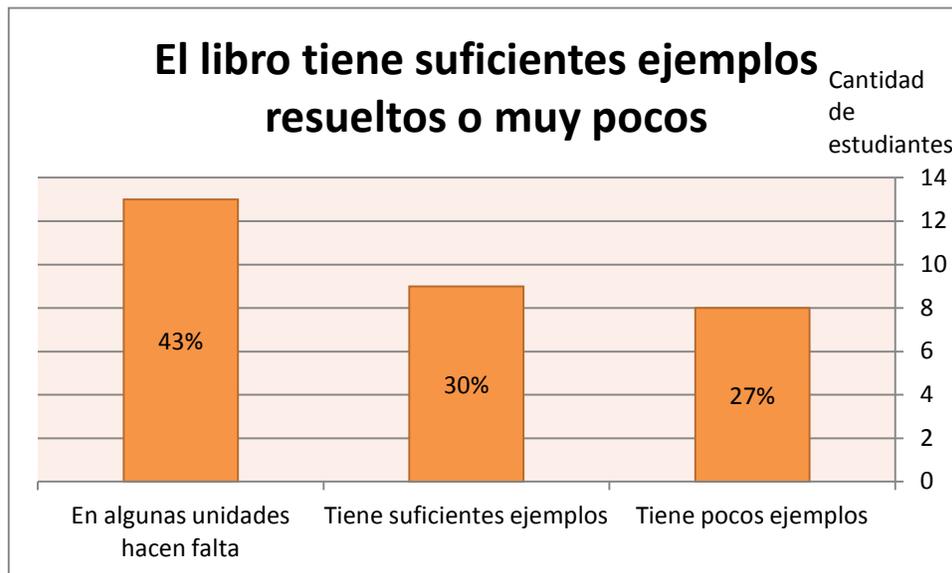
Conocer que la matemática tiene una historia llamativa marcada por la multitud de personajes curiosos y con estilos de vida distintos pueda inspirar a los estudiantes a valorar esta asignatura. Los estudiantes también consideran importantes las explicaciones ya que están son las que hacen que los estudiantes entiendan el contenido. Los ejemplos resueltos, la teoría y los retos matemáticos les gustan y los consideran importantes aunque en menor medida.

El 70% de los estudiantes dicen que les gusta resolver los ejercicios si le entienden, 17% respondieron que si les gustaba resolverlos y 7% dijeron que no les gustaba. Los estudiantes se estimulan e intentan resolver ejercicios si le entienden, aquí se muestra de nuevo la capacidad didáctica del texto y la asesoría del docente, si ambos se complementan lograrán hacer que el estudiante le entienda a los ejercicios y ellos intentarán resolver más ejercicios. El 47% de los estudiantes consideran que el libro tiene una cantidad suficiente de ejercicios, el 37% de ellos piensan que tienen demasiados y el 17% piensan que tiene muy pocos (Anexo 7). Esto contrasta con lo que dice el docente, porque él piensa que el libro tiene muy pocos ejercicios (Anexo 5).

A la mayoría de ellos les gusta tanto la presentación como las ilustraciones que tiene el libro 90% (Anexo 7), el uso del color en las fotografías y en el resto del libro da a este una apariencia realmente vistosa y los estudiantes saben observar estos detalles y los consideran llamativos.

No se encuentra un consenso entre los estudiantes cuando se les preguntó si el libro tiene suficientes ejercicios resueltos, porque el 27% dicen que tiene pocos ejercicios resueltos, el 30% dijeron que tiene suficientes y el 43% dijeron que en algunas tiene bastante pero en otras hace falta (Anexo 7). El docente dice que no tiene suficientes ejemplos prácticos y que hace falta variedad de ejercicios (Anexo 5). Como una posible explicación a la falta de consenso entre los estudiantes puede deberse a que algunos piensan que es bueno que tengan pocos ejercicios.

Gráfico 5



Fuente: Resultados de la Investigación

## 5.3.2 Errores en el libro de texto

### 5.3.2.1 Errores de edición

#### 1. Error al resolver ejercicio:

a) Exprese el número 23 000 000 a través de una potencia de 10.

b) Sin usar calculadora encuentre el valor del cociente.

$$\frac{(0,5)^4}{(0,1)^4}$$

a. Puesto que  $23\,000\,000 = 23 \cdot 1\,000\,000$  y  $1\,000\,000 = 10^6$ ,

$$23\,000\,000 = 23 \cdot 10^6$$

b. Por la propiedad de la potencia de un cociente tenemos que:

$$\frac{(0,1)^4}{(0,5)^4} = \left(\frac{0,1}{0,5}\right)^4$$

pero  $0,1 = \frac{1}{10}$  y  $0,5 = \frac{5}{10}$ . Por tanto, al sustituir en la parte derecha de la igualdad obtenemos:

$$\frac{(0,1)^4}{(0,5)^4} = \left(\frac{\frac{1}{10}}{\frac{5}{10}}\right)^4$$

Ahora bien, el cociente dentro del paréntesis en la parte derecha

es igual a  $\frac{1}{10} \cdot \frac{10}{5} = \frac{2}{5}$ . Luego,

$$\frac{(0,1)^4}{(0,5)^4} = \left(\frac{2}{5}\right)^4,$$

Fuente: Pérez (2015, p. 45)

El inciso a) se resolvió correctamente pero el b) no está correcto, porque

$$\frac{(0,5)^4}{(0,1)^4} = \left(\frac{0,5}{0,1}\right)^4 = \left(\frac{5}{1}\right)^4 = \left(\frac{5}{10} \cdot \frac{10}{1}\right)^4 = \left(\frac{5}{1}\right)^4 = (5)^4 = 625$$

En este ejercicio se puede tomar una de las siguientes alternativas 1) Cambiar el ejercicio a  $\frac{(0,1)^4}{(0,5)^4}$ , y mantener la solución dada por el libro, o 2) conservar el ejercicio y cambiar su solución a

$$(0,5)^4 = 0,5^4 = \frac{5^4}{10^4} = \left(\frac{5}{10}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$(0,1)^4 = \left(\frac{1}{10}\right)^4 = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000}$$

Cualquier posibilidad es aceptable, el docente puede elegir la que más le conviene.

2. Error al resolver un ejercicio:

$$(-0,00032)^{\frac{2}{5}} = \left(\sqrt[5]{-0,00032}\right)^2 = (-0,2)^2 = 0,4$$

y

$$(-0,00032)^{\frac{3}{5}} = \left(\sqrt[5]{-0,00032}\right)^3 = (-0,2)^3 = -0,08$$

Fuente: Pérez (2015, p. 72)

Donde se afirma que  $(-0,2)^2 = 0,4$  esto no es correcto porque  $(-0,2)^2 \equiv (-0,2)(-0,2) = 0,04$ , queda con dos decimales. También se afirma que  $(-0,2)^3 \equiv -0,08$  eso no es correcto porque  $(-0,2)^3 = (-0,2)(-0,2)(-0,2) = -0,008$ . En este caso el docente debe decirle que resuelva la operación planteada con una calculadora o mediante el algoritmo de la multiplicación y de esta manera hacer dudar al estudiante de lo que dice el texto y que acepte la respuesta que ha obtenido mediante su razonamiento.

3. Error al resolver ejercicio:

**Ejemplo 8**

Escriba en forma de radical cada una de las siguientes expresiones

1.  $6^{\frac{5}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}}$

2.  $\frac{x^{\frac{3}{4}}}{y^{\frac{2}{3}}}$

Por las leyes estudiadas anteriormente, tenemos que:

$$6^{\frac{5}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{5}{3} + \frac{2}{3}} = 6^{\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{6^7} \quad \text{y} \quad \frac{x^{\frac{3}{4}}}{y^{\frac{2}{3}}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{x}{y}\right)^3} = \sqrt[4]{\frac{x^3}{y^3}}$$

Fuente: (Pérez, 2015, p. 73)

En esta parte del texto se plantea un ejercicio y se resuelve otro. Como se puede observar el ejercicio 2, tiene un error de edición en la formulación del ejercicio, donde se orienta que se tiene que resolver el ejercicio:

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}$$

y se resuelve el ejercicio siguiente:

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$$

El ejercicio planteado al inicio  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}$ , no admite simplificación con las leyes de

los exponentes, pero si acepta que se editó mal el ejercicio y que el correcto es  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$ ,

se puede resolver con las propiedades planteadas en el texto tal y como aparece resuelta.

El profesor debe demostrar en el pizarrón que el ejercicio  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}$ , no se puede

resolver con las propiedades conocidas, y debe asignar al estudiante a que resuelva el ejercicio  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$  de manera individual y que la compare con lo que dice

el

4

texto. En este caso el docente cambia el ejercicio para que se ajuste a una solución.

#### 4. Error al editar expresión matemática:

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[mn]{a^n} \cdot \sqrt[mn]{b^m} = \sqrt[mn]{a^n b^m}$$

Fuente: Pérez (2015, p. 134)

Lo correcto sería  $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[mn]{a^n b^m} = \sqrt[mn]{a^n b^m}$ .

El docente tiene que aclarar que la raíz cubre completamente la cantidad subradical, y no es nada más el símbolo, debe hacerle ver al estudiante que esta notación contiene un error, el estudiante debería añadirle al libro la línea sobre los radicandos, de esta manera los estudiantes que usen el libro en el futuro no se enfrentarán a este error.

#### 5. Error al resolver ejercicio:

Ejemplo 11

Racionalice el denominador de la expresión

$$\frac{x}{2\sqrt{3xy} + \sqrt{xz}}$$

El factor racionalizante es  $2\sqrt{3xy} - \sqrt{xz}$ . Multiplicamos el numerador y el denominador por éste, obteniendo

$$\frac{x}{2\sqrt{3xy} + \sqrt{xz}} = \frac{x(2\sqrt{3xy} - \sqrt{xz})}{(2\sqrt{3xy} + \sqrt{xz})(2\sqrt{3xy} - \sqrt{xz})}$$

es decir,

$$\frac{x}{2\sqrt{3xy} + \sqrt{xz}} = \frac{x(2\sqrt{3xy} - \sqrt{xz})}{(2\sqrt{3xy})^2 - (\sqrt{xz})^2} = \frac{x(2\sqrt{3xy} - \sqrt{xz})}{4 \cdot 3xy - xz}$$

Luego,

$$\frac{x}{2\sqrt{3xy} + \sqrt{xz}} = \frac{x(2\sqrt{3xy} - \sqrt{xz})}{x(12y - z)} = \frac{2(\sqrt{3xy} - \sqrt{xz})}{12y - z}$$

Fuente: Pérez (2015, p. 136)

En el último paso del ejercicio dice que

$$\frac{x(2\sqrt{3xy} - \sqrt{xz})}{x(12y - z)} = \frac{2(\sqrt{3xy} - \sqrt{xz})}{12y - z}$$

Donde se simplifica la  $x$  del numerador con la  $x$  del denominador y se presenta la siguiente igualdad  $\frac{2\sqrt{3xy} - \sqrt{xz}}{12y - z} = \frac{2(\sqrt{3xy} - \sqrt{xz})}{12y - z}$  lo cual no es correcto, ninguna propiedad de la Matemática permite realizar este cambio, la solución del problema es  $\frac{2\sqrt{3xy} - \sqrt{xz}}{12y - z}$ . No se necesita rehacer el ejercicio porque el error está en la respuesta final.

El profesor debe explicar, que ninguna de las propiedades de los radicales y del Álgebra justifica lo que el texto dice, también puede sustituir con números para demostrar que esa parte del libro está equivocada, por ejemplo sustituyendo  $x = 3$  y  $y = 4$ , en la expresión se llegará a una contradicción, porque no dará el mismo resultado.

#### 6. Error al editar expresión matemática:

$$2m + n = (\sqrt[3]{2m} + \sqrt[3]{n}) (\sqrt[3]{4m^2} - \sqrt[3]{2mn} + \sqrt[3]{n^2})$$

Fuente: Pérez (2015, p. 139)

Lo correcto es  $2m + n = (\sqrt[3]{2m} + \sqrt[3]{n}) (\sqrt[3]{4m^2} - \sqrt[3]{2mn} + \sqrt[3]{n^2})$  debido a la propiedad que expresa que  $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) (\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a + b$  (Swokowski & Cole, 1993).

El docente debería pedir a los estudiantes que analicen la expresión algunos de ellos van a notar que le hacen falta los signos y usando el producto notable mencionado anteriormente ellos mismos encontrarán que cuales son los signos que deben llevar.

7. Error al editar expresión matemática:

$$x^n - y^n = (x - y) (x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$$

Fuente: Pérez (2015, p. 139)

La propiedad correcta “es  $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ ”

+

“ $x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$ ” (Spiegel, 1998). El docente debe escribir en el pizarrón la ecuación correcta, ya que esta propiedad sale únicamente en esta parte del libro y no se puede comparar con otra ecuación, a los estudiantes les puede causar dificultades convencerse de que es real, pero se puede sustituir el exponente n por el número 2 y se verá que si se usa esto se llegará a lo siguiente:

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x - y)$$

Lo cual no es correcto pero si se usa la ecuación

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Se obtendrá que

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Con esto probablemente los estudiantes se convencen de la veracidad de la ecuación.

8. Error al resolver un ejercicio:

**Ejemplo 3** Hallar el mínimo común múltiplo de los polinomios

$$2x^2 - 9x - 5 \quad \text{y} \quad 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$$

Factoricemos primero los polinomios,

$$2x^2 - 9x - 5 = \frac{(2x)^2 - 9(2x) - 10}{2} = \frac{(2x - 10)(2x + 1)}{2}$$

$$= \frac{2(x - 5)(2x + 1)}{2} = (x - 5)(2x + 1)$$

$$4x^3 + 4x^2 - 7x + 2 = 4x^3 + 4x^2 - 8x + x + 2$$

$$= (x + x - 2) + (x + 2)$$

$$= (x - 1)(x + 2) + (x + 2)$$

$$= (x + 2)[4x(x - 1) + 1]$$

$$= (x + 2)[4x^2 - 4x + 1]$$

$$= (x + 2)(2x + 1)^2$$

Fuente: Pérez (2015, p.144)

Este ejercicio tiene varios errores, en la primera factorización no hay dificultades, pero en la segunda hay que enfrentarse a varios errores como la desaparición de algunos exponentes o factores, lo correcto es

$$4x^3 + 4x^2 - 7x + 2 = 4x^3 + 4x^2 - 8x + x + 2$$

$$= 4(x^2 + x - 2) + (x + 2)$$

$$= 4(x + 2)(x - 1) + (x + 2)$$

$$= (x + 2)[4(x - 1) + 1]$$

$$= (x + 2)(4x^2 - 4x + 1)$$

$$\begin{aligned} & 1) \\ & = ( + 2)(2 - 1)^2 \end{aligned}$$

Como se puede ver en el proceso descrito en el texto se omiten los exponentes en el segundo paso, además en el segundo y tercer paso se pierde el

factor 4 para luego aparecer en el cuarto paso y por último en lugar de escribir  $2 - 1$  se escribe  $2 + 1$ .

El docente tiene que presentar un ejercicio sobre factorización por agrupación primero y después orientarles a los discentes que resuelvan este ejercicio, cuando hayan completado el procedimiento contrastarlo con el libro. También puede pedir a los estudiantes que encuentren el error y resuelvan el ejemplo correctamente.

#### 9. Error al resolver un ejercicio:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 6x + 10y = 14 \end{cases}$$

a la segunda ecuación le sumamos el producto de la primera por -2, es decir, le sumamos la ecuación  $-6x - 10y = -14$ :

$$\begin{array}{r} -6x - 10y = -14 \\ 6x - 10y = 14 \\ \hline 0x - 0y = 0 \end{array}$$

Fuente: (Pérez, 2015, p. 168)

Aquí se le cambió un signo que no tenía por qué cambiarse, lo correcto es:

$$\begin{array}{r} -6 - 10 = -14 \\ 6 + 10 = 14 \\ \hline 0 + 0 = 0 \end{array}$$

El signo del término 10 de la segunda ecuación no debería cambiarse porque en ningún momento se multiplica por  $-1$ . En este caso es conveniente decirle al

estudiante que analice detenidamente el ejercicio, cuando terminen, que digan lo que entendieron o no entendieron, ahí se puede generar un debate que conduzca a encontrar el error y que así el docente aproveche para corregirlo.

#### 10. Error al resolver un ejercicio

Ejemplo 4

Hallar el conjunto solución del sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 5 \\ -2x - 5y = 20 \end{cases}$$

Observemos que si despejamos  $y$  en ambas ecuaciones del sistema anterior, obtenemos:

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{5}x + 1 \\ y = -\frac{2}{5}x + 4 \end{cases}$$

de modo que el coeficiente de  $x$  de la primera ecuación coincide con el coeficiente de  $x$  en la segunda.

Observe que las partes derechas de las ecuaciones difieren en 3 unidades. Es decir, el valor de  $y$  que se obtiene en la segunda ecuación al asignarle un valor a  $x$ , excede en 3 unidades al valor de  $y$  que se obtiene en la primera ecuación al hacer la misma asignación al valor de  $x$ .

Al realizar el gráfico del sistema de ecuaciones, se observará que la gráfica de la segunda ecuación está desplazada, con respecto a la gráfica de la primera ecuación, verticalmente 3 unidades hacia arriba. Luego, las dos gráficas son rectas paralelas como ya habíamos determinado.

Fuente: Pérez (2015, p.170)

Si se analiza atentamente el despeje realizado a la primera ecuación es correcto, pero la segunda ecuación posee un error, porque aparece  $y = -\frac{2}{5}x + 4$  y lo correcto es  $y = -\frac{2}{5}x - 4$ , como se puede ver

$$-2x - 5y = 20$$

$$-5 = 2 + 20$$

$$\begin{aligned} \frac{-5}{-5} &= \frac{2}{-5} + \frac{20}{-5} \\ &= -\frac{2}{5} - 4 \end{aligned}$$

Además el libro no da la conclusión al problema, no aclara si el sistema tiene o no tiene solución, hace un análisis del cual se puede extraer que no tiene solución, aunque no lo expresa textualmente. No contesta la pregunta del problema. El profesor puede decirle a los estudiantes que despejen la ecuación y que luego contrasten lo que obtuvieron con lo que dice el libro. Al final los estudiantes deben contestar ellos mismos la pregunta del ejercicio y que la escriban en su cuaderno.

#### 11. Error al editar ecuación

En el ejemplo siguiente se está realizando la deducción del método de Cramer, pero se cometió un error de edición porque la ecuación 2 se multiplicó por  $-1$  sin embargo solo se multiplicó así el primer término, los otros dos no se multiplicaron por el factor  $-1$ .

**Metodo de Cramer**

Consideremos de nuevo el sistema

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Multipliquemos la primera fila por  $d$  y la segunda por  $-b$  y luego sumemos los resultados.

$$\begin{array}{r} d \begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases} \begin{cases} adx + bdy = pd \\ -bxc + bdy = qb \end{cases} \\ \hline adx - bxc = pd - qb \end{array}$$

Extrayendo factor común obtenemos

Fuente: Pérez (2015, p. 170)

$$(ad - bc)x = pd - qb$$

Lo correcto es

$$\begin{cases} + & = \end{cases}$$

**Ecuación 1**

$$+ =$$

**Ecuación 2**

$$\begin{cases} - & + & = \\ - & & = \end{cases}$$


---


$$- = -$$

Porque se multiplica la ecuación 2 por -b y cada término se debe multiplicar por este factor. El docente debe seguir el procedimiento paso a paso y luego demostrar que el signo debe ser diferente a lo que plantea el texto.

Resolver el sistema de ecuaciones:

**Ejemplo 1**

12. Error al editar expresión matemática

$$\begin{cases} 2x - 3y = -11 \\ 4x + 11y = 97 \end{cases}$$

La matriz coeficiente y la matriz ampliada del sistema son respectivamente

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 11 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -11 \\ 4 & 11 & 97 \end{pmatrix}$$

Fuente: Pérez (2015, p. 185)

Al ser la matriz una matriz aumentada se necesita separar los elementos de la matriz principal de los coeficientes. Lo correcto es:

$$= \left( \begin{array}{cc|c} 2 & -3 & -11 \\ 4 & 11 & 97 \end{array} \right)$$

### 13. Error al editar expresión matemática

✚ Utilice el criterio adecuado para demostrar la congruencia de cada pareja de triángulos

a)

$\triangle ABC \cong DCB$

b)

$\triangle JKL \cong \triangle JKM$

Fuente: Pérez (2015, p.185)

Como se puede observar en la parte amarilla resaltada en la figura a) le hace falta el símbolo de triángulo, lo correcto sería  $\Delta \cong \Delta$ .

### 14. Error al editar expresión matemática

En general, el intervalo  $(-\infty; b)$  denota el conjunto de números reales que verifica la inecuación  $x < b$ . Así:

$$(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$$

Si a este intervalo le agregamos el extremo derecho,  $b$ , obtenemos el intervalo  $(-\infty; b]$ :

$$(-\infty; b] = (-\infty; b) \cup \{b\},$$

es decir,

$$\begin{aligned} (-\infty; b] &= \{x \in \mathbb{R} : x < b\} \cup \{b\} \\ &= \{x \in \mathbb{R} : x < b \text{ ó } x = b\} \end{aligned}$$

la expresión  $x < b$  ó  $x = b$  se escribe abreviadamente como  $x \leq b$ , de modo que

$$(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$$

Fuente: Pérez (2015, p. 256)

En realidad el intervalo  $(-\infty, ] = \{ \in \mathbb{R}: \leq \}$  y el intervalo  $(-\infty, ) = \{ \in \mathbb{R}: < \}$  (Oteysa, E.; Lam, E.; Hernández, C. & Carrillo, A. M., 2007). Se cataloga como un error de edición porque se escribió un paréntesis en lugar de un corchete y viceversa.

### 5.3.2.2 Error de ambigüedad

#### 1. Ejercicio con dos interpretaciones

6. Multiplique cada uno de los resultados del ejercicio 4, sucesivamente por:  $2x^2$ ,  $3x - 5$  y  $-xy + 3x - 1$ .

Fuente: Pérez (2015, p. 141)

Este problema dice se va a multiplicar los resultados de un ejemplo por  $2x^2$ ,  $3x - 5$  y  $-xy + 3x - 1$  porque hay una pequeña separación entre el 5 y la “y” pero la “ye” es la misma que se usa para escribir ecuaciones entonces este ejercicio se puede interpretar como que se deben multiplicar por  $2x^2$ ,  $3x - 5 - xy + 3x - 1$  la cuál es una interpretación lógica y los lectores pueden confundirse porque no hay diferencia entre la y (conjunción) con la “ye” de la ecuación), esto hace que el ejercicio tenga dos interpretaciones.

2. Ejercicio con varias respuestas.

3. Sume los siguientes polinomios:

a.  $3x^3 - 5x + 3$  con  $12x^2 - 23x + 10$

b.  $4x^2y - 13xy + 10y$  con  $x^2 - 4xy - 2$

c.  $6x^2 + 7x - 3$  con  $2x^2 - 11x + 6$

4. Reste los polinomios anteriores, el primero del segundo.

5. ¿Cómo se multiplican dos polinomios?

6. Multiplique cada uno de los resultados del ejercicio 4, sucesivamente por:  $2x^2$ ,  $3x - 5$  y  $-xy + 3x - 1$ .

7. ¿Diga cuáles de todos los polinomios de los ejercicios anteriores son irreducibles, y en qué dominio?.

Fuente: Pérez (2015, p. 141)

Si se observa el ejercicio 7 donde se pide decir cuáles polinomios son irreducibles, y decir en qué dominio, algunos resultarían ser factorizables en los números naturales, otro en los racionales pero, es bien sabido que la factorización en álgebra se da en los números racionales y cuando mucho en los números reales, generalmente no se toma en cuenta el dominio de los números enteros y naturales porque quedan abarcado en los racionales, también dependiendo del conjunto seleccionado un polinomio puede ser reducible, por ejemplo, en el conjunto de los números complejos todos los polinomios de segundo grado son reducibles. Es decir dependiendo del conjunto el polinomio puede o no ser factorizado.

### 3. Ejercicio con dos soluciones

Realice los productos y divisiones indicadas:

1. $\left(\frac{x-z}{y-y}\right)\left(\frac{3b}{x-z}\right)$	6. $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a+b}\right)$
2. $\left(\frac{3a}{5b} + \frac{5b}{3a}\right)^2$	7. $\left(\frac{x}{a} + \frac{x}{b}\right) \div \left(\frac{a-b}{x-y}\right)$
3. $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \div \frac{a+c}{b}$	8. $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right) \div \frac{ac}{b}$
4. $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right) \frac{ac}{b}$	9. $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - \frac{m}{n}\right) \div \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} + \frac{m}{n}\right)$
5. $\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)$	

Fuente: Pérez (2015, p. 150)

Como se puede ver hay varias interpretaciones para este ejercicio porque si solo se hacen las divisiones y multiplicaciones usando la propiedad distributiva y no se realizan las sumas lo cual no tiene sentido o tal vez se debería simplificar completamente y contradecir la orden que se está dando, por ejemplo para el inciso 1.

Caso en el que solo se realizan las divisiones y multiplicaciones:

$$\left(\frac{3}{-}\right) \left(\frac{3}{-}\right) = \frac{3}{(-)} - \frac{3}{(-)}$$

Porque solo se resolvieron las multiplicaciones mediante la propiedad distributiva y no hay divisiones por hacer, si el ejercicio se simplifica también se podría resolver de esta manera:

$$\left(\frac{3}{-}\right) \left(\frac{3}{-}\right) = \left(\frac{-}{-}\right) \left(\frac{3}{-}\right)$$

$$= \frac{3}{-}$$

-

Ninguna respuesta contradice las propiedades de la Matemática y este ejercicio se podría resolver de dos maneras distintas, la indicación más conveniente sería simplifique. El mismo razonamiento sería posible para el inciso 3, 4, 6, 8 y 9.

#### 4. Una contradicción con el mismo libro

Las ecuaciones del sistema del ejemplo 1 son ecuaciones con la misma pendiente. Resultó que las rectas que ellas determinan son paralelas no coincidentes (es decir, el conjunto solución del sistema es vacío no tiene solución)

Fuente: Pérez (2015, p. 171)

El ejemplo 1 (de esa unidad) se encuentra en la página 166

**Ejemplo 1**

Consideremos el sistema

$$\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 6x + 10y = 14 \end{cases}$$

Multipliquemos la primera ecuación por -2 (operación del tipo 2).  
Obtenemos el sistema equivalente.

$$\begin{cases} -6x - 10y = -14 \\ 6x + 10y = 14 \end{cases}$$

Ahora sumémosle la primera ecuación a la segunda. Tendremos de nuevo un sistema equivalente.

$$\begin{cases} -6x - 10y = -14 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases}$$

La equivalencia entre sistemas de ecuaciones es una relación de equivalencia.

Fuente: Pérez (2015, p. 166)

En la página 167 el texto continúa una cadena de razonamientos que conducen a que el conjunto solución del sistema es la recta  $2x + 5y = 7$  y

como

esta recta tiene infinitas soluciones el sistema del ejemplo 1 tiene infinitas

soluciones contradiciendo lo que el texto dice en la página 171 donde afirma que

el conjunto solución del sistema es el conjunto vacío. Esta irregularidad se podría haber evitado si el texto dijera que los ejemplos 4 y 5 no tienen solución, estos ejercicios se encuentran en la página 170 del libro de texto, si se revisa el texto se notará que estos ejercicios no tienen solución. Las afirmaciones correctas son:

- Las ecuaciones del sistema del ejemplo 1 son ecuaciones con la misma pendiente. Resultó que las rectas que ellas determinan son paralelas no coincidentes (es decir, el conjunto solución del sistema son todos los números reales, tiene infinitas soluciones).
  - Las ecuaciones del sistema de los ejemplos 4 y 5 son ecuaciones con la misma pendiente. Resultó que las rectas que ellas determinan son paralelas coincidentes (es decir, el conjunto solución es vacío no solución).
5. Este ejercicio no especifica cuál sistema se va a resolver podría ser el último ejercicio resuelto o podría ser el siguiente ejercicio por plantearse, si fuera el anterior entonces porqué se cambia de tema y si fuera el siguiente entonces no debería hablar en participio (encontrada).

### **Método de sustitución.**

#### **Ejemplo 7**

Calcule las pendientes de las ecuaciones del sistema para constatar que son diferentes y que, por tanto, la solución encontrada es la única solución del sistema.

Fuente: Pérez (2015, p. 176)

### 5.3.2.3 Error de simbología y metodología

#### 1. Cambiar un símbolo por otro

$$2013^\circ = 1$$
$$(56\ 000\ 000)^\circ = 1$$

Fuente: Pérez (2015, p. 51)

Este error confunde el cero con el símbolo de grado y se encuentra en dos páginas diferentes del texto. Lo correcto es como se demuestra a continuación

$$2013^0 = 1$$

$$(56\ 000\ 000)^0 = 1$$

Se debe recordar que el símbolo del cero es 0 (debe ser un óvalo) y el de grado es una circunferencia y en superíndice (°).

$$[(2p)^{56}]^0 \cdot (2p)^{56^\circ}$$

Fuente: Pérez (2015, p. 52)

Aquí se repite el mismo error (Pérez, 2015, p. 52), nótese que el  $56^\circ$ , no dice 56 elevado a la cero, sino 56 grados, lo correcto es

$$[(2) ^{56}]^0 \cdot (2) ^{56^0}$$

2. Error en el que no se define algo antes de usarlo:

4. Sustituimos el valor encontrado de  $x$  en una de las expresiones en que tenemos despejada a  $y$ :

$$y = \frac{161 - 3x}{4} \Big|_{x=27} = \frac{161 - 3(27)}{4} = \frac{80}{4} = 20$$

Fuente: Pérez (2015, p. 175)

Como se puede observar aquí, se usa un símbolo que no está definido en el libro, ni al inicio, ni al final, ni en ningún libro de octavo grado, ni séptimo. Lo que significa que algunos estudiantes o profesores no comprenderán su significado.

### 5.3.2.4 Error de planteamientos de problemas y ejercicios

1. Ejercicio con una indicación contradictoria. El ejercicio siguiente tiene una indicación en la que dice que el estudiante debe simplificar, pero el ejercicio 6 no admite simplificación posible, por lo tanto se contradice la indicación con el ejercicio.

VI. Simplifique:

1.  $e^{\frac{5}{3}} \cdot e^{-\frac{3}{4}}$

4.  $\pi^{\frac{7}{5}} \cdot e^{-\frac{7}{4}}$

7.  $\sqrt[3]{x^{15}y^{12}z^5}$

2.  $\pi^{\frac{5}{8}} \cdot e^{-\frac{6}{5}}$

5.  $\frac{(2\pi)^{\frac{3}{7}}}{\pi^{\frac{3}{7}}}$

8.  $\sqrt[40]{a^{50}}$

3.  $\left[ (\sqrt{3})^{\frac{1}{5}} \right]^{\frac{3}{8}}$

6.  $\frac{(0,732)^{\frac{3}{4}}}{(0,733)^{\frac{5}{2}}}$

9.  $\frac{\sqrt[5]{x^{13}y^{12}}}{\sqrt[5]{x^{-2}y^5}}$

Fuente: Pérez (2015, p. 78)



$$\frac{1000}{537289} \cdot \sqrt[4]{\frac{732^3}{733^2}}$$

Esta es la máxima simplificación posible con este ejercicio, si se continuara serían transformaciones de manera circular y al final no se puede llegar a una forma donde no aparezca al menos un radical.

Aquí se podría cambiar una parte del ejercicio y entonces se puede resolver con las propiedades de los exponentes

$$\begin{aligned}
 & \frac{(0,732)^{\frac{3}{4}}}{(0,732)^{\frac{3}{5}}} \\
 & = (0,732)^{\frac{3}{4} - \frac{3}{5}} \\
 & = (0,732)^{\frac{3-10}{4}} \\
 & = (0,732)^{\frac{-7}{4}} \\
 & = \left(\frac{1000}{732}\right)^{\frac{7}{4}} \\
 & = \left(\frac{250}{183}\right)^{\frac{7}{4}}
 \end{aligned}$$

2. Ejercicio con una indicación contradictoria, si se lee atentamente el ejercicio 7 se puede notar que la fracción no se puede simplificar porque no tiene factores comunes.

Simplifique las siguientes fracciones algebraicas:

1.  $\frac{p^2 - q^2}{7p - 7q}$

5.  $\frac{x+1}{x^2 - 1}$

9.  $\frac{a-b}{b-a}$

2.  $\frac{x^2 - y^2}{y^2 - x^2}$

6.  $\frac{1-x}{5-5x}$

10.  $\frac{a^2 + 7a + 10}{a^2 - 25}$

3.  $\frac{a+b}{a^3 + b^3}$

7.  $\frac{a^2 - 2ab + b^2 - c^2}{a^2 - b^2 - 2ab - c^2}$

4.  $\frac{a-b}{a^3 - b^3}$

8.  $\frac{(a+5)(b-5)}{b-5}$

Fuente: Pérez (2015, p. 150)



Fuente: Pérez (2015, p. 189)

4. Error en el que no coincide lo que se plantea con lo que se pide. El problema siguiente tiene dos errores, primero la gráfica no coincide con el problema y si se resuelve el problema mediante un gráfico auxiliar este da como resultado que hacen falta datos para concluir el problema y responder las preguntas planteadas.

➤ Mario desea determinar la distancia que hay de un punto B donde se encuentra en la orilla del Río San Juan, hasta otro punto A situado en la otra rivera. Para ello camina 23m en dirección perpendicular al segmento  $\overline{AB}$  marca con una estaca un punto C y continúa caminando otros 23m en la misma dirección hasta un punto D. En ese punto dobla hacia la derecha en dirección perpendicular a la dirección anterior hasta alcanzar un punto E desde donde divisa en línea recta al punto A a la estaca que sembró en C.



Mario midió la distancia entre el punto D y el E, de 13 m, y asegura que ésta es la misma distancia del punto A al punto B.

**Responda:**

- ¿Tiene Mario la razón? ¿Por qué?
- ¿Por qué el ángulo  $\angle ACB$  es congruente con  $\angle ECD$ ?
- ¿Por qué  $\angle ABC \cong \angle EDC$ ?
- ¿Qué criterio se debe aplicar para demostrar que  $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ ?

Fuente: Pérez (2015, p. 198)

Primero se dibujará un gráfico para entender el problema:

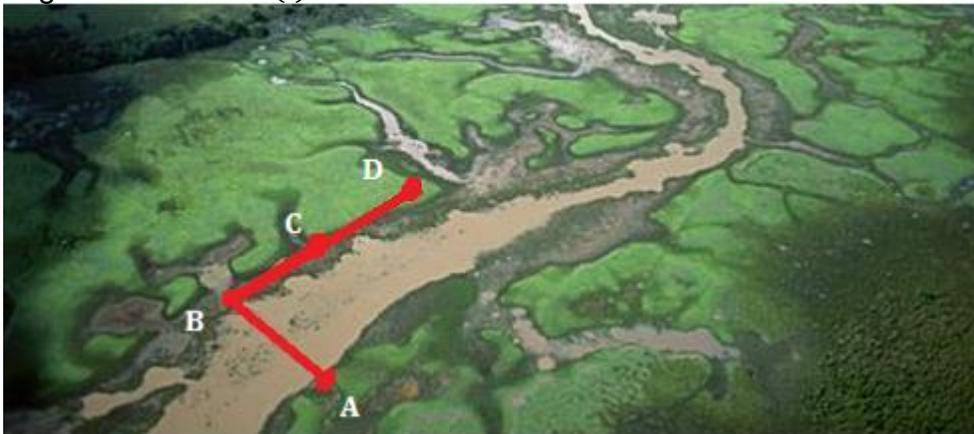
- Mario está en el punto
- El punto está en la otra rivera
- Mario quiere determinar la distancia de a es decir la medida del segmento  $\overline{AB}$ , el gráfico queda así:



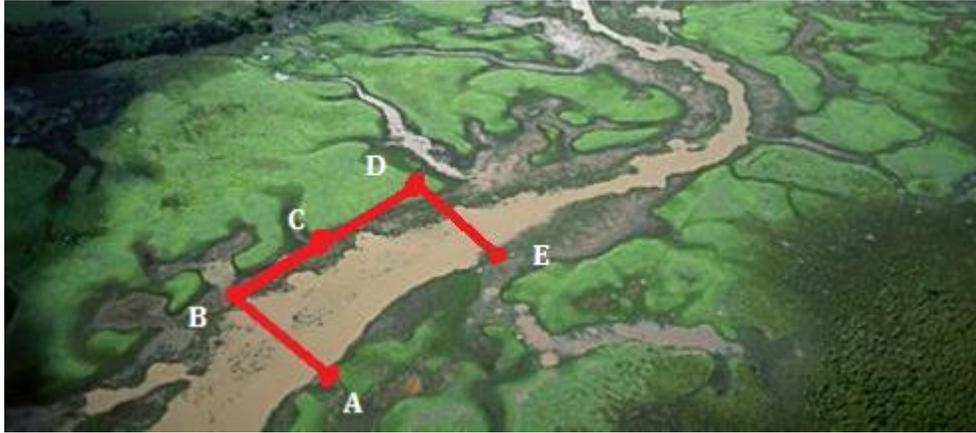
- Mario camina 23 metros en dirección perpendicular a  $\overline{AB}$ , es decir y  $\overline{AC} = 23$ .



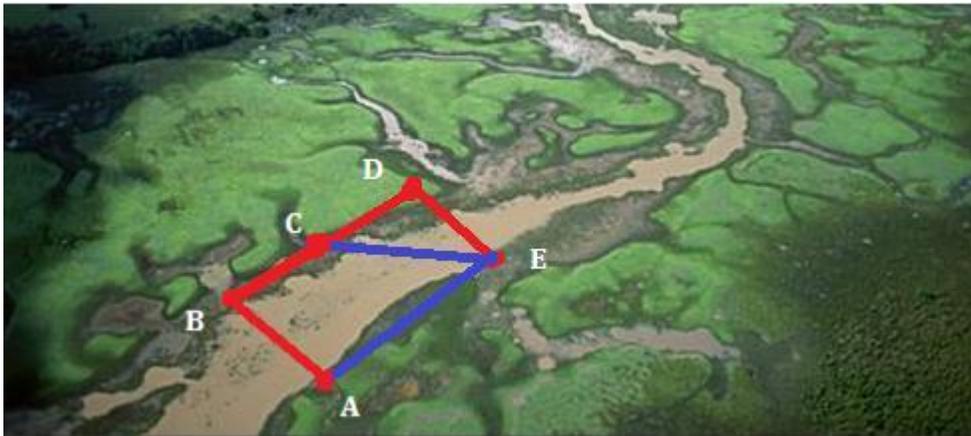
- Continúa caminando en la misma dirección y marca otro punto y el segmento mide  $\overline{BC} = 23$ .



- Mario dobla hacia la derecha (es decir  $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ ) y alcanza un punto , y  $\overline{CD} = 13$ , Mario se ve obligado a cruzar el río.



- Como Mario es capaz de ver el punto en línea recta y el punto , el gráfico queda así:



Es decir que la medida del río es aproximadamente igual a la medida de  $\overline{AE} = 13$  , el río mide 13 . La gráfica confunde al lector, porque está equivocada, la gráfica no corresponde al problema. Además el problema solo forma un triángulo y no se puede aplicar ningún criterio de convergencia de triángulo y aunque se pudiera no es necesario la respuesta está dada en el problema:

Respuestas del lector a las actividades propuestas

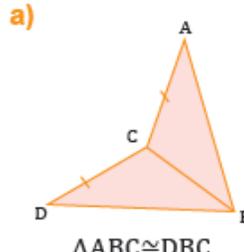
- ¿Tiene Mario razón? ¿Por qué?  
Si tiene razón, la medida  $\overline{AE}$  es efectivamente igual a la medida del río.
- ¿Por qué el ángulo  $\sphericalangle$  es congruente con  $\sphericalangle$  ?

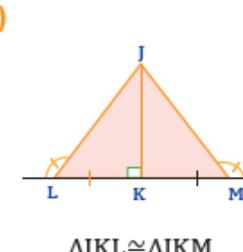
Serán congruentes si y solo si  $\Delta \cong \Delta$  y si son congruentes porque  $\cong$ ,  $\cong$  (esto es cierto porque se supone que el ancho del río no cambia en el tramo por las medidas de los segmentos y es un rectángulo,  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son iguales y el problema dice que  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  tienen la misma medida) y el ángulo  $\sphericalangle A \cong \sphericalangle C$  porque los segmentos perpendiculares forman ángulos rectos y “todos los ángulos rectos son congruentes” (Rich, 1994), se concluye que los triángulos  $\Delta ABC$  y  $\Delta CDE$  son congruentes por el teorema lado-ángulo-lado (un lado y dos ángulos adyacentes de un triángulo son congruentes con las partes de otro, entonces los triángulos son congruentes (Rich, 1994)) entonces  $\sphericalangle B \cong \sphericalangle E$ .

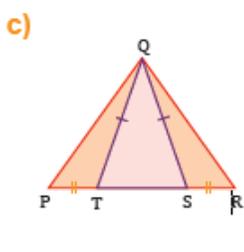
- ¿Por qué  $\sphericalangle A \cong \sphericalangle C$  ?  
Porque ambos son ángulos rectos y los ángulos rectos son congruentes entre sí (Rich, 1994)
- ¿Qué criterio se debe aplicar para demostrar que  $\Delta ABC \cong \Delta CDE$  ?  
El criterio lado-ángulo-lado (Rich, 1994).

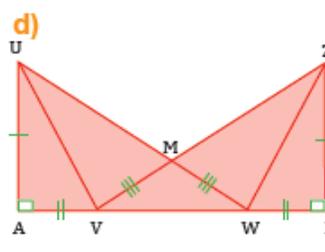
5. Ejercicio al que le hacen falta datos

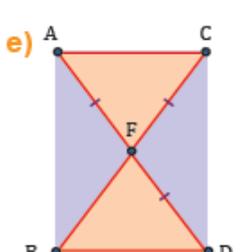
Utilice el criterio adecuado para demostrar la congruencia de cada pareja de triángulos

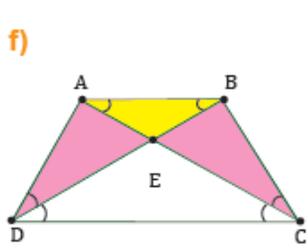
a)   $\Delta ABC \cong \Delta DBC$

b)   $\Delta JKL \cong \Delta JKM$

c)   $\Delta PQT \cong \Delta RQS$

d)   $\Delta UVM \cong \Delta ZWM$

e)   $\Delta AFC \cong \Delta BFD$

f)   $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

Fuente: Pérez (2015, p. 201)

El ejercicio a le hacen falta datos, con los datos que ahí se encuentran no es suficiente para concluir que si son o no son congruentes, de la figura se puede determinar que:

Tabla 4: Demostración pedida para el ejercicio a.

Proposición	Razones
$\overline{\parallel}$	Dado
$\overline{\parallel}$	Por reflexividad

No dice nada que pueda ayudar a determinar si los triángulos son congruentes. El ejercicio f) también carece de datos, aparecen marcas de ángulos pero no dicen nada si son congruentes, además parece un trapecio, pero no se afirma si es, sin estos datos no se puede demostrar si son congruentes y “la observación no puede utilizarse como prueba” (Rich, 1994).

### 5.3.2.5 Errores conceptuales

1. Error por mal uso de conceptos (en este caso cifras significativas).

**TABLA 5: Calificaciones**

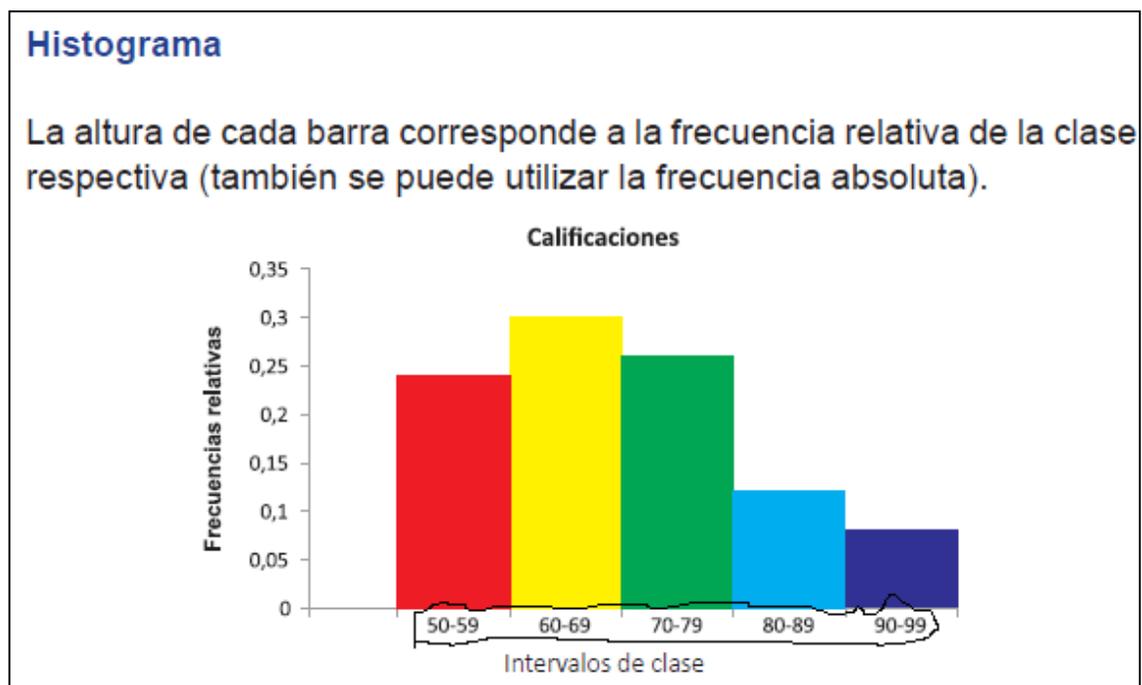
Clase	$f_i$	$F_i$	$f_r$	$F_r$
50-59	12	12	0,24	0,24
60-69	15	27	0,30	0,54
70-79	13	40	0,26	0,80
80-89	6	46	0,12	0,92
90-99	4	50	0,08	1,00
Total	50		1	

Fuente: Pérez (2015, p. 6)

“El resultado de la suma o resta de dos números no tiene cifras significativas más allá de la última cifra decimal en que ambos números originales tienen cifras significativas” (Tipler, 1993).

Como se observa en la tabla y en la columna de  $f_r$  la sumatoria de esa frecuencia es 1, lo correcto sería 1,00, porque a como lo plantea la definición anterior de cifras significativas al sumar dos números no debe tener más allá de las originales y como en esta se está trabajando con dos decimales lo correcto sería dejar la sumatoria con dos decimales

## 2. Error por mal uso de conceptos (Definición de histograma)

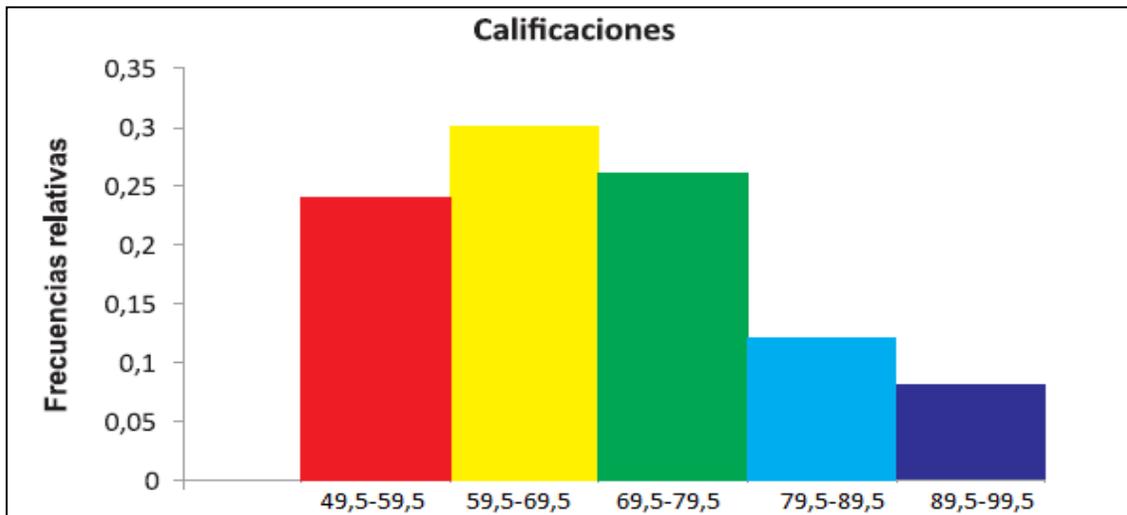


Fuente: Pérez (2015, p. 7)

La definición de Histograma según Estuardo (2012), dice que:

**“Histograma:** es el gráfico adecuado cuando los datos están ordenados en tablas con intervalos, es decir, para datos de variables continuas. También el histograma es una conformación de rectángulos, pero uno al lado de otro cuya área es proporcional a la frecuencia de cada intervalo. Los extremos de la base de cada rectángulo son los límites reales del intervalo”.

Lo correcto sería escribir los límites reales en la base de cada rectángulo del histograma tal y como lo plantea Estuardo (2012).



Fuente: Elaboración Propia

### 3. Error al formular conceptos (mínimo común múltiplo).

El mínimo común múltiplo de dos o más polinomios es el polinomio de menor grado y de menor coeficiente principal, que es múltiplo de los polinomios dados.

Fuente: Pérez (2015, p.144)

Esta es una definición de mínimo común múltiplo (se abreviará así mcm) con un problema importante y que puede interpretarse de maneras distintas, éstos se puede entender con un ejemplo:

Si se trata de encontrar el mcm de las expresiones algebraicas siguientes  $2x^2 + 3x + 1$  y  $x^2 + 1$ .

Según la definición será el mcd será el polinomio que es múltiplo y de menor grado de las expresiones, es decir se debe multiplicar esto es:

$$(2x^2 + 3x + 1)(x^2 + 1) = (2x^2)(x^2) + (2x^2)(1) + 3(x^2) + 3(1) + 1(x^2) + 1(1)$$

3(1)

$$= 2^2 + 2 + 3 +$$

3

$$= 2^2 + 5 + 3$$

El múltiplo de  $2 + 3$  y  $+ 1$  es  $2^2 + 5 + 3$ , hasta aquí todo está bien,

pero la condición de que debe tener el menor coeficiente principal significa que 2 no es el menor coeficiente principal, porque  $-2$  es menor que 2 es decir que el mcm es  $-1(2^2 + 5 + 3) = -2^2 - 5 - 2$ , pero aún existe otro número que

puede actuar de menor coeficiente principal el  $-4$ , que es menor que 2 y  $-2$ , entonces el mínimo común múltiplo  $-4^2 - 10 - 6$ , como se puede observar

habrían infinitos mínimo común múltiplo porque existen infinitos valores que podrían ser coeficientes principales de  $2^2 + 5 + 3$  y que son menores que

2.

Es preferible un concepto que no diga que existen infinitos mcm: “El mínimo común denominador (mcd) de un conjunto de denominadores o mínimo común múltiplo (mcm)” (Angel, 1997) lo que significa que el libro (y los demás libros) usará el nombre de mínimo común denominador en lugar de mínimo común múltiplo.

Entonces el mínimo común múltiplo o “mínimo común denominador es el producto de los factores primos distintos, empleando el exponente más grande que aparezca en cada factor primo” (Swokowski & Cole, 1993) y o no dar ninguna definición y en lugar de eso se muestra una serie de pasos para calcular el mcm o mcd como hacen otros autores, por ejemplo Angel (1997).

4. Error de mal uso de conceptos.

**Ejemplo 6**

Multiplicar:  $\frac{5x+3}{4x-2} \cdot \frac{2x-1}{7x+2}$

Tenemos que

Fuente: Pérez (2015, p. 147)

Como se puede observar se resolvió una multiplicación de fracciones pero el denominador  $4 - 2 = 2(2 - 1)$ , se puede factorizar y el numerador de la primera fracción contiene también un 2 así que se puede simplificar con el que se presenta en el denominador y no se hizo lo cual es incorrecto “cuando se simplifica un producto o un cociente de expresiones racionales, suelen emplearse las propiedades de los cocientes para obtener una expresión racional. A continuación se factorizan el numerador y el denominador y se simplifican los factores comunes” (Swokowski & Cole, 1993) también al resolver problemas con expresiones racionales, debemos asegurarnos de escribir la respuestas en su mínima expresión.

Una expresión “queda reducida a su mínima expresión cuando el numerador y el denominador no tienen factores comunes distintos de uno” (Angel, 1997) así ambos autores afirman que al efectuar una operación con fracciones se deben simplificar los factores comunes que quedan al finalizar la operación.

El ejercicio también tiene otro error porque afirma que

$$\begin{aligned} (5 + 3)(2 - 1) &= (5)(2) + (5)(-1) + 3(2) + \\ &\quad 3(-1) \\ &= 10^2 - 5 + 6 - \\ &\quad 3 \\ &= 10^2 + -3 \end{aligned}$$

Y el libro afirma que  $(5 + 3)(2 - 1) = 10^2 + 11 - 3$ , este error puede

clasificarse como de edición y que se iba a expresar como 1, y que se escribió

dos 1 en lugar de uno, sin embargo 1 no es una notación muy usada.

El ejercicio resuelto correctamente es así:

$$\begin{aligned} \frac{5 + 3}{4 - 2} \cdot \frac{2 - 1}{7 + 2} &= \frac{(5 + 3)(2 - 1)}{(4 - 2)(7 + 2)} \\ &= \frac{(5 + 3)(\cancel{2} - 1)}{2(\cancel{2} - 1)(7 + 2)} = \frac{5 + 3}{14 + 4} \end{aligned}$$

Esta es la respuesta correcta del problema.

5. Error en el uso de un procedimiento

Analicemos el sistema:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 6x + 7y = 5 \end{cases}$$

Fuente: Pérez (2015, p. 171)

Multiplicando la primera ecuación por -2 y sumando el resultado a la segunda obtenemos el sistema equivalente

$$\begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 0x + 17y = 5 \end{cases}$$

es decir,

$$\begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 17y = 5 \end{cases}$$

Ahora, en la segunda ecuación despejamos  $y$ , obteniendo

$$y = \frac{5}{17}$$

Luego sustituimos este valor de  $y$  en la primera ecuación, con lo cual ésta se transforma en una ecuación lineal en una incógnita

$$3x - 5\left(\frac{5}{17}\right) = 0$$

es decir, la ecuación

$$3x = 0$$

cuya solución es  $x = 0$ . Por tanto, una solución del sistema es el punto de coordenadas

$$x = 0, y = \frac{5}{17}$$

Fuente: Pérez (2015, p. 172)

Para demostrar las equivocaciones en la resolución se resolverán el ejercicio:

$$\begin{cases} 3 - 5 = 0 \\ 6 + 7 = 5 \end{cases}$$

Se multiplica la primera ecuación por  $-2$  y se le suma a la segunda ecuación

$$-6 + 10 = 0$$

$$6 + 7 = 5$$

Si se suman da igual a  $0 + 17 = 5$  entonces

$$\begin{cases} 3 - 5 = 0 \\ 0 + 17 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 - 5 = 0 \\ 17 = 5 \end{cases}$$

(Hasta aquí coincide el libro con la solución correcta). Ahora en la segunda ecuación se despeja  $x$  y queda que

$$17 = 5$$

$$\frac{17}{17} = \frac{5}{17}$$

$$= \frac{5}{17}$$

En esta parte, el libro aparece que el valor de  $x$  es  $\frac{5}{7}$  este error

puede

7

atribuírsele a la edición. Luego se debe encontrar el valor de  $x$ , entonces se sustituye el valor de  $x$  en la primera ecuación:

$$3 - 5 = 0$$

$$3 - 5\left(\frac{5}{17}\right) = 0$$

$$3 - \frac{25}{17} = 0$$

$$3 = 0 + \frac{25}{17}$$

$$3 = \frac{25}{17}$$

$$\frac{3}{3} = \frac{25}{17} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{25}{51}$$



Por lo tanto la solución del sistema es  $x = \frac{25}{51}$  y el valor de  $y = \frac{5}{17}$ .  
Mientras que el texto sustituye  $x = 0$ , cuando se había encontrado que el valor de  $x = \frac{25}{51}$ , (suponiendo que en realidad se asigne este valor y no se le asigne a  $y = \frac{5}{17}$ ). Si se sustituye el par  $(\frac{25}{51}, \frac{5}{17})$  las dos ecuaciones quedan satisfechas, sin embargo, si se usa las soluciones que propone el texto  $(0, \frac{5}{17})$  no quedan comprobadas

Tabla 7: Comprobación

Comprobación con el par $(\frac{25}{51}, \frac{5}{17})$	Comprobación con el par $(0, \frac{5}{17})$ Respuesta planteada en el texto
<p><b>Primera Ecuación</b></p> $3x - 5y = 0$ $3(\frac{25}{51}) - 5(\frac{5}{17}) = 0$ $\frac{25}{17} - \frac{25}{17} = 0$ $0 = 0 \text{ Verdadero}$ <p><b>Segunda Ecuación</b></p> $6x + 7y = 5$ $6(\frac{25}{51}) + 7(\frac{5}{17}) = 5$ $\frac{50}{17} + \frac{35}{17} = 5$ $\frac{85}{17} = 5$ $5 = 5 \text{ Verdadero}$	<p><b>Primera Ecuación</b></p> $3x - 5y = 0$ $3(0) - 5(\frac{5}{17}) = 0$ $-\frac{25}{17} = 0$ <p>Falso</p> <p><b>Segunda Ecuación</b></p> $6x + 7y = 5$ $6(0) + 7(\frac{5}{17}) = 5$ $\frac{35}{17} = 5$ <p>Falso</p>

Fuente: Elaboración Propia

Si se observa atentamente el final del ejercicio se encontrará un error en el despeje de la segunda ecuación

$$x = 0, y = \frac{5}{17}$$

Encontremos las pendientes de las ecuaciones del sistema. Despejando  $y$  en la primera ecuación obtenemos

$$y = \frac{3}{5}x$$

Y, en la segunda,

$$y = -\frac{6}{7}x + 5$$

Fuente: Pérez (2015, p. 172)

Como se observa la primera ecuación esta despejada correctamente pero la segunda contiene un error

$$6x + 7y = 5$$

$$7y = -6x + 5$$

$$\frac{7y}{7} = \frac{-6x}{7} + \frac{5}{7}$$

$$y = -\frac{6}{7}x + \frac{5}{7}$$

Lo cual contradice el texto porque éste afirma que

$$y = -\frac{6}{7}x + 5$$

## 6. Error conceptual en el uso e interpretación de los determinantes principales.

Los sistemas de ecuaciones se pueden clasificar de acuerdo con el número de soluciones que puedan poseer. Según este criterio pueden presentarse los siguientes casos.

- Sistema incompatible si no posee soluciones.
- Sistema compatible si tiene al menos una solución. Estos sistemas a su vez se clasifican en:
  - a. Sistema compatible **determinado** cuando tiene un número finito de soluciones.
  - b. Sistema compatible **indeterminado** si tiene un conjunto infinito de soluciones.

Para el caso de los sistemas de dos ecuaciones lineales en dos incógnitas, de acuerdo con lo estudiado anteriormente, un sistema es compatible determinado si tiene exactamente una solución.

- Cuando el determinante del sistema es diferente de cero, el sistema es compatible, es decir que si  $A$  es la matriz coeficiente del sistema, entonces:

**$\det(A) \neq 0$ , el sistema es compatible.**

- El sistema es incompatible si el determinante es igual a cero, es decir,

**$\det(A) = 0$ , el sistema es incompatible.**

Fuente: Pérez (2015, p. 186)

Según Baldor (2005) en la página 320, los sistemas de ecuaciones se pueden clasificar en compatible determinado si tienen un número finito de soluciones, en compatible indeterminado si tienen infinitas soluciones e incompatible si no posee soluciones.

Swokowski dice que “un sistema es consistente si tiene al menos una solución. Un sistema con un número infinito de soluciones es dependiente y consistente. Un sistema es inconsistente si no tiene solución” (Swokowski & Cole, 1993, p. 535). A la vez Angel (1997) habla de sistemas consistente, inconsistente y dependiente (cuando tienen infinitas soluciones).

También Sullivan habla de sistemas consistente, inconsistente aunque no habla de sistemas dependientes, porque los considera dentro de los consistentes “cuando un sistema tiene al menos una solución, es consistente, en caso contrario es inconsistente” (Sullivan, 1997) también Grosman (2009), propone una clasificación de los sistemas de ecuaciones en consistentes (si tiene al menos una solución) e inconsistentes (si no posee solución).

Tabla 7: Tipos de sistemas de ecuaciones y sus características

Tipo de sistemas		Características
Compatible determinado	Consistente	Tiene un número finito de soluciones
Compatible indeterminado	Consistente dependiente	Tiene un número infinito de soluciones
Incompatible	Inconsistente	No tiene solución

Fuente: Elaboración Propia

Dado que el nombre es distinto pero es la misma definición, representa a los mismos sistemas (el análisis anterior fue para observar que los nombres asignados son distintos pero las propiedades deben cumplirse igual). Baldor (2005) usa los determinantes para resolver sistemas de ecuaciones, pero no dice nada cuando el determinante principal es igual a cero, Swokowski habla acerca de los problemas que surgen cuando el determinante es cero sin abordar qué tipos de sistemas quedan sin solución si esto pasa (Swokowski & Cole, 1993). Sullivan dice que “si al utilizar el método de Cramer, el determinante D de los coeficientes de las variables es igual a 0, (de modo que no se pueda aplicar la regla de Cramer), entonces el sistema es inconsistente o tiene infinitas soluciones” (Sullivan, 1997). Otros libros dicen lo siguiente “El sistema

$$11 + 12 =$$

$$21 + 22 =$$

2

De dos ecuaciones con dos incógnitas  $a_1x + b_1y = c_1$  y  $a_2x + b_2y = c_2$  no tiene solución, tiene una solución única o tiene un número infinito de soluciones. Esto es:

- i. Tiene una solución única si y solo si  $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$
- ii. No tiene solución o tiene un número infinito de soluciones, si y solo si  $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ " (Grosman, 2009).

El álgebra Lineal dice que este es un teorema, y como  $\det(A) = a_1b_2 - a_2b_1$  (según la definición Swokowski & Cole (1993) de determinante para una matriz cuadrada  $2 \times 2$ ) entonces este teorema se puede escribir así:

El sistema

$$\begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix}$$

De dos ecuaciones con dos incógnitas  $a_1x + b_1y = c_1$  y  $a_2x + b_2y = c_2$  no tiene solución, tiene una solución única o tiene un número infinito de soluciones. Esto es:

- i. Tiene una solución única si y solo si  $\det(A) \neq 0$  (el sistema en este caso es consistente o compatible determinado)
- ii. No tiene solución o tiene un número infinito de soluciones, si y solo si  $\det(A) = 0$  (en este caso el sistema es compatible indeterminado o incompatible).

Fuente: Elaboración propia

Lo que dice Sullivan (1997) y Grosman (2009) contradice al libro de texto usado actualmente en noveno grado, el cual dice que "cuando el determinante del sistema es diferente de cero, el sistema es compatible" y luego dice "el sistema es incompatible si el determinante es igual a cero" (Pérez, 2015, p. 186). Lo que dice el libro de texto es que si el determinante principal es diferente de cero el sistema es compatible, pero los sistemas compatibles abarcan a los compatibles

determinados (según Grosman (2009)  $\det(\cdot) \neq 0$ ) y a los compatibles

indeterminados (según Grosman  $\det(A) = 0$ ) es decir que hay sistemas compatible donde el  $\det(A) = 0$ . Lo cual contradice lo que dice el texto nacional.  
En conclusión

- En los sistemas compatibles determinados el  $\det(A) \neq 0$ , (el libro nacional dice que esto es así).
- En los sistemas compatibles indeterminados  $\det(A) = 0$ , (el libro de texto dice que es diferente de cero).
- En los sistemas incompatibles  $\det(A) = 0$  (el libro de texto dice que esto es así).

## Propuesta de estrategias para tratar los errores en el libro de texto

En base a este error de planteamiento de un ejercicio, se trabajará este problema con la estrategia del mapa cognitivo.

a) Expresar el número 23 000 000 a través de una potencia de 10.

b) Sin usar calculadora encuentre el valor del cociente.

$$\frac{(0,5)^4}{(0,1)^4}$$

a. Puesto que  $23\,000\,000 = 23 \cdot 1\,000\,000$  y  $1\,000\,000 = 10^6$ ,

$$23\,000\,000 = 23 \cdot 10^6$$

b. Por la propiedad de la potencia de un cociente tenemos que:

$$\frac{(0,1)^4}{(0,5)^4} = \left(\frac{0,1}{0,5}\right)^4$$

pero  $0,1 = \frac{1}{10}$  y  $0,5 = \frac{5}{10}$ . Por tanto, al sustituir en la parte derecha de la igualdad obtenemos:

$$\frac{(0,1)^4}{(0,5)^4} = \left(\frac{\frac{1}{10}}{\frac{5}{10}}\right)^4$$

Ahora bien, el cociente dentro del paréntesis en la parte derecha

es igual a  $\frac{1}{10} \cdot \frac{10}{5} = \frac{2}{10}$ . Luego,

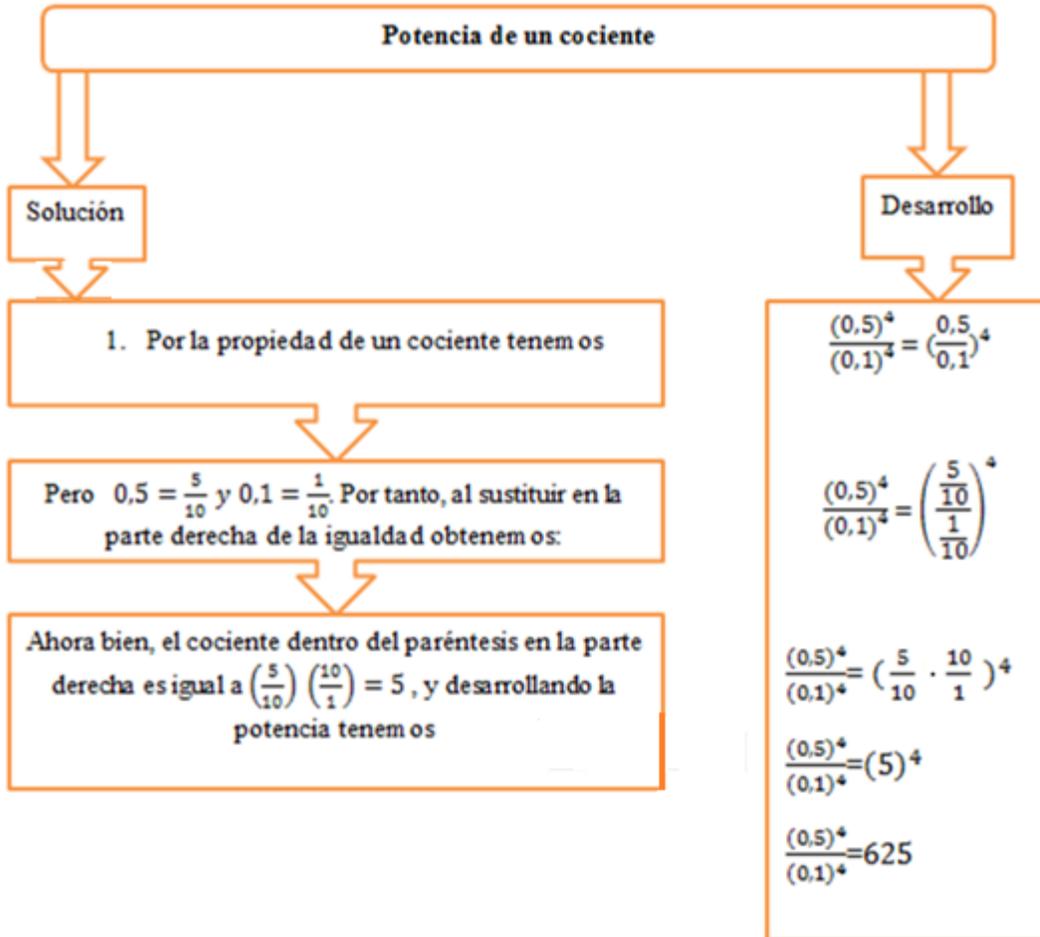
$$\frac{(0,1)^4}{(0,5)^4} = \left(\frac{2}{10}\right)^4,$$

Fuente: Pérez (2015, p. 45)

## 1- Mapa cognitivo de algoritmo

Sin calculadora encuentre el cociente de:

Figura 1: Ejemplo de mapa cognitivo de aspectos comunes



Esta estrategia el docente la puede presentar mediante un papelógrafo o usando los medios tecnológicos como el Data Show, en donde él debe explicar mediante el mapa anterior cual es la solución correcta del ejercicio donde este explica paso a paso el procedimiento.

Error donde se plantea un ejercicio y se resuelve otro,

**Ejemplo 8**

Escriba en forma de radical cada una de las siguientes expresiones

1.  $6^{\frac{5}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}}$

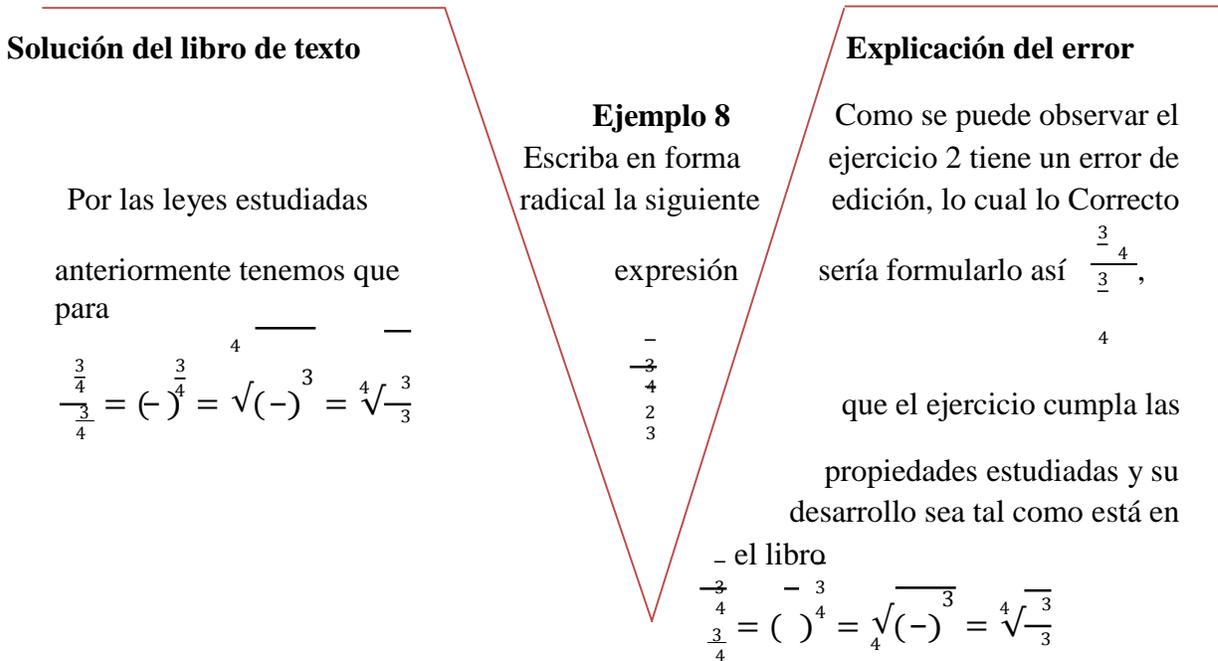
2.  $\frac{x^{\frac{3}{4}}}{y^{\frac{2}{3}}}$

Por las leyes estudiadas anteriormente, tenemos que:

$$6^{\frac{5}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{5}{3} + \frac{2}{3}} = 6^{\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{6^7} \quad \text{y} \quad \frac{x^{\frac{3}{4}}}{y^{\frac{2}{3}}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{x}{y}\right)^3} = \sqrt[4]{\frac{x^3}{y^3}}$$

Fuente: Pérez (2015, p. 73)

## 2- Técnica heurística UVE de Gowin



El profesor debe demostrar en el pizarrón que el ejercicio  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$ , no se puede

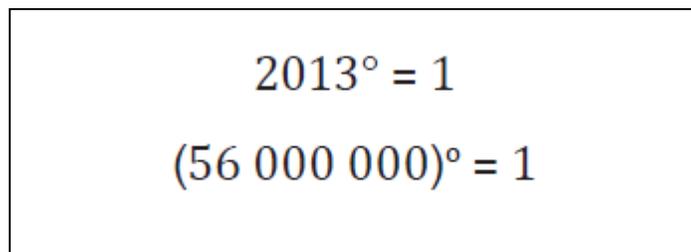
3

resolver con las propiedades conocidas, y debe asignar al estudiante a que

resuelva el ejercicio  $\frac{\frac{3}{3}}{4}$  de manera individual y que la compare con lo que dice el

texto. Luego el docente debe revisar de manera individual si el estudiante logró resolver de manera correcta el ejercicio y el docente tiene que proponer o corregir mediante la técnica la UVE de Gowin, la cual la puede presentar mediante el Data Show y explicar la solución correcta.

3. Se confunde el cero con el símbolo de grado

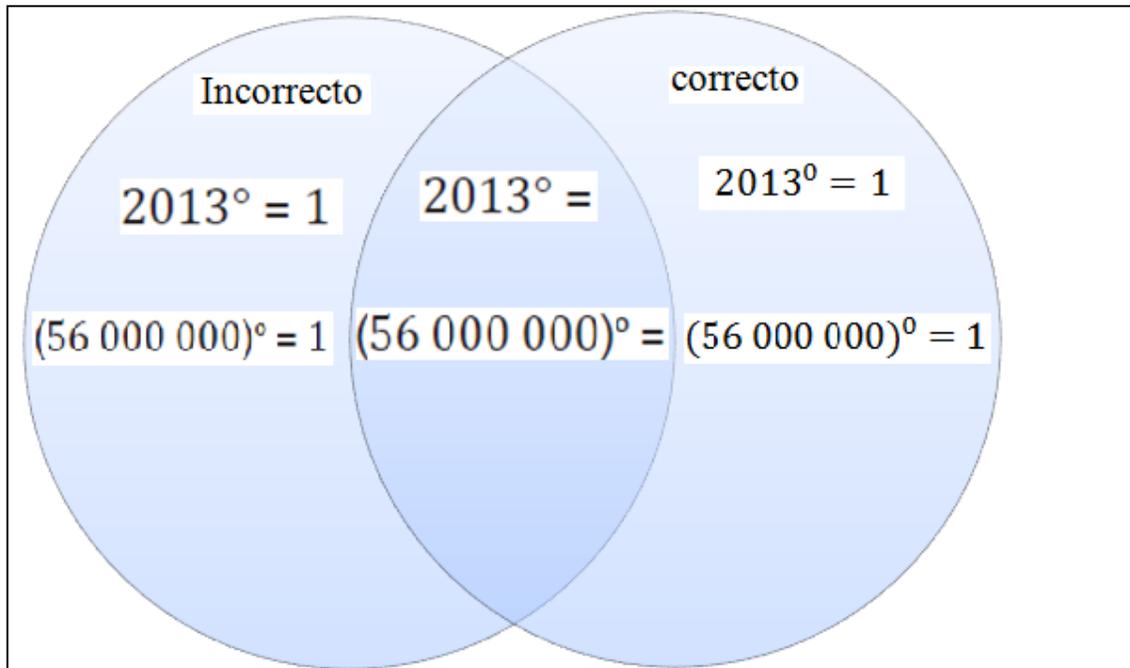

$$2013^{\circ} = 1$$
$$(56\ 000\ 000)^{\circ} = 1$$

Fuente: Pérez (2015, p. 51)

El docente debe indicar al estudiante el número de página donde se encuentra el error y mediante el diagrama de Venn presentado abajo, usar el data show, papelógrafo o hacerlo en la pizarra y se debe recordar que el símbolo del cero es 0 (debe ser un óvalo) y el de grado es una circunferencia en superíndice (°).

### 3- Mapa cognitivo de aspectos comunes

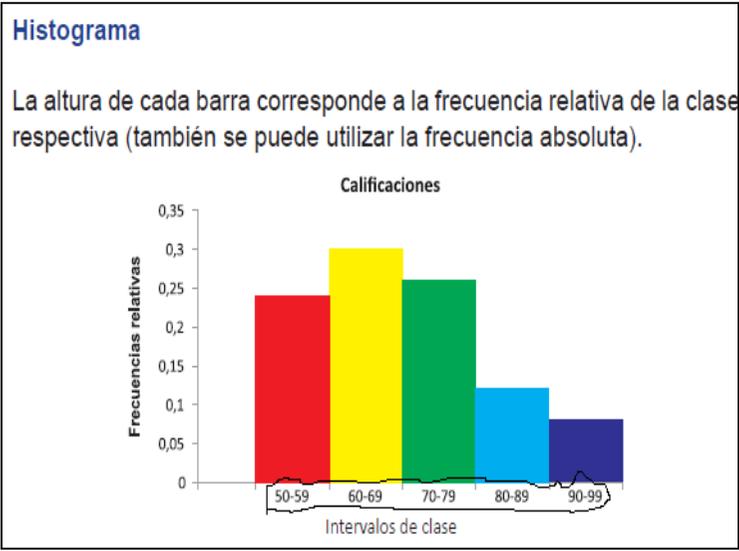
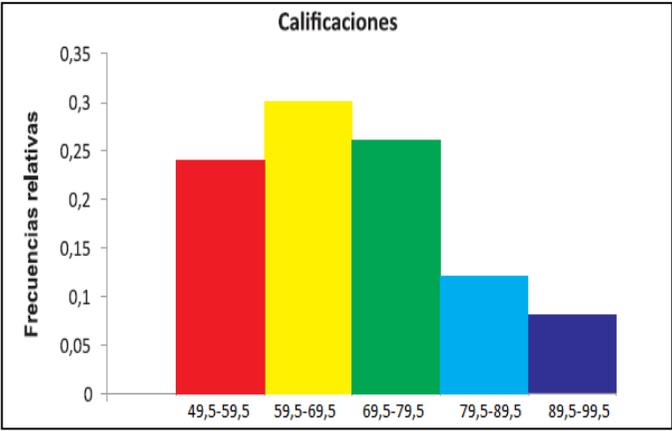
Figura 2: Ejemplo de mapa cognitivo de aspectos comunes



Fuente: Elaboración Propia

4. Errores de cifras límites reales

**RA-P-RP (RESPUESTA ANTERIOR, PREGUNTA, RESPUESTA POSTERIOR)**

Respuesta anterior	pregunta	Respuesta posterior
<p><b>Histograma</b></p> <p>La altura de cada barra corresponde a la frecuencia relativa de la clase respectiva (también se puede utilizar la frecuencia absoluta).</p>  <p>Fuente: Pérez (2015, p. 7)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué es un histograma?</li> <li>- ¿Cómo se calculan los límites reales?</li> <li>- ¿Cómo se calcula la frecuencia relativa para datos agrupados?</li> <li>- ¿Por qué datos están conformados los extremos de la base de cada rectángulo del histograma?</li> <li>- ¿cree usted que el grafico anterior</li> </ul>	 <p><b>“Histograma:</b> es el gráfico adecuado cuando los datos están ordenados en tablas con intervalos, es decir, para datos de variables continuas. También el histograma es una conformación de rectángulos, pero uno al lado de otro cuya área es proporcional a la</p>

	<p>esta correcto? Argumente su respuesta.</p>	<p>frecuencia de cada intervalo. Los extremos de la base de cada rectángulo son los límites reales del intervalo” (Estuardo, 2012).</p>
--	---	---

Fuente: Elaboración propia

El docente debe indicar la página del libro la cual van a trabajar, luego debe inducir al estudiante a analizar el gráfico del histograma presentado en esa página, la cual el docente lo puede presentar este en un papelógrafo haciendo uso de la estrategia anterior, y a continuación escribir las preguntas presentadas en la segunda columna del cuadro anterior en el papelógrafo y que el estudiante de manera individual conteste estas preguntas, el estudiante puede ser uso de internet de su teléfono si es posible para contestar la pregunta anterior, después de cierto tiempo asignado para responder se puede hacer uso de la estrategia lluvia de ideas para contestar cada pregunta el cuadro y al final el docente puede consolidar o explicar cada pregunta anterior y explicar en la parte derecha del cuadro (pregunta posterior) cual era el error elaborando el histograma de manera correcta y señalando el error haciendo uso de la bibliografía presentada anteriormente.



## Conclusiones

- Se logró identificar una cantidad de 32 errores en el libro de texto de los cuales 14 son de edición, 5 son de ambigüedad, 2 de simbología y metodología, 5 de planteamiento de problemas de aplicación y ejercicios y 6 errores conceptuales.
- Se logró plantear alternativas para la solución de cada uno de los ejercicios, problemas de aplicación y ejemplos en los que el libro tiene partes defectuosas.
- Los libros casi no presentan problemas de aplicación lo cual dificulta y limita el aprendizaje de los estudiantes.
- Los libros tienen varios aspectos positivos como el uso del color, la presencia de notas históricas y retos matemáticos, esto estimula a los estudiantes a leer el libro de texto.
- El libro de texto se usa para leer conceptos, ejemplos y dejar tareas. Aunque el docente entrevistado no considera el libro adecuado para el uso en las aulas de clases debido a la falta de ejercicios propuestos.
- Los estudiantes que poseen libros lo utilizan en las actividades que el docente desarrolla en el aula de clases, pero no tiene una secuencia de actividades en sus casas de manera que este pueda complementar su aprendizaje de los contenidos que fueron abordados.
- Se logró observar que los estudiantes llevan el libro de texto al aula y hacen uso de este mediante el análisis de conceptos, definiciones y la resolución de

ejercicios en los momentos de la clase como son: el inicio, desarrollo de los aprendizajes.

- Los estudiantes plantean que es más fácil aprender si se usa el libro de texto, éste los estimula a estudiar y ayuda a superar las dificultades que tiene en la asignatura.
  
- Las estrategias que usa el docente para minimizar el impacto del error son:
  - Consultar otras bibliografías
  - La resolución de problemas utilizando el método de Polya.
  - La lectura y análisis del contenido a tratar en el libro de texto
  - Resolución de ejercicios propuestos en el libro de texto
  
- Se propuso a los estudiantes y al docente algunas estrategias de aprendizaje que minimizaran el impacto del error haciendo uso de bibliografías adecuadas para corregir los procedimientos incorrectos que posee el libro de texto. Las estrategias de aprendizaje propuestas son: mapa cognitivo de algoritmo, técnica heurística UVE de Gowin, mapa cognitivo de aspectos comunes, RA-P-RP (respuesta anterior, pregunta, respuesta posterior).

## Referencias

- Angel, A. R. (1997). *Algebra Intermedia* (cuarta ed.). México: Prentice Hall.
- Baldor, A. (2004). *Algebra*. México: Cultural.
- Blatt, F. J. (1991). *Fundamentos de física*. México: Prentice Hall.
- Campos, Y. (2000). *Estrategias de enseñanza aprendizaje Yolanda Campos*. Recuperado el 04 de Marzo de 2017, de Estrategias de enseñanza aprendizaje Yolanda Campos: <http://www.camposc.net/0repositorio/ensayos/00estrategiasenseaprendizaje.pdf>
- Cardelli, J. (2004). *Reflexiones críticas sobre el concepto de transposición didáctica*. Recuperado el 23 de Agosto de 2016, de Reflexiones críticas sobre el concepto de transposición didáctica: <http://www.unige.ch/fapse/clidi/textos/transposicion.pdf>
- Cellis, Z. (2010). *El concepto de texto-comie*. Recuperado el 2016 de Mayo de 09, de El concepto de texto-comie: [http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v11/docs/area\\_13/2420.pdf](http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v11/docs/area_13/2420.pdf)
- Chevallard, Y. (1998). *¿Que es la transposición didáctica?* Recuperado el 23 de Agosto de 2016, de ¿Que es la transposición didáctica?: <http://cesee.edu.mx/assets/plan-de-la-ens.-y-ev.-del-aprend.-i.pdf>
- Equipo de la didáctica de la Matemática. (1990). *Enciclopedia de la Psicopedagogía, Psicología y Pedagogía*. Barcelona: Grupo Océano.
- Estuardo, A. (2012). *Estadística y Probabilidades*. Santiago de Chile, Chile: Universidad Católica de la Santísima Concepción.
- Fernández, Caballero & Fernández. (2012). *¿Yerra el niño o yerra el libro de texto?* Recuperado el 07 de Abril de 2012, de ¿Yerra el niño o yerra el libro de texto?: [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/83/Articulos\\_05.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/83/Articulos_05.pdf)
- Godino, J. (2004). *Didáctica para maestros*. Granada: GAMI, S.L Fotocopias.
- Grosman, S. (2009). *Algebra Lineal, Matemáticas 4*. México: McGraw Hill.
- Jarquín, H. A. (2009). *Programa de Estudios de Matemáticas de Educación Secundaria (7mo, 8vo,9no grado)*. Managua, Nicaragua: Fondos Nacionales, Proyecto Pasen.

- Microsoft Encarta. (2009). *Aprendizaje*. Recuperado el 25 de Mayo de 2015, de <http://www.microsoftencarta.com>
- Ministerio de Educación. (2015). *Estudiantes de Primaria y secundaria tendrán libros*. Recuperado el 22 de Abril de 2016, de Estudiantes de Primaria y secundaria tendrán libros: [http://www.mined.gob.ni/index.php?option=com\\_content&view=article&id=3619:estudiantes-de-primaria-y-secundaria-tendran-libros-de-texto&catid=97:archivo&Itemid=29](http://www.mined.gob.ni/index.php?option=com_content&view=article&id=3619:estudiantes-de-primaria-y-secundaria-tendran-libros-de-texto&catid=97:archivo&Itemid=29)
- Morella, M. (2013). *Influencia del libro de texto en el proceso enseñanza aprendizaje*. Recuperado el 09 de Mayo de 2016, de Influencia del libro de texto en el proceso enseñanza aprendizaje: <http://academica-e.unavarra.es/bitstream/handle/2454/8044/TFG-Mikel.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ortíz, J. J. (2002). *La probabilidad en los libros de Texto-Universidad de Granada*. Recuperado el 03 de Mayo de 2016, de La probabilidad en los libros de Texto-Universidad de Granada: <http://www.ugr.es/~batanero/documentos/tesisjj.PDF>
- Oteyssa, E.; Lam, E.; Hernández, C. & Carrillo, A. M. (2007). *Algebra* (Tercera ed.). México: Prentice Hall.
- Parra, D. M. (s.f.). *Manual de Estrategias Enseñanza-Aprendizaje-UAEM*. Recuperado el 25 de Agosto de 2016, de Manual de Estrategias Enseñanza-Aprendizaje-UAEM: <http://www.uaem.mx/sites/default/files/facultad-de-medicina/descargas/manual-de-estrategias-de-ense%C3%B1anza-aprendizaje.pdf>
- Pérez, E. (2015). *Matemática Educación Secundaria 9 grado*. Nicaragua.
- Pimienta, J. H. (2012). *Estrategias de enseñanza-aprendizaje. Docencia universitaria basada en competencias*. México: Pearson Educación.
- Polya, G. (1989). *Como plantear y reolver problemas*. México, D.F: Editorial Trillas.
- Rich, B. (1994). *Geometría*. México: McGrawHill.
- Rivas, R. L. (2013). *Mined entregará 1,200,000 libros de texto a estudiantes de secundaria en 2014*. Recuperado el 22 de Mayo de 2016, de Mined entregará 1,200,000 libros de texto a estudiantes de secundaria en 2014:

<http://www.el19digital.com/articulos/ver/titulo:13223-mined-entregara-1200000-libros-de-texto-a-estudiantes-de-secundaria-en-2014>

Sarmiento, M. (2007). *La enseñanza de las matemáticas y la NTIC. Una estrategia de formación permanente*. Recuperado el 12 de abril de 2016, de La enseñanza de las matemáticas y la NTIC. Una estrategia de formación permanente: <http://www.tdx.cat/handle/108003/8917>

Spiegel, M. (1998). *Manual de Fórmulas y Tablas de Matemáticas* (Primera ed.). México: MacGrawHill.

Sullivan, M. (1997). *Precálculo* (Cuarta ed.). México: Prentice Hall.

Swokowski & Cole. (1993). *Algebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Iberoamérica.

Tipler, P. (1993). *Física* (Tercera ed., Vol. I). Barcelona, España: Reverté, S.A.

Woolfolk, A. (2010). *Psicología Educativa* (decimaprimera ed.). México: Pearson.

# ANEXOS

## Anexo 1.

### Operacionalización de variables

Variables Generales	Sub-variables dimensionales	Definición Conceptual	Indicadores	Escala	Técnica	Preguntas	
Estrategias de Aprendizaje	Estrategias			Nominal	Entrevista	¿Qué estrategias ha utilizado para disminuir el impacto del error que ha encontrado en el libro de texto? El docente resuelve problemas aplicados a la vida cotidiana	
				Nominal	Encuesta		
				Nominal	Encuesta	¿Qué actividades realiza el estudiante en el aula?	
				Nominal	Observación	El profesor usa el texto para las siguientes actividades:	
				Nominal	Observación	El docente resuelve problemas relacionados a la vida cotidiana	
				Nominal	Observación	Describir las estrategias que llevó a cabo el docente para minimizar el impacto del error	
	Tipos de aprendizaje	El aprendizaje es un cambio relativamente permanente de la conducta			Nominal	Entrevista	¿Cómo utiliza el libro de texto en el proceso enseñanza y aprendizaje de los estudiantes?
					Nominal	Entrevista	¿Considera que el libro relaciona la vida cotidiana con la matemática?

		que cabe explicar en términos de experiencia o práctica (Encarta, 2009).		Nominal	Entrevista	¿Qué modelos utiliza usted en la resolución de problemas? ¿Qué pasos contiene este modelo?
				Nominal	Entrevista	¿Los estudiantes de noveno grado dominan la simbología de matemática?
Errores en el libro de texto	Utilidad de los libros de texto	Los libros de texto son un recurso didáctico que ayuda a facilitar el proceso enseñanza aprendizaje	El libro como un recurso didáctico para el aprendizaje	Nominal	Observación	El docente usa el libro de texto en las actividades escolares observadas
				Nominal	Observación	Los estudiantes llevan el libro de texto a clases
				Nominal	Observación Encuesta	Los estudiantes usan el libro de texto en el aula
				Nominal	Observación	Los estudiantes leen el libro de texto en el aula
				Nominal	Observación	Los estudiantes resuelven ejercicios del libro del texto

				Nominal	Observación	El profesor usa únicamente el libro de texto o utiliza información de otra fuente:
				Nominal	Entrevista	¿Con qué frecuencia usa el texto, y que momento de la clase usted lo utiliza?
				Nominal	Entrevista	
				Nominal	Encuesta	¿Le gusta trabajar con estos textos o prefiere usar otra bibliografía?
				Nominal	Encuesta	El docente resuelve problemas aplicados a la vida cotidiana
				Nominal	Encuesta	Lee el libro de texto en el aula de clases
						Consulta el libro en su casa
	Importancia del libro de texto	"Los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula"	Importancia del libro de texto para los estudiantes y docentes.	Nominal	Entrevista	¿Cómo le ayudan a usted los libros de texto en su profesión docente?
				Nominal	Encuesta	Es más fácil aprender si usted usa el libro de texto que si no lo usa
				Nominal	Encuesta	El Libro de matemática le ayuda a superar las dificultades que tenía en la asignatura
				Nominal	Entrevista	

		(Godino, 2004)		Nominal	Observación	<p>¿Cómo han influido los libros de texto en el rendimiento académico de los estudiantes?</p> <p>El profesor hace mención de las bibliografías, notas históricas y restos matemáticos que aparecen en el texto</p>
		El libro pretende “desarrollar el hábito del estudio desde sus hogares” (Mined, 2015).	Estimular a los estudiantes	Nominal	Entrevista	¿Las actividades que se encuentran en el libro de texto de matemática logran un aprendizaje significativo en los estudiantes?
				Nominal	Entrevista	¿Logran los textos estimular al estudiante para que estudie matemática?
				Nominal	Encuesta	Lee el libro de texto de matemática únicamente en el aula o también en su casa
				Nominal	Encuesta	Le gusta la presentación del texto de matemática
				Nominal	Encuesta	¿Qué es lo que más le gusta del texto de matemática?
				Nominal	Encuesta	Le gustan las ilustraciones del libro de texto de matemática
						Le gustan las notas biográficas, de

				Nominal	Encuesta	historias de la matemática que aparecen en el margen del texto
				Nominal	Encuesta	Le gusta resolver los ejercicios del texto
				Nominal	Encuesta	Los contenidos del texto de matemática lo estimulan a estudiar
						Le parecen aburridas las actividades del texto de matemática
	Uso crítico del libro de texto	“El profesor debe ser cuidadoso y hacer un uso crítico de los libros de texto. No todos ellos son igualmente valiosos. (Godino, 2004)		Nominal	Encuesta	Ha consultado otros libros de matemática además que el que le facilitó el Ministerio de Educación
				Nominal	Encuesta	El libro de matemática tiene demasiados ejercicios o muy pocos
				Nominal	Encuesta	El libro de texto tiene pocos o ejemplos ejercicios resueltos
				Nominal	Entrevista	¿Considera que los libros de texto de matemática, noveno grado actualizados son adecuados para usarlos en el aula? ¿Por qué?
	Errores	“Hay un error si se afirma o niega como verdadero		Nominal	Entrevista	¿Ha encontrado usted algún error en el libro de texto de matemática de noveno grado actualizado? ¿Podría usted indicarnos en que

		algo que es falso” (Fernández Palop, Pilar; Caballero García, Presentación & Fernández Bravo; José Antonio, 2012)		Nominal	Entrevista	página? ¿Qué tipo de error es?  ¿Sabe si alguno de los estudiantes a encontrado un error? ¿Cómo reaccionan los estudiantes al enfrentarse a este problema?
				Nominal	Encuesta	¿Ha encontrado algo en el texto que contradice lo que el profesor dice?
				Nominal	Encuesta	
				Nominal	Observación	Ha encontrado errores en el libro de texto
				Nominal	Observación	Si el profesor se enfrentó a un error del texto en el desarrollo de la clase
				Nominal	Observación	Describir reacción del profesor
				Nominal	Observación	Describir la reacción de los estudiantes
				Nominal	Observación	Los estudiantes se percataron del problema que presentaba el texto
						Únicamente el profesor se

				Nominal	Entrevista	dio cuenta del error ¿Cuáles son los efectos de los errores que presenta el libro de texto de matemática?
--	--	--	--	---------	------------	--

## Anexo 2.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE NICARAGUA

Facultad Regional Multidisciplinaria-Matagalpa

ENTREVISTA AL DOCENTE DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO, TURNO VESPERTINO, INSTITUTO NACIONAL SOR OLIVA LOMBARDI, MUNICIPIO RIO BLANCO, MATAGALPA.

### I. INTRODUCCIÓN:

Estimado docente, actualmente como estudiantes de V año de la carrera de Física-Matemática de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua (UNAN-Managua) estamos realizando un trabajo de investigación, para Analizar las estrategias de aprendizaje de la matemática utilizando el libro de texto nacional de noveno grado, en el Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi Río Blanco, Matagalpa, en el segundo semestre, 2016.

### II.DATOS GENERALES

Fecha:

---

### III. Preguntas a Responder

1. ¿Cómo le ayudan a usted los libros de texto en su profesión docente?
2. ¿Cómo han influido los libros de texto en el rendimiento académico de los estudiantes?
3. ¿Considera que el libro relaciona la vida cotidiana con la matemática?

4. ¿Qué modelos utiliza usted en la resolución de problemas? ¿Qué pasos contiene este modelo?
  
5. ¿Los estudiantes de noveno grado dominan la simbología de matemática de acuerdo al nivel que tiene?
  
6. ¿Cómo utiliza el libro de texto en el proceso enseñanza y aprendizaje de los estudiantes?
  
7. ¿Las actividades que se encuentran en el libro de texto de matemática logran un aprendizaje significativo en los estudiantes?
  
8. ¿Logran los textos estimular al estudiante para que estudie matemática?
  
9. ¿Considera que los libros de texto de matemática, noveno grado, actualizados son adecuados para usarlos en el aula?
  
10. ¿Le gusta trabajar con estos textos o prefiere usar otra bibliografía?

11. ¿Con qué frecuencia usa el texto, y que momento de la clase usted lo utiliza?
  
12. ¿Ha encontrado usted algún error en el libro de texto de matemática de noveno grado actualizado?, ¿Podría usted indicarnos en que página y qué tipo de error es?
  
13. ¿Qué estrategias ha utilizado para disminuir el impacto del error que ha encontrado en el libro de texto?
  
14. ¿Sabe si alguno de los estudiantes ha encontrado un error? ¿Cómo reaccionan los estudiantes al enfrentarse a este problema?
  
15. ¿Cuáles son los efectos de los errores que presenta el libro de texto de matemática?

### Anexo 3



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE NICARAGUA  
FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE  
MATAGALPA  
ENCUESTA

Encuesta a estudiantes de noveno grado, Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi, municipio de Rio Blanco, departamento de Matagalpa

Estimados estudiantes: Estamos realizando una investigación con el objetivo de Analizar las estrategias de aprendizaje de la matemática utilizando el libro de texto nacional de noveno grado, en el Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi Río Blanco, Matagalpa, en el segundo semestre, 2016. Por esta razón le solicitamos atentamente que conteste esta encuesta de manera sincera y honesta.

Marque con una X o complete con los datos que usted estime conveniente y que se le pide

1. Es más fácil aprender si usted usa el libro de texto que si no lo usa  
Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_
2. Usa usted los libros de texto de matemática en cada clase  
Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_
3. ¿con que frecuencia semanal los utiliza? \_\_\_\_\_
4. Lee el libro de texto en el aula de clases  
Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_
5. Consulta el libro en su casa  
Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

6. Ha consultado otros libros de matemática además que el que le facilitó el Ministerio de Educación

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

7. si responde sí ¿cuáles?

\_\_\_\_\_

8. ¿Qué es lo que más le gusta del texto de matemática?

Los ejercicios \_\_\_\_\_ Los ejemplos resueltos \_\_\_\_\_ Las notas biográficas \_\_\_\_\_ Los retos matemáticos \_\_\_\_\_ La teoría \_\_\_\_\_ Las explicaciones \_\_\_\_\_ Otros (especifique) \_\_\_\_\_

9. Le gustan las ilustraciones del libro de texto de matemática

Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

10. Le gustan las notas biográficas, de historias de la matemática que aparecen en el margen del texto

Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_ Algunas \_\_\_\_\_

11. Le gusta resolver los ejercicios del texto

Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_ Solo cuando le entiendo \_\_\_\_\_

12. Los contenidos del texto de matemática lo estimulan a estudiar

Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

13. Le parecen aburridas las actividades del texto de matemática

Ninguna \_\_\_\_\_, Algunas \_\_\_\_\_, Todas \_\_\_\_\_

Son aburridas si no le entiendo al contenido \_\_\_\_\_

14. El Libro de matemática le ayuda a superar las dificultades que tiene en la asignatura

Nunca \_\_\_\_\_ A veces \_\_\_\_\_ Casi siempre \_\_\_\_\_

Siempre \_\_\_\_\_

15. El libro de matemática tiene demasiados ejercicios o muy pocos:

Si, tiene demasiados\_\_\_\_\_ Tienen una cantidad  
suficiente\_\_\_\_\_ No tienen suficientes\_\_\_\_\_

16. El libro de texto tiene pocos ejercicios o ejemplos resueltos

Sí, tiene pocos\_\_\_\_\_ Tiene suficientes ejemplos\_\_\_\_\_

En algunas unidades tiene bastante pero en otros hacen falta\_\_\_\_\_

17. ¿Ha encontrado algo en el texto que contradice  
lo que el profesor dice? No, todo lo que dice el profesor coincide con lo  
que dice el texto\_\_\_\_\_

A veces lo que dice el profesor contradice lo que dice el texto\_\_\_\_\_

18. Ha encontrado errores en el libro de texto

Sí\_\_\_\_\_ No\_\_\_\_\_

Si responde sí, mencione el número de la  
páginas\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

19. El docente resuelve problemas aplicados a la vida  
cotidiana

Sí\_\_\_\_\_ No\_\_\_\_\_

20. Que actividades realiza con el libro de texto en el aula de  
clase

Leer y analizar los ejemplos \_\_\_\_\_ Resolver ejercicios\_\_\_\_\_

Resolver problemas\_\_\_\_\_ Resolver los retos matemáticos\_\_\_\_\_

Analizar las biografías\_\_\_\_\_ Leer y analizar los conceptos\_\_\_\_\_

## Anexo 4



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE NICARAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE  
MATAGALPA

### Guía de observación

Fecha \_\_\_\_\_ Observación n° \_\_\_\_\_

Indicador \_\_\_\_\_

Contenido \_\_\_\_\_

Número de estudiantes \_\_\_\_\_ Cantidad de Mujeres en la clase \_\_\_\_\_

Objetivo: Analizar las estrategias de aprendizaje de la matemática utilizando el libro de texto nacional de noveno grado, en el Instituto Nacional Sor Oliva Lombardi Río Blanco, Matagalpa, en el segundo semestre, 2016.

Número	Parámetro	S	No	otros	Observación
1	El docente usa el libro de texto en las actividades escolares observadas				
2	Los estudiantes llevan el libro de texto a clases				
3	Los estudiantes usan el libro de texto en el aula				
4	Los estudiantes leen el libro de texto en el aula				
5	El profesor usa el texto para las siguientes actividades				
6	Los estudiantes resuelven ejercicios del libro del texto				
8	El profesor usa únicamente el libro de texto				

9	El profesor hace mención de las biografías, notas históricas y restos matemáticos que aparecen en el texto				
10	El docente resuelve problemas relacionados a la vida cotidiana				
11	Describir los pasos que utiliza el docente en la resolución de problemas				
12	El profesor se enfrentó a un error del texto en el desarrollo de la clase				
12 .1	Describir reacción del profesor				
12 .2	Describir la reacción de los estudiantes				
12 .3	Los estudiantes se percataron del problema que presentaba el texto				
12 .3	Únicamente el profesor se dio cuenta del error				
12 .4	Describir las estrategias que llevó a cabo el docente para minimizar el impacto del error.				

## Anexo 5: Consolidación entrevista

N°	Pregunta	Respuesta dada por el docente
1	¿Cómo le ayudan a usted los libros de texto en su profesión docente?	Son usados para los conceptos, definición, trabajos en equipos, en casa y para autoestudio.
2	¿Cómo han influido los libros de texto en el rendimiento académico de los estudiantes?	Han influido de manera positiva, aunque no en su totalidad porque algunos no tienen.
3	¿Considera que el libro relaciona la vida cotidiana con la matemática?	En partes hay relación, sobre todo cuando habla de estadística y álgebra.
4	¿Qué modelos utiliza usted en la resolución de problemas? ¿Qué pasos contiene este modelo?	El más usado es el método de Polya, porque explica paso a paso.
5	¿Los estudiantes de noveno grado dominan la simbología de matemática de acuerdo al nivel que tiene?	No todos los estudiantes dominan la simbología.
6	¿Cómo utiliza el libro de texto en el proceso enseñanza y aprendizaje de los estudiantes?	Leemos el concepto y definiciones, lo analizamos, así como ejemplos y se relacionan con la temática.
7	¿Las actividades que se encuentran en el libro de texto de matemática logran un aprendizaje significativo en los estudiantes?	Quizás no en su totalidad, pero si contribuye a despertar el interés y a recordar conocimientos que el alumno ha olvidado
8	¿Logran los textos estimular al estudiante para que estudie matemática?	Muy poco.
9	¿Considera que los libros de texto de matemática, noveno grado, actualizados son adecuados para usarlos en el aula?	Se usan pero no es un material propicio porque carecen de muchos ejemplos prácticos, en algunos temas solo se dan un ejemplo y nada más, y no hay variedad de ejercicios.
10	¿Le gusta trabajar con estos textos o prefiere usar otra bibliografía?	uso otra bibliografía pero que se relaciona con lo que dice el libro.
11	¿Con qué frecuencia usa el texto, y que momento de la clase usted lo utiliza?	Siempre que tengo clase con noveno, para leer y para retroalimentar.

12	¿Ha encontrado usted algún error en el libro de texto de matemática de noveno grado actualizado?, ¿Podría usted indicarnos en que página y qué tipo de error es?	Sí he encontrado errores pero la página no me acuerdo.
13	¿Qué estrategias ha utilizado para disminuir el impacto del error que ha encontrado en el libro de texto?	Primero leo los ejercicios, la teoría y si hay un error se enmienda y se le explico a los estudiantes de una manera correcta y se les señala a los estudiantes que esa página contiene un error.
14	¿Sabe si alguno de los estudiantes ha encontrado un error? ¿Cómo reaccionan los estudiantes al enfrentarse a este problema?	No me he dado cuenta que un estudiante haya encontrado un error.
15	¿Cuáles son los efectos de los errores que presenta el libro de texto de matemática?	El problema es que ellos no entenderán los ejemplos que presenta el libro y los ejercicios los intentarán hacer de la misma manera reproduciendo el error.

## Anexo 6: Tabla de resultados de la encuesta

Pregunta/Número de Encuesta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1 Es más fácil aprender si usted usa el libro de texto que si no lo usa	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
2 Usa usted los libros de texto de matemática en cada clase	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
3 ¿con que frecuencia semanal los usa?	No contestada	No contestada	No contestada	No contestada	2 veces por semana	1 vez por semana	2 veces por semana	No contestada	1 vez por semana	No contestada	No contestada	No contestada
4 Lee el libro de texto en el aula de clases únicamente	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
5 Consulta el libro en su casa	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
6 Ha consultado otros libros de matemática además que el que le facilitó el Ministerio de Educación	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
7 ¿cuáles?	Los geométricos	No contestada	Algebra	No contestada	No contestada	No contestada	No contestada	Geografía	No contestada	No contestada	No contestada	No contestada
8 ¿Qué es lo que más le gusta del texto de matemática?	Los ejemplos resueltos	Las explicaciones	Ejercicios, Ejemplos resueltos, retos matemáticos, teoría explicaciones	No contestada	Los ejemplos resueltos	Las notas biográficas	Los ejercicios	Las explicaciones	Las notas biográficas	Los ejercicios, los retos matemáticos	Los ejemplos resueltos	Los ejemplos resueltos
9 Le gusta la presentación del texto de matemática	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
10 Le gustan las ilustraciones del libro de texto de matemática	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11 Le gustan las notas biográficas, de historias de la matemática que aparecen en el margen del texto	0	Algunas	Algunas	No contestada	Algunas	Algunas	1	Algunas	1	1	1	Algunas
12 Le gusta resolver los ejercicios del texto	1	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	1	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo
13 Los contenidos del texto de matemática lo estimulan a estudiar	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1
14 Le parecen aburridas las actividades del texto de matemática	Ninguna	Algunas	Algunas	Ninguna	Algunas	Algunas	Algunas	Ninguna	Algunas	Algunas	Algunas	Algunas
15 El Libro de matemática le ayuda a superar las dificultades que tiene en la asignatura	Nunca	A veces	A veces	Casi Siempre	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces
16 El libro de matemática tiene demasiados ejercicios o muy pocos	Sí, tiene demasiados	Tiene una cantidad suficiente	Tiene una cantidad suficiente	Sí, tiene demasiados	Sí, tiene demasiados	Sí, tiene demasiados	Tiene una cantidad suficiente	Tiene una cantidad suficiente	No tiene suficientes	No tiene suficientes	Sí, tiene demasiados	No tiene suficientes
17 El libro de texto tiene pocos ejercicios resueltos (ejemplos)	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	Sí, tiene pocos	Sí, tiene pocos	Tiene suficientes ejemplos	Tiene suficientes ejemplos	Sí, tiene pocos	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	Sí, tiene pocos	Tiene suficientes ejemplos
18 ¿Ha encontrado algo en el texto que contradice lo que el profesor dice?	0	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	0	0	A veces	0	A veces	0

Nota: 1 representa Sí, 0 representa No

	Pregunta/Número de Encuesta	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	Es más fácil aprender si usted usa el libro de texto que si no lo usa	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
2	Usa usted los libros de texto de matemática en cada clase	1	1	0	1	1	No contestada	1	1	1	0	0
3	¿con que frecuencia semanal los usa?	No contestada	2 veces por semana	1 vez por semana	2 veces por semana	No contestada	No contestada	No contestada	Cada dos semanas	No contestada	1 vez por semana	1 vez por semana
4	Lee el libro de texto en el aula de clases únicamente	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
5	Consulta el libro en su casa	0	1	1	1	0	0	0	0	1, solo para hacer la tarea	No contestada	0
6	Ha consultado otros libros de matemática además que el que le facilitó el Ministerio de Educación	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
7	¿cuáles?	No contestada	No contestada	No contestada	No contestada	No contestada	No contestada	Algebra	No contestada	No contestada	No contestada	No contestada
8	¿Qué es lo que más le gusta del texto de matemática?	Los retos matemáticos	Los retos matemáticos	Las notas biográficas	Los retos matemáticos	Las notas biográficas	Las notas biográficas	Las explicaciones	Las notas biográficas	Los ejemplos resueltos, la teoría, las explicaciones	Las notas biográficas	Las notas biográficas
9	Le gusta la presentación del texto de matemática	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
10	Le gustan las ilustraciones del libro de texto de matemática	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
11	Le gustan las notas biográficas, de historias de la matemática que aparecen en el margen del texto	1	Algunas	1	0	1	No contestada	Algunas	1	Algunas	Algunas	1
12	Le gusta resolver los ejercicios del texto	Solo cuando le entiendo	0	1	0	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	1	No contestada	No contestada	Solo cuando le entiendo
13	Los contenidos del texto de matemática lo estimulan a estudiar	0	1	1	1	1	1	1	0	No contestada	1	0
14	Le parecen aburridas las actividades del texto de matemática	Algunas	Algunas	Algunas	Algunas	Son aburridas si no le entiendo al contenido	Algunas	Algunas	Algunas	Algunas	Algunas	Algunas
15	El Libro de matemática le ayuda a superar las dificultades que tiene en la asignatura	Siempre	A veces	A veces	A veces	A veces	A veces	Siempre	A veces	A veces	A veces	A veces
16	El libro de matemática tiene demasiados ejercicios o muy pocos	Tiene una cantidad suficiente	Tiene una cantidad suficiente	Tiene una cantidad suficiente	Tiene una cantidad suficiente	No tiene suficientes	Sí, tiene demasiados	Tiene una cantidad suficiente	No tiene suficientes	Sí, tiene demasiados	Sí, tiene demasiados	Sí, tiene demasiados
17	El libro de texto tiene pocos ejercicios resueltos (ejemplos)	Sí, tiene pocos	Tiene suficientes ejemplos	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	Sí, tiene pocos	Tiene suficientes ejemplos	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	Sí, tiene pocos	Tiene suficientes ejemplos	Sí, tiene pocos
18	¿Ha encontrado algo en el texto que contradice lo que el profesor dice?	A veces	A veces	0	A veces	0	0	0	A veces	A veces	0	0

Pregunta/Número de Encuesta	24	25	26	27	28	29	30
1 Es más fácil aprender si usted usa el libro de texto que si no lo usa	1	1	1	1	1	1	1
2 Usa usted los libros de texto de matemática en cada clase	0	1	0	0	0	0	1
3 ¿con que frecuencia semanal los usa?	1 vez por semana	No contestada	2 veces por semana	1 vez por semana	casi nunca	1 vez por semana	No contestada
4 Lee el libro de texto en el aula de clases únicamente	1	1	1	1	1	1	1
5 Consulta el libro en su casa	0		0	0	0	0	0
6 Ha consultado otros libros de matemática además que el que le facilitó el Ministerio de Educación	0	0	1	0	0	0	0
7 ¿cuáles?	No contestada	no contestada	De diferentes libros	No contestada	No contestada	No contestada	no contestada
8 ¿Qué es lo que más le gusta del texto de matemática?	Los ejercicios	Los ejemplos resueltos	Los ejercicios	Los ejercicios	La teoría	Ejemplos resueltos, La teoría, las explicaciones	La teoría y las explicaciones
9 Le gusta la presentación del texto de matemática	1	1	1	1	1	1	1
10 Le gustan las ilustraciones del libro de texto de matemática	1	1	1	1	1	1	1
11 Le gustan las notas biográficas, de historias de la matemática que aparecen en el margen del texto	Algunas	Algunas	Algunas	0	1	Algunas	Algunas
12 Le gusta resolver los ejercicios del texto	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	1	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo	Solo cuando le entiendo
13 Los contenidos del texto de matemática lo estimulan a estudiar	1	1	1	1	1	1	1
14 Le parecen aburridas las actividades del texto de matemática	Algunas	Son aburridas si no le entiendo al contenido	Algunas	Son aburridas si no le entiendo al contenido	Son aburridas si no le entiendo al contenido	Algunas	Algunas
15 El Libro de matemática le ayuda a superar las dificultades que tiene en la asignatura	A veces	A veces	Siempre	Siempre	A veces	A veces	A veces
16 El libro de matemática tiene demasiados ejercicios o muy pocos	Si, tiene demasiados	Si, tiene demasiados	Tiene una cantidad suficiente	Tiene una cantidad suficiente	Tiene una cantidad suficiente	Tiene una cantidad suficiente	Tiene una cantidad suficiente
17 El libro de texto tiene pocos ejercicios resueltos (ejemplos)	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	Tiene suficientes ejemplos	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	Tiene suficientes ejemplos	En algunas unidades tiene bastante pero en otras hacen falta	Tiene suficientes ejemplos
18 ¿Ha encontrado algo en el texto que contradice lo que el profesor dice?	0	0	0	0	A veces	A veces	0

<sup>1</sup> 1 significa Sí, 0 significa No.





## Anexo 8: Consolidación Guía de observación

Número	Pregunta	13/10/2016	20/10/2016	27/10/2016
1	El docente usa el libro de texto en las actividades escolares observadas	1	1	0 <sup>2</sup>
2	Los estudiantes llevan el libro de texto a clases	1	1	1
3	Los estudiantes usan el libro de texto en el aula	1	1	0
4	Los estudiantes leen el libro de texto en el aula	1	1	0
5	El profesor usa el texto para las siguientes actividades	Inicio y desarrollo	inicio	No lo uso, clase practica
6	Los estudiantes resuelven ejercicios del libro del texto	0	1	0
7	El profesor usa únicamente el libro de texto	1	1	0
8	El profesor hace mención de las bibliografías, notas históricas y restos matemáticos que aparecen en el texto	0	0	0
9	El profesor se enfrentó a un error del texto en el desarrollo de la clase	0	0	0
9.1	Describir reacción del profesor			
9.2	Describir la reacción de los estudiantes			
9.3	Los estudiantes se percataron del problema que presentaba el texto			
9.4	Únicamente el profesor se dio cuenta del error			
9.5	Describir las estrategias que llevó a cabo el docente para minimizar el impacto del error.			

<sup>2</sup> El número 1 significa Sí, el 0 significa No

