



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

**FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE
MATAGALPA**

FAREM - Matagalpa

TEMA

**Análisis del proceso de siembra y cosecha
del cultivo de arroz mediante técnica
multivariante para la mejora del
rendimiento productivo**

**Tesis para optar al grado de
Doctor en Matemática Aplicada**

Autor: MSc. Rigoberto Francisco Jarquín Matamoro

Tutor: Dra. María Elena Blandón Dávila

Asesor: Ing. Alba Iris Rojas Barrera

Matagalpa, marzo 2023

¡A la libertad por la Universidad!



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

**FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE
MATAGALPA**

FAREM - Matagalpa

TEMA

**Análisis del proceso de siembra y cosecha
del cultivo de arroz mediante técnica
multivariante para la mejora del
rendimiento productivo**

**Tesis para optar al grado de
Doctor en Matemática Aplicada**

Autor: MSc. Rigoberto Francisco Jarquín Matamoro

Tutor: Dra. María Elena Blandón Dávila

Asesor: Ing. Alba Iris Rojas Barrera

Matagalpa, marzo 2023

¡A la libertad por la Universidad!

ÍNDICE

DEDICATORIA.....	i
AGRADECIMIENTOS	ii
CARTA AVAL DE DIRECTORA DE TESIS.....	iv
RESUMEN	v
ABSTRACT	vi
I. INTRODUCCIÓN.....	1
II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	8
III. ANTECEDENTES.....	11
IV. JUSTIFICACIÓN.....	18
V. OBJETIVOS.....	21
VI. ESTADO DEL ARTE	22
VII. MARCO TEÓRICO	28
7.1 PROCESO DE SIEMBRA Y COSECHA DEL CULTIVO DE ARROZ	28
7.1.1 El cultivo de arroz (<i>Oryza Sativa L.</i>)	29
7.1.1.1 Morfología.....	30
7.1.2 Fenología del cultivo de arroz	30
7.1.2.1 Selección de la semilla	31
7.1.2.2 Preparación del terreno	33
7.1.2.2.1 Sistema de riego.....	33
7.1.2.2.2 Tipos de preparación del terreno.....	33
7.1.2.3 Tipo de siembra.....	35
7.1.2.4 Fases de desarrollo del cultivo de arroz	36
7.1.2.5 Requerimientos agroecológicos	37
7.1.3 Aplicación de productos químicos	38
7.1.3.1 Control de maleza y plagas	40
7.1.4 Cosecha	41
7.2 ANÁLISIS MULTIVARIANTE	49
7.2.1 ELEMENTOS DE ESTADÍSTICA MULTIVARIADA	49
7.2.1.1 Definiciones básicas de Estadística Multivariada	50
7.2.2 Análisis multivariado.....	53
7.2.3 Representación gráfica de los datos multivariante	55
7.2.3.1 Gráficos cartesianos.....	56
7.2.3.2 Gráfico de dispersión.....	57
7.2.3.3 Caras de Chernoff	58
7.2.3.4 Perfiles multivariados	59

7.2.3.5	Biplots.....	60
7.2.3.6	Escalamiento Multidimensional	62
7.2.4	Distribución normal multivariante.....	64
7.2.4.1	Distribución normal matricial.....	66
7.2.4.2	Distribuciones de Wishart y Hotelling	71
7.2.4.3	Contrastes para la matriz de covarianzas	73
7.2.4.3.1	Test de correlaciones	74
7.2.4.3.2	Test <i>M</i> de Box	78
7.2.4.3.3	Contraste para una matriz de covarianza	80
7.2.4.3.4	Test de esfericidad de Barlett	81
7.3	TIPOS DE TÉCNICAS MULTIVARIANTES	82
7.4	ANÁLISIS DE LA VARIANZA MULTIVARIANTE (MANOVA)	84
7.4.1	Estimación.....	86
7.4.2	Test de hipótesis lineales	87
7.4.3	MANOVA de un factor	90
7.4.4	MANOVA de dos factores	90
7.4.5	MANOVA de dos factores con interacción	91
7.4.6	Otros criterios y complementos de MANOVA.....	93
7.5	APLICACIÓN DE MANOVA EN EL CULTIVO DE ARROZ	94
7.5.1	Diseños experimentales aplicados a la agronomía	96
7.5.1.1	Diseño de bloques completos al azar (DBCA).....	98
7.5.1.2	Diseño de cuadrado latino (DCL)	99
7.5.1.3	Prueba de rangos múltiples.....	102
VIII.	CUESTIONES DE INVESTIGACIÓN.....	105
IX.	HIPÓTESIS.....	106
X.	OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES	107
XI.	DISEÑO METODOLÓGICO.....	112
11.1	ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN	112
11.2	TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	113
11.3	FINALIDAD DE LA INVESTIGACIÓN	113
11.4	INVESTIGACIÓN SEGÚN EL ALCANCE TEMPORAL	114
11.5	CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN	115
11.6	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE DATOS.....	118
11.7	MÉTODO DE ANÁLISIS DE DATOS.....	119
11.7.1	Diseño experimental.....	120
11.7.1.1	Características tomadas para el sitio experimental	122
11.8	VALIDACIÓN Y FIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS	124
11.9	PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	126
11.10	SISTEMA DE CATEGORIZACIÓN	127
XII.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	140
12.1	PRUEBAS MULTIVARIANTES EN LOS PROCESOS AGRONÓMICOS.....	140

12.2	ESTADÍSTICA DE FIABILIDAD.....	167
12.3	DISEÑO EXPERIMENTAL CUADRADO LATINO.....	168
12.3.1	Análisis de la prueba de rango múltiple de S.N.K	174
12.4	VARIABLES DE RENDIMIENTO.....	176
12.5	LIMITANTES DE LA PROPUESTA	179
XIII.	CONCLUSIONES.....	181
XIV.	RECOMENDACIONES.....	183
XV.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	184

Anexos

Anexo 1: Entrevista diagnóstica a la cooperativa

Anexo 2: Carta de solicitud para realización de estudio de investigación

Anexo 3: Entrevista a la cooperativa

Anexo 4: Cronograma de actividades de la propuesta proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz ciclo de verano

Anexo 5: Cronograma de actividades de la propuesta proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz ciclo de invierno

Anexo 6: Tabla de resumen costo - beneficio

Anexo 7: Entrevista realizada a la cooperativa

Anexo 8: Evaluación agronómica

Anexo 9: Guía de observación

Anexo 10: Carta de solicitud aprobada por la cooperativa

Anexo 11: Tabla de diseño experimental cuadrado latino para las variables de rendimiento

Anexo 12: Tabla de resumen del trabajo de campo

Anexo 13: Imágenes de evidencias de la aplicación de la propuesta al cultivo de arroz

Anexo 14: Gráficos complementarios

Índice de tablas

Tabla 1. Distribución del proceso de siembra y cosecha en el cultivo de arroz de forma general por las instituciones procesos de forma general.	46
Tabla 2. Valores generales de MANOVA	89
Tabla 3. Valores generales de MANOVA de un factor	90
Tabla 4. Valores generales MANOVA de dos factores.....	91
Tabla 5. MANOVA de dos factores con interacción	92
Tabla 6. Modelo matemático para DCA	97
Tabla 7. Modelo matemático para DBCA	99
Tabla 8. ANOVA para diseño cuadrado latino(DCL)	100
Tabla 9. Modelo de diseño cuadrado latino de ubicación de los factores	122
Tabla 10. Resumen general de manejos agronómicos instituciones y cooperativa. 128	
Tabla 11. Manejo agronómico de la propuesta de mejora	135
Tabla 12. Resumen de los procesos agronómicos en las épocas de verano e invierno	140
Tabla 13. Prueba de igualdad de matrices de covarianzas	146
Tabla 14. Pruebas multivariantes comparación de procesos con SPSS	149
Tabla 15. Prueba de efectos inter- sujetos de las comparaciones para verano ..	153
Tabla 16. Análisis discriminante de la matriz de grupos combinados	155
Tabla 17. Resumen de funciones discriminantes canónicas	156
Tabla 18. Estadística de fiabilidad alfa de Cronbach.....	168
Tabla 19. Variable de rendimiento peso de 1000 granos	170
Tabla 20. Tabla de ordenamiento auxiliar para el total y media de restricciones	171
Tabla 21. Resumen de resultados en la suma de cuadrados de medias	172
Tabla 22. Resumen del análisis de varianza	173
Tabla 23. Determinación de valores críticos SNK de las medias	175
Tabla 24. Ordenamiento de las medias de los tratamientos.	176
Tabla 25. Resultados finales de las variables de rendimiento.....	177

Índice de figuras

Figura 1. Proceso del cultivo de arroz	28
Figura 2. Etapas fenológicas del cultivo de arroz	31
Figura 3. Fases y etapas del proceso del cultivo de arroz	37
Figura 4. Desarrollo de la espiga y el grano de arroz.....	43
Figura 5. Representación de los datos multivariante.....	56
Figura 6. Para cuatro dimensiones.....	57
Figura 7. Dispersión de las relaciones de biomasa	58
Figura 8. Caras de Chernoff según Johnson y Wichern (1998).....	59
Figura 9. Perfiles multivariados de evolución de la altura	60
Figura 10. Biplots de gradiente de humedad.....	62
Figura 11. Escalamiento multidimensional	63
Figura 12. Tipos de análisis multivariante	83
Figura 13. Proceso de aplicación de MANOVA.....	95
Figura 14. Ubicación del área de estudio	117
Figura 15. Dispersión respecto a la cooperativa	157
Figura 16. Dispersión de la propuesta.....	158
Figura 17. Dispersión general de los procesos agronómicos.....	161
Figura 18. Diferencias entre los procesos agronómicos.....	165
Figura 19. Distribución de las unidades experimentales.	170
Figura 20. Observación porcentaje de granos buenos.....	229
Figura 21. Toma de muestra para peso de 1000 granos	229
Figura 22. Corte del cultivo con maquinaria agrícola con implemento de oruga .	230
Figura 23. Corte en época de invierno en el terreno de estudio.....	230
Figura 24. Longitud de la panoja (Variable de rendimiento).....	231
Figura 25. Eficacia del macollamiento por siembra al voleo.....	231
Figura 26. Vista del cultivo en riego	232
Figura 27. Aplicación de la segunda aplicación de UREA.....	232
Figura 28. Cronograma de actividades de la cooperativa	233
Figura 29. Vista general del manejo agronómico de la cooperativa por lotes	233
Figura 30. Vista de datos al analizar con SPSS al analizar proceso agronómico	234
Figura 31. Vista de variables al analizar con SPSS al analizar proceso agronómico	234

Figura 32. Funciones discriminantes por grupo centroides general	235
Figura 33. Variables de rendimiento por grupo	236

DEDICATORIA

El autor de esta investigación, considerando toda la dedicación, esfuerzo y empeño impreso en el tratamiento de este trabajo, lo dedica efusivamente a:

Dios

Por ser el maestro por excelencia y darme la dicha de tener una familia y demás personas incondicionales que han contribuido en este largo camino al éxito.

Mis padres

Por todo el amor y apoyo absoluto que me han brindado, por creer en mí y darme todo por verme alcanzar mis metas, priorizando siempre mi bienestar.

Mis docentes

Porque nada de esto fuese posible si no existieran ustedes, que siempre estuvieron dispuestos a darlo todo para que otros aprendan y sean mejores personas. Así también, porque desinteresadamente se comprometen con la Patria a formar profesionales de bien, con altos valores éticos y comprometidos con lograr una mejor sociedad.

AGRADECIMIENTOS

Me llena de satisfacción y orgullo el poder presentar este trabajo como proyecto final del Doctorado en Matemática Aplicada, porque es la prueba del enorme esfuerzo y dedicación que he dispuesto para la realización de este y muchos otros que he desarrollado a lo largo de e s t e estudio superior, y lo he logrado sorteando obstáculos y apoyándome con firmeza de la mano de Dios. Por esta razón, doy gracias:

A Dios

Por regalarme la vida y permitirme culminar este escrito, considerando que la Palabra del Señor dice: “Dad gracias en todo, porque esta es la voluntad de Dios para con vosotros en Cristo Jesús” (1 de Tes. 5:18). Asimismo, porque siempre está con nosotros en los buenos y malos momentos, cuando más pensamos en darnos por vencidos.

A mis padres

Nidia de los Santos Matamoros Treminio y Rigoberto Jarquín Hernández, que son el símbolo de grandeza, quienes han sido un vivo ejemplo a seguir, sin los cuales no se hubiera hecho realidad este gran logro. Vaya para ellos mi más efusivo agradecimiento por el apoyo incondicional que siempre me han demostrado, al brindarme palabras de ánimo y motivación para culminar esta investigación.

A mi tutora y maestros

Por compartir sus conocimientos y regalarme el pan de la enseñanza, especialmente, un agradecimiento de especial valor a la Dra. María Elena Blandón Dávila, por el valioso tiempo que dedicó para guiarme en este proceso arduo y de este modo llegar a culminar mi trabajo inquisitivo y por estar siempre a disposición de apoyarme en lo que fuese posible.

A mi asesor de tesis y Cooperativa

Un agradecimiento especial a mis asesores de tesis que sin ellos todo este trabajo no fuese posible Ing. Alba Iris Rojas Barrera e Ing. Pánfilo Orlando Jarquín Hernández por su apoyo incondicional en cada proceso y a la cooperativa por confiar en mi persona y sin lugar a duda brindar el espacio y las condiciones para la realización del mismo.

A una persona especial

Que sin su apoyo, motivación y afecto no fuese sido posible continuar, porque desde que llegó a mi vida, se volvió un pilar más. Infinitamente gracias.

A mis mejores amigas y colegas

Juana Elena Cerda Torres, Liuba Ninoska Cardoza Obando, Ana Luisa Narváez Fajardo, Marta Regina Escorcía Rodríguez, Belkis Roxana Altamirano Blanco, Janine Ivett Rocha Orozco y Dora Elisa Reyes Jarquín, grandes personas que me han brindado su amistad, cariño, confianza en todo momento siendo un tesoro valioso que guardo mucho en mí, deseándome siempre lo mejor, a ustedes mi admiración y agradecimiento.

Un especial agradecimiento a

MSc. Amada Urbina Alonso, quien me ha brindado su apoyo, ánimo y sobre todo una confianza sincera, expresándome ese cariño cada día desde que la conocí con su alegría y carisma que yo si podía, aun no importando los obstáculos, es por eso mis más sincero aprecio.

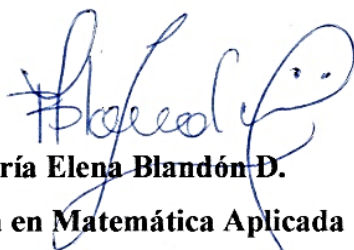
CARTA AVAL DE DIRECTORA DE TESIS

Yo, Dra. María Elena Blandón Dávila, en calidad de tutora del trabajo de tesis cuyo tema se titula: **“Análisis del proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz mediante técnica multivariante para la mejora del rendimiento productivo”** realizado por el máster Rigoberto Francisco Jarquín Matamoro, en el marco del programa de doctorado en Matemática Aplicada en la Facultad Regional Multidisciplinaria de Matagalpa (FAREM-Matagalpa). Certifico que dicho trabajo investigativo, ha sido realizado bajo mi dirección y reúne los requisitos técnicos, científicos y reglamentarios para su defensa.

Por lo antes indicado autorizo la presentación de la misma y que sea sometida a evaluación por parte del equipo designado por la instancia superior respectiva y pueda así optar al grado académico de Doctor en Matemática Aplicada.

Estelí, 14 de enero de 2023

Atentamente,



María Elena Blandón D.
Doctora en Matemática Aplicada

Cc. archivo

RESUMEN

El propósito de esta investigación se centró en el mejoramiento del rendimiento productivo para el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz mediante el análisis multivariado aplicando la técnica de MANOVA, analizando cambios en las variables dentro del manejo agronómico aplicado en la cooperativa Omar Torrijos, comunidad El Horno, quien proporcionó el espacio y los recursos para la aplicación de la propuesta de mejora. Los resultados fueron satisfactorios con rendimiento de 200 qq/mz o 12,98 Ton/ha en verano y 185 qq/mz o 12,01 Ton/ha en invierno arroz en granza, superando a la cooperativa en un 15%, proporcionando diferencias significativas en los procesos agronómicos y matriz de varianza. Además, al trabajar con la técnica mencionada se comparó y valoró la significatividad de los resultados de las pruebas multivariantes matricial como test M de Box, traza de Pillai, Lambda de Wilks, traza de Holling, Raíz mayor de Roy, test de correlación, confiabilidad alfa de Cronbach usando el programa SPSS. Se usó un diseño experimental cuadrado latino para verificar diferencias entre varianza conteniendo la variable rendimiento y sus respectivos indicadores de los tratamientos en riego, dosis de los productos químicos y control de los parámetros de cosecha. Los procesos agronómicos y toma de decisiones que favorecieron a obtener resultados positivos fueron las fechas de siembra para ambas épocas, evitando meses lluviosos del año, preparación del suelo, tipo de siembra y semilla, riegos, drenajes, aplicación de productos químicos, evaluaciones agronómicas provenientes en la propuesta y el respaldo estadístico con las pruebas multivariantes.

Palabras claves: Siembra, cosecha, arroz, análisis multivariado, MANOVA.

ABSTRACT

The purpose of this research was focused on the improvement of the productive yield for the sowing and harvesting process of the rice crop through multivariate analysis applying the MANOVA technique, analyzing changes in the variables within the agronomic management applied in the Omar Torrijos cooperative, El Horno community, who provided the space and resources for the application of the improvement proposal. The results were satisfactory with a yield of 200 qq/mz or 12.98 Ton/ha in summer and 185 qq/mz or 12.01 Ton/ha in winter rice in pellets, exceeding the cooperative by 15%, providing significant differences. in agronomic processes and variance matrix. In addition, when working with the aforementioned technique, the significance of the results of the multivariate matrix tests such as Box's M test, Pillai's trace, Wilks' Lambda, Holling's trace, Roy's major root, correlation test, reliability, and reliability were compared and assessed. Cronbach's alpha using the SPSS program. A Latin square experimental design was used to verify differences between the variance containing the yield variable and its respective indicators of irrigation treatments, doses of chemical products and control of harvest parameters. The agronomic processes and decision-making that favored obtaining positive results were the planting dates for both seasons, avoiding rainy months of the year, soil preparation, type of planting and seed, irrigation, drainage, application of chemical products, agronomic evaluations from in the proposal and the statistical support with the multivariate tests.

Keywords: Planting, harvesting, rice, multivariate analysis, MANOVA.

I. INTRODUCCIÓN

Este capítulo inicia con el área de conocimiento en que se ubica el estudio de posgrado según los acuerdos del reglamento vigente de la UNAN - Managua, contempla las líneas de investigación que están en relación al Programa Nacional de Lucha contra la Pobreza y para el Desarrollo Humano (PNDH).

El contexto académico de este trabajo investigativo está ubicado en Ciencias Económicas y Empresariales, así como también Ciencias Agropecuarias, que en el reglamento del Sistema de Estudios de Posgrado y Educación Continua SEPEC Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN - Managua en su artículo 94, representan importantes áreas del conocimiento, siendo oportuna para investigaciones de carácter económico.

Teniendo en cuenta que las diversas líneas de investigación universitarias están vinculadas en forma directa con las demandas propias del contexto del programa de doctorado de Matemática Aplicada, los fines y objetivos de la institución educativa, y sobre todo con las temáticas vinculadas al ejercicio profesional (UNAN - Managua, 2011) el tema de esta tesis se sitúa como una de los aportes de mejora ligadas al trabajo de campo experimental, es por lo anterior que se pretendió ubicar este estudio dentro de una problemática específica como tal generando un área conocimiento de importancia para el sector económico, agronómico y la estadística multivariante.

Este trabajo se ubicó dentro del PNDH conforme a la estabilidad macroeconómica, manejo prudente de las finanzas públicas y crecimiento económico sostenible, enmarcado por el Programa Productivo Alimentario (PPA), vinculándose a la línea de investigación bajo el programa de doctorado en Matemática Aplicada y UNAN - Managua, conforme a el:

- **Análisis Multivariante**

Este campo de investigación fue elegido por su caracterización y herramientas útiles para la toma de decisiones pertinentes dentro de la estadística, específicamente aplicada en el análisis multivariado usando la técnica MANOVA en el cultivo de arroz y poder generar una contribución para el país y por consiguiente al Valle de Sébaco dado que es una importante zona para cultivar. Además, también a nivel territorial y regional por lo que cualquier observación, propuestas de mejoras o aporte para aumentar el rendimiento productivo es beneficioso.

El análisis de información se realizó usando el programa estadístico SPSS versión 24,0 y Microsoft Excel para obtener recopilación de información y manipularla numéricamente, con los datos estadísticos se realizaron los respectivos reportes y valorar los resultados significativos tras realizar cambios de las variables dentro del proceso agronómico forjando los efectos positivos en las variables de rendimiento como indicadores propicios tales: altura de la planta, longitud de la espiga, peso de 1000 granos, porcentaje de granos buenos y rendimiento productivo que beneficiaron a la economía de la cooperativa y a futuro los productores del sector y por ende al resto del país.

Este estudio se enmarcó como se ha mencionado anteriormente en el análisis multivariado del proceso de siembra y cosecha en el cultivo de arroz para mejorar el rendimiento productivo y de esa manera valorar los aportes significativos con la técnica estadística señalada, a la misma vez centralizar en el estudio de las variables dependientes e independientes siendo una de ellas de tipo categórica dividiéndose en grupos de análisis por procesos y con escala cuantitativa, por consiguiente, según los valores específicos que proponen algunas instituciones como INTA, TAINIC, ANAR y estableciendo congruencia a las prácticas agronómicas de la cooperativa consecuente, algunos de los tratamientos aplicados fue el tipo de preparación del suelo, manejo de la semilla en su pre germinación al ser sembrada por voleo, la cantidad de riegos y drenajes, dosis de productos

químicos de manera general y los debidos parámetros para la cosecha, sin obviar que el principal objetivo fue al ser comparadas con su metodología de trabajo diario y entablar una relación de análisis estadístico entre ellos, ligados a los cambios que propiciaron el mejoramiento buscado en pro de la economía de los productores.

La ubicación geográfica del estudio estuvo en la cooperativa Omar Torrijos en la comunidad El Horno perteneciente al Valle de Sébaco con la intención de poder aplicar la propuesta de mejora concretando su factibilidad y aumento productivo, añadiendo que esta una de las zonas productoras de arroz con mayor producción y que desde hace muchos años tiene la accesibilidad a fuentes de agua como es el caso del pase del Río Grande de Matagalpa y Río Viejo, debido a ello, se ha ampliado el sembrar dicho cultivo por tener suelos que favorecen al desarrollo de la planta, sin obviar el aprovechamiento de las condiciones climáticas para las épocas de siembra.

En este análisis se trabajó con las herramientas estadísticas como Microsoft Excel y el programa SPSS para la creación de diagramas de dispersión, prueba de hipótesis, contrastes de valores; todo lo anterior con el fin de ocuparse de los resultados y efectuar el análisis multivariado MANOVA en conjunto con sus debidas interpretaciones. De igual modo, en el trabajo de campo se realizaron cambios en las variables independientes como preparación del suelo con maquinaria agrícola, germinación de la semilla para aumentar la efectividad en el campo, aplicando tratamiento de curación con 24 horas sometida en sumersión con agua y el producto tricomach para luego someterla a conservación por otras 24 horas antes de la siembra, posteriormente, el control de riegos y drenajes, dosis de productos químicos entre 2 y 4 frecuencias de aplicación según cada uno.

Con base a lo anterior, se realizó para superar los rendimientos productivos obtenidos en cosechas anteriores, lo que generó resultados en las dependientes de forma significativa siendo evidente en las variables de rendimiento o indicadores que

permiten diferenciar la efectividad en cuanto al desarrollo de la planta en su morfología y contrastar la variedad de INTA dorado usada por la cooperativa y que con la nueva variedad de línea 424 aplicada con la propuesta superaron a los valores que ya se conocían en las instituciones y la misma cooperativa.

Cabe mencionar que el paradigma que rigió esta investigación fue el positivista como lo afirma Lorenzo (2006) quien lo califica como “cuantitativo, empírico - analítico, racionalista, sistemático gerencial y científico tecnológico, el cual su principal objetivo es comprobar una hipótesis por medios estadísticos para determinar los parámetros de una determinada variable mediante la expresión numérica” (p.14).

También se debe añadir que el enfoque que se tomó para el desarrollo de esta tesis fue el cuantitativo, tal como expresa Pérez (1994):

Este enfoque presta atención a las diferencias entre variables buscando causas reales a fenómenos tratando de explicar, controlar y comparar la objetividad de una investigación científica adoptando modelos hipotéticos deductivos, utilizando métodos cuantitativos y estadísticos en fenómenos observables susceptibles de medición, análisis matemáticos y control experimental buscando incrementar el conocimiento. (p.7)

En la actualidad, en muchas áreas científicas la necesidad de realizar análisis estadísticos para comparar resultados que ayuden a dar soluciones aproximadas a problemáticas de carácter numérico y con ayuda de softwares estadísticos, se han convertido en las principales áreas de estudio con aplicaciones generalizadas desde la concepción metodológica de los procesos matemáticos, ligadas a la práctica experimental para valorar las decisiones que se tomarán a futuro para obtener ganancias productivas; es por ello, que el aumento de productividad en el rendimiento de los cultivos, es uno de los principales desafíos de muchas organizaciones hoy en día.

Siguiendo con esta línea, el análisis multivariado al ser aplicado para comparar resultados de las variables fue la vía que siguió esta investigación científica como parte del desarrollo profesional, la cual optó por muchos procesos agronómicos y recursos estadísticos para dar soluciones factibles. De acuerdo con Franco (2013) “Las técnicas estadísticas multivariadas son herramientas muy útiles para caracterizar, describir o agrupar a un conjunto de acciones tomando en cuenta simultáneamente varias características, sin dejar de considerar la relación existente” (p. 23).

Por su parte, la estadística multivariada en su gran mayoría permite la agrupación de datos en pocos intervalos significativos, a través de diferentes análisis que permite identificación de pruebas de hipótesis, pruebas multivariantes, diseños experimentales, prueba de igualdad de varianza, correlaciones o regresiones simples de distintas variables en los que se puede incluir conjuntamente un número de variables, que lo califican como análisis univariado o multivariado.

Los métodos multivariados son aplicados para clasificar, modelar y evaluar resultados de estudios ambientales y de producción agrícola. En cuanto el análisis multivariado puede ser de gran ayuda para inferir en situaciones prácticas que necesiten un estudio profundo requiriendo de habilidades tanto analíticas como numéricas, estableciendo conexiones de importancia ligadas a la programación matemática en muchas de las ocasiones.

Seguidamente, los autores Aranda y Orjuela (2015) exponen que: “Los modelos matemáticos han sido utilizados para describir comportamientos, estructura e integración en la toma de decisiones estratégicas y tácticas referentes a la producción” (p.32).

Estos modelos matemáticos tienen aplicación con las ramas de estudio en las ciencias como la Medicina, Agronomía, Economía, Topología, Estadística y entre otras que marcan que la Matemática es aplicada y que puede salir del ámbito

educativo al mundo exterior, como lo propuesto en esta investigación al ejecutar análisis estadísticos con pruebas multivariantes en los procesos agronómicos del cultivo, que aportaron valores lógicos numéricos encontrándose la significancia de sus resultados. La estadística multivariante como tal contribuyó a la validez eficaz que se tomaron en las decisiones conjuntas para ejecutarse en los procesos del trabajo de campo y valorar si dichas mejoras favorecían a mejorar el rendimiento productivo.

Es de vital importancia para los productores tener a la disposición un modelo matemático estadístico que permita utilizar una técnica que ayude a realizar análisis detallado que verifique la validez y significancia de las aproximaciones de resultados al realizar comparaciones bajo ciertas condiciones, ligados a cuales de las variables dentro de los procesos agronómicos necesitan ser mejorados y si existió un cambio que se podría inferir sobre el nivel de trascendencia obtenido, esto por la significancia que las técnicas multivariantes proporcionan al ser analizadas de forma Matemática y experimental, sin embargo, si ocurriera lo contrario al buscar otras rutas más eficaces que permitan generar ganancias económicas factibles, iniciando desde el tipo de época (invierno y verano), manejo agronómico, fechas de siembra, cantidad pertinente de los productos químicos según el área del terreno a sembrar, tiempos de aplicación de los productos, forma de riego, maquinaria a utilizar para la cosecha y rendimiento por área de terreno en manzana o hectáreas.

El problema tomó categorías dentro del análisis multivariante para el análisis de las diferencias de medias entre variables que permitieron medir por grupos, es decir, comparar la variable independiente en múltiples efectos de las variables dependientes ubicados en grupos de estudio que ayudaron a demostrar que las decisiones plasmadas en la propuesta de mejora con anticipación expuestas a la experiencia del investigador y asesor favorece al mejoramiento productivo. Sin embargo, el análisis univariante o multivariante dentro del cultivo de arroz no han sido utilizados en pro del rendimiento productivo, pero si en el mejoramiento genético

de las semillas que en su mayoría aporta al desarrollo del cultivo durante el proceso y que dentro de este estudio fue aplicar la estadística multivariante para validar los cambios que se rigen en la propuesta.

Cabe señalar que el tema de investigación en cuanto a su finalidad estuvo en el análisis multivariado con el trabajo experimental de campo, para proponer cambios al proceso de siembra y cosecha en el cultivo de arroz, como se ha mencionado anteriormente donde se obtuvo el rendimiento productivo que de forma directa con el análisis estadístico mediante MANOVA se demostró la validez de aplicar esos procesos agronómicos sugeridos que generó beneficios económicos para la cooperativa, investigador y asesor de tesis en pro de mejorar continuamente los lineamientos establecidos por distintas organizaciones y la economía de productos mejorando sus prácticas e inversiones diarias de trabajo.

Finalmente, el análisis de los datos proporcionados mediante los instrumentos aplicados permitió generar las conclusiones de la aplicación, al valorar verazmente que cada decisión tomada y ejecutada por la propuesta brindó los resultados esperados al obtener una mejora significativa en el rendimiento productivo y que dicha propuesta puede ser aplicada tanto nacional como internacional, es decir, que los aspectos mejorados pueden integrarse para cualquier cultivo de arroz que seleccione el sistema de riego, por inundación o fangueo, realizando algunas adecuaciones para el tipo seco a fin de las recomendaciones para trabajos futuros en esta línea de investigación.

La aplicación de la estadística multivariante permitió conjeturar que al insertar mejoras a los procesos agronómicos pueden ser muy útiles y confiables, especialmente en este estudio donde se obtuvo un 15% de aumento productivo entre 185 a 200 quintales por manzana o de 9 a 14 toneladas por hectáreas, valores muy satisfactorios en cuanto a la ganancia y validación estadística.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una de las problemáticas sentidas en nuestro alrededor en la rama de la agricultura, son los bajos rendimientos obtenidos en los cultivos, especialmente del arroz, en la ciudad de Sébaco, a nivel nacional como internacional, puesto que los productores tienen dificultades en la obtención de utilidades productivos de calidad, porque no satisfacen la demanda del mercado. Ministerio de Agropecuaria Forestal (MAGFOR, 2012) expone:

Que el arroz es un grano básico importante en los países de América Central, puesto que en Nicaragua el arroz de tipo seco abarca aproximadamente 85 mil hectáreas representando un 64 % del área de producción del área total y un 36% por inundación, según las condiciones que prestan los terrenos y las formas de obtención de grandes cantidades agua y sistemas de riegos. (p.23)

Es por ello, que los bajos promedios causan bajas en la economía de los productores y ocasiona mayor demanda para adquirir productos extranjeros. Las distintas organizaciones como INTA, ANAR, MAGFOR, AGRICORP, TAINIC, entre otras nacionales e internacionales, se han preocupado por experimentar y aumentar la calidad productiva de este grano básico, ejecutando mejoras en cuanto a la genética en la semilla, obteniendo prominentes variedades que resultan, en su mayoría, satisfactorias.

Lo anterior trasciende en una desventaja que es la obtención de una variedad mejorada que resulta muy costosa para ser adquirida por los productores, considerando que una de las fuentes de apoyo de un país en desarrollo recae en la producción del campo agrícola como materia prima para la alimentación. La necesidad de trabajar para muchas personas se ve comprendida en adoptar los métodos tradicionales agronómicos para la siembra y cosecha de sus cultivos con variedades poco productivas, incluyendo costos de los fertilizantes, aumento de impuestos, cambios de clima, mal manejo de los tiempos de aplicación, tipo de sistema de riego y manejo de cosecha.

Por otra parte, Saavedra Montano (2013) explica que:

El arroz es parte de la dieta alimentaria de la población la cual representa un rubro de importancia estratégica, basado en que la producción está en manos de grandes productores medianos y pequeños que siembran en condiciones y rendimientos variables según la región, sistema de producción, condiciones pluviométricas y fitosanitarias del año. (p.10)

Derivado a esto, el bajo rendimiento en los cultivos genera desestabilidad en la economía, tanto de los productores como en el mercado, elevándose el costo de obtención de este producto, siendo el arroz alimento necesario y básico para la alimentación de la población.

De esta manera al escalonar el estudio de las variables que se ven implicadas en esta investigación, se partió de la experiencia del asesor, resultados de algunos productores aledaños y de una entrevista diagnóstica a la cooperativa que sustenta las razones por las cuales se obtienen bajos rendimientos productivos en sus ciclos anteriores como experiencia.

Con lo expuesto en el párrafo anterior, se buscó a introducir las bases del por qué la importancia de este estudio, estableciendo como punto inicial la experiencia y seguimiento tanto del investigador como del asesor dirigidos a esta línea de estudio ciertamente tras realizar un diagnóstico para continuar con las observaciones del trabajo de campo a fin de obtener y completar los datos de las tablas necesarias en cuanto al análisis de la efectividad de su aplicación en los cultivos, luego culminar la tesis doctoral y así poder plantearse como una nueva línea de investigación dentro del marco de Matemática Aplicada a la Agronomía concibiendo aportes de mejora a los productores y para cualquier entidad o persona que desee apropiarse de esos procesos.

Al mismo tiempo los posibles costos de inversión o cálculos a realizarse antes de la cosecha, podrían usarse para que el productor defina sus procesos agronómicos y logre alcanzar el rendimiento esperado que genera notables ganancias, mejorar la calidad de producto y la vida.

En el mundo actual tanto nacional como internacional el cultivo del arroz ha tenido una gran demanda dentro de la dieta de muchas personas, puesto es el alimento que en la mayoría de las comidas de casi todos los países está presente, y esto no es nuevo, el arroz es una de las plantas más antiguas usadas por los humanos, Noches (2019) explica que el arroz:

Es una de las plantas más antiguas usadas por los humanos, debido a esto, es difícil conocer la zona exacta de su nacimiento. Su origen se encuentra en India donde existen las condiciones óptimas para el crecimiento de esta, ya que la planta se daba de manera silvestre en las regiones cercanas a los ríos, donde las personas la recolectaban, aunque su cultivo empieza en China en los años 8200 - 7800 a.C. antes de Cristo, en los valles de los ríos Hang-Ho y Yang-Tse-Kiang. Después empezaron en China, los cultivos de arroz fueron adoptados en Corea, Japón y Filipinas, hasta llegar a los países mediterráneos. (p. 56)

La semilla del arroz tiene múltiples variedades que han surgido para mejorar la producción y calidad del mismo por lo que se define que:

El arroz es una planta que crece en los suelos húmedos o inundados, y esto se puede ver desde su origen que como ya se había mencionado es en la riberas de los ríos, esto crea un ambiente único para el crecimiento y la nutrición del arroz. (INFOAGRO, 2018, p. 12)

Por ello dentro de los estudios investigativos realizados en cultivos se han utilizado herramientas estadísticas básicas descriptivas, inferenciales y algunas multivariadas, dado que la Estadística es una rama de la Matemática que sirve para recopilar, organizar y tomar decisiones con base en los tipos de variables, enfoque y diseño que el investigador decida para dar el aporte significativo y real a su línea de investigación. Por consiguiente, la estadística multivariada proporciona observaciones útiles dentro de los análisis interpretativos de mejoras en cultivos al realizar comparaciones entre distintos resultados.

Retomando lo anterior esto genera las pautas para valorar las significancias de sus efectos y expresar la siguiente interrogante: ¿De qué manera el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz a través del análisis multivariado usando la técnica de MANOVA proporciona resultados significativos en sus variantes para el mejoramiento del rendimiento productivo?

III. ANTECEDENTES

La estadística multivariada desde años atrás ha constituido “una de las ramas importantes en la Matemática en cuanto al análisis y toma de decisiones en líneas de estudio de la vida como la Medicina, Psicología, Agropecuaria, Mercadeo, Geología, y desarrollo de la Tecnología que requieren de técnicas multivariadas” (Díaz Monroy, 2007, p.27). De acuerdo con lo expuesto anteriormente la finalidad de resumir los datos de las observaciones de experimentos que buscan demostrar los autores recaen en un sin número de planteamientos, conjeturas y propuestas de mejora que pueden ser comprobadas desde las perspectivas que pueda asumir o guiar el investigador como tal.

En relación al tema de estudio existen investigaciones relacionadas que asumen a la estadística multivariada, pero con otro tipo de cultivo y técnica multivariante estudiando algunas morfologías de plantas, mejoras genéticas y eficiencia de maquinaria agrícola, añadiendo que el análisis multivariado ha sido abordado especialmente para contrastes descriptivos, categorización de variables y pruebas de hipótesis. A continuación, se detallan los siguientes:

A nivel internacional:

La Universidad Nacional de Colombia - Bogotá los autores Cortés, Camacho Tamayo y Leiva (2013, p.11) con su artículo “Análisis multivariado del comportamiento espacial y temporal de la resistencia del suelo a la penetración” teniendo como finalidad analizar como la resistencia a la penetración (RP) es una forma fácil y rápida de identificar la compactación del suelo, evaluando un procedimiento para caracterizar adecuadamente la variabilidad vertical y horizontal de la compactación de suelos agrícolas, usando técnicas de análisis multivariado como componentes principales y pruebas de hipótesis.

Explicaron en sus conclusiones que las mediciones de RP se realizaron antes de la labranza y después de la cosecha en un lote sembrado con maíz (*Zea mays*) en la sabana de Bogotá (Colombia), en una cuadrícula regular de 32 puntos (25 m x 25 m), hasta una profundidad de 60 cm y que para identificar zonas y capas compactas del suelo se utilizaron técnicas de análisis multivariado.

Además, demostraron que el análisis jerárquico, realizado a partir de las lecturas de RP por punto de muestreo, permitió elaborar mapas de contorno con zonas delimitadas de compactación. A su vez, cuando el análisis se realizó por profundidad utilizaron la metodología de componentes principales para identificar las tres capas de suelo en las que se realizaba la perforación, enfatizando que la capa intermedia presentó los mayores valores de resistencia a la penetración en ambos muestreos. El procedimiento utilizado permitió caracterizar las variabilidades vertical y horizontal de la RP en el lote del estudio.

Otro artículo titulado MANOVA - Biplot: aspectos teóricos y aplicación a los usos del suelo en la ESPAC¹ por los autores Amaro, Ponsot, Castillo y Machado (2016, p.12) por la Universidad de Investigación de Tecnología Experimental Yachay de la Escuela de Ciencias Matemáticas y Computacionales de Ecuador. Los cuales presentaron algunos aspectos teóricos sobre la relación entre las técnicas clásicas de MANOVA y Biplot, que son la base de la gráfica MANOVA - Biplot. Aplicando esta técnica a un conjunto de datos referentes al uso del suelo en las tres regiones definidas por el Ecuador.

Añadiendo a lo anterior según los autores, que al indagar sus diferencias logrando su propósito de una caracterización sintética, que sirvió para compararlas estadísticamente siendo de utilidad al proceso de toma de decisiones. Conjunto a

¹ Las siglas significan Encuesta de Superficie y Producción Agropecuaria Continua.

ello dedujeron que la región oriental está caracterizada por el uso de su suelo preponderantemente en montes, bosques naturales y artificiales, la región costera por cultivos permanentes, transitorios y barbechos, y la región de la sierra por los restantes pastos, descansos, páramos y otros.

En sus conclusiones presentaron ilustraciones de los resultados que demostró el gran valor de síntesis que tiene la técnica estadística propuesta, incluido el código R que la provocó el costo en la aplicación a los datos del uso del suelo en la ESPAC 2016 pues, al tratarse de un conjunto voluminoso de datos, las regiones de confianza circulares resultaron tan pequeñas que son inútiles para el análisis (debido a la disminución en la varianza de las medias, a medida que aumenta el tamaño de la muestra) considerando que las vocaciones de las regiones y pensando en la planificación productiva específicamente en las industrias, forestal, agrícola y pecuaria, respectivamente.

De acuerdo con Díaz Monroy (2007) explica que “gracias a los avances de la estadística multivariada en la computación forma un conjunto de técnicas demandadas caracterizadas probabilísticamente de un vector aleatorio con parámetros de localización, dispersión y asociación” (p. 4). No obstante, los análisis estadísticos multivariantes se han enfocado gradualmente en definir la cantidad de variables a considerar y de esa manera poder catalogar su estudio. El estudio del análisis multivariado dentro de los cultivos ha marcado un potencial impresionante en los mejoramientos genéticos de semilla tales como en:

Métodos estadísticos multivariados en el estudio de la interacción genotipo - ambiente en la caña de azúcar en Cuba con los autores Rodríguez-Gross, Puchades-Isaguirre, Bernal-Liranza, Suárez y García-Pérez, (2012, p.15) donde en su artículo mostraron que la interacción genotipo ambiente (IGA), es un importante componente de los programas de mejoramiento genético de plantas dedicados al

desarrollo de nuevos cultivares² y al aplicar diferentes métodos estadísticos multivariados, tales como el análisis de coordenadas principales (PCO), el modelo de efectos principales aditivos e interacción multiplicativa (AMMI) y el análisis de regresión de sitios (GGE), para comparar su utilidad y eficiencia en el estudio de la IGA y de la estabilidad fenotípica en cultivares de caña de azúcar mostraron una gran correspondencia a cuatro estudios multiambientales realizados en la región sur - oriental de Cuba.

Estos estudios se desarrollaron en 15 cultivares de caña de azúcar a partir de la variable rendimiento tonelada de caña por hectárea. En ello, se encontró predominio del efecto ambiental en la varianza fenotípica total (65,2%), seguido de la IGA (25,8%). Resultados similares mostraron los modelos AMMI y GGE en la descripción del patrón de comportamiento de la interacción genotipo ambiente y la estabilidad fenotípica de los cultivares; asimismo, correspondió la mayor extracción de la varianza al biplot GGE2 (77,0%), seguido del biplot AMMI1 (50,2%).

Los autores al comparar los resultados en los dos modelos con el análisis de PCO, en relación con la estabilidad de los genotipos, no encontraron total coincidencia en estas deducciones mencionadas anteriormente, por lo que los dos primeros fueron los más adecuados. Los cultivares más estables y con altos rendimientos fueron: C86 - 156, C88 - 380 y C86 - 12 generando así una de las formas de comparación de resultados proporcionando pautas para la toma de decisiones.

Las investigaciones anteriores generaron las pautas para deducir que las técnicas multivariantes proporcionan interesantes análisis según las variables que se elijan y que por supuesto conllevan a valorar las decisiones tomadas en pro de

²Puede definirse por la expresión de los caracteres resultantes de un cierto genotipo o de una cierta combinación de genotipos para distinguirse de cualquier otro conjunto de plantas por la expresión de uno de dichos caracteres por lo menos para considerarse como una unidad.

augmentar la producción e ingresos económicos soportados con validez estadística, además que al ejecutar una propuesta de mejora que está ligada al trabajo de campo directo como el que se presenta en esta tesis, ayudan a demostrar significativamente que las diferencias que se realicen en los procesos agronómicos del cultivo de arroz tienen su trascendencia y que suministran resultados satisfactorios.

Otro acercamiento dentro del análisis multivariado se encuentra la investigación titulada Aplicabilidad de estadística multivariada para estudios nutricionales: bioensayo con el gorgojo de arroz (*Sitophilus Oryzae* L³) donde los autores Lugo González, Aguilar, Casotto, Laurentin y Gómez (2013, p.7) usaron las técnicas multivariantes análisis de componentes principales (PCA), escalamiento multidimensional no-métrico (MDS) y el Análisis de Similaridad⁴ (ANOSIM), todas ellas pertenecen al tipo de análisis multivariado, especificando que las dos primeras representan gráficamente de manera simultánea las unidades estadísticas y las variables que las caracterizan, evaluando similaridad entre las unidades y correlaciones entre las variables, la última técnica dota de un test estadístico no paramétrico para comparar agrupaciones de las unidades. Este trabajo evaluó la aplicabilidad de estas técnicas para valorar la calidad nutricional de la dieta, utilizando el bioensayo del gorgojo de arroz.

Las dietas ensayadas fueron: almidón de maíz; almidón de papa; 5% glucosa; arvejas; ayuno y ayuno con agua. Se estudiaron las variables supervivencia, variación de peso y composición corporal. El PCA y MDS mostraron relaciones positivas de la supervivencia y variación de peso con los parámetros corporales grasa y carbohidratos, siendo mayor para dietas de almidón, similares al control mínimo positivo. En el PCA se observaron diferencias en las poblaciones mantenidas con las diferentes dietas; el MDS no distingue claramente entre ellas,

³ Nombre científico atribuido al gorgojo del arroz.

⁴ Cualidad de similar que permite establecer comparaciones de preferencia o similaridad sobre las categorías. Palabra aceptada por la Real Academia Española.

aun cuando logra diferenciar la dieta definida por el ayuno de las restantes. Ambos estudios definieron un gradiente del valor nutritivo de las dietas, en el eje de las abscisas. El ANOSIM indicó diferencias significativas ($p < 0,05$) entre grupos de insectos sustentados con estas dietas.

Esta prueba refuerza los resultados obtenidos en el PCA y MDS. La aplicación de estas herramientas estadísticas fue vital para analizar procesos complejos, como la interacción de distintas variables que midan la calidad nutricional de diferentes dietas. Los trabajos anteriores realizaron un estudio centrado en el análisis multivariado siendo de los menos utilizados hoy en día, pero basándose con técnicas multivariante interesantes como ANOVA.

Otra investigación que tiene la línea de conocimiento en el estudio de esta investigación lleva por título Técnicas de estadística multivariada para la tipificación de sistemas de producción pecuarios realizado por Mora (2016, p.10), en la Universidad del Tolima en la que realizó una encuesta con base en variables cuantitativas y cualitativas tomando la información primaria sobre un total 224 fincas de la zona centro del Tolima, con el objeto de tipificar y caracterizar las fincas ganaderas y sus familias en el centro del Tolima. Se realizaron diferentes análisis de estadística multivariada como análisis de componentes principales, análisis de conglomerados y análisis de discriminante canónico.

La tipología mostró tres grupos con características diferenciadoras entre sí y tamaños diferentes, lo cual sugiere la existencia de tres tipos de propiedades. Un grupo con 135 unidades de análisis que contiene las fincas con un promedio de 23,18 ha; el conglomerado 2 (61 haciendas) que tiene en promedio 15,02 ha y el conglomerado 3 que agrupó a las 28 posesiones más grandes con una media de 104,03 ha. Utilizando las variables: área predial, área pecuaria, bosques, pastos naturales, unidad gran ganado (UGG), potreros, leche vaca por día, cultivos, índice educativo (IE) y trabajadores, se comprobó la utilidad de los análisis multivariados

para interpretar la diversidad de dominios y sus características productivas y sociales.

En la parte nacional podría decirse que existen estudios a nivel superior en las universidades de UNAN - León y UNA respecto a cultivos agronómicos con algunas hortalizas, análisis estadísticos básicos y aplicación de diseños experimentales, pero no referidas a la línea de estadística multivariada aplicada a algún cultivo. Cabe señalar que se han realizado investigaciones al cultivo del arroz en distintas universidades como modalidad de graduación de licenciatura con análisis de estadística descriptiva, y que algunos están destacados en el estado del arte y otros estudios superiores están señalados en el mismo capítulo por la amplitud de investigaciones realizadas hacia el cultivo. Este estudio es una de las investigaciones referidas a esta temática y como propuesta a línea de conocimiento de la Matemática Aplicada con estadística multivariante empleando la técnica de MANOVA a la rama de la agronomía.

IV. JUSTIFICACIÓN

El propósito de la investigación fue analizar el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz a través de un análisis multivariado usando la técnica de MANOVA que con los resultados de sus pruebas se logró identificar cuáles de las diferencias agronómicas tras aplicar la propuesta de mejora ayudó a aumentar notable el rendimiento productivo en la cooperativa Omar Torrijos, la cual facilitó las condiciones y espacio para realizar trabajo de campo y verificar que la idea de mejora proporciona valores importantes dentro de su economía superando las expectativas y prácticas habituales.

Por consiguiente, al comparar los datos obtenidos demostraron la relación y efectividad entre procesos agronómicos con resultados reales, involucrando distintas variables que intervinieron directamente en la calidad y productividad, a la misma vez previendo los tiempos adecuados de siembra, preparación del suelo, riego, drenaje y aplicación de los debidos fertilizantes, donde se analizaron los datos numéricos que generaron el rendimiento productivo esperado con un 15 % de aumento en unidades de quintales por manzana producidas por el trabajo de campo, estableciendo una comparación en cuanto a equilibrios en los costos y pre visualizar las posibles ganancias.

Al analizar y desarrollar esta investigación generó aportes satisfactorios en el sector agronómico para realizar evaluaciones de calidad, siendo esto la finalidad a lo largo del proceso de análisis enfocado en la siembra, cosecha y producción, añadiendo que en el transcurso de los procesos, las condiciones proyectaron de manera eficaz la compatibilidad y conveniencia de las decisiones que se tomaron en su momento, todo esto previamente estudiado para analizar los valores numéricos como que caben en la eficiencia de los productos químicos, humedad, clima, variedad de semilla, peso del grano, número de hectáreas, tiempo de aplicación, sistema de riego, etc. Además de proporcionarle al productor, cooperativa, organizaciones y a todo el sector agronómico una propuesta que tiene

dentro de sus procesos los elementos para obtener un rendimiento mejorado sustentándose con la confiabilidad estadística de las pruebas multivariadas al realizarse el contraste de los procesos, los cuales numéricamente reflejaron que existieron diferencias significativas y oportunas para poder lograr el incremento obtenido.

Cabe destacar que la realización de esta investigación beneficiará a futuro a los productores de arroz en gran medida, al tener a la disposición un modelo matemático, agronómico y estadístico como resultado de la comprobación y verificación con el análisis multivariado que resume los aspectos necesarios para la obtención del rendimiento productivo en sus cultivos con base a la buena toma de decisiones que involucren los costos adecuados, todos sujetos a la validación necesaria y ajustada a los precios actuales de los productos y servicios.

Por consiguiente, a las organizaciones e instituciones que su labor diaria es el análisis y experimentación con el arroz y sus mejoras, esto con el fin de elevar y superar las demandas del país, tanto de manera monetaria, importación, exportación, calidad y consumo del mismo y por ende, a la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua como base de línea de investigación para aplicar el análisis multivariante al mismo cultivo o a otros usando otras técnicas multivariadas que faltan por dar mucha más aplicación en otras ramas de estudio, dando de esta manera aportes que resuelven situaciones reales del país en torno a la vía de la alimentación y producción de cultivos que son los pilares del aumento al desarrollo nacional.

Una de las proyecciones posibles de esta investigación es dar respuesta a las necesidades de los productores a nivel de calidad productiva, costos y cantidades, puesto que los agricultores son la base principal de un país para la obtención de alimento a nivel interno, externo y económico, teniendo un alcance que pueda favorecer y proporcionar soluciones factibles, óptimas y confiables a nivel nacional e internacional, reforzándose con un modelo de propuesta ligada a la comparación

estadística de resultados fiables que las organizaciones o instituciones puedan utilizar para generar distintos estudios en predicción en torno a otros cultivos y que ayuden de esta manera elevar y satisfacer las demandas propias del sector agronómico y por ende del país. De esta forma ayudará a dar salida a la problemática, a la alta demanda de esta gramínea que está siendo poca abastecida por los mismos productores nacionales. Por ende, al existir poco abastecimiento incrementa la demanda del mercado.

En fin, al poder dar solución a esta problemática, esta investigación generaría implicaciones importantes, pues además de aplicarse al arroz, podría también adaptarse a otros cultivos que son al igual que este la base de la alimentación y demanda de los mercados y, por consiguiente, un posible incremento en la economía de las familias, donde la agricultura pertenece al sector primario económico de un país como fuente principal de materia prima para los demás secciones y avance de una sociedad. De la misma forma establecer bases del cómo aplicar la Matemática a las demás ramas de las ciencias y no solo focalizarla en el ámbito educativo, dado que la mayoría de los docentes centran sus trabajos investigativos a la educación y en su minoría logran generar áreas de conocimientos e información en contextos de la Economía, Agricultura y demás.

V. OBJETIVOS

Objetivo general

Analizar el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz mediante técnica multivariante para la mejora del rendimiento productivo.

Objetivos específicos

1. Implementar la técnica de MANOVA al proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz para el mejoramiento del rendimiento productivo.
2. Aplicar propuesta de mejora al proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz para el rendimiento productivo en la cooperativa Omar Torrijos.
3. Comparar los resultados obtenidos de la aplicación de la propuesta de mejora a través del análisis multivariado con la técnica de MANOVA en el cultivo del arroz con datos de la cooperativa Omar Torrijos.
4. Valorar la propuesta de mejora en el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz al usar la técnica de MANOVA para el mejoramiento del rendimiento productivo.

VI. ESTADO DEL ARTE

Alrededor de este estudio giran investigaciones realizadas por muchos autores tanto nacionales como internacionales, basadas en experimentaciones y mejoras en el cultivo del arroz y aplicaciones de modelos de programación lineal y análisis en distintos aspectos que enumeran los pasos a seguir para realizar un modelo y su aplicación como los siguientes:

- “Evaluación sensorial de arroz (*Oryza sativa*) variedad azucena en la Región Autónoma del Atlántico Norte de Nicaragua” por los autores García, Godoy, Carrillo y Pachón (2011, p.14) evaluando las variedades en condiciones distintas y genéticas de acuerdo con sus características sensoriales de la variedad tradicional de arroz (*Oryza sativa*) Azucena, que por su mayor contenido de hierro y zinc podría beneficiar nutricionalmente a poblaciones vulnerables. Los materiales y métodos se basaron en la evaluación sensorial del arroz Azucena versus una variedad de consumo local, se realizó en cinco comunidades de la Región Autónoma del Atlántico Norte en Nicaragua, mediante la aplicación de dos pruebas a 203 consumidores: aceptabilidad y preferencia.

Los resultados que se obtuvieron con respecto a la aceptabilidad (en una escala de uno a cuatro), la variedad Azucena alcanzó un promedio de $3,1 \pm 0,7$ para textura, $3,1 \pm 0,8$ para olor, $3,0 \pm 0,9$ para sabor y $3,0 \pm 0,8$ para color. Usando un análisis no paramétrico, se determinó que la aceptabilidad fue mayor ($p < 0,05$) para el testigo en todas las cualidades evaluadas: $3,2 \pm 0,8$ en textura, $3,2 \pm 0,7$ en olor, $3,2 \pm 0,7$ en sabor y $3,3 \pm 0,7$ en color. La preferencia no fue estadísticamente mayor al (56,4%) para el testigo ($p = 0,23$). Por lo que concluyeron que el arroz variedad Azucena, por sus características endógenas y desde el punto de vista sensorial, no tiene una gran aceptación en la población de estudio. Por lo tanto, en caso de lanzarse al comercio se recomendaron campañas estratégicas para promocionar su consumo.

El aporte del trabajo anterior es el uso de la estadística descriptiva e inferencial para el cálculo de muestras en el cultivo usando sus valores para demostrar cómo sus características favorecen a la aceptabilidad de la variedad de semilla en el mercado teniendo congruencia con lo que se pretendió en el problema de investigación.

- Otro estudio titulado “Análisis del cultivo de arroz (*Oryza sativa*) en Nicaragua periodo 2004 - 2014” por los autores Lanzas Ceas y Reñazco Tórrez (2016, p.26), teniendo conclusiones evaluativas que ayudaron a manejar un control de medidas agronómicas para obtener resultados aceptables.

El tema se vio centrado en la evaluación de procesos agronómicos con semillas que tuvieron una mejora genética para mejorar el rendimiento productivo, pero con tipo de riego seco y que los resultados tuvieron un incremento usando la estadística descriptiva para dicho análisis.

- “Estimación de parámetros genéticos y los componentes del rendimiento en el cultivo del arroz (*Oryza Sativa*) INTA Chinandega, Sébaco, Matagalpa” por el autor López Rodríguez, (2018, p.28) en conjunto con la guía técnica metodológica de arroz seco de INTA (2012), exponiendo sobre la metodología adecuada para el buen manejo de las actividades agronómicas en el arroz como también las distintas variedades.

Cabe señalar que la estimación de parámetros genéticos constituye una de las maneras más eficaces de obtener buenos rendimientos productivos partiendo desde el tiempo de cosecha, por ende, la variedad que tiene una época de recolección menor resulta beneficiosa de usar para el productor cuando los procesos de preparación de suelo y siembra se alargan por situaciones diversas al clima o la obtención de agua.

Las dos últimas investigaciones mencionadas anteriormente, en su contenido contextualizan aspectos importantes para el tema de estudio, retomando el uso de la estadística para la representación de información y datos como también el abordaje de las posibles observaciones que se realizan respecto al cultivo de arroz, detallando la particularidad que tiene esta gramínea para la economía del país y por ende, la preocupación de los productores, organizaciones y cooperativas por obtener buenos resultados en sus cosechas, iniciando por el fortalecimiento de la genética de semillas.

Cabe mencionar que la información contenida en esos estudios refuerzan la idea que analizar el proceso agronómico del cultivo y el usar la estadística para valorar la diferencia entre comparaciones, genera muchas pautas para tomar decisiones oportunas y que optar por nuevas prácticas añadiendo el manejo del tiempo de corte, condiciones de clima, desarrollo de la planta según la época de siembra, es decir, su tiempo para la etapa de madurez, facilita en gran manera el aumento de la producción del grano conjuntamente con evaluaciones que sustenten dicho proceso.

Por otra parte, aplicaciones de programación lineal como:

1. “Modelo de programación lineal para minimizar el costo de fertilización granulada en macro nutrientes en el cultivo de la zanahoria en Costa Rica”, elaborado por Paniagua Molina (2015, p.12).
2. “Diseño de un modelo de programación lineal para la planeación de producción en el cultivo de fresa, según factores costo/beneficio y capacidades productivas en un periodo temporal definido”, con los autores Pineda y Tórrez Ramírez (2017, p. 28).

3. “Modelo de programación matemática para la cadena productiva del biodiesel en Colombia”, por los autores Aranda Pinilla, Barón Molina, Huerta Forero y Orjuela Castro (2014, p.13).

4. “Aplicación de un modelo económico - matemático en el completamiento del parque de maquinarias de una empresa arrocera” por los autores Caballero, López, Castil y Ramos (2007, p.12).

5. “Modelación matemática del complejo cosecha - transporte de la caña de azúcar para su racionalización”, elaborado por López Rodríguez, Morejón Mesa, Sosa y Martínez (2015, p.14). Por ende, cada estudio centrado a la idea de aplicar un modelo matemático de programación que generara soluciones factibles a cada una de las problemáticas obteniendo resultados que eran los esperados para dar salida a sus objetivos, contribuyendo con buen aporte.

Sin embargo el estudio en cuestión se encuentra en la línea de algunos autores al poder maximizar el rendimiento productivo del cultivo del arroz con ayuda de un modelo de programación que establezca los resultados esperados de acuerdo a la toma de decisiones de los distintos valores a ejecutarse desde la siembra hasta cosecha en un proceso continuo de observaciones y toma de notas, generando al final de la temporada la compatibilidad de los datos realizados con anticipación de acuerdo a los obtenidos en la cosecha, a fin de demostrar la aplicabilidad y confiabilidad de la mano al trabajo de campo y cálculos realizados por el modelo que podría aplicarse la posibilidad de extenderse a la aplicación con otros cultivos.

2. “Estructura de la comunidad polinizadora en un cultivo de tomate *Lycopersicon esculentum* Mill (*Solanaceae*) y análisis multivariado de la calidad del fruto, Caldas - Colombia” por los autores Arias Restrepo, Torres Carrera, Molina Rico (2015, p.22), los cuales determinaron la comunidad de polinizadores y se analizó la calidad del fruto de tomate *Lycopersicon esculentum* Mill, en Viterbo - Caldas.

También realizaron recorridos aleatorios en un semi - invernadero en floración con alta actividad pecoreadora⁵ registrando visitantes en plantas censadas y control, obteniendo valores de abundancia y géneros por conteo en rangos de horas.

Para la calidad del fruto se sometieron a un análisis de componentes principales variables ecológicas y económicas. Se aplicó una prueba T, diversidad y una curva de acumulación de géneros; la representatividad de la muestra se estimó con Chao1, ACE, ICE, Singletons y Doubletons.

La polinización del cultivo fue de 57,7% se determinó cuatro géneros de abejas polinizadoras: Apis, Melipona, Agapostemon y Euglossa. Mayor actividad pecoreadora de 8 a 10 am. El peso y diámetro polar, se asociaron con Agapostemon⁶ ($R = 1$, $p = 0,0026$, $CP1 = 78,3\%$ y $CP2 = 21,7\%$). La prueba T, mostró diferencias del peso entre polinización cruzada y autógeno ($p = 0,0035$). La riqueza, dominancia y diversidad de polinizadores fue baja ($E = 0,90460$, $DMg = 1,13677$, $Dsp = 0,25275$, $H' = 1,25404$).

El esfuerzo de muestreo fue representativo con Chao 1 100% y ACE 90%. Aproximadamente el 50% del cultivo no es aprovechado productivamente. La polinización cruzada realizada por Agapostemon, mejora el peso y diámetro polar del fruto. Lo cual muestran un análisis univariado usando ANOVA.

Dentro del uso de la estadística multivariante usando alguna técnica a nivel agronómico el estudio anterior forma parte de unos de las pocas investigaciones que aplicaron técnicas multivariantes en su trabajo por la cantidad de variables que se deben de tomar en cuenta. Además, el análisis multivariante ayuda a

⁵ Se llama pecoreo a la conducta de las abejas obreras de Apis mellifera o abeja doméstica que recolectan polen y néctar de la flora apícola de un determinado lugar geográfico. También suele llamarse conducta de forrajeo; las forrajeadoras son las abejas obreras recolectoras que desarrollan esta actividad.

⁶ Agapostemon es un género de Himenópteros apócritos de la familia Halictidae. Es un grupo de abejas bastante comunes, en general de colores metálicos verdes o azules. Hay aproximadamente cuarenta y cinco especies en el hemisferio occidental, desde Canadá a la Argentina.

interpretar las significancias de la relación que existe entre variables. A nivel internacional el uso de técnicas multivariantes están centralizadas en el ámbito de la salud, pecuaria, eficiencia de maquinaria agrícola, fabricación de metales y demás ámbitos industriales por la toma acertada de buenas decisiones por los resultados de los análisis multivariantes.

Los manejos de las variables a trabajar constituyen una de las maneras importantes para la clasificación tanto cualitativas como cuantitativas de dichas variables como lo abordó “Modelo de programación lineal para minimizar el costo de fertilización granulada en macro nutrimentos en el cultivo de la zanahoria en Costa Rica”, Paniagua Molina (2015), pero visto de la programación matemática computacional que al comparar con “Estructura de la comunidad polinizadora en un cultivo de tomate *Lycopersicon esculentum* Mill (*Solanaceae*) y análisis multivariado de la calidad del fruto, Caldas - Colombia” por los autores (Arias Restrepo et al (2015), ambos estudios realizaron un manejo de variables cuidadoso que les permitieron obtener los resultados esperados.

Tanto la programación matemática como el análisis multivariante proporcionan valores importantes en la manipulación de sus variables y los resultados significativos.

VII. MARCO TEÓRICO

Dentro del desarrollo del análisis multivariante en el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz se encuentran una serie de pasos a seguir que son la columna vertebral para este estudio. Tales pasos están conformados por gran cantidad de información cualitativa y cuantitativa que son conducidos por la toma de decisiones propias del agricultor en cuanto a su accesibilidad a los terrenos, productos químicos, preparación de suelos, financiamientos, temporada de siembra, manejo del rendimiento productivo y el análisis estadístico en general. El presente marco teórico está estructurado de la siguiente manera:

1. Proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz
2. Elementos de Estadística multivariada.
3. Tipos de técnicas multivariantes.
4. Análisis multivariante con la técnica MANOVA
5. Aplicación de MANOVA en el cultivo de arroz.

7.1 Proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz

Dentro del cultivo de arroz se pueden organizar de forma fenológica el proceso de siembra y cosecha, una vez teniendo en cuenta el área donde se sembrará y a lo que se pueden tomar los siguientes:

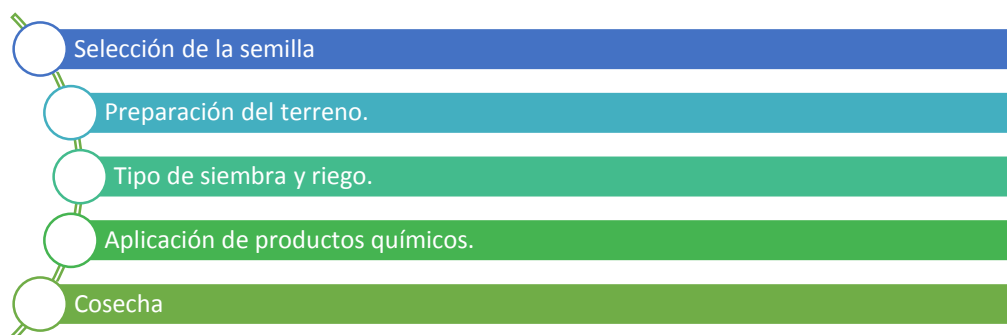


Figura 1. Proceso del cultivo de arroz

Fuente: *Elaborado por el autor*

En la figura 1 se proporciona el abordaje de las variables en cuanto al manejo agronómico del cultivo de arroz para poder entender el objetivo de la investigación, por lo que es de vital importancia tomar en cuenta y conocer el proceso detalladamente.

7.1.1 El cultivo de arroz (*Oryza Sativa* L.)

De acuerdo con Vélez Barrera (2020) explica que:

El arroz (*Oryza sativa*) es una monocotiledónea perteneciente a la familia Poaceae o gramíneas donde, la raíz de la planta es delgada, fibrosa; el tallo es de forma cilíndrica conformada de nudos, puede medir entre unos 60 y 120 cm; las hojas son alternas; las flores son de color verde y blanco puestas en conjunto como espigas pequeñas que forman una hoja grande entre todas. (p.15)

El cultivo de arroz ha tenido una gran demanda tanto nacional como internacional por ser uno de los alimentos básicos dentro de las familias y que su aumento en la producción ha generado una amplia cobertura especialmente en Nicaragua que se cultiva por diferentes métodos, puesto este varía desde mecanizado, manual y sistema de inundación constante en el cual se utiliza en ocasiones la preparación bajo agua o fangueo con la utilización de maquinaria agrícola. La producción de arroz de riego por inundación es frecuente en las zonas donde el terreno presta las condiciones de su composición, clima y del por qué es cultivado por los grandes productores, esto se debe al monto de inversión y su capacidad de área a trabajar.

Dentro del proceso a seguir para lograr una producción y un rendimiento óptimo que favorezca a los productores se ven ligados desde los ciclos o fechas de siembras a considerar según la época del año invierno o verano. El rendimiento abarca las salidas de la inversión y la calidad del producto final, en este caso a un valor numérico monetario y la producción de dicho cultivo dado en quintales por manzana o toneladas por hectáreas. Donde la mayoría de los casos se usa a nivel

nacional quintales por manzana(qq/mz) y a nivel internacional o de forma estándar toneladas métricas por hectáreas(Ton/ha) y kilogramos por hectáreas (kg/ha).

7.1.1.1 Morfología

La morfología de la planta de arroz es descrita con la intención de formar una concepción básica de este apartado donde según el Instituto Nicaragüense de Tecnología Agropecuaria INTA (2019) explica:

- **Raíces:** Delgadas, fibrosas y fasciculadas (no tiene raíz principal) teniendo dos tipos una seminal (brotan de la semilla) de naturaleza temporal.
- **Tallo:** Su forma de nudos y entrenudos alternados siendo cilíndrico nudoso con un largo aproximado de 60 - 120 cm.
- **Hojas:** Son alternas, es decir, una por lado, envainadoras que envuelven al tallo, limbo (lámina de la hoja) lineal, agudo, largo y plano donde la presencia de lígulas y aurículas tiene formas muy diferenciadas para la planta.
- **Flores:** Es una planta monoica con floración completa y que se auto poliniza con flores de color verde blanquecinas situadas en espiguillas dentro de la panoja.
- **Inflorescencia:** Es donde se sitúan los frutos en este caso panícula que es la espiga que se localiza sobre el vástago terminal siendo por espiga en unidad de panícula
- **Latencia:** Incapacidad de la semilla madura para germinar en condiciones favorables, es decir, la semilla cosechada debe esperar al menos dos meses. (p. 23)

7.1.2 Fenología del cultivo de arroz

Dentro del proceso fenológico⁷ del cultivo de arroz varía según la variedad a elegir por el productor y tiempo o ciclo de siembra en este caso verano o invierno. No obstante, todas las variedades cumplen con las mismas fases de desarrollo. El cultivo de arroz tiene tres fases vegetativas y diez etapas de desarrollo en los cuales se involucran aspectos cualitativos como la calidad de selección de la semilla y su

⁷ La fenología es la ciencia que estudia la relación entre los factores climáticos y los ciclos de los seres vivos. Por ejemplo, en España, se realiza el seguimiento del primer avistamiento anual de algunas aves migratorias como la golondrina común.

variedad y cuantitativos en cuanto al porcentaje de germinación en el proceso de selección, todos ellos enfocados al análisis estadístico de los datos a considerar para el estudio del trabajo investigativo.

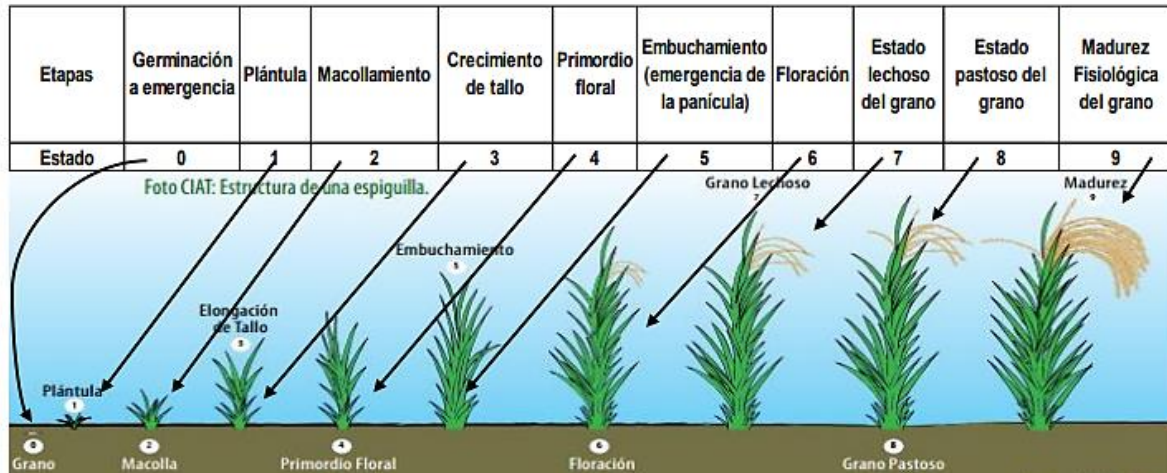


Figura 2. Etapas fenológicas del cultivo de arroz

Fuente: *Adaptación por INTA (2009)*

7.1.2.1 Selección de la semilla

Es decisión del productor elegir la variedad de la semilla para el ciclo, esto enfocado a los recursos o financiamientos disponibles y a la efectividad del rendimiento productivo que tiene cada una de las variedades de la semilla. Para elegir un tipo de semilla el productor hace un análisis desde las condiciones climáticas de su área, las fechas de siembra y cosecha de la variedad y que esta favorezca a las condiciones necesarias para su cosecha que oscilan en un periodo de 130 a 140 días de ciclo de desarrollo de la planta por completo.

Cada variedad de semilla tiene sus propias condiciones o productividad según el mejoramiento genético que presente en la actualidad, diversas instituciones como TAINIC, INTA, FORMUNICA, y otras trabajan en pro de mejorar los rendimientos productivos del cultivo de arroz con el fin de favorecer a la calidad de producto al

consumidor y el aumentar los rendimientos productivos económicos de los productores, puesto este cultivo requiere de inversión para su obtener un rendimiento satisfactorio. Entre las variedades de semilla más usadas en Nicaragua con sus generalidades en cuanto a las condiciones climáticas estudiadas por Instituto Nicaragüense de Tecnología Agropecuaria INTA (2019) están:

- INTA dorado;
- INTA Chinandega;
- INTA N - 1;
- Oryzica Llano - 4;
- Arroz 5 ANAR - 97 y 2015
- Taichung Sen 10.
- Línea 424 (La más actual). (p. 10)

Las variedades anteriores de acuerdo con Instituto Nicaragüense de Tecnología Agropecuaria INTA (2012), determina que:

Oscilan en rendimientos productivos entre 120 y 150 quintales por manzana (qq/mz) que son las unidades de medidas que se manejan en Nicaragua y a nivel estándar para el resto de los países correspondientes a quintales por hectáreas o toneladas por hectáreas en 171,42 y 214,58 quintales por hectáreas (qq / ha) o 8,58 y 10,75 toneladas por hectáreas (Ton/ha). (p.45)

Las variedades más usadas en el Valle de Sébaco suelen ser INTA dorado y ANAR 97, la primera por su nivel de macollamiento⁸ y desarrollo; ANAR 97 y la segunda por su rápido desarrollo en cuanto a la madurez que se alcanza en un tiempo menor al estipulado, ideal para los ciclos donde los productores tienen contratiempos y por efectos de invierno deciden acelerar su cosecha.

Para la selección de la semilla está en manos del productor elegir la que más tiene a su alcance o la que mejor conviene. No obstante, esta elección se elige cuando la germinación de la semilla ocurre en un 85 % tomándose una muestra para las respectivas pruebas valorando el porcentaje aceptable. El precio de un quintal de semilla oscila en C\$(600 - 720) o \$(17 - 20), los cuales el costo total sería,

⁸ Modo de propagación vegetativa de la familia gramínea para para la producción de tallos secundarios para la formación de espigas donde se forman los granos del arroz.

calculando el producto del costo monetario por cada quintal según el número de hectáreas o manzanas a sembrarse y el tipo de siembra.

7.1.2.2 Preparación del terreno

Antes de realizar la preparación del terreno el productor debe elegir su sistema de riego según la ubicación del área y la facilidad de la obtención de agua y los costos que esto involucra.

7.1.2.2.1 Sistema de riego

Dentro de los sistemas de riegos utilizados pueden utilizarse los siguientes según Álvarez Córdova (2018):

- **Superficial:** La obtención del agua es por ríos, lagos, lagunas, ojos de agua donde se utilizan motores con bombas de succión siendo el más económico los motores de Diesel y dependiendo del tamaño es el consumo. Los costos varían según el precio del combustible y el consumo de combustible por horas de trabajo del motor. Siendo este método uno de los más usados por su efectividad y economía, pero depende de las decisiones del productor y su financiamiento. (p.13)
- **Subterráneo:** La obtención de agua se da por cavar y realizar pozos según el estudio del terreno y que existan fuentes subterráneas fértiles en él, donde se usan motores eléctricos con tensión de 220 voltios donde los costos dependen de la cantidad de horas de trabajo y el área sembrada, se sabe que este costo se puede deducir por el consumo de kilowatts de energía eléctrica que en su mayoría es un costo de mucho consumo de capital. No obstante, se puede incluir el costo de elaboración de dicho pozo y el costo de la bomba de succión con motor eléctrico. (p. 14)

7.1.2.2.2 Tipos de preparación del terreno

Para esta fase se inicia con un estudio de suelos sobre la cantidad de hierro y materia orgánica que este tiene, donde el productor analiza su área de siembra tomando en cuenta el tipo de suelo factible para el cultivo. Noches (2019) explica que “el estudio de suelos brinda información precisa de cuales nutrientes se

encuentran en dicho suelo, esto es para poder balancear y escoger los tipos de abono necesarios para el lote seleccionado, así como el tipo de fertilización” (p. 23).

La preparación del terreno es importante para iniciar con el proceso del cultivo de arroz, este se compone de cuatro fases las cuales son todas necesarias para un óptimo resultado. Se debe aclarar que existen diferentes tipos de preparación según el tipo de siembra que se realizará, puesto que está el tipo de siembra en seco con máquinas sembradoras que es la mecanizada y por inundación que en su mayoría es al voleo. En la mayoría de los casos en Nicaragua se realiza por inundación de acuerdo al proceso donde:

Se inicia con el fanguero⁹, siendo el primer paso después de la cosecha del cultivo anterior, por lo que se requiere en ese momento es inundar el terreno a bajo nivel para posteriormente mezclar todo el rastro de las plantas de arroz con el barro. Después de este paso prosigue la meteorización, el cual consiste en dejar secar el suelo para preparar el terreno para las nuevas plantas, esto empieza pasando dos veces una rastra o ramplón para levantar el terreno y dejar secar, la primera pasada es para remover la tierra y entrar al proceso de asoleado¹⁰, y la segunda pasada es para romper los terrones de suelo que se puede realizar con gradas para evitar profundizar el terreno. Consecutivamente, empieza la fase de nivelación, donde se pasa una pulidora con discos lineales para que los terrones queden más pequeños y detrás de esta fase la niveladora, este paso es importante para los canales donde se inundará el terreno.

Lo anterior se realiza una vez al año y según evaluación agronómica. El último paso de la preparación del terreno es el abonado, donde se le dan los nutrientes necesarios para que la planta de arroz crezca de una buena manera. Cabe recalcar

⁹ El fanguero es una tarea agrícola tradicional que consiste en los distintos trabajos de mantenimiento y acondicionamiento que se realizan sobre los arrozales. En la práctica, el fanguero se basa en batir la tierra mediante unas ruedas con rejas de hierro que mezclan la tierra y la paja del arroz conocido como rota discos.

¹⁰ Exponer al sol como proceso de desinfección del terreno.

que posterior a este paso llega el arado, inundación y siembra. Esto se realiza si el productor elige una siembra con máquina sembradora.

No siempre se realiza lo anterior debido a los costos que esto involucra y el tiempo para realizar tales operaciones con las maquinarias. A menudo se realiza el fangueo con rota discos (roter)¹¹ que es un implemento unido a un tractor agrícola para que una vez el terreno tenga la suficiente cantidad de agua este pueda realizar pases para remover la tierra y volverla suave, generando una superficie tipo boronosa¹² además, luego del pase por el rota discos se procede a un pase se banca o alisadora que es un implemento a un tractor agrícola para nivelar el terreno según los niveles del agua. Dentro de los costos de preparación por fangueo con maquinaria agrícola esta:

- 1 Pase de rota disco oscila entre 34 - 39 dólares por manzana.
- 1 Pase de alisadora o banca oscila entre 34 - 39 dólares por manzana.

Las labores del tractor agrícola para realizar lo anterior en buenas condiciones oscila entre 6 - 7 manzanas por día, estos son algunos de los datos importantes que entran en los costos para el productor y que pueden variar según los contratos con las empresas que prestan dicho servicio y, por ende, el número de manzanas o hectáreas.

7.1.2.3 Tipo de siembra

Los métodos de siembra dependen del tipo de terreno, esto quiere decir, área de cultivo o zonas donde se es posible realizar las labores de siembra como ejemplo

¹¹ Implemento agrícola anclado a un tractor para remover la tierra una vez este inundada de agua toda el área de siembra por varios días y se pueda realizar el siguiente proceso de alisado de la tierra.

¹² Tierra suelta con terrones pequeños luego de haber sido removida por el rota discos.

el arroz de tipo seco y por inundación añadiendo a lo anterior las condiciones del clima.

Existen dos sistemas de siembra, entre ellas:

La siembra directa, se realiza utilizando maquinaria agrícola o sea sembradora, pero también se puede realizar al voleo con labores humanas esto lo define el agricultor y sus condiciones en el terreno y la otra es siembra por trasplante, donde las plantas crecen inicialmente en invernaderos y luego son trasladadas al campo. “La siembra de arroz generalmente se hace esparciendo las semillas en el campo, según el período de siembra y la región. (Mejías y Ramírez, 2015, p. 5 - 6).

Los tipos de siembra en Nicaragua dependen mucho de las condiciones climáticas de la zona, donde por lo general, resultan las más usadas, García Flores (2016) exponen que las tipologías de siembra se dividen o clasifican como:

- Secano no tecnificado: usado en los departamentos de Nicaragua como Matagalpa, Jinotega, Boaco, Chontales, Río San Juan y Nueva Segovia. Donde este prepara la tierra con bueyes y se utiliza mano de obra familiar para el resto de las labores. La cosecha es manual y la semilla se selecciona en la finca de forma artesanal. En la RAAS y la RAAN la siembra es manual.
- Secano tecnificado: usado en los departamentos de Nicaragua como Nueva Segovia, Chinandega, Rivas Granada, Río San Juan y Boaco. La siembra de arroz de secano tecnificado se caracteriza por la utilización de maquinaria, para la preparación de tierras y la cosecha. Es un sistema intensivo en mano de obra e insumos agrícolas.
- Sistema de siembra bajo riego: Malacatoya, Sébaco, Río San Juan, Chinandega, León, Nandaime, Boaco y Chontales. Cultivan el arroz bajo riego con maquinaria y avión con siembra al voleo y mecanizado con sembradora, algunos productores poseen equipos para el secado de la granza y trillos. (p. 29 - 30)

Se debe mencionar que dentro de las labores de siembra surgen gastos donde según el tipo siembra que el agricultor elija de esa manera se efectuará la inversión, ya sean las antes mencionadas sin obviar la mano de obra cuando se realiza al voleo.

7.1.2.4 Fases de desarrollo del cultivo de arroz

Terminada las labores de siembra y formas de riego para llevarse a cabo el desarrollo del cultivo de arroz empiezan las fases y etapas de crecimiento según el

número de días se debe señalar que antes de la siembra la semilla se pre germina y protege con productos químicos este proceso dura 1 - 3 días y luego se siguen las siguientes fases o etapas entre ellas, según el Instituto Nicaragüense de Tecnología Agropecuaria INTA (2012) describe:

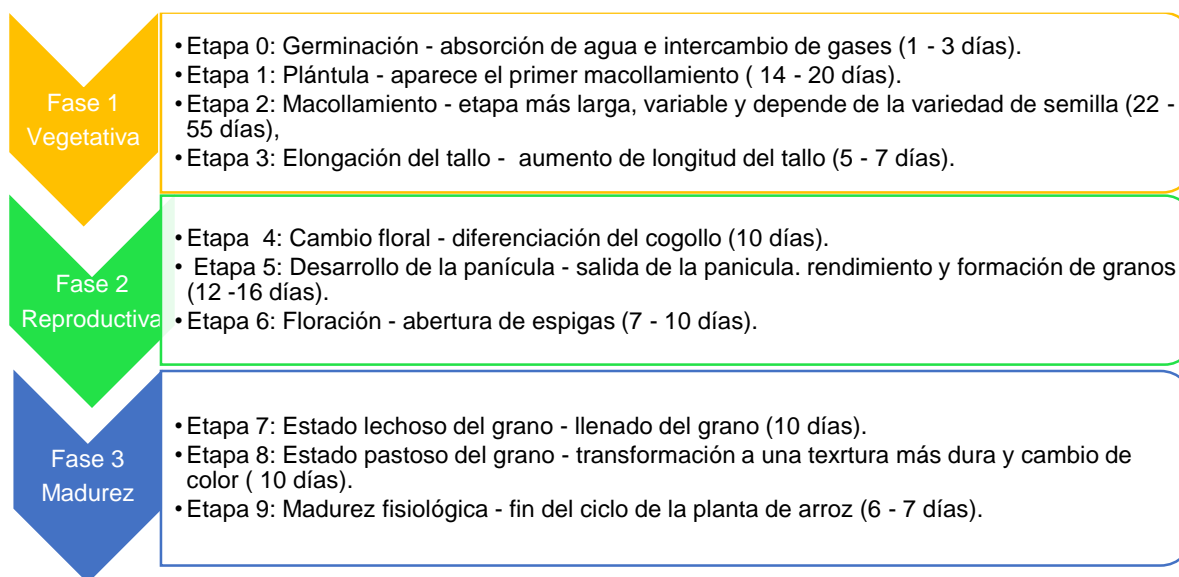


Figura 3. Fases y etapas del proceso del cultivo de arroz

Fuente: *Adaptado y modificado por el autor con información de INTA (2012)*

Cada etapa del cultivo brinda las pautas para su desarrollo en los que se involucran decisiones propias del agricultor, manejo del personal de labores y fechas de aplicación de químicos.

7.1.2.5 Requerimientos agroecológicos

El arroz se cultiva en todo el territorio nacional en alturas entre 0 a 800 m.s.n.m¹³, presenta un crecimiento óptimo a temperaturas de 25 - 30 °C, siendo la máxima

¹³ Estas siglas significan metros sobre el nivel del mar, usadas para representar altitudes superiores.

hasta 0 °C y con temperaturas de 17 a 18 °C disminuye su crecimiento. La mayor demanda de humedad, se da en la etapa de embuchamiento¹⁴ a emergencia.

Los suelos en donde el cultivo del arroz se desarrolla, son de topografía plana, de textura franco arcillosa hasta arcillosa, con una fertilidad media a buena. Se debe evitar sembrar arroz en terrenos arenosos o con pendientes onduladas. “En suelos frágiles con riesgos de erosión, se deben efectuar labores de conservación de suelos para evitar su degradación” (Instituto Nicaragüense de Tecnología Agropecuaria INTA, 2009, p. 34).

Estudios realizados por el INTA (2019) en el Valle de Sébaco, durante el período del 2004 al 2015, “indican que existe efecto de las horas luz en el rendimiento, en la etapa de inicio de floración a grano yesoso¹⁵ (45 días aproximadamente)” (p.46). Estos resultados, muestran una relación positiva de que a medida que se incrementa la luminosidad en este periodo crítico, se obtiene un mayor rendimiento. El modelo explica la dependencia del rendimiento con respecto a la luminosidad.

Por otro lado, el pH óptimo para el arroz es 6,6; pues con este valor la liberación microbiana de nitrógeno y fósforo de la materia orgánica y la disponibilidad de fósforo es alta.

7.1.3 Aplicación de productos químicos

La aplicación de productos químicos dentro del cultivo de arroz favorece la fertilidad de suelos cuando estos están agotados, es decir, carecen de compuestos

¹⁴ Cuando los alimentos no son los apropiados pueden llegar a formar una masa compacta en el buche bloqueando el paso de más alimentos a través del aparato digestivo y produciendo una inflamación del buche; esto es lo que conocemos como “embuchamiento” en las gallinas.

¹⁵ Que contiene yeso.

orgánicos y necesitan reforzar sus propiedades, sin embargo, no solo es fertilización sino también, el control de plagas y malezas.

Según estudios de respuesta por TAINIC (2015) expresa que “la fertilización NPK para tipos de arroz riego y seco, indican que por efecto aplicar 120 - 60 - 60 kg / ha de NPK (nitrógeno, fósforo y potasio), incrementan los rendimientos en un 25,4% dentro del cultivo de arroz” (p. 23).

El agricultor debe ajustar estas cantidades según los análisis de suelo (para el caso del potasio y el fósforo) y su propia experiencia para definir las dosis más apropiadas de nitrógeno. “El agricultor puede incorporar desde antes o al momento de la siembra el 100% del fósforo, 20% del potasio y al menos un 20% del nitrógeno. Así, el fertilizante está incorporado dejando disponibles nutrientes para ser absorbidos por las raíces” (Instituto Nicaragüense de Tecnología Agropecuaria INTA, 2019, p. 34).

Posteriormente entre las etapas de inicio de macollamiento¹⁶ e inicio de floración se aplica el restante 80% de nitrógeno y 80% de potasio en al menos dos o tres fraccionamientos esto al voleo. Una fertilización apropiada promueve el crecimiento de las raíces y las plantas pueden soportar mejor los efectos adversos de la sequía y a la vez la absorción de nutrientes es mayor, “cuanto mayor sea el desarrollo del sistema radicular de la planta, aspecto que a la vez favorece la oxigenación del terreno y la circulación de agua en el suelo” (Barrera Cruz, 2020, p. 35).

El nitrógeno es un constituyente de las proteínas las cuales a su vez forman parte del protoplasma, de los cloroplastos y de las enzimas. El fósforo como fosfato

¹⁶ El macollamiento comienza cuando la plántula está establecida y generalmente termina cuando se inicia el desarrollo del primordio floral (Inicio de Fase Reproductiva). El número de macollos depende de la densidad de plantas, puede variar de 3 en alta densidad hasta 15 macollos en bajas densidades.

inorgánico es un componente del trifosfato¹⁷ de adenosina¹⁸ (ATP) y del difosfato¹⁹ de adenosina (ADT), compuestos ricos de energía, y de una coenzima involucrada directamente en la fotosíntesis.

El potasio participa en la abertura y el cierre en las estomas controlando la difusión del bióxido de carbono en los tejidos verdes. El potasio también es esencial para activar enzimas tales como 9 la enzima que sintetiza el almidón.

“El contenido crítico de nutrientes para una alta tasa de fotosíntesis foliar se considera de 2 % de Nitrógeno (N), 0,4 % de Óxido de fósforo (P_2O_5), 1% de Óxido de potasio (K_2O), 0,4% de Óxido de magnesio (MgO) y 0,5 % de Óxido de azufre (SO_3)” (Barrera Cruz, 2020, p. 21).

Ahora bien, Miranda Rodríguez (2020) expresa que:

La fertilización con motobomba de mochila (fertilizantes granulados) es una técnica que no es común, la mayoría de empresas arroceras y productores realizan esta fertilización que genera beneficios en el rendimiento al usar esta técnica generando una importancia en cuanto al costo vs beneficio. (p. 16)

7.1.3.1 Control de maleza y plagas

Como en todo cultivo la competencia de las malezas y/o arvenses en el arroz, varía con el sistema de siembra del cultivo, la variedad y las técnicas de cultivo en cuanto a preparación del terreno, densidad de siembra, abonado, fumigación y evaluación agronómica en general. Esta competencia resulta más importante en las

¹⁷ La adenosina trifosfato (ATP) es un componente de las células que juega un importante papel en el almacenamiento y la liberación de la energía de la célula.

¹⁸ El adenosin trifosfato o trifosfato de adenosina, es un nucleótido fundamental en la obtención de energía celular. Está formado por una base nitrogenada unida al carbono uno de un azúcar de tipo pentosa.

¹⁹ El adenosin difosfato es un nucleótido difosfato, es decir, un compuesto químico formado por un nucleósido y dos radicales fosfatos unidos entre sí. En este caso el nucleótido lo componen una base púrica, la adenina, y un azúcar del tipo pentosa que es la ribosa.

primeras fases de crecimiento del cultivo, por tanto, su control temprano es esencial para obtener óptimos rendimientos. “La pérdida directa de la producción de arroz debido a la presencia de malezas en los arrozales se estima cerca de 20% con pérdidas que pueden llegar desde 40% hasta un 100% cuando las malezas no son controladas” (Instituto Nicaragüense de Tecnología Agropecuaria INTA, 2019, p. 78).

Entre los efectos indirectos más importantes, actúan como hospederos de insectos dañinos, nematodos (gusanos de la raíz microscópicos) y agentes patógenos. Es importante aplicar los herbicidas solamente cuando el suelo tenga la humedad adecuada y las malezas estén en activo crecimiento considerando que estas no tengan más de 3 hojas.

El arroz crece en ambientes húmedos y cálidos donde los insectos plagan también prosperan y dañan el cultivo. Más de 100 especies de insectos son consideradas plagas del arroz, pero solamente 20 de ellas tienen importancia económica. Estas especies atacan todas las partes de la planta de arroz en algún momento de su desarrollo y existen pocas variedades de arroz resistentes. Para el agricultor es indispensable el control de plagas y malezas para evitar un bajo rendimiento, especialmente en temporada de invierno. Este control es de manejo estricto como protección para el cultivo en tiempo y forma.

7.1.4 Cosecha

La cosecha es la etapa final en cultivo de arroz donde Mejía y Ramírez (2015) explica que:

Los tipos de cosecha que pueden realizarse son: manual, mecanizada y semi mecanizada; en esta última se realiza el trabajo manual combinado con el uso de máquinas que cortan el arroz, para luego trillarlo (separar el grano de la paja) manualmente o mediante la utilización de máquinas trilladoras. (p. 8)

En la mayoría de los casos se utiliza la mecanizada con el uso de maquinaria agrícola como cosechadoras para arroz por su rapidez de corte y minimizar la cantidad de bote de granos, no obstante, esto depende de la calibración que esta tenga. En las zonas tropicales, durante la estación seca, el arroz está pronto para ser cosechado, por lo general 25 a 35 días después de la floración total; en la estación húmeda y con climas templados esto ocurre a los 35 a 40 días. Casi siempre, en esta etapa, del 85 al 90% de las panojas tienen color amarillo a amarillo - dorado.

Cualquier demora en la cosecha resulta en pérdidas causadas por roedores, aves, vuelco y desgrane. Si las panojas están húmedas debido a las lluvias o al agua estancada, las semillas pueden germinar en la espiga causando importantes pérdidas en cantidad y calidad. El momento óptimo de la cosecha es cuando la panícula alcanza su madurez fisiológica (cuando el 95% de los granos tengan el color paja y el resto estén amarillentos) y la humedad del grano sea del 18 al 24%. La cosecha puede realizarse en forma mecánica o manualmente cortando las plantas para luego proceder al aporreo, que consiste en golpear manojos de plantas contra un madero o barril situado sobre una lona.

Los agricultores que tienen retrasos en la cosecha afecta negativamente la calidad industrial del arroz puesto afecta en el peso y al ser trillado se genera en la mayoría de los casos un 60 % grano entero y 40 % seccionado o quebrado. El secado se realiza en patios de secado al sol, o en secadora industrial cuando este está en tiempo de corte, pero se necesita pasar por este método para evitar un quebrantamiento del grano y obtener más grano de tipo oro. Por supuesto, la humedad normal del arroz para almacenamiento oscila entre 11 y 13% para ser cortado en el campo. Para el almacenamiento, se debe usar bodegas limpias y desinfectadas.

En el precio del arroz tiene especial interés el porcentaje de granos enteros sobre el total de los cosechados, pues este valor depende sobre todo de la variedad, pero también varía en función del momento de la recolección, porque si el arroz se corta muy verde, el período de manipulación se incrementa en el secadero, con el resultado de una disminución de dicho porcentaje.

7.1.4.1 Variables de rendimientos

En lo que respecta a los rendimientos en el cultivo del arroz Estrada Guevara (2012) define:

Como rendimiento en agricultura y economía agraria a la producción dividida entre la superficie. La unidad de medida más utilizada es la Tonelada métrica por Hectárea (Tm/ha). Un mayor rendimiento indica una mejor calidad de la tierra (por suelo, clima u otra característica física) o una explotación más intensiva, en trabajo o en técnicas agrícolas (abonos, regadío, productos fitosanitarios, semillas seleccionadas - transgénicos, etc.). (p. 82)

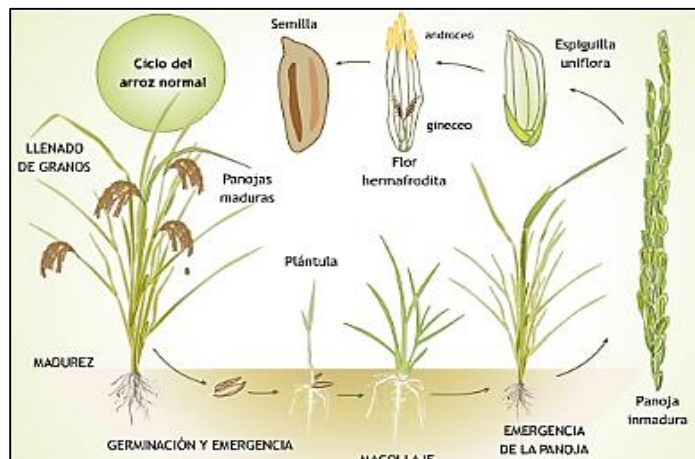


Figura 4. Desarrollo de la espiga y el grano de arroz

Fuente: *Averos Pinos (2017)*

De acuerdo con lo que indicó el autor, la mecanización no implica un aumento del rendimiento, sino de la rapidez en el cultivo, de la productividad (se disminuye la cantidad de trabajo por unidad de producto) y de la rentabilidad (se aumenta el

ingreso monetario por unidad invertida). Para valorar el rendimiento productivo en un cultivo este se hace de distintas maneras según sus indicadores donde se toman en cuenta algunas variables de referencia que regulan la eficacia del estudio según el desarrollo de la planta en su etapa final, entre ellas el autor Estrada Guevara (2012) expone:

- Altura de la planta (cm): Medida desde la superficie del suelo hasta la punta de la panícula más alta, excluyendo las aristas que oscila entre 80 - 120 cm según la variedad de semilla.
- Rendimiento de la granza: El rendimiento se determina en kilogramos por hectáreas (kg/ha), toneladas por hectáreas (Ton/ha) pero la medida común en Nicaragua sería quintales por manzana (qq/mz) en cáscara o arroz en granza, con 14% de humedad. Sin embargo, se debe señalar que descartar los surcos de los bordes entre el terreno o terrazas.
- El rendimiento productivo del arroz según INTA (2009) “oscila 120 y 150 quintales por manzana (qq/mz) o 171,42 y 214,58 quintales por hectáreas (qq/ha) o 8,58 Ton/ha y 10,74 Ton/ha” (p.13). No obstante, son valores que la mayoría de los productores obtienen con mucho esfuerzo y a veces con valores menores a este y es donde el estudio de este trabajo investigativo se ve centrado en mejorar.
- Longitud de la panícula o panoja (cm): “La longitud de panícula se determina tomando en centímetros de la base o nudo ciliar hasta el último grano oscilando 21 - 25 centímetros” (INTA, 2019, p. 23).

Porcentaje de granos buenos: “Se realiza el conteo total de granos en la panícula, así como granos buenos y vanos para calcular en porcentaje” (Ortega Molina, 2002, p. 78).

Las variables de rendimiento proporcionan información útil para establecer diferencias significativas entre variedades del cultivo de arroz, puesto el número de granos por panoja, está relacionada a la producción, mostrando aportes perseguidos a los mejoramientos genéticos. También, permiten realizar estudios estadísticos sobre la eficacia de los productos químicos posterior al diseño experimental que el productor o institución tenga establecido.

En este marco, Treminio Rojas (2017) explica que:

El número de granos se maximiza si durante la fase reproductiva, la radiación solar es alta, la temperatura del aire es relativamente baja y las plantas están relativamente sanas y vigorosas. Las condiciones climáticas favorecen la actividad fotosintética y producen un incremento en los carbohidratos, los que se distribuyen en la panoja que oscila entre 1,921 granos llenos y 660 granos vanos por panoja.

Peso de 1000 granos: Se toman al azar varias muestras de mil granos enteros bien desarrollados y con un contenido de humedad del 14% y se obtiene, en promedio, su peso en gramos oscilando entre 30 - 35 gramos según el tratamiento y ciclo sembrado. (p. 26)

Al realizar comparaciones entre las variables de rendimiento el número de granos y peso dan una premisa importante para establecer las mejoras que se obtuvieron en el proceso agronómico del cultivo. Por consiguiente, Franquet Bernis (2004) expresa que:

Esta variable constituye un factor esencial en el rendimiento del arroz. Para el grano con cáscara, este valor puede oscilar entre 22 - 36 gramos. Cada variedad puede presentar intervalos de hasta el 25%. Además, que son numerosos los factores que afectan este carácter, a saber: climáticos, edafológicos, agronómicos, etc. (p. 67)

El grano de arroz es el elemento principal para el rendimiento sin lugar a duda, por lo que la humedad que este tenga al momento del corte es primordial. Es un factor determinante para el peso, si el grano está demasiado seco, este podría decirse esta liviano y es desventajoso para procesarse en los trillos, resulta de mejor calidad para los trilladores de arroz cortarlo con cierto grado de humedad en campo y secarlo en el trío, a que este se seque en el campo, lo anterior por razones como transporte.

En la página siguiente se muestra una tabla que es un resumen general del proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz en un ciclo completo conforme a los días de aplicación de cada una de las actividades agronómicas, costos y toma de decisiones. Cabe señalar que son, existen otros dependiendo del tipo de siembra para arroz de riego y de tipo seco señalados anteriormente.

Tabla 1. Distribución del proceso de siembra y cosecha en el cultivo de arroz de forma general por las instituciones procesos de forma general.

Arroz de riego		Mano de obra		Insumos			Costos	
Actividad	Fecha	Cantidad	Costo \$	Producto	Dosis /mz	Costo \$	Subtotal \$	Total \$
Preparación del suelo								
Quema, chapoda, Arado o romplon	1 día después del corte							
Rota discos	8 días después	2 pases	3					
Alisado (Pase de banqueo)	2 días después	2 pases	40					
Desbasurado	Según evaluación							
Siembra								
Cantidad de Semilla	3 días después del alisado			INTA dorado	4 qq/mz	\$40		
Fertilización	1 día después del pase de alisado	2		18-46-0 0-0-60	2 qq/mz	88 37		
Pre germinación de la semilla ²⁰	Al mismo tiempo que al anterior	1 persona/mz	3					

²⁰ La pre germinación se realiza aplicando el producto químico de protección, dejando reposar en agua por un tiempo de 24 horas sumergida y 24 horas tapada para lograr un alto porcentaje de germinación de la semilla antes de ser colocada al terreno, esto con el fin de aprovecharse al máximo, como técnica de acelerar el desarrollo de la misma.

Arroz de riego		Mano de obra		Insumos			Costos	
Siembra (Al voleo)	2 días después del alisado	1 persona/mz	4					
Riego	6 días después de la siembra							
Drenaje	2 días después	1 persona/mz	4					
Manejo Agronómico								
Aplicación de herbicida selectivo	8 días después	2		Clinter 24-D	1 litro	52 35		
Aplicación de foliares	Estos según evaluación	2		Completo B Compuesto Zn	1 litro de cada uno	6 10		
Aplicación de insecticida	25 días después de la siembra luego 29 días después y 36 días después	2		Cipermetrina Clorpirifos Muralla	1 litro cada uno	9,5 15 47		
1a de Aplicación de urea	18 días después de la siembra	1		Urea 46%	2 qq/mz	84		
Fungicida	67 días después de la	3		Cupraavid Phyton	Según evaluación agronómica			

Arroz de riego		Mano de obra		Insumos			Costos	
	siembra			Manzate				
Chapoda	Según evaluación							
Limpia de ronda								
2a aplicación de urea	23 días después de la 1ra	1		Urea 46%	2 qq/mz	84		
Aplicación de protección	30 días antes del corte	1		Rienda	5 litro	29		
Cosecha								
Corte		3		Maquinaria		150		
Transporte						40		
Rendimiento					120 qq/mz	16		
Total								

Fuente: *Recopilación de diversas fuentes bibliográficas*

La tabla anterior en parte se completó respecto a los valores descritos en el apartado según lo propuesto por las instituciones el cual se destaca al proceso de siembra y cosecha del arroz, enfatizando en la fecha de cada actividad, la cantidad de producto y costos, añadiendo que, se completó analizando varios documentos, pero más con los valores proporcionados por INTA y ANAR puesto estos datos están dados de forma general descritos a cantidades por manzana. Cada uno serán tomado en la tabla de triple entrada para ser comparados con los demás según el estudio y el análisis multivariante respecto a la propuesta de mejora.

7.2 ANÁLISIS MULTIVARIANTE

7.2.1 Elementos de Estadística multivariada

La palabra estadística proviene de respuestas o atributos, las cuales son observadas o medidas sobre un conjunto de individuos u objetos, referenciados generalmente en un espacio y un tiempo.

Ahora, puede expresarse que:

Cada respuesta o atributo está asociado con una variable; pero si se registra un atributo por individuo, los datos resultantes son de tipo univariado, mientras que, si más de una variable es registrada sobre cada objeto, los datos tienen una estructura multivariada. (Díaz Monroy, 2007, p. 87)

Lo anterior se explica, que la estadística multivariada puede considerarse como una rama de la Matemática que está dentro del análisis descriptivo e inferencial partiendo de un grupo de individuos, de los cuales se obtienen muestras de datos multivariados para comparar algunas de sus características o parámetros. En una forma más general, los datos multivariados²¹ pueden proceder de varios grupos o poblaciones de objetos; donde el interés se dirige a la exploración de las variables y la búsqueda de su interrelación dentro de los grupos y entre ellos.

El análisis del comportamiento de las variables es fundamental para realizar conjeturas sobre el estudio de interés, puesto genera las condiciones necesarias para elegir el tipo de técnica multivariante que de salida a un estudio y genere las respuestas pertinentes a un problema determinado. En la mayoría de los casos es necesario elegir un nivel o escala de medición que pueden ser de tipo: nominal, ordinal, de intervalo y de razón, pero otro tipo de clasificación útil en el estudio de

²¹ Los datos multivariados se originan de las observaciones que se generan a través de varias variables en estudio, y se pueden agrupar en una sola variable.

las variables es la escala métrica que es la cuantitativa y la escala no métrica que es la cualitativa o categórica. No obstante, el tipo de variable usadas en el estudio multivariado recae directamente a la escala de medición métrica para la exploración, medición y análisis de los datos.

7.2.1.1 Definiciones básicas de Estadística Multivariada

Definición 1:

Población. “Conjunto de elementos (individuos u objetos concretos o abstractos) que tienen características comunes, las que son objeto de observación y proporcionan las mediciones de interés” (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012).

Definición 2:

Muestra se define:

Es una parte o subconjunto de una población; la muestra se extrae de una población con el objetivo de estimar alguna propiedad intrínseca de ésta; en otras palabras, a partir del estudio del comportamiento de la muestra es posible hacer inferencias sobre lo que debe ocurrir en toda la población. (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012)

La muestra se extrae de la población para realizar un estudio para representar significativamente los valores y aproximar de manera general una preferencia o estudio.

Definición 3:

Unidad de observación. “Un solo elemento de la población que se estudia” (Walpole, Myers, Myers, & Ye, 2012).

Definición 4:

Variable. “Característica de cada elemento o unidad de observación de una población o muestra que interesan en una investigación científica, la que puede tomar diferentes valores, formas o modalidades” (Webster, 2000, p. 21).

Definición 5:

” En el análisis multivariado de una población se observan varias variables generalmente relacionadas con los valores que toman todas estas variables donde se ordenan en una matriz o tabla estructurada en filas y columnas” (Díaz Monroy, 2007, p. 36).

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{1M} \\ x_{21} & x_{22} & x_{2M} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{N1} & x_{N2} & x_{NM} \end{bmatrix}$$

Definición 6:

Los renglones de una matriz de datos se llaman vectores renglones.

$$X_n = [x_{n1} \quad x_{n2} \quad \dots \quad x_{nm}]$$

Cuando los datos del r-ésimo renglón de X se escriben en un vector columna, se denota por X_m (Díaz Monroy, 2007, p.36).

$$X_m = \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{mn} \end{bmatrix}$$

Definición 7:

Inferencia estadística. “Es una conclusión obtenida acerca de una población desde la información tomada de una muestra, con un control determinado de los errores aleatorios” (Walpole et al. 2012, p. 287).

Definición 8:

Tipos de variables: Las características que reflejan las variables pueden ser de distintas naturalezas, de ahí la posibilidad de clasificarlas de diferentes maneras, por lo que hemos decidido optar por una que abarque la mayor cantidad de tipos posibles, según (Webster, 2000) tipifica como:

Variables cualitativas: Se caracterizan por establecer distintas categorías o atributos para cada modalidad de la variable, reflejando sus cualidades que no se pueden expresar mediante números con los que se puedan realizar operaciones matemáticas, salvo el conteo de antes que pertenecen a cada categoría. Estas variables también reciben el nombre de “categóricas”. Ejemplos: Sexo, rendimiento académico (considerando alto, mediano y bajo), colores de las flores, grado de satisfacción respecto a cierto servicio e interés por alguna actividad.

Variables cuantitativas: Cuando son susceptibles de ser medidas numéricamente. Ejemplos: Edad, peso, rendimiento académico (medido en puntos), cantidad de alumnos por grupo. Estas variables pueden ser:

- **Variables discretas:** Si solamente pueden tomar un número finito o a lo sumo numerable de valores, sus valores pueden representarse por letras subindizadas con los números naturales, en forma de una sucesión $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, expresando un orden subyacente (variable ordinal), no pudiendo ser fraccionarias su unidad de medida. Surgen a partir del conteo de personas u objetos que posean ciertas características comunes. Ejemplos: Número de alumnos en una clase, número de libros en una biblioteca, número de hermanos.

- **Variables continuas:** Estas variables numéricas pueden tomar todos los valores de un intervalo de números reales no reducido a un punto ni vacío. Generalmente se expresan mediante números fraccionarios, se realizan casi siempre con una determinada aproximación dada por la precisión del instrumento con que se miden. La unidad de medición puede ser subdividida. Estas variables expresan generalmente tiempo, longitud, peso, velocidad ejemplos: el peso y la estatura de un grupo de estudiantes, el rendimiento académico, la inteligencia, el índice de calidad de clases, tasa de ingreso a la educación superior. (p. 22)

A lo anterior puede resumirse que las variables forman parte primordial en un estudio una vez definido que variables van a usarse en el estudio, donde las variables cualitativas expresan condiciones o categorías no medibles a diferencia de las cuantitativas que tienen valores medibles que pueden ser fijos o cambiantes.

7.2.2 Análisis multivariado

Los métodos y modelos del análisis multivariado (AM), permiten explorar, describir e interpretar datos que provienen del registro de varias variables sobre un mismo caso objeto de estudio. Como las variables representan atributos de la misma unidad de análisis, usualmente están correlacionadas.

Definición 9:

“El análisis multivariante provee herramientas para comprender la relación (dependencia) entre las variables medidas simultáneamente sobre la misma unidad, para comparar, agrupar y/o clasificar observaciones multivariadas e incluso para comparar, agrupar y clasificar variables” (Balzarini, Bruno, Córdoba y Teich, 2015, p. 9).

Los análisis multivariados tienen una metodología multivariada de conceptos de distancias y dependencia lineal, es decir, que una forma conceptual de las distancias se interpreta como medidas de variabilidad que representan los datos multivariados en los que el análisis genera similitudes y diferencias entre las observaciones o datos.

Dentro de los análisis estadísticos más usados Balzarini et al. (2015) destacan:

El análisis univariado donde este explora datos de cada variable independientemente y el análisis multivariado explora tablas de datos de varias variables y por tanto permite contemplar distintos tipos de dependencias entre variables: dependencias entre cada par de variables, entre una variable y todas las restantes, entre pares de variables controlando por el efecto de otras en el sistema multivariado y dependencia conjunta entre todas las variables. (p. 10)

Para concretar que significa “análisis multivariado” y relacionarlo al anterior se encuentran distintas definiciones de autores según el año de publicación como:

- Kendall (1975) interpreta el análisis multivariable como el conjunto de técnicas estadísticas que analizan simultáneamente más de dos variables. Con esta definición, cualquier técnica estadística para el estudio de asociaciones y relaciones puede considerarse una técnica de análisis multivariado.
- Seber (1984) se refiere al análisis multivariable como aquel orientado al estudio de vectores de variables aleatorias correlacionadas.
- Para Johnson y Wichern (1998) el análisis multivariado es una bolsa mixta que contiene métodos apropiados para investigaciones científicas y tecnológicas donde los objetivos son uno o varios de los siguientes:
 - Reducción de dimensionalidad o simplificación estructural: El fenómeno en estudio involucra numerosas variables, para facilitar su interpretación se desea representarlo tan simple como sea posible sin sacrificar información valiosa.
 - Agrupamiento y clasificación: Se desea crear, a partir de las características medidas, grupos de objetos o variables “similares”. Alternativamente, se puede requerir el establecimiento de reglas para clasificar objetos en grupos bien definidos.
 - Investigación de la dependencia entre variables: La naturaleza de la correlación entre varias variables es de interés. Son todas las variables mutuamente cierto, ¿cómo dependen? Según lo posterior,
 - Predicción: La relación entre variables debe ser determinada para predecir los valores de una o más variables sobre la base de observaciones sobre las otras
 - Construcción y prueba de hipótesis: Se prueban hipótesis estadísticas específicas, formuladas en término de los parámetros de distribuciones multivariadas. (p. 23)

El análisis multivariado puede definirse como las técnicas o métodos que se pueden usar para realizar toma de decisiones que involucran muchas variables dependientes e independientes y que se pueden manipular para obtener un resultado mejorado en donde se pueda comparar con valores estándares y demostrar la variabilidad significativa de los resultados finales obtenidos.

Para ser considerado verdaderamente multivariante, todas las variables deben ser aleatorias y estar interrelacionadas de tal forma que sus diferentes efectos no puedan ser interpretados separadamente con algún sentido. Algunos autores afirman que el propósito del análisis multivariante es medir, explicar y predecir el grado de relación de los valores teóricos (combinaciones ponderadas de

variables). Por tanto, el carácter multivariante reside en los múltiples valores teóricos (combinaciones múltiples de variables) y no solo en el número de variables u observaciones.

7.2.3 Representación gráfica de los datos multivariante

Los gráficos estadísticos proporcionan información referente al objeto de estudio según las variables elegidas en un tiempo determinado, en los cuales dependen: objetos de desarrollo, característica de los atributos y el tiempo de inscripción de los objetos y variables. Las representaciones de forma general son meramente esquemáticas en donde los objetos, variables y tiempo se encuentran limitados en un prisma cuyos ejes son los principales como lo muestra la figura 5.

También otro aspecto importante dentro de las representaciones de datos multivariante recae en el tipo de variable que se va a estudiar siendo de tipo numérica meramente cuantitativa, categórica, es decir, cualitativa y continua, donde según el tipo de técnica a utilizar se ven relacionadas este tipo de variables.

Definición 10:

“Se puede concebir entonces una colección de información sobre un objeto $i = 1, \dots, n$ con un atributo $j = 1, \dots, p$ en un tiempo $t = 1, \dots, s$. Un punto X_{ijt} del prisma corresponde al valor del atributo j -ésimo, para i -ésimo individuo, en el instante t ” (Díaz Monroy, 2007, p. 29).

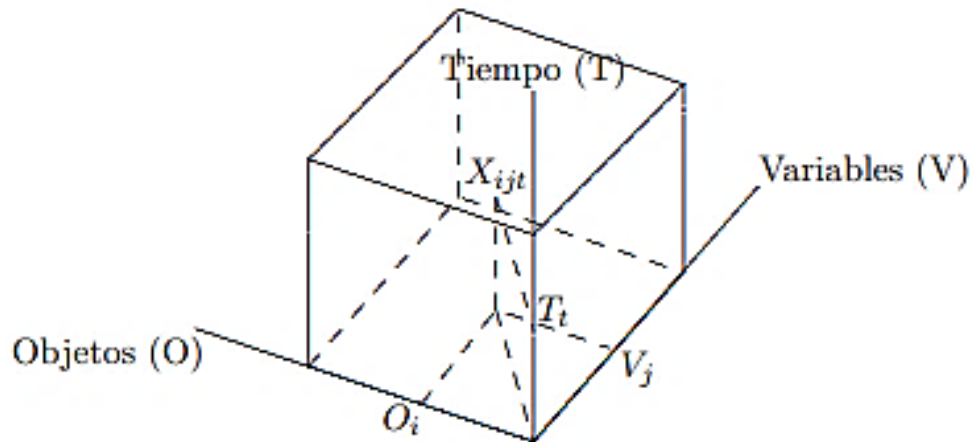


Figura 5. Representación de los datos multivariante

Fuente: *Díaz Monroy (2007)*

7.2.3.1 Gráficos cartesianos

Definición 11:

Se definen como:

Un plano mediante la elección de dos variables, preferiblemente cuantitativas. Las variables restantes se pueden representar en este plano, con origen en el punto definido para las dos anteriores en cada objeto, y con orientación y trazado diferente para cada una. En la figura de abajo detallado se muestran cuatro observaciones de caracteres en los que los sistemas están añadidos con cinco objetos en los cuales se registraron los caracteres X_1, X_2, X_3, X_4 en una matriz X (*Díaz Monroy, p.30*):

$$X = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1.0 & 1.2 & 0.8 & 0.6 \\ 2.5 & 2.2 & 1.6 & 1.8 \\ 4.0 & 3.1 & 2.0 & 1.6 \\ 2.5 & 0.3 & 0.6 & 0.8 \\ 4.5 & 0.8 & 1.5 & 1.0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Fuente: *Díaz Monroy (2007)*

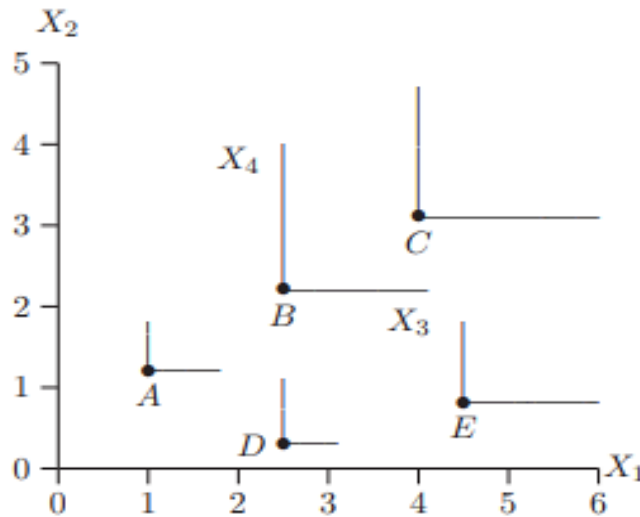


Figura 6. Para cuatro dimensiones

Fuente: *Díaz Monroy (2007)*

El gráfico cartesiano de la figura muestra cómo los conjuntos de observaciones se pueden representar limitándose al plano (X_1, X_2) construyendo un sistema de coordenadas donde las otras variables se vuelven sistemas anidados con la orientación y escala decidida.

7.2.3.2 Gráfico de dispersión

Definición 12:

Según Balzarini et al. (2015):

Son gráficos en los cuales se representan los individuos u objetos por puntos asociados a cada par de coordenadas (valores de cada par de variables) en donde se corresponde a la matriz $p \times p$ de gráficos de dispersión de todos los pares de variables en estudio. En la diagonal principal pueden graficarse los histogramas, gráficos de cajas o simplemente identificarse cada una de las p variables en orden. Se pueden introducir variables clasificatorias o de agrupamiento en este tipo de gráficos a través de la selección de colores y formas de símbolos en cada gráfico de dispersión. (p. 17)

Como el ejemplo a continuación se grafican las relaciones de a pares de las variables de un conjunto de datos sobre biomasa, pH, zinc, salinidad y potasio registrados en un experimento fisiológico de laboratorio diseñado para analizar relaciones entre la biomasa de plántulas y las condiciones del medio de cultivo donde se desarrollan las mismas.

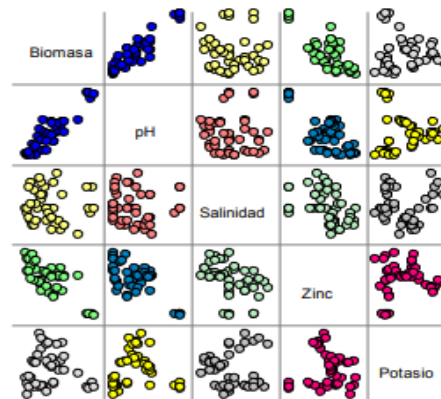


Figura 7. Dispersión de las relaciones de biomasa
Fuente: Balzarini, Bruno, Córdoba y Teich (2015)

Los gráficos de dispersión muestran como las observaciones se encuentran dispersas respecto a un valor dado o de prueba, evaluando así, la significancia de los datos para generar una toma de decisiones aproximada.

7.2.3.3 Caras de Chernoff

Definición 13:

Para Chernoff (1973):

Asocia a cada variable una característica del rostro; tal como longitud de la nariz, tamaño de los ojos, forma de los ojos, ancho de la boca, entre otras. El sugirió representar observaciones “p” dimensionales a través de rostros donde cada característica del mismo depende del valor de una de las variables analizadas. Cada uno de los gráficos muestra una forma interesante en las que las personas reaccionan a las caras. (p.32)

A continuación, se presenta un ejemplo de un archivo con 22 observaciones multivariadas, cada una de ellas correspondiendo a una compañía de servicios públicos. Para cada compañía se registraron 8 variables, las magnitudes de estas variables son representadas según distintas características de las caras: la altura de la mitad superior de la cara, el alto, la posición del centro de la boca, las cejas, la excentricidad de los mismos, la longitud de la nariz, la longitud de los ojos y la curvatura de la boca. Las caras resultantes permiten agrupar visualmente a las 22 firmas en 7 grupos.

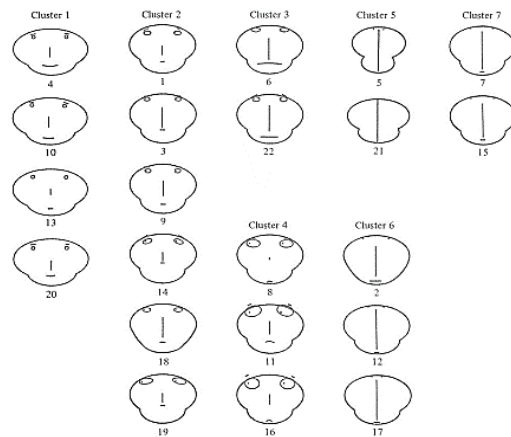


Figura 8. Caras de Chernoff según Johnson y Wichern (1998)

Fuente: *Johnson y Wichern (1998)*

Los rostros de Chernoff dan una peculiar información en la cual las variantes existen según las variables elegidas, estas van tomando forma a las modificaciones que realizan en el proceso de estudio donde se van observando como una función multidimensional en el análisis por conglomerados.

7.2.3.4 Perfiles multivariados

Definición 14:

Según Balzarini et al. (2015):

Cuando se tienen medidas repetidas en el tiempo de una variable o varias variables medidas en un mismo sujeto o unidad experimental, se pueden visualizar los perfiles multivariados de cada sujeto. Si los perfiles que se muestran son el resultado de promediar la respuesta de varias repeticiones o unidades, entonces tiene sentido mostrar barras de error estándar para cada variable. Como ejemplo se presenta el diagrama de perfiles multivariados para la evolución de altura desde la siembra y hasta el día 505 en 3 procedencias de *Prosopis chilensis*. (p. 19)

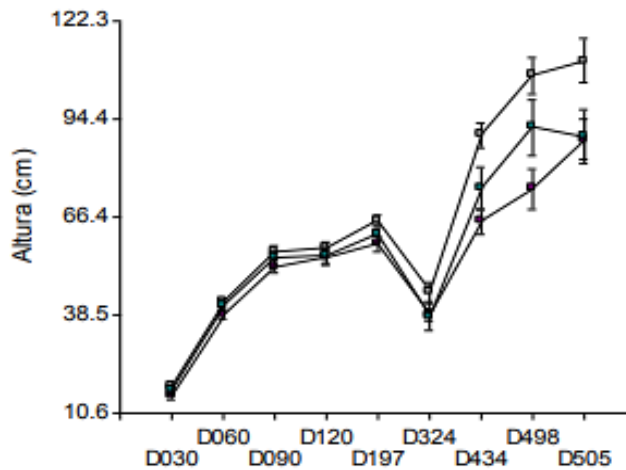


Figura 9. Perfiles multivariados de evolución de la altura

Fuente: Balzarini, Bruno, Córdoba y Teich (2015)

Los gráficos de perfiles se pueden representar por puntos a la manera de histogramas, donde cada barra corresponde a una variable y su altura al valor de la misma. A veces en lugar de barras se construye una línea poligonal como en el gráfico anterior con las variantes en cada variable. Ahora bien, cada diagrama corresponde a un objeto que muestra los perfiles para los datos de la matriz X.

7.2.3.5 Biplots

Definición 15:

Los gráficos Biplots²² propuestos por Gabriel (1971 - 1981), “muestran las observaciones y las variables en el mismo gráfico, de forma tal que se pueden hacer interpretaciones sobre las relaciones conjuntas”(p.48). El prefijo "bi" en el nombre biplot refleja la característica de que tanto observaciones como variables, son representadas en el mismo gráfico Balzarini et al. (2015) explican que:

En los Biplots, las observaciones son generalmente graficadas como puntos. La configuración de los puntos es obtenida a partir de combinaciones lineales de las variables originales. Las variables son graficadas como vectores desde el origen. Los ángulos entre las variables representan la correlación entre las variables. Las dimensiones seleccionadas para el biplot son aquellas que mejor explican la variabilidad de los datos originales. Distintos análisis multivariados permiten encontrar los ejes óptimos para la graficación de observaciones y variables en un espacio común. (p.21)

En los biplots la distancia entre símbolos representando observaciones y variables no tiene interpretación, pero las direcciones de los símbolos desde el origen si pueden ser interpretadas. Las observaciones (puntos filas) que se grafican en una misma dirección que una variable (punto columna) podría tener valores relativamente altos para esa variable y valores bajos en variables o puntos columnas que se grafican en dirección opuesta.

Dependiendo de las condiciones de optimalidad especificadas, las distancias entre los puntos filas o entre los puntos columnas pueden ser estadísticamente interpretadas, los ángulos entre los vectores que representan las variables pueden ser interpretados en términos de las correlaciones entre variables y las longitudes de los rayos pueden hacerse proporcionales a las desviaciones estándar. Cuando las longitudes de los vectores son similares el gráfico sugiere contribuciones similares de cada variable en la representación realizada.

²² Los biplots son un tipo de gráfico exploratorio usado en Estadística. Se trata de una generalización multivariante de un diagrama de dispersión de dos variables. De la misma manera que un diagrama de dispersión muestra la distribución conjunta de dos variables, un biplot representa tres o más variables.

Ejemplo: una investigación involucró la identificación de 18 especies vegetales en un gradiente de humedad de 10 niveles. El gráfico biplot muestra el conjunto de datos.

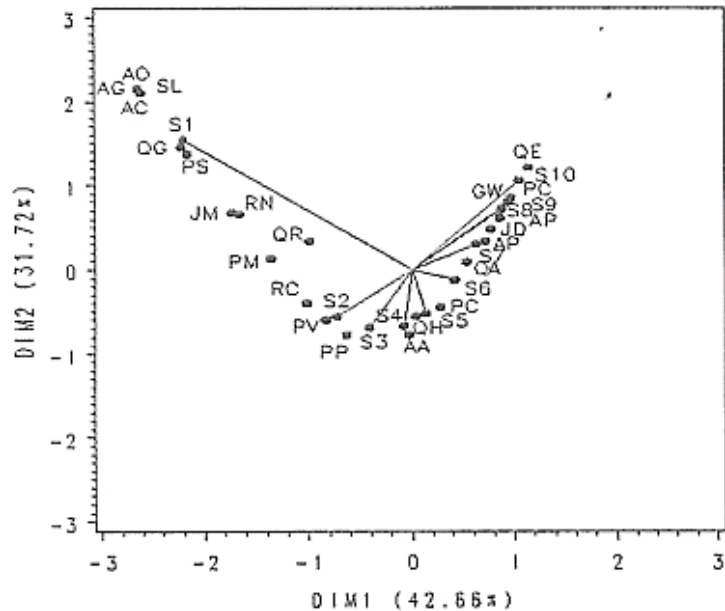


Figura 10. Biplots de gradiente de humedad

Fuente: *Balzarini, Bruno, Córdoba y Teich (2015)*

Este tipo de figura muestra la dirección de los datos según su origen respecto a su dispersión y la relación significativa con cada observación en combinaciones lineales que muestran en cada variable siendo entre los más aplicados en la estadística multivariante.

7.2.3.6 Escalamiento Multidimensional

La técnica de escalamiento multidimensional Balzarini et al. (2015) explican que “explora las similitudes (o distancias) entre observaciones y permite mostrarlas entre ellas de manera gráfica” (p. 22). Cada una de las distancias que pueden ser mostradas en este gráfico son útiles para mostrar distancias entre datos para los

cuales las medidas Euclídeas²³ no son apropiadas o se desea, por alguna otra razón, usar una medida de distancia alternativa.

El objetivo de este tipo de gráfico es mostrar las relaciones entre observaciones, representadas por distancias o similitudes, en un plano tal que las distancias verdaderas sean preservadas tanto como sea posible. Es importante notar que a pesar de representar los datos en dos dimensiones en el plano. La ubicación de los puntos en la gráfica reproduce su posición relativa en un mapa físico. Por ejemplo, se presentan los gráficos del escalamiento multidimensional (EM) métrico que son generados por medidas aproximadas de distancia entre puntos aleatorios en los que se pueden analizar distintas variables.

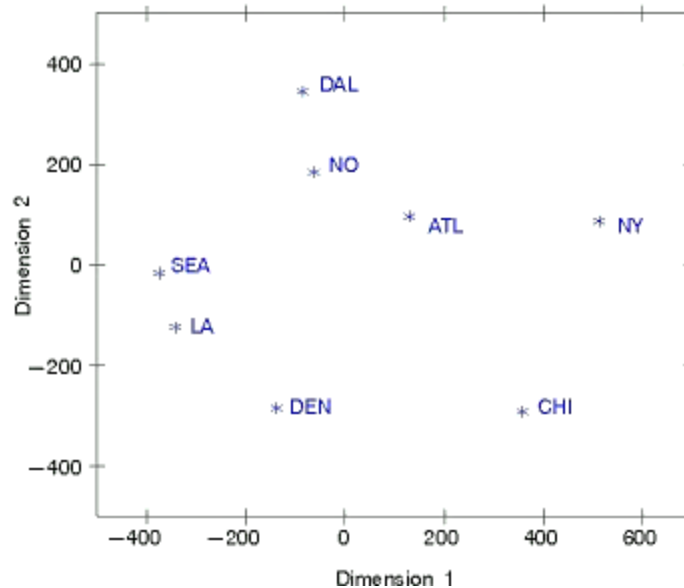


Figura 11. Escalamiento multidimensional

Fuente: *Balzarini, Bruno, Córdoba y Teich (2015)*

Este gráfico es particularmente útil para explorar bases de datos de variables discretas como por ejemplo las que provienen de información dicotómica, donde se

²³ El espacio euclidiano es un tipo de espacio geométrico donde se satisfacen los axiomas de Euclides de la geometría. La recta real, el plano euclídeo y el espacio tridimensional de la geometría euclidiana son casos especiales de espacios euclidianos de dimensiones 1, 2 y 3 respectivamente.

codifica la información en forma binaria, dado que trabaja con una matriz de distancias (en lugar de una de varianzas y covarianzas), en el cual es posible seleccionar la métrica apropiada para la naturaleza del dato, haciendo posible el ordenamiento de objetos donde se han medido distintos tipos de variables. Puede ser utilizado con datos cuantitativos a partir de una matriz de distancias confeccionada con métricas para este tipo de datos.

Por consiguiente, si se tienen datos binarios y se seleccionan medidas de similaridad en lugar de distancias, será necesario que luego las similitudes se expresen como distancias. Este procedimiento se puede realizar a través de distintas transformaciones matemáticas.

7.2.4 Distribución normal multivariante

Las distribuciones multidimensionales desempeñan un papel fundamental en el modelo lineal normal multivariante entre ellas Montanero Fernández (2008) describe a estas distribuciones como: “las distribuciones normales multivariante y matricial, la distribución de Wishart y la distribución T^2 de Hotelling” (p.19). A partir de esto se deben realizar distribuciones matriciales, pues son generadas por matrices aleatorias. No obstante, se considera que esto facilita al modelo lineal normal multivariante, teniendo en cuenta que n observaciones de datos p - dimensionales configuran una matriz de dimensión $n \times p$. Veremos que, si las observaciones son independientes y generadas según distribuciones normales p - variantes con matriz de covarianzas común, la matriz de datos sigue un modelo normal.

Definición 16:

De acuerdo a Montanero Fernández (2008):

Dados un vector $\mu \in \mathbb{R}^n$ y una matriz $\Sigma \in \mathcal{M}_{n \times n}$ simétrica y semi definida positiva, se dice que un vector aleatorio $Y: (\Omega, \mathcal{A}, P) \rightarrow \mathbb{R}^n$ sigue un modelo de distribución

normal multivariante en dimensión n (o n - normal) con media μ y matriz de varianzas covarianzas Σ , cuando su correspondiente función característica es la siguiente (p.21):

$$\varphi_Y(t) = e^{\{it'\mu - \frac{1}{2}t'\Sigma t\}}, t \in \mathbb{R}^n$$

En ese caso, se denota $Y \sim N_n(\mu, \Sigma)$, donde este vector puede construirse explícitamente cuando Σ se diagonaliza mediante $\Sigma = \Gamma\Delta\Gamma'$ aquí se puede considerar que $Z_i, i = 1, \dots, n$ independientes y con distribuciones normales de media 0 y varianza el elemento i -ésimo de la diagonal de Δ, δ_i^2 , respectivamente. si Z denota el vector aleatorio (Z_1, \dots, Z_n) , por lo que se tiene:

$$Y = \mu + \Gamma Z$$

Siguiendo la distribución deseada, dado que $E[Z] = 0$ y $Cov [Z] = \Delta$, teniendo en cuenta que:

$$E[AZ + b] = AE[Z] + b; Cov [AZ + b] = A Cov[Z]A'$$

Siguiendo los lineamientos a la función original $\varphi_Y(t)$

De acuerdo con Montanero Fernández (2008), realiza las proposiciones siguientes:

Proposición 7.2.4.1: Dados

$Y: (\Omega, A, P) \rightarrow \mathbb{R}^n$ tal que $Y \in N_n(\mu, \Sigma), A \in \mathcal{M}_{n \times n}$ y $b \in \mathbb{R}^m$, se verifica que $AY + b \sim N_m(A\mu + b, A \Sigma A')$.

Donde las n componentes de una normal n - variante son todas normales, pero no se garantiza que n componentes configuren un vector n - normal

Proposición 7.2.4.2:

Un vector aleatorio n - dimensional Y de media μ y matriz de varianzas - covarianzas Σ siguen una distribución n - normal si y solo si la variable aleatoria real $u'X$ sigue una distribución $N(u'\mu, u'\Sigma u)$, para cada $u \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$

Por lo tanto, la distribución es n - normal cuando se proyecta sobre cualquier dirección \mathbb{R}^n y se obtiene una distribución normal con dimensión 1. Por otra parte, el resultado garantiza la equivalencia entre incorrelación e independencia bajo la hipótesis de normalidad multivariante.

Proposición 7.2.4.3:

Si $Y = (Y_1' Y_2')'$ sigue un modelo de distribución normal en dimensión $n_1 + n_2$ y $\Sigma_{12} = 0$ entonces Y_1 y Y_2 son independientes.

7.2.4.1 Distribución normal matricial

Este modelo probabilístico Montanero Fernández (2008) generaliza:

La distribución normal multivariante en un contexto matricial en una matriz aleatoria, que se distingue del de vector aleatorio sólo en un sutil matiz, el de función característica de una matriz aleatoria y el producto de Kronecker de dos matrices, cuyas propiedades se exponen más ampliamente en Bilodeau (1999). La distribución normal matricial se define mediante la función característica, aunque algunos autores (por ejemplo, Arnold (1981) prefieren utilizar la función generatriz de momentos, o incluso la función de densidad). (p. 30)

Definición 17:

Para Montanero Fernández (2008):

Una matriz aleatoria $n \times p$ como una variable X sobre un espacio de probabilidad (Ω, A, P) con valores en $\mathcal{M}_{n \times p}$. Se denota $X = (X_{i,j})$, donde $1 \leq i \leq n$ y $1 \leq j \leq p$. Si considera un orden de lectura determinado, toda matriz $n \times p$ se identifica con un vector de \mathbb{R}^{np} . Es decir, si $\text{Vec}_{n \times p}$ es el conjunto de todas las posibles formas de

ordenar una matriz $n \times p$, que se corresponde con el conjunto de todas las posibles permutaciones de np elementos, de cardinal $(np)!$, donde se puede establecer una aplicación φ del producto cartesiano $\mathcal{M}_{n \times p} \times Vec_{n \times p}$ en \mathbb{R}^{np} , tal que, para cada orden de lectura $vec \in Vec_{n \times p}$, $\varphi(vec)$ es una bisección de $\mathcal{M}_{n \times p}$ en \mathbb{R}^{np} . De esta forma, determinado previamente el orden de lectura vec , una matriz aleatoria X sobre $\mathcal{M}_{n \times p}$ es un vector aleatorio sobre \mathbb{R}^{np} , que se denota $vec(X)$. El concepto de matriz aleatoria se precisa por el hecho de que n datos correspondientes a una distribución p - dimensional configuran una matriz de orden $n \times p$. Se describen a continuación algunas propiedades de la traza de una matriz cuadrada, es la suma de los elementos de su diagonal. Por otra parte, si $a, b \in \mathbb{R}^n$ donde $a = (a_1, \dots, a_n)'$ y $b = (b_1, \dots, b_n)'$ se define el producto interior de ambos vectores mediante (p.30):

$$\langle a, b \rangle = a'b = \sum_{i=1}^n a_i b_i$$

Donde dadas dos matrices $A, B \in \mathcal{M}_{n \times p}$ con componentes a_{ij} y b_{ij} , respectivamente $i = 1, \dots, n$ y $j = 1, \dots, p$ verificándose

$$tr(A'B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p a_{ij} b_{ij}$$

Es decir, $tr(A'B) = \langle vec(A), vec(B) \rangle$, para todo $vec \in Vec_{n \times p}$, a lo que se puede afirmar que, la $tr(A'B)$ generaliza el producto interior de dos vectores:

$$\langle A, B \rangle = tr(A'B), \quad A, B \in \mathcal{M}_{n \times p}$$

Particularmente: $\langle A, A \rangle = \sum_{ij} a_{ij}^2 = \|vec(A)\|^2$, $\forall vec \in Vec_{n \times p}$ donde se puede deducir que $tr(A'B) = tr(B'A) = tr(AB')$ y por último, dadas A, B, C matrices cuadradas de orden n , se verifica que:

$$tr(ABC) = tr(CAB) = tr(BAC)$$

Se sabe que la distribución de un vector aleatorio queda determinado por su función característica, donde en el caso de una matriz aleatoria $X \in \mathcal{M}_{n \times p}$ definiéndose mediante:

$$\varphi_X(t) = E[\exp\{i\langle X, t \rangle\}] = E[\exp\{i tr(X't)\}] = E \left[\exp \left\{ i \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^p X_{kj} t_{kj} \right\} \right]$$

Siendo X y t matrices de dimensión $n \times p$. Fijado a un orden de lectura vec , se tiene:

$$\varphi_X(t) = E[\exp\{i(\text{vec}(X), \text{vec}(t))\}] = \varphi_{\text{vec}(X)}(\text{vec}(t)).$$

La función anterior cumple con las propiedades de la función característica de vectores aleatorios verificando que dos matrices aleatorias X e Y siguen la misma distribución cuando los vectores $\text{vec}(X)$ y $\text{vec}(Y)$ se distribuyen idénticamente, para cualquier orden vec (si, y sólo si, ocurre para alguno). Luego, la función característica determina unívocamente las distribuciones matriciales. Vamos a destacar, no obstante, tres propiedades, de fácil demostración:

Si $X = (X_1|X_2)$, $\varphi_X((t_1|0)) = \varphi_{X_1}(t_1)$ analizando si $X = (X_1/X_2)$ entonces

$$\varphi_X\left(\begin{pmatrix} t_1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \varphi_{X_1}(t_1)$$

$$\varphi_{AXB+C}(t) = \exp\{i \text{tr}(C't)\} \cdot \varphi_X(A'tB').$$

Si $X = (X_1 \dots X_p)$, los vectores $X_1 \dots X_p$ son independientes, si y solo si, $\varphi_X(t_1 \dots t_p) = \prod_{j=1}^p \varphi_{X_j}(t_j)$ y sucede lo mismo si se descompone X por filas.

Por defecto el orden vec consistente en leer la matriz X por filas:

$$\text{vec} \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1p} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{np} \end{pmatrix} = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1p}, x_{n1}, \dots, x_{np})' \in \mathbb{R}^{np}$$

Se define la esperanza o media de una matriz aleatoria X como la matriz de las esperanzas de cada una de sus componentes, es decir

$$E[X] = (E[X_{ij}])_{ij}$$

La matriz de varianzas - covarianzas de la matriz X, se denota por $\text{Covm}[X]$, se define como la matriz $np \times np$ definida de la forma:

$$\text{Covm}[X] = \text{Cov}[\text{vec}(X)]$$

El denominado producto de Kronecker será de gran utilidad a la hora de describir este tipo de matrices, de orden muy elevado. Dadas $A \in \mathcal{M}_{n \times p}$ y $B \in \mathcal{M}_{m \times q}$ se define el producto de Kronecker de ambas mediante:

$$A \times B = \begin{pmatrix} a_{11}B \cdots & a_{1m}B \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1}B \cdots & a_{nm}B \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{n \times p}$$

Se puede encontrar en Bilodeau (1999) las principales propiedades del producto de Kronecker de dos matrices. Aquí se destacan las siguientes, de fácil comprobación:

Proposición 9.2.4.4:

Sean $Z \in \mathcal{M}_{n \times p}$; $A \in \mathcal{M}_{m \times n}$; $B \in \mathcal{M}_{p \times k}$; $C \in \mathcal{M}_{n \times r}$; $D \in \mathcal{M}_{k \times s}$ y $H \in \mathcal{M}_{m \times k}$ entonces:

$$vec(AZB + H) = (A \times B') vec(Z) + vec(H)$$

$$(A \times B)' = A' \times B'$$

$$(A \times B)(C \times D) = (AC) \times (BD)$$

Lo anterior nos permite definir la distribución normal matricial.

Definición 18:

Para Montanero Fernández (2008) “Sean $n, p \in \mathbb{N}$, $\mu \in \mathcal{M}_{n \times p}$, $\Gamma \in \mathcal{M}_{n \times n}$, $\Sigma \in \mathcal{M}_{p \times p}$ estas semi definidas positivas y X una matriz aleatoria sobre $\mathcal{M}_{n \times p}$. Se dice que X sigue una distribución normal matricial denotándose $X \sim N_{n,p}(\mu, \Gamma, \Sigma)$, cuando”(p. 33).

$$vec(X) \sim N_{n,p}(vec(\mu), \Gamma \times \Sigma)$$

se verifica que:

$$E[X] = \mu; \quad Covm[X] = \Gamma \times \Sigma$$

Luego, si $1 \leq i; i' \leq n$ y $1 \leq j; j' \leq p$, se verifica que:

$$X_{ij} \sim N(\mu_{ij}; \gamma_{ij} \cdot \sigma_{ij}); \quad \text{cov}(X_{ij}, X_{i'j'}) = \gamma_{ii'} \cdot \sigma_{jj'}$$

Es decir, que existe una matriz aleatoria con valores en $\mathcal{M}_{n \times p}$ siguiendo un modelo de distribución $N_{n,p}(\mu, \Gamma, \Sigma)$

Teorema 7.2.4.5:

Supongamos que $X \sim N_{n,p}(\mu, \Gamma, \Sigma)$ se verifica con las siguientes propiedades según Montanero Fernández (2008):

(a) Si $p = 1$ y $\Sigma = \sigma^2 \geq 0$, entonces $N_{n,1}(\mu, \Gamma, \sigma^2) = N_n(\mu, \sigma^2 \Gamma)$.

(b) Si $a \in \mathbb{R}$, entonces $aX \sim N_{n,p}(a\mu, a^2\Gamma, \Sigma) = N_{n,p}(a\mu, \Gamma, a^2\Sigma)$.

(c) $X' \sim N_{n,p}(\mu', \Sigma, \Gamma)$. Si $n = 1$, y $\Gamma = \gamma^2$, $X' \sim N_p(\mu', \gamma^2\Sigma)$.

(d) Si $C \in \mathcal{M}_{m \times n}$, $D \in \mathcal{M}_{p \times r}$ y $E \in \mathcal{M}_{m \times r}$, entonces

$$CXD + E \sim N_{m,r}(C\mu D + E, C\Gamma C', D'\Sigma D).$$

(e) Si $p = p_1 + p_2$, $X = (X_1 X_2)$, $\mu = (\mu_1 \mu_2)$ y $\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$, entonces

$$X_i \sim N_{n,p_i}(\mu_i, \Gamma, \Sigma_{ii})$$

(f) Si $n = n_1 + n_2$, $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$; $\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}$ y $\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix}$, entonces

$$X_i \sim N_{n_i,p}(\mu_i, \Gamma_{ii}, \Sigma). \quad (\text{p.35})$$

Cada una de las propiedades descritas anteriormente ayudan a demostrar la distribución normal multivariante matricial que involucran un amplio estudio de datos en los que se realizan conjeturas para determinar la interpretación de varianza y covarianza.

7.2.4.2 Distribuciones de Wishart y Hotelling

Estas dos distribuciones están asociadas a la normal matricial, definidas por Díaz Monroy (2007) viene a generalizar los modelos χ^2 y t de Student al cuadrado. Consideremos en $(\mathbb{R}^{np}, \mathcal{R}^{np})$ una distribución de probabilidad $N_{n,p}(\mu, \text{Id}, \Sigma)$ y la transformación W que a cada $Y \in \mathcal{M}_{n \times p}$ le asigna la matriz $Y'Y \in \mathcal{M}_{p \times p}$, simétrica y semidefinida positiva. Esta transformación induce una distribución de probabilidad en dicho conjunto, que se identifica con un abierto de $\mathbb{R}^{\frac{p(p+1)}{2}}$ que depende de μ a través, de $\mu'\mu$, es decir, que si μ_1 y μ_2 son matrices $n \times p$ tales que $\mu_1'\mu_1 = \mu_2'\mu_2$ entonces:

$$(N_{n,p}(\mu_1, \text{Id}, \Sigma))^W = (N_{n,p}(\mu_2, \text{Id}, \Sigma))^W$$

En efecto, dado el experimento estadístico, $Y \sim N_{n,p}(\mu, \text{Id}, \Sigma)$, donde μ es cualquier matriz $n \times p$ y Σ cualquier matriz $p \times p$ definida positiva, se verifica que el grupo de transformaciones bimedibles $G = \{g_r: \Gamma \in O_{n \times n}\}$ definidas mediante $g_r(Y) = \Gamma Y$, lo invariante. El estadístico $Y \mapsto Y'Y$ y la aplicación $(\mu, \Sigma) \mapsto (\mu'\mu, \Sigma)$ constituyen invariantes maximales para el espacio de observaciones y de parámetros. Por otro lado, si $n \geq p$ y δ es una matriz $p \times p$ simétrica semidefinida positiva, existe una matriz μ de dimensiones $n \times p$ tal que $\delta = \mu'\mu$ considerando la diagonalización de δ .

Definición 19:

Si δ y Σ son matrices $p \times p$ semidefinidas positivas, la distribución $(N_{n,p}(\mu, \text{Id}, \Sigma))^W$ se denomina distribución de Wishart de parámetros p, n, Σ, δ donde $\delta = \mu'\mu$ se denota $W \sim W_p(n, \Sigma, \delta)$. Si $\delta = 0$ se denota $W_p(n, \Sigma)$ y si además $\Sigma = \text{Id}$, se denota $W_p(n)$ con las siguientes propiedades:

(a) $E[W] = n \Sigma + \delta$

Demostración:

Consideremos $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)' \in \mathcal{M}_{n \times p}$ tal que $\delta = \mu' \mu$, $Y_i \sim N_p(\mu_i, \Sigma)$, $i = 1, \dots, n$ independientes e $Y = (Y_1, \dots, Y_n)' \sim N(\mu, \text{Id}, \Sigma)$. entonces $W = Y'Y = \sum_{i=1}^n Y_i Y_i' \sim W_p(n, \Sigma, \delta)$. Por tanto

$$E[W] = \sum_i E[Y_i Y_i'] = \sum_{i=1}^n (\Sigma + \mu_i \mu_i') = n \Sigma + \mu' \mu = n \Sigma + \delta$$

(b) **Caso univariante:** Si $p = 1$, con $\Sigma = \sigma^2$, entonces $W_1(n, \sigma^2, \delta) = \sigma^2 \chi_n^2 \left(\frac{\delta}{\sigma^2} \right)$

(c) Si $a \in \mathbb{R}^+$, $aW \sim W_p(n, a\Sigma, a\delta)$.

(d) Si $A \in \mathcal{M}_{k \times p}$, $AW A' \sim W_k(n, A\Sigma A', A\delta A')$.

Demostración:

Basta considerar $Y A' \sim N_{n \times k}(\mu A', \text{Id}, A\Sigma A')$.

(e) $p = p_1 + p_2$ y consideramos las correspondientes descomposiciones

$$W = \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}, \delta = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{pmatrix}$$

(f) $W \sim W_p(n, \Sigma, \delta)$, con $n \geq p$ y $\Sigma > 0$, entonces $P(W > 0) = 1$, es decir, con probabilidad 1 tiene sentido hablar de W^{-1}

Definición 20:

Se considera $Y \sim N_p(\mu, \Sigma)$ y $W \sim W_p(n, \Sigma)$ independientes, con $n \geq p$ y sea $\delta = \mu' \Sigma^{-1} \mu \in \mathbb{R}^+$. En esas condiciones, se dice entonces que el estadístico $nY'W^{-1}Y$ sigue el modelo de distribución T^2 - Hotelling de parámetros p, n, δ , denotándose como: $nY'W^{-1}Y \sim T_{p,n}^2(\delta)$. En el caso $\delta = 0$ se denota $T_{p,n}^2$.

Cada una de las demostraciones y definiciones expuestas por el autor Montanero Fernández engloban valores útiles para el análisis de las distribuciones

que dan resultados significativos dentro de sus parámetros establecidos para la relación multivariante de las variables.

7.2.4.3 Contrastes para la matriz de covarianzas

Para realizar un análisis estadístico multivariado se debe tomar en cuenta una serie de contrastes relativos a la matriz de varianzas - covarianzas de una distribución normal multivariante. Algunos de estos estudios, aunque no todos, pueden enmarcarse en un modelo lineal. Algunos de estos test, como la prueba de esfericidad de Barlett²⁴ o el test M de Box²⁵, suelen desempeñar la función de pruebas intermedias en un estudio más amplio, como puede ser análisis factorial o discriminante.

En todo caso se utilizará el test de la razón de verosimilitudes partiendo de la hipótesis de p - normalidad. En estas condiciones, el estadístico de contraste sigue una distribución asintótica χ^2 , dedicado a los modelos lineales en dimensión. Se efectuará en unas ocasiones una pequeña corrección del mismo para obtener un test insesgado²⁶ y además, en cada caso, se multiplicará el estadístico de contraste por el denominado coeficiente de corrección p de Barlett, con el objeto de conseguir una aproximación satisfactoria a la distribución límite con muestras de tamaño pequeño o moderado.

En Bilodeau (1999) o Anderson (1958) se expone el procedimiento para determinar el valor de p . Estos métodos parten de la normalidad multivariante de las

²⁴ La prueba de esfericidad de Bartlett contrasta si la matriz de correlaciones es una matriz de identidad, que indicaría que el modelo factorial es inadecuado. Reproducida. La matriz de correlaciones estimada a partir de la solución del factor.

²⁵ La prueba M de Box es una prueba estadística multivariada utilizada para verificar la igualdad de las matrices de varianzas-covarianza múltiple. La prueba se usa comúnmente para evaluar la suposición de homogeneidad de varianzas y covarianzas en MANOVA y análisis discriminante lineal. Lleva el nombre de George E. P.

²⁶ Un estimador es insesgado si el valor esperado del mismo es igual al parámetro a estimar.

observaciones. En tal caso, para aplicar resultados asintóticos análogos a los considerados anteriormente se precisa que el cociente entre el momento de orden 4 de la distribución considerada y el cuadrado de su varianza sea igual al cociente que se obtendría en caso normal, a saber, 3. Los test acerca de la varianza (y, con mayor razón, los test acerca de la matriz de varianzas y covarianzas) son bastante sensibles ante la violación de este supuesto. De hecho, el coeficiente de Kurtosis²⁷ o aplastamiento, definido mediante:

$$\delta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma_4^2} - 3$$

La expresión anterior puede considerarse como una medida de la validez asintótica de dichos métodos. Ello nos obliga a ser muy precavidos a la hora de extraer conclusiones de carácter general. También en este caso hemos optado por realizar reducciones previas por suficiencia e invariancia antes de dar con el estadístico del test de la razón de verosimilitudes. Este esfuerzo nos permite, entre otras cosas, establecer una clara vinculación entre el contraste de independencia de dos vectores aleatorios y los coeficientes de correlación canónica.

7.2.4.3.1 Test de correlaciones

Para estudiar el test de correlación se inicia por estudiar la independencia de dos vectores aleatorios para luego considerar el contraste de forma más general, la independencia de varios vectores aleatorios. Se parte de n observaciones

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ X_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} Y_n \\ X_n \end{pmatrix},$$

Que constituyen una muestra aleatoria simple de una distribución

²⁷ La Kurtosis de una variable estadística/aleatoria es una característica de forma de su distribución de frecuencias/probabilidad.

$$N_{p+q} \left(\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix} \right)$$

Siendo la matriz de covarianzas definida positiva. Nótese que, en el paso $p = 1$, este es el mismo modelo que aparece en la distribución normal matricial, por lo que este se denominada modelo de correlación, ahora bien si se denota $V = \langle 1_n \rangle$ y la matriz aleatoria

$$(YX) = \begin{pmatrix} Y'_1 X'_1 \\ \vdots \\ Y'_n X'_n \end{pmatrix},$$

la familia de probabilidades del modelo estadístico es la siguiente:

$$\left\{ N_{n,p+q}(\mu, \text{Id}, \Sigma) : \mu \in V, \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix} > 0 \right\}$$

Para este modelo se desea contrastar la hipótesis nula de independencia de ambos componentes, es decir, se plantea la hipótesis inicial $H_0 = \Sigma_{12} = 0$ (se debe recordar que, en estas condiciones $Y|X = x \sim N_{n,p}(\alpha + x\beta, \Sigma_{11,2})$, con $\beta = \Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}$ donde luego el contraste de independencia se traduce en un contraste $\beta = 0$ en un modelo condicionado de regresión lineal). Ahora bien, si se consideran el vector de media muestral y la matriz de covarianzas total muestral

$$\begin{pmatrix} \bar{y} \\ \bar{x} \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix},$$

Se tiene que el estadístico $(\bar{y}, \bar{x}, S_{11}, S_{12}, S_{22})$ es suficiente y completo. Además, el grupo de transformaciones

$$G = \{g_{a,b,A,B} : (a, b, A, B) \in \mathcal{M}_{n \times p} \times \mathcal{M}_{n \times q} \times \mathcal{M}_p^* \times \mathcal{M}_q^*\}$$

Recordar que \mathcal{M}_m^* denota el conjunto de las matrices cuadradas de orden m e invertibles y se defines mediante:

$$g_{a,b,A,B}(YX) = (YA + a, XB + b)$$

Esto deja invariantes tanto el modelo estadístico como el problema de contraste de hipótesis. Entonces, reduciendo por suficiencia e invariancia, se llega según Arnold (1981) al estadístico $\{r_1^2, \dots, r_p^2\}$ de los autovalores (el número de autovalores positivas no excederá en ningún caso de $b = \min\{p, q\}$. Por tanto, si se considera tan sólo los b primeras autovalores, el estadístico sigue siendo invariante maximal) ordenados de la matriz $S_{11}^{-1}S_{12}S_{22}^{-1}S_{21}$ cuya distribución depende de Σ a través de $\{\rho_1^2, \dots, \rho_p^2\}$ que denotan los autovalores ordenados de la matriz $\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}$

Los parámetros ρ_1, \dots, ρ_p se denominan coeficientes de correlación canónica poblacional, mientras que r_1, \dots, r_p son los muestrales. De hecho si $p = 1$, se tiene que $\rho_1^2 = \rho_{Y,X}^2$, $r_1^2 = R_{Y,X}^2$

En estas condiciones, según Lehmann (1986, p.341), el estadístico de contraste del test de razón de verosimilitudes debe expresarse a través del estadístico invariante maximal anterior. De hecho, puede comprobarse según el autor que admite la expresión siguiente:

$$\lambda = \left(\frac{|S_{11}||S_{22}|}{|S|} \right)^{-n/2} = |Id - S_{11}^{-1/2}S_{12}S_{22}^{-1}S_{21}S_{11}^{-1/2}|^{-n/2} = \left[\prod_{i=1}^p (1 - r_i^2) \right]^{-n/2}$$

La complicación es encontrar la distribución nula de este estadístico y calcular entonces el cuantil $1 - \alpha$ de la distribución nula $\lambda^{-2/n}, Q^\alpha$ de manera que el test de la razón de verosimilitudes a nivel de α será entonces el siguiente:

$$TRV = \begin{cases} 1 & \text{si } \prod_{i=1}^p (1 - r_i^2) > Q^\alpha \\ 0 & \text{si } \prod_{i=1}^p (1 - r_i^2) \leq Q^\alpha \end{cases}$$

Este test resuelve el contraste de la hipótesis inicial $H_0: \Sigma_{12} = 0$, equivalente a $\beta = 0$. Donde se nota que la información de la muestra que se utiliza en la resolución del problema es la que contienen los coeficientes de correlación canónica al cuadrado. En el caso $p = 1$, lo único que interesa de la muestra es el valor del coeficiente de correlación múltiple o, para ser más exactos, la determinación. En el caso general, es decir, cuando se contrastan r vectores aleatorios de dimensiones ρ_1, \dots, ρ_p respectivamente, y siendo $p = \sum_i p_i$, el estadístico de contraste sería, trivialmente, el siguiente:

$$\lambda = \left(\frac{|S_{11}| \times \dots \times |S_{rr}|}{|S|} \right)^{-n/2}$$

El test relaciona la varianza generalizada del vector global con el producto de las varianzas generalizadas de los vectores individuales, lo cual nos permite una interesante interpretación geométrica. En el caso nulo, es bien conocido que el estadístico $-2 \log \lambda$ se distribuye asintóticamente según un modelo χ_f^2 , donde f es igual a pq en el caso de dos vectores y a $1/2 \eta_2$ en general, donde η_i se define, para $i = 2, 3$ mediante:

$$\eta_i = p^i - \sum_{j=1}^r p_j^i$$

No obstante, se prueba en Bilodeau (1999) que la convergencia puede mejorarse considerando el estadístico $-2 \rho \log \lambda$, siendo ρ el coeficiente de corrección de Barlett

$$\rho = 1 - \frac{2\eta_3 + 9\eta_2}{6n\eta_2}$$

En el caso de dos vectores, se tiene que

$$\rho = 1 - \frac{p + q + 3}{2n}$$

Es evidente que para la debida interpretación del test de correlación este permite medir el grado de asociación entre variables cuantitativas en una dispersión de los datos en los que puede tomar valores entre -1, 0 y 1. Si este toma valores $\pm 0,96 \pm 1$ es perfecta; $\pm 0,85 \pm 0,95$ es fuerte; $\pm 0,70 \pm 0,84$ es significativa; $\pm 0,50 \pm 0,69$ es moderada; $\pm 0,20 \pm 0,49$ es débil; $\pm 0,10 \pm 0,19$ es muy débil; $\pm 0,09 - 0,0$ es nula.

7.2.4.3.2 Test M de Box

El test M de Box según Parajón Guevara (2012) “se usa para contrastar la igualdad de r matrices de covarianzas a partir de recorridos de muestras independientes” (p. 56). Se trata de una generalización multivariante del conocido test univariante de Barlett (que compara r varianzas). Puede constituir una representación previa al MANOVA o al análisis discriminante. No obstante, y dado que requiere del supuesto de normalidad.

Definición 21:

Para Díaz Monroy (2008):

Se considera r muestras aleatorias simples independientes de tamaños n_i correspondientes a caminos trazados por distribuciones $N_p(v_i, \Sigma_i)$, para $i = 1, \dots, r$. Sea $n = \sum_i n_i$. Si $V_i = \langle 1_{n_i} \rangle \subset \mathbb{R}^n$ entonces para cada $i = 1, \dots, r$ la muestra i-ésima está asociada al modelo estadístico. (p.99)

$$\mathcal{E}_i = (\mathbb{R}^{n,p}, \mathcal{R}^{n,p}, \{ N_{n_i,p}(\mu_i, Id, \Sigma_i): \mu_i \in V_i, \Sigma_i > 0 \})$$

Ahora, al ser las muestras independientes, la matriz $n \times p$ de las observaciones está asociada al modelo producto $\mathcal{E} = \prod_{i=1}^r \mathcal{E}_i$, además que la hipótesis nula $\Sigma_1 = \dots = \Sigma_r$ es correcta si y solo si equivale al modelo:

$$\mathcal{E}_0 = (\mathbb{R}^{np}, \mathcal{R}^{np}, \{ N_{n,p}(\mu, Id, \Sigma): \mu \in V, \Sigma > 0 \})$$

Al denotar S_i^I, S_i^{mv} y S^I, S^{mv} el EIMV (Estimador insesgado de mínima varianza) y EMV (Estimación de máxima verosimilitud) para ajustar el modelo y sus parámetros de Σ_i en el modelo ε_i y de Σ en ε_0 . Cuando $r = 2$ se obtiene una reducción por suficiencia y otra por invarianza, el estadístico invariante maximal $\{t_1, \dots, t_p\}$ de las raíces ordenadas de $|S_1^{mv} - tS_2^{mv}|$ (esto para que en el caso univariante ($p = 1$) estaría hablando del cociente de las varianzas, lo cual nos conduciría al test de Snedecor). La distribución de este estadístico depende del parámetro de la estructura estadística través de las raíces $\{\tau_1, \dots, \tau_p\}$ del polinomio $p(\tau) = |\Sigma_1 - \tau\Sigma_2|$. Esto puede comprobarse con argumentos ya conocidos que el estadístico de razón de verosimilitudes es el siguiente:

$$\lambda = \frac{|S_1^{mv}|^{n_1/2} |S_2^{mv}|^{n_2/2}}{|S^{mv}|^{(n_1+n_2)/2}} = (n_1 + n_2)^{\frac{1}{2}p(n_1+n_2)} \prod_{i=1}^p \left[t_i^{\frac{1}{2}n_1} (n_1 t_i + n_2)^{\frac{1}{2}(n_1+n_2)} \right]$$

que se contrastara con el valor de cuantil correspondiente a la distribución nula. Puede comprobarse también que, en el caso general (r covarianzas), se obtiene como estadístico de razón de verosimilitudes:

$$\lambda = \frac{\prod_{i=1}^r |S_i^{mv}|^{n_i/2}}{|S^{mv}|^{n/2}}$$

No obstante, suele efectuarse la corrección siguiente (para que el test sea insesgado):

$$\lambda^* = \frac{|S^I|^{(n-r)/2}}{\prod_{i=1}^r |S_i^I|^{(n_i-1)/2}}$$

Se tiene entonces que la distribución asintótica del estadístico de contraste $-2p \log \lambda$ es, en el caso nulo χ_f^2 , donde:

$$f = \frac{1}{2}p(p+1)(r-1)$$

$$\rho = 1 - \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(r-1)} \left(\sum_{i=1}^r \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{n-r} \right)$$

En el caso $r = 2$, se tiene

$$f = \frac{p(p+1)}{2}; \rho = 1 - \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)} \left(\sum_{i=1}^r \frac{1}{n_i - 1} + \frac{1}{n_2 - 1} - \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \right)$$

7.2.4.3.3 Contraste para una matriz de covarianza

Una muestra aleatoria simple de tamaño n de una distribución $N_p(\nu, \Sigma)$. Por consiguiente, el modelo estadístico será el siguiente:

$$Y \sim N_{n,p}(\mu, Id_n, \Sigma), \quad \mu \in \langle 1_n \rangle, \Sigma > 0$$

El objetivo es que se trata de contrastar la hipótesis inicial $\Sigma = \Sigma_0$, siendo Σ_0 una matriz de valores conocidos. Tras reducir por suficiencia e invarianza, se obtiene el estadístico invariante maximal de los autovalores ordenados $\{t_1, \dots, t_p\}$ de la matriz S^I (el EIMV de Σ) cuya distribución depende del parámetro a través de los autovalores ordenados $\{\theta_1, \dots, \theta_p\}$ de Σ . El estadístico de razón de verosimilitudes es el siguiente (Díaz Monroy, 2007, p. 102):

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\left(\frac{n-1}{n}\right)^{\frac{n}{2}} |S^I|^{\frac{n}{2}}}{\exp\left\{\frac{pn}{2}\right\} |\varepsilon_0|^{\frac{n}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(n-1)tr(\Sigma_0^{-1}S^I)\right\} \\ &= \exp\left\{-\frac{pn}{2}\right\} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n/2} \left(\prod t_i\right)^{n/2} \exp\left\{\frac{1}{2}(n-1) \sum t_i\right\} \end{aligned}$$

Ahora se puede considerarse una leve modificación para conseguir que sea insesgado:

$$\lambda^* = \frac{\exp\left\{-\frac{p(n-1)}{2}\right\} |S^I|^{\frac{n}{2}}}{|\mathcal{E}_0|^{\frac{(n-1)}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(n-1)\text{tr}(\Sigma_0^{-1}S^I)\right\}$$

En este caso, los parámetros de la distribución asintótica para este test son los siguientes:

$$f = \frac{1}{2}p(p+1); \rho = 1 - \frac{2p+1-2/(p+1)}{6(n+1)}$$

7.2.4.3.4 Test de esfericidad de Barlett

Según Montanero Fernández (2008):

Se inicia de las mismas condiciones anteriores, donde se va a contrastar la hipótesis inicial $\Sigma = \sigma^2 Id$, donde $\sigma^2 > 0$. Se trata pues de decidir si la distribución normal multivariante estudiada es esférica. En ese caso, tras reducir por suficiencia e invarianza se obtiene el invariante maximal $\{t_p^{-1}t_1, \dots, t_p^{-1}t_{p-1}\}$ cuya distribución depende de $\{\theta_p^{-1}\theta_1, \dots, \theta_p^{-1}\theta_{p-1}\}$. El estadístico de razón de verosimilitudes es el siguiente (p.101):

$$\lambda = \frac{[\text{tr}(S^I)/p]^{pn/2}}{|S^I|^{\frac{n}{2}}} = \frac{(\prod t_p^{-1}t_i)^{n/2}}{\left(\frac{1 + \sum(t_p^{-1}t_i)}{p}\right)^{pn/2}}$$

Modificado para que sea insesgado:

$$\lambda^* = \frac{|S^I|^{(n-1)/2}}{[\text{tr}(S^I)/p]^{p(n-1)/2}}$$

Los parámetros de la distribución asintótica son los siguientes:

$$f = \frac{1}{2}p(p+1) - 1; \rho = 1 - \frac{2p^2 + p + 2}{6p(n-1)}$$

7.3 Tipos de técnicas multivariantes

El análisis multivariado se define como un conjunto de variables dependientes cuantitativas, o factores, donde el análisis multivariable de la varianza según Parajón Guevara (2012):

Consiste en analizar el comportamiento del conjunto de las variables dependiente es en las K subpoblaciones o grupos establecidos por las combinaciones de los valores de las variables independientes dado que existen técnicas multivariadas que ayudan a trabajar la información recolectada y realizar toma de decisiones o en el caso proponer algún modelo de mejora según resulte la significancia o prueba de hipótesis. (p. 112)

Al comparar con Cayuela (2011) hace referencia a que el análisis multivariante es “cualquier método estadístico que analiza simultáneamente múltiples características en cada uno de los individuos o muestras objeto de la investigación”. (p.5)

También señala que una de las dificultades en definir qué es el análisis multivariante reside en el hecho de que el término multivariante (o multivariado) no ha sido usado de manera consistente en la literatura. Muchos investigadores usan el término multivariado simplemente para referirse a las relaciones existentes entre una, dos o más variables. Sin embargo, para que un análisis sea considerado verdaderamente multivariante, todas las variables deben ser aleatorias y estar interrelacionadas de tal manera que los diferentes efectos no puedan ser interpretados significativamente de manera independiente.

Para ampliar sobre la técnica MANOVA se debe realizar el estudio de las bases estadísticas importantes para poder interpretar los resultados finales.

El autor Cayuela (2011) considera como técnicas multivariante:

- Análisis de componentes principales
- Análisis discriminante

- Análisis clúster (técnica de agrupación)
- Análisis de correspondencias
- Escalamiento multidimensional
- Análisis de correspondencias canónico
- Modelo de ecuaciones estructurales (análisis causal)
- Análisis de la varianza multivariado (ANOVA y MANOVA) (incluyendo la regresión multivariada). (p. 11)

Cada una de las técnicas anteriores tiene una clasificación según su forma de trabajar la relación de sus variables, la clasificación de los datos y las técnicas que ayudan a obtener resúmenes de información, es decir, la clave para utilizar o saber que técnica se puede aplicar ante un estudio investigativo.

La siguiente figura resume todo lo anterior:

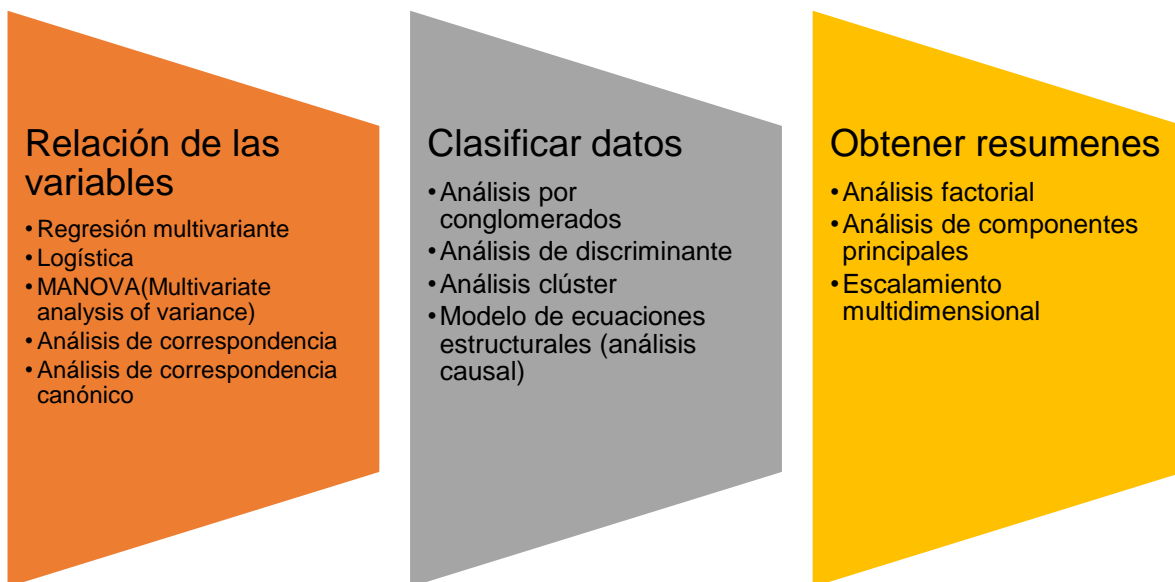


Figura 12. Tipos de análisis multivariante

Fuente: Cayuela (2011) y modificado por el autor

Dado que son varias técnicas multivariadas para ser utilizadas según sus condiciones y parámetros, se limitará únicamente a estudio MANOVA por su nombre en inglés (Multivariate analysis of variance) que estudia la relación entre las variables, eligiendo la o las variables independientes como las dependientes.

7.4 Análisis de la varianza multivariante (MANOVA)

El autor Cayuela (2011), explica que el Análisis de la Varianza Multivariante (MANOVA) “es una extensión del análisis de la varianza (ANOVA) que permite cubrir los casos donde hay más de una variable dependiente que no pueden ser combinadas de manera simple” (p. 45). Por tanto, frente al ANOVA o la regresión, se tendría la siguiente formulación del modelo:

$$y \sim x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

Usando MANOVA quedaría de la siguiente manera:

$$y_1 + y_2 + \dots + y_k \sim x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

Al referirse a MANOVA directamente se establece un análisis que contemplan varias variables de respuestas continuas, pero sin prestar mucha atención a si las variables explicativas son continuas o discretas.

En un sentido estricto, se puede exponer que si las variables explicativas fueran continuas se tendría una regresión múltiple multivariante, si fueran discretas estaría hablando ante un caso de análisis de la varianza multifactorial multivariante, y si fueran de ambos tipos el análisis fuese del tipo ANCOVA multivariante. Sin embargo, es muy común referirse a cualquiera de ellos como MANOVA. El MANOVA, al igual que los modelos lineales, se basa en una serie de supuestos según Cayuela (2011):

- Las muestras son independientes entre sí;
- Cada variable tiene una distribución normal;
- En conjunto las k variables dependientes tienen la distribución normal conjunta;
- Las varianzas de cada variable son iguales al compararlas de tratamiento a tratamiento;
- Las correlaciones entre dos variables de un mismo grupo son las mismas de grupo a grupo. (p.13)

El autor describe que estos supuestos muchas veces son difíciles de cumplir es por ello, que una alternativa eficiente al MANOVA es el MANOVA semi-paramétrico, que utiliza las distancias entre cada par de observaciones para obtener una matriz de distancia sobre la que luego se calcula la significación de las variables explicativas con simulaciones.

Definición 22:

Parajón Guevara (2012) afirma que el análisis multivariante de la varianza (MANOVA) “es una generalización en $p > 1$ variables del análisis de varianza (ANOVA). Si se supone que se tiene n observaciones independientes de p variables observables Y_1, \dots, Y_p obtenidas en diversas condiciones experimentales como univariante” (p. 238). La matriz de datos sería:

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1p} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{np} \end{pmatrix} = [\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_p]$$

Donde $\tilde{y}_1 = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{nj})'$ son las n observaciones de la variable Y en las que se supone siguen con el modelo lineal $\tilde{y}_j = X\beta_j + e_j$

El modelo lineal multivariante es según Montanero Fernández (2008):

$$Y = X\beta + E$$

Siendo

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{pmatrix}$$

La matriz de diseño

$$B = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1p} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{m1} & \beta_{m2} & \cdots & \beta_{mp} \end{pmatrix}$$

La matriz de parámetros de regresión

$$E = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1p} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{n1} & e_{n2} & \cdots & e_{np} \end{pmatrix}$$

La matriz de las desviaciones aleatorias. Las matrices \mathbf{Y} y \mathbf{X} son conocidas. Y si se supone que las filas de \mathbf{E} son independientes $N_p(0, \Sigma)$

7.4.1 Estimación

La técnica multivariada MANOVA hasta el momento se han evidenciado los parámetros mp de regresión y la matriz de covarianzas Σ . Donde las estimaciones parten del modelo univariante $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$ donde la estimación $LS\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$ y minimiza $\hat{\mathbf{e}}'\hat{\mathbf{e}} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})$. Para el caso multivariante el estimador LS de $\boldsymbol{\beta}$ es $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ tal que minimiza la traza:

$$tr(\hat{\mathbf{E}}'\hat{\mathbf{E}}) = tr(((\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}))$$

Se demuestra según Montanero Fernández (2008) que:

1. Las estimaciones LS de los parámetros de regresión $\boldsymbol{\beta}$ son:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

Cuando el diseño de rango máximo $r = r(\mathbf{X}) = m$, y $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$

Cuando $m < r$

2. La matriz de residuos es la matriz $R_0 = (R_0(i, j))$ de orden $p \times p$

$$R_0 = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})$$

Donde $R_0(i, j)$, es la suma de cuadrados residual del modelo univariante

$$\tilde{y}_j = X\beta_j + e_j$$

3. Una estimación centrada de la matriz de covarianzas Σ es $\hat{\Sigma} = R_0/(n - r)$. (p.56)

Teorema 7.2.4.5:

Para (Díaz Monroy, 2007, p.105) Sea $Y = X\beta + E$ el modelo lineal multivariante donde las filas de E son $N_p(0, \Sigma)$ independientes y sea R_0 la matriz de residuos. Se verifica:

1. $R_0 = Y'[I - X(X'X)^{-1}X']Y$
2. La distribución de R_0 es Wishart $W_p(\Sigma, n - r)$

Demostración: Sea $T = [t_1, \dots, t_r; t_{r+1}, \dots, t_n]$ una matriz ortogonal tal que sus columnas formen una base ortonormal de \mathbb{R}^n , de manera que las r primeras generan el sub espacio $C_r(X)$ y por tanto las otras $n - r$ sean ortogonales a $C_r(X)$. Consideramos $\hat{E} = (Y - X\hat{\beta})$ y definimos $Z = T'Y$. Como en el modelo lineal, el cual se verifica que:

$$T'E = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ Z_{n-r} \end{bmatrix}$$

Donde Z_{n-r} es una matriz $(n - r) \times p$ con filas $N_p(0, \Sigma)$ independientes. En consecuencia:

$$R_0^2 = \hat{E}'\hat{E} = \hat{E}'TT'\hat{E} = Z'_{n-r}Z_{n-r} \sim W_p(\Sigma, n - r)$$

7.4.2 Test de hipótesis lineales

Una hipótesis lineal demostrable de rango t y matriz H según Díaz Monroy (2007) es:

$$H_0: HB = 0$$

Donde las filas de H son combinación lineal de las filas de X . En el caso univariante, si H_0 es cierta el modelo se transforma en $Y = \tilde{X}\theta + E$

La estimación de los parámetros B restringidos a H_0 viene dada por

$$\widehat{B}_H = \widehat{B} - (X'X)^{-1}H'(H(X'X)^{-1}H')^{-1}H\widehat{B}$$

Y la matriz residual es $R_1 = (Y - X\widehat{B}_H)'(Y - X\widehat{B}_H)$

Teorema 7.2.4.6:

Para Montanero Fernández (2008), Sea $Y = X\beta + E$ el modelo lineal multivariante donde las filas de E son $N_p(0, \Sigma)$ independientes y sea R_0 la matriz de residuos. $H_0: HB = 0$ una hipótesis lineal demostrable y R_1 la matriz de residuo bajo H_0 se verifica que (p.106):

1. $R_0 \sim W_p(\Sigma, n - r)$.
2. Si H_0 es cierta, $R_1 \sim W_p(\Sigma, n - r')$, $R_1 - R_0 \sim W_p(\Sigma, t)$,
siendo $t = \text{ran}(H)$, $r' = r - t$
3. Si H_0 es cierta, las matrices R_0 y $R_1 - R_0$ son estocásticamente independientes.

Demostración:

Si la hipótesis H_0 es cierta, la matriz de diseño X se transforma en XC , donde las columnas de XC son combinación lineal de las columnas de X . Podemos encontrar una matriz ortogonal:

$$T = [t_1, \dots, t_{r'}; t_{r'+1}, \dots, t_r; t_{r+1}, \dots, t_n]$$

Tal que

$$C_{r'}(XC) = [t_1, \dots, t_{r'}] \subset C_r(X) = [t_1, \dots, t_r]$$

Siguiendo los mismos argumentos del teorema anterior, tenemos que

$$T'\widehat{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{n-r'} \end{bmatrix}$$

Donde las $n - r'$ filas de $\mathbf{Z}_{n-r'}$ son $N_p(0, \Sigma)$ independientes. Por tanto,

$R_1^2 = \mathbf{Z}'_{n-r'}\mathbf{Z}_{n-r}$ es Wishart $W_p(\Sigma, n - r')$. Por lo que se puede escribir:

$$\mathbf{Z}_{n-r} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_t \\ \mathbf{Z}_{n-r'} \end{bmatrix}$$

Donde las $t = r - r'$ filas de \mathbf{Z}_t son independientes de las $n - r$ filas de \mathbf{Z}_{n-r} .

Entonces es fácil ver que $\mathbf{R}_1^2 - \mathbf{R}_0^2 = \mathbf{Z}'_t \mathbf{Z}_t$ es decir $\mathbf{R}_1^2 - \mathbf{R}_0^2$ es Wishart $W_p(\Sigma, n - r')$ e independiente de R_0 .

La consecuencia más importante de este teorema es que si, H_0 es cierta, entonces

$$\Lambda = \frac{|R_0|}{|(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_0) + R_0|} = \frac{|R_0|}{|R_1|} \sim \Lambda(p, n - r, t),$$

Es decir, $0 \leq \Lambda \leq 1$ sigue la distribución de Wilks. Se acepta H_0 si Λ no es significativo y rechazaremos H_0 si Λ es pequeño y significativo por lo que se presenta:

Tabla 2. Valores generales de MANOVA

	G.1	Matriz Wishart	Lambda de Wilks
Desviación	t	$R_1 - R_0$	$\Lambda = \frac{ R_0 }{ R_1 }$
Hipótesis	$n - r$	R_0	
Criterio decisión: SI $\Lambda < \Lambda_\alpha$ es rechazada H_0, donde $P(\Lambda(p, n - r, t) < \Lambda_\alpha) = \alpha$.			

Fuente: Parajón Guevara (2012)

Con base a la tabla anterior se realiza una interpretación resumida de los resultados cuando se resuelve en un programa estadístico como SPSS teniendo los datos de interés, en este caso los datos para el proceso de siembra y cosecha del cultivo arroz.

7.4.3 MANOVA de un factor

El modelo del diseño de un único factor o causa de variabilidad es:

$$y_{ih} = \mu + \alpha_i + e_{ih}, i = 1, \dots, k; h = 1, \dots, n_i$$

Donde μ es un vector de medias, α_i es el efecto del nivel y del factor, y_{ih} es la observación multivariante h en la situación o población i , correspondiendo a la misma situación experimental del análisis canónico de poblaciones con $n = n_1 + \dots + n_k$ por tanto:

$$W = R_0; B = R_1 - R_0; T = R_1 = B + W$$

Son las matrices de dispersión “dentro de grupos”, “entre grupos” y “total”, respectivamente.

Tabla 3. Valores generales de MANOVA de un factor

	G.1	Matriz Wishart	Lambda de Wilks
Entre grupos	$k - 1$	B	$\Lambda = \frac{ W }{ W + B }$ $\sim \Lambda(p, n - r, t)$
Dentro grupos	$n - k$	W	
Total	$n - 1$	T	

Fuente: Parajón Guevara (2012)

7.4.4 MANOVA de dos factores

Si se supone que las $n = a \times b$ observaciones multivariante dependen de dos factores filas y columna con a y b niveles respectivamente, el modelo es:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}, i = 1, \dots, a; j = 1, \dots, b$$

Donde μ es la media general, α_i es el efecto del nivel i del factor fila, β_j es el efecto aditivo del nivel j del factor columna. Como generalización del caso univariante, intervienen las matrices $A = (a_{uv}), B = (b_{uv}), T = (t_{uv}), R_0 = (r_{uv})$ con elementos:

$$a_{uv} = a \sum_j (y_{i \cdot u} - \bar{y}_u) (y_{j \cdot v} - \bar{y}_v)$$

$$b_{uv} = b \sum_i (y_{i \cdot u} - \bar{y}_u) (y_{i \cdot v} - \bar{y}_v)$$

$$r_{uv} = \sum_{ij} (y_{i \cdot ju} - y_{i \cdot u} - y_{j \cdot u} + \bar{y}_u) (y_{i \cdot v} - y_{i \cdot v} - y_{j \cdot v} + \bar{y}_v)$$

$$t_{uv} = \sum_{ij} (y_{i \cdot ju} - \bar{y}_u) (y_{i \cdot jv} - \bar{y}_v); \quad u, v = 1, \dots, p$$

Siendo para cada variable Y_u ; \bar{y}_u la media, $y_{j \cdot u}$ la media fijando el nivel j del factor columna, etc. Se verifica $T = A + B + R_0$ se indica que $q = (a - 1)(b - 1)$ y se obtiene la tabla:

Tabla 4. Valores generales MANOVA de dos factores

	g.1	matriz Wishart	Lambda de Wilks
Filas	$a - 1$	A	$\frac{ A }{ T } \sim \Lambda(p, q, a - 1)$
Columnas	$b - 1$	B	$\frac{ B }{ T } \sim \Lambda(p, q, b - 1)$
Residuo	q	R_0	
Total	$ab - 1$	T	

Fuente: Parajón Guevara (2012)

7.4.5 MANOVA de dos factores con interacción

En el diseño de dos factores con interacción Díaz Monroy (2007) “supone que las $n = a \times b \times c$ observaciones multivariantes dependen de dos factores fila y columna con \mathbf{a} y \mathbf{b} niveles respectivamente y que hay \mathbf{c} observaciones como réplicas para cada una de las $a \times b$ combinaciones de los niveles”(p.104). El modelo final es:

$$y_{ijh} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + e_{ijh}, i = 1, \dots, a; j = 1, \dots, b; h = 1, \dots, c$$

Donde μ es la media general, α_i es el efecto aditivo del nivel i y del factor fila, β_j es el efecto aditivo del nivel j del factor columna. γ_{ij} es la interacción, parámetro que mide la desviación de la aditividad del efecto de los factores, $y_{ijh} = (y_{ijh1}, \dots, y_{ijhp})'$ es la réplica multivariante h de las variables observables. También, en el caso univariante intervienen las matrices $A = (a_{uv}), B = (b_{uv}), AB = (c_{uv}), R_0 = (r_{uv}), T = (t_{uv})$, donde:

$$a_{uv} = bc \sum_j (y_{i \cdot u} - \bar{y}_u) (y_{i \cdot v} - \bar{y}_v)$$

$$b_{uv} = ac \sum_i (y_{j \cdot u} - \bar{y}_u) (y_{j \cdot v} - \bar{y}_v)$$

$$c_{uv} = c \sum_{ij} (y_{i \cdot ju} - y_{i \cdot u} - y_{j \cdot v} + \bar{y}_u) (y_{ij \cdot v} - y_{i \cdot v} - y_{j \cdot v} + \bar{y}_v)$$

$$c_{uv} = \sum_{ijh} (y_{ijhu} - y_{i \cdot u}) (y_{ijhv} - y_{j \cdot v})$$

$$t_{uv} = \sum_{ij} (y_{i \cdot ju} - \bar{y}_u) (y_{i \cdot jv} - \bar{y}_v); \quad u, v = 1, \dots, p$$

Verifican que: $T = A + B + AB + R_0$,

se obtiene la tabla:

Tabla 5. MANOVA de dos factores con interacción

g.1 **matriz Wishart** **Lambda de Wilks**

Filas	$a - 1$	A	$\frac{ A }{ T } \sim \Lambda(p, r, a - 1)$
Columnas	$b - 1$	B	$\frac{ B }{ T } \sim \Lambda(p, r, b - 1)$
Interacción	$(a - 1)(b - 1) = q$	AB	
Residuo	$ab(c - 1) = r$	R₀	$\frac{ AB }{ T } \sim \Lambda(p, r, q)$
Total	$abc - 1$	T	

Fuente: Parajón Guevara (2012)

7.4.6 Otros criterios y complementos de MANOVA

Sea $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_p$ los valores propios de R_0 respecto de R_1 se puede expresar el criterio de Wilks como:

$$\Lambda = \frac{|R_0|}{|R_1|} = \lambda_1 \times \dots \times \lambda_p$$

Este criterio es interesante, teniendo en cuenta que si λ es la razón de verosimilitud en el test de hipótesis, entonces:

$$\lambda = \Lambda^{n/2}$$

“Aquí se demuestra que cualquier estadístico que sea invariante por cambios de origen y de escala de los datos, debe ser función de estos valores propio. Entre otros test están” (Díaz Monroy, 2007, p.78):

1. Traza de Hotelling:

$$tr\left((R_1 - R_0)R_0^{-1}\right) = \sum_{i=1}^p \frac{1 - \lambda_i}{\lambda_i}$$

2. Traza de Pillai:

$$\text{tr} \left((R_1 - R_0) R_0^{-1} \right) = \sum_{i=1}^p 1 - \lambda_i$$

3. Raíz mayor de Roy: $\frac{1-\lambda_p}{\lambda_p}$

El análisis multivariante de la varianza es muy parecido al análisis de varianza, dado que interviene más de una variable cuantitativa observable. Esta extensión multivariante se inició desde los años 1930 con los trabajos de Hotelling, Wishart y Wilks y donde Roy posteriormente propuso un planteamiento basado en el principio de unión - intersección.

Dentro de los cuatro criterios que se han visto son equivalentes a $p = 1$ y diferentes para $p > 1$. Los cuatro criterios dependen de las hipótesis alternativas que se planteen según los factores a tomar y el tipo de estudio siendo el de Roy el más potente en casos de un factor donde los vectores de medias se encuentren alineados.

7.5 Aplicación de MANOVA en el cultivo de arroz

Para el análisis multivariado de la varianza aplicado al cultivo del arroz primeramente se creó una tabla de datos que contiene la información requerida y establecer un contraste de lo propuesto por las organizaciones en cuanto a valores estándares versus lo que la cooperativa realizó versus la propuesta de mejora en el cambio o modificaciones de variables independientes que se generan a partir de las dependientes que muestran una relación para poder aplicarse MANOVA usando el programa SPSS.

La información obtenida se resumió en tablas, las cuales fueron procesadas de acuerdo a los datos parecidos a la tabla 1. Posteriormente se realizó el análisis general de los contrastes y de los test de forma detallada a los versus planteados.

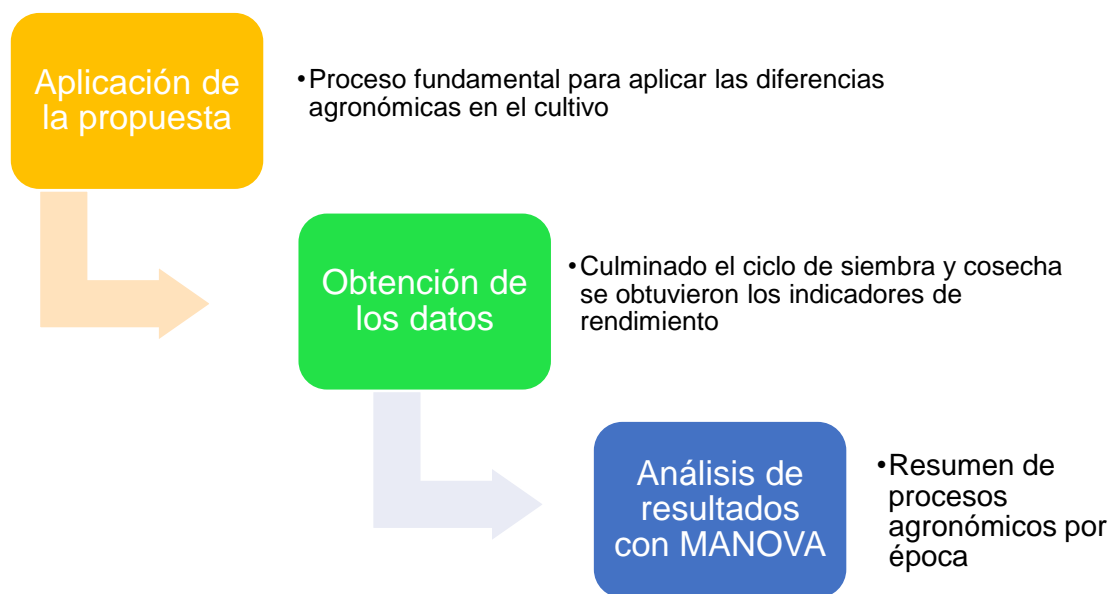


Figura 13. Proceso de aplicación de MANOVA

Fuente: *Elaborado por el autor*

La figura anterior demuestra de manera puntual el proceso de aplicación de MANOVA en el cultivo de arroz, iniciando con la propuesta de mejora donde se encontraron todas las diferencias agronómicas, para poder obtener el rendimiento productivo esperado, esto para la época de verano como para invierno al final del ciclo respectivamente. Al mismo tiempo, el análisis paralelamente con lo realizado por la cooperativa en sus labores cotidianas, información útil para los contrastes de datos y así obtener los fundamentos necesarios para organizarlos en los distintos grupos implementando MANOVA como técnica estadística para evaluar y valorar las diferencias significativas existentes en el manejo agronómico. Es importante señalar, que cada una de las acciones estuvo guiada en todo momento en aplicar, analizar y agrupar los cambios de las variables independientes como contacto directo al rendimiento productivo como dependiente.

7.5.1 Diseños experimentales aplicados a la Agronomía

Los diseños experimentales constituyen una de las maneras prácticas para el análisis de resultados tras la aplicación de tratamientos a cultivos, mejoradas realizadas, comportamientos conductuales y demás. Según los autores Condo Plaza y Pazmiño Guadalupe (2015), definen que los diseños experimentales “son aquellos que se caracterizan por utilizar modelos matemáticos sencillos, los cuales permiten analizar de una forma fácil los resultados obtenidos en el campo experimental y comprobar la hipótesis alternativa que se plantea como solución a un determinado problema” (p. 7).

Para la realización de los diseños experimentales se pueden plantear y analizar bajo los siguientes diseños como lo expresan Condo Plaza y Pazmiño Guadalupe (2015): “diseño completamente al azar, diseño de bloques completamente al azar y diseño de cuadrado latino” (p. 7).

Es importante mencionar que para ejecutar cualquiera de los diseños mencionados anteriormente deben cumplir con los siguientes supuestos según expone Eizaguirre (2004) citado por Condo Plaza y Pazmiño Guadalupe (2015):

- Aditividad: los efectos del modelo son aditivos.
- Linealidad: las relaciones entre los efectos del modelo son lineales.
- Normalidad: los errores del modelo deben tener una distribución normal con media cero y varianza común.
- Independencia: los resultados obtenidos en el experimento son independientes entre sí.
- Homogeneidad de varianzas: las diferentes poblaciones generadas por la aplicación de diferentes tratamientos tienen varianzas iguales. (p. 9)

De acuerdo con Condo Plaza y Pazmiño Guadalupe (2015):

Es el diseño más simple y se aplica cuando las unidades experimentales son homogéneas y cuando la variación (CV) entre estas es mínima. Tal es el caso de experimentos de laboratorio, cámaras de crecimiento, invernadero, galpones, plantas de producción, cámaras de maduración, etc., en los que las condiciones

ambientales sean controladas. Esta es una prueba con solo un criterio de clasificación equivalente a la prueba no pareada de t. (p. 7)

Es evidente que este tipo de diseño toma como base el azar para la aplicación de los tratamientos y por ende, seleccionar las muestras y realizar las distribuciones de las unidades experimentales de estudio, siendo ineficiente en campos abiertos agrícolas con material heterogéneo.

Es necesario mencionar que el diseño completamente al azar (DCA) da la posibilidad de procesar los datos aun cuando el número de repeticiones sea diferente en un área experimental, ya que a veces se da el caso de que, por insuficiencia de material para todos los tratamientos o porque se han perdido unidades experimentales para ciertos tratamientos, no se dispone de igual número de observaciones por tratamiento. Esta es una de las ventajas para que se pueda analizar los datos directamente, sin tener que calcular parcelas pérdidas, y así generar un aprovechamiento del material experimental homogéneo.

Tabla 6. Modelo matemático para DCA

Fuentes de variación	Grados de libertad (GI)	Suma de cuadrados(SC)	Cuadrado medio (CM)	F cal	F tabla valor crítico
Total	n - 1	$SC_{total} = \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}$			
Tratamientos (trat)	t - 1	$SC_{trat} = \frac{\sum T_i^2}{r} - FC$	$CM_{trat} = \frac{S_t}{Gl_{trat}}$	$\frac{CM_{trat}}{CM_{error}}$	(Gltrat, Glerror, α)
Error experimental	(n-1)-(t-1)	$SC_{error} = SC_{total} - SC_{trat}$	$CM_{error} = \frac{SC_{error}}{Gl_{error}}$		
CV		$FC = \frac{(\sum X_i)^2}{n}$			

$CV = \frac{\sqrt{S_{error}^2}}{\bar{x}} \times 100$

n: Número de observaciones
 t: Número de tratamientos
 r: Número de repeticiones

Fuente: Condo Plaza y Pazmiño Guadalupe (2015)

En la tabla anterior se visualiza las ecuaciones o expresiones matemáticas a seguir para realizar los distintos análisis estadísticos y poder encontrar el valor F calculado de los resultados finales y de esa manera realizar la comparación con el valor F crítico de acuerdo a la forma de búsqueda con grados de libertad obtenidos en los tratamientos, error experimental y significancia del 5 % del error, como valor estándar.

7.5.1.1 Diseño de bloques completos al azar (DBCA)

“El objetivo del diseño es reunir las unidades experimentales a las que aplicará los tratamientos en bloques de cierto tamaño, de tal modo que los tratamientos participen por igual, con condiciones tan uniformes como sea posible, dentro de cada bloque” (Condo Plaza y Pazmiño Guadalupe, 2015, p. 43).

Es evidente que la finalidad es establecer diferencias entre las unidades experimentales manteniendo en todo momento los contrastes entre los tratamientos, siempre y cuando compartan las mismas condiciones. En el caso del cultivo de arroz esto puede ser posible cuando están en un área determinada, en otras palabras, en distintas terrazas o hectáreas, pero se mantienen los manejos agronómicos y clima.

Las ventajas que genera este diseño es el agrupamiento de las unidades experimentales en bloques puesto existirán variantes entre ellos aumentando la precisión de los resultados, añadiendo que no existe restricciones de acuerdo a la cantidad de tratamientos que se aplicarán para realizar el análisis estadístico que resulta ser sencillo.

Tabla 7. Modelo matemático para DBCA

Fuentes de variación	Grados de libertad (GI)	Suma de cuadrados(SC)	Cuadrado medio (CM)	F cal	F tabla valor crítico
Total	rt - 1	$SC_{total} = \sum X - \frac{(\sum X)^2}{rt}$			
Bloques	r - 1	$SC_{bloq} = \frac{\sum \beta_i^2}{t} - \frac{(\sum x)^2}{n}$	$CM_{rep} = \frac{SC_{rep}}{Gl_{rep}}$		
Tratamientos (trat)	t - 1	$SC_{trat} = \frac{\sum T_i^2}{r} - \frac{(\sum x)^2}{n}$	$CM_{trat} = \frac{S_t}{Gl_{trat}}$	$\frac{CM_{trat}}{CM_{error}}$	(Gltrat, Glerror, α)
Error experimental	(n-1) - (r-1)(t-1)	$SC_{error} = SC_{bloq} - SC_{trat}$	$CM_{error} = \frac{SC_{error}}{Gl_{error}}$		

n: Número de observaciones; t: Número de tratamientos; r: Número de repeticiones

Fuente: Condo Plaza y Pazmiño Guadalupe (2015)

7.5.1.2 Diseño de cuadrado latino (DCL)

El diseño de cuadrado latino tiene la característica que se puede controlar la variabilidad en dos direcciones, es decir, filas y columnas, arreglándose de tal manera que los bloques de análisis van aplicándose los tratamientos una vez en cada uno.

Para Condo Plaza y Pazmiño Guadalupe (2015) “la principal ventaja de usar este tipo de diseño es el aislamiento heterogéneo de algunas condiciones que están dentro del campo experimental en doble bloqueo” (p. 84). Además, expresa que un diseño de 4 x 4 es uno de los más apropiados para valorar los tratamientos, dado

que produce menos errores, es por ello que al aumentar el tamaño del bloque aumenta su error.

Tabla 8. ANOVA para diseño cuadrado latino(DCL)

Fuentes de variación	Grados de libertad (G)	Suma de cuadrados(SC)	Cuadrado medio (CM)	F cal	F tabla valor crítico
Tratamientos (trat)	t -1	$SC_{trat} = \frac{\sum T_i^2}{r} - \frac{(\sum x)^2}{n}$	$CM_{trat} = \frac{S_t}{Gl_{trat}}$	$\frac{CM_{trat}}{CM_{error}}$	(Gltrat, Gleror, α)
Columnas (col)	t -1	$SC_{col} = \frac{\sum \delta_j^2}{r} - \frac{(\sum x)^2}{n}$	$CM_{col} = \frac{SC_{col}}{Gl_{col}}$	$\frac{CM_{col}}{CM_{error}}$	
Filas (fil)	t -1	$SC_{fil} = \frac{\sum \gamma_k^2}{r} - \frac{(\sum x)^2}{n}$	$CM_{fil} = \frac{SC_{fil}}{Gl_{fil}}$	$\frac{CM_{fil}}{CM_{error}}$	
Error experimental	(t-1)(t-2)	$SC_{total} = SC_t - SC_{col} - SC_{fil}$	$CM_{error} = \frac{SC_{error}}{Gl_{error}}$		
Total	t ² -1	$SC_{total} = \sum X - \frac{(\sum x)^2}{n}$			

Fuente: Gutiérrez Liñán (2016)

Con base a lo anterior, la distribución del diseño cuadrado latino es muy útil en los experimentos de campo, donde se experimentan fertilizantes, herbicidas e insecticidas, la distribución de la variación en dos sentidos perpendiculares. Sin embargo, cuando se tengan tres o cuatro tratamientos y sea conveniente usar cuadrado latino, deberá hacerse varios cuadros latinos simultáneamente para verificar las diferencias significativas entre procesos.

En consecuencia, el coeficiente de variación o variabilidad “es una medida relativa cuyo uso es cuantificar en términos porcentuales la variabilidad de las unidades experimentales tras la aplicación de tratamientos” (Mendoza Rivera, 2016, p.2) para el diseño de cuadrado latino este se calcula:

$$CV = \frac{\sqrt{CM_{error}}}{\bar{x}_{global}} \times 100$$

El resultado del CV genera las pautas para especificar el grado de significancia que tuvieron los datos en las comparaciones pertinentes para demostrar la aceptación o rechazo de las hipótesis estadísticas tras el análisis de varianza en DCL.

Es importante destacar, que el CV es un indicador de la calidad de los datos experimentales obtenidos y se refiere al porcentaje del error experimental que se obtuvo en el experimento como tal, que debería de acercarse a un 30%. Ahora bien, en estudios observaciones este podría ser mayor entre un 45 - 50 %.

Refiriéndose a la ecuación del CV que es la raíz cuadrada del CM_{error} en el numerador, dividido entre el promedio general del experimento o indicadores, claro está que se multiplica por 100, para poder expresar el mismo en porcentaje, con frecuencia se desconoce el significado y suele ser más fácil expresarlo en porcentaje para dar pro entendido la variabilidad total e los datos en la experimentación del trabajo de campo en este caso.

Para el cálculo de CM_{error} como lo expresa la tabla 8 que es igual a la división de SC_{error} con los grados de libertad (GI), por lo que no son sinónimos y no se pueden calcular de la misma manera, retomando que CM_{error} es la varianza del error experimental, en cambio la SC_{error} solo es el numerador de la varianza del error, por lo que ambos matemáticamente cálculos diferentes.

7.5.1.3 Prueba de rangos múltiples

De acuerdo con Mendoza Rivera (2016):

Se utiliza para comparar todos los pares de medias. Fue desarrollado por primera vez por Duncan en 1951 pero posteriormente él mismo modificó su primer método generando el que ahora se denomina Nuevo método de Rango Múltiple de Duncan. Esta prueba no requiere de una prueba previa de F, como sucede con la DMS²⁸ o sea que aún sin ser significativa la prueba F puede llevarse a cabo. (p.12)

En efecto, las pruebas de rangos múltiples son pruebas de efectos sugeridos por los datos. Cuando se conoce tan poco, respecto a la naturaleza de los tratamientos, entonces se necesitan técnicas para probar efectos sugeridos por los datos. En todo caso, cuando la hipótesis nula va a ser sugerida por los datos o incluyen tanto que entran más del número de grados de libertad para los tratamientos, entonces se debe tener mucho cuidado en el procedimiento de prueba.

Esta prueba tiene relación con el diseño de cuadrado latino respecto al cálculo del valor de cuadrados medios del error, pues es relativo a la variabilidad conjunta de los tratamientos, además que la prueba de Duncan y la prueba del S.N.K. tienen fines prácticos y es de obligatoria aplicación el principio de diagonalidad determinado por el ordenamiento descendente de las medias de tratamientos. En esencia el principio de la diagonalidad significa que el criterio estadístico (R_p ó W_p), el cual se encuentra al final de cada diagonal, es el límite teórico que permite determinar la significancia de las diferencias de medias que se encuentran en una misma diagonal y corresponden a un mismo rango de comparación. Para la prueba de Tukey la diagonalidad no es necesaria ya que el límite teórico utilizado corresponde al máximo rango de comparación y por tanto el único a considerar.

²⁸ Significa Diferencia Mínima Significativa. Esta prueba se aplica cuando las comparaciones entre medias son independientes y se han planeado dichas comparaciones antes de que los datos sean examinados.

Según Mendoza Rivera (2016), “Es una técnica muy usada para comparar cada tratamiento con cada uno de los otros tratamientos es la prueba de Duncan. Esta prueba se usa independientemente de la significación de F” (p.14). El procedimiento para la realización de la prueba S.N.K. (Student-Newman-Keuls), es igual al procedimiento de la prueba de Duncan en cuanto a determinar comparadores teóricos o valores críticos de acuerdo al número de medias de tratamientos involucrados en la comparación, pero su diferencia fundamental es que la prueba de S.N.K. utiliza los valores tabulares correspondientes a la tabla de Tukey. El procedimiento consiste básicamente en calcular:

- $W_p = q \cdot \alpha; g l e; p = 2, 3, \dots, t; * S_y$
 Donde W_p es el valor crítico de S.N.K. o la diferencia mínima significativa de acuerdo al criterio de S.N.K.
 q : son los valores tabuladores de Tukey, de acuerdo al $\alpha = 5\%$ ó 1% ; con “ p ” número de medias de tratamientos que participan en la comparación de rangos desde “ p ” = 2,3,4,5... hasta “ t ” tratamientos en el experimento, y los correspondientes grados de libertad del error ($g l e$).
 S_y : error estándar de la media donde su ecuación matemática es:

$$S_y = \sqrt{\frac{S^2}{r}} = \sqrt{\frac{CM_{error}}{r}}$$

El S^2 o CM_{error} puede tomarse del resumen de análisis de varianza del diseño de cuadrado latino, para verificar dicho resultado. (Alvarado Díaz, 2008, p. 17)

Teniendo en cuenta lo anterior se procede a realizarse los siguientes pasos tal como expone Alvarado Díaz (2008):

- a. Calcular el error estándar de la media,
- b. En una tabla por separado es necesario que se determinen los valores tabulares de Tukey (q),
- c. Ordenamiento de las medias de tratamientos de mayor a menor en una tabla de doble entrada y determinar las diferencias de medias, según el criterio de SNK. (p.18)

Se debe mencionar que el autor Alvarado Díaz (2016) asume que cuando el conjunto de tratamientos en estudio carece de estructura, entonces, las medias de los tratamientos, pueden separarse mediante las pruebas de rangos múltiples”. Sin embargo, queda por resolver la conveniencia de aplicar una u otra prueba de F. Realmente depende del tipo de experimento, los objetivos del mismo, la naturaleza

de los tratamientos y sus interrelaciones y fundamentalmente de la etapa de investigación en que se lleva a cabo el experimento, si es en una fase inicial o concluyente. En todo caso, es el investigador con el asesoramiento directo de un aval biométrico, es quien debe decidir la conveniencia de usar una u otra prueba. O en tal caso si los resultados no son favorables.

VIII. CUESTIONES DE INVESTIGACIÓN

1. ¿Qué cambios en el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz se aplicaron para tener un buen rendimiento productivo?
2. ¿De qué manera el análisis multivariado usando la técnica MANOVA aportó insumos para el mejoramiento del rendimiento productivo del cultivo de arroz?
3. ¿Qué variables dependientes e independientes intervinieron en el rendimiento productivo del cultivo de arroz en la cooperativa Omar Torrijos?
4. ¿Cómo es el proceso de aplicabilidad de la técnica de MANOVA en el cultivo de arroz?
5. ¿Qué resultados se obtuvo en el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz al aplicarse el análisis multivariante usando la técnica de MANOVA en la cooperativa Omar Torrijos para el mejoramiento del rendimiento productivo?
6. ¿Cómo difieren los resultados del análisis multivariado de la cooperativa Omar Torrijos con los presentados por algunas instituciones como INTA, ANAR y TAINIC?

IX. HIPÓTESIS

El proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz incrementa su rendimiento productivo, al aplicar propuesta de mejora y analizar sus resultados con la técnica MANOVA.

Ha: El proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz aumenta su rendimiento productivo al aplicar propuesta de mejora y analizar sus resultados con la técnica MANOVA.

Ho: El proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz no incrementa su rendimiento productivo al aplicar propuesta de mejora, a través del análisis multivariado con la técnica MANOVA.

X. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

Variables generales	Sub-variables	Definición conceptual	Indicadores	Escala	Técnica	Preguntas
Rendimiento	Rendimiento productivo	Este se refiere a la capacidad de la planta para sintetizar, translocar y almacenar sustancias nutritivas en el grano. Cada una de las actividades es un proceso fisiológico complejo que es afectado por el genotipo, el ambiente y la interacción con la planta de arroz. (INTA, 2019, p.8)	Manejos agronómicos	Nominal	Entrevista Evaluación agronómica Guía de observación	¿Cuáles son las diferencias en el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz para las épocas de verano e invierno? Inicio y fin del ciclo Variedad de semilla Manejo de la semilla Ventajas de usar la semilla seleccionada Tipo de siembra Medición del vigor de la planta Material muy vigoroso Densidad de siembra Variedad/híbrido (cultivo)

Variables generales	Sub-variables	Definición conceptual	Indicadores	Escala	Técnica	Preguntas
	Aplicación de productos químicos	TAINIC (2015) expresa que “La fertilización NPK para tipos de arroz en riego y seco, indican que por efecto de aplicar 120-60-60 kg/ha de NPK (nitrógeno, fósforo y potasio), incrementan los rendimientos en un 25.4% dentro del cultivo de arroz”.(p. 23)	Preparación del terreno Aplicación de productos químicos	Nominal	Entrevista Guía de observación Evaluación agronómica	Número de riegos Número de drenajes Aplicación de fertilizante Aplicación de herbicida Aplicación de productos para protección Tipo de suelo (textura) Cultivo anterior (rotación) Tipo de aplicación y equipo utilizado pH y dureza del agua Volumen y presión de aplicación Tiempo entre aplicación y primera lluvia (Horas)

		<p>La cosecha es la etapa final en cultivo de arroz donde Mejía y Ramírez (2015) explica que: Los tipos de cosecha que pueden realizarse son: manual, mecanizada y semi mecanizada; en esta última se realiza el trabajo manual combinado con el uso de máquinas(p. 8).</p>	Cosecha		<p>Evaluación agronómica</p> <p>Evaluación agronómica</p> <p>Evaluación agronómica</p> <p>Evaluación agronómica</p> <p>Evaluación agronómica</p> <p>Evaluación agronómica</p>	<p>Medición por aplicación de productos químicos</p> <p>Manejo de herbicidas</p> <p>Efectividad del Urea</p> <p>Efectividad fungicida</p> <p>Aplicación Foliar</p> <p>Medición de la altura de planta</p> <p>Altura menos de 100 cm</p> <p>Altura de 101 a 130 cm</p> <p>Altura más de 130</p> <p>Panículas totales con buena exención</p> <p>Medición del acame o volcamiento</p> <p>Medición de la fertilidad de las espigas</p> <p>Más del 90% de granos enteros</p> <p>Medición de los daños en el cuello y nudos de la panícula</p>
--	--	---	---------	--	---	--

					Entrevista	¿Qué procedimiento agronómico o cambios han utilizado para mejorar el rendimiento productivo en el cultivo de arroz?
					Entrevista	Altura del cultivo a la aplicación (cm)
					Entrevista	Estado de desarrollo del cultivo
					Entrevista	Humedad del suelo (Húmedo, seco, encharcado)
					Entrevista	Tipo de corte
						Maduración y corte
						Control de humedad grano
						Drenaje del terreno
						Humedad del terreno
						Planta sin volcamiento
						Porcentaje de granos buenos
						Porcentaje de granos caídos por la máquina

Variables generales	Sub-variables	Definición conceptual	Indicadores	Escala	Técnica	Preguntas
Análisis multivariante MANOVA	Elementos de estadística	La palabra estadística proviene de respuestas o atributos, las cuales son observadas o medidas sobre un conjunto de individuos u objetos, referenciados generalmente en un espacio y un tiempo. Cada respuesta o atributo está asociado con una variable; pero si se registra un atributo por individuo, los datos resultantes son de tipo invariado, mientras que, si más de una variable es registrada sobre cada objeto, los datos tienen una estructura multivariada.(Díaz Monroy, 2007, p. 87).		Nominal	Entrevista Entrevista Evaluación agronómica	¿Qué causas cree usted provocan que logren obtener rendimientos productivos bajos? ¿Qué análisis estadístico o técnica han utilizado para tomar decisiones sobre el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz? Medición de la senescencia (Envejecimiento)

XI. DISEÑO METODOLÓGICO

En el desarrollo de la presente investigación se analizó el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz, a través del análisis multivariado usando la técnica MANOVA para mejorar el rendimiento productivo respecto a la comparación de manejos agronómicos de acuerdo a las variables que se eligieron como independientes según el grupo que se conforman en la tabla de tiple entrada y la dependiente que fue el rendimiento productivo.

11.1 Enfoque de la investigación

El enfoque de la investigación fue cuantitativo de acuerdo a la naturaleza de la información que se trabajó respecto a instrumentos y procesamiento sistemático de los resultados en el que se obtuvo un rendimiento productivo satisfactorio, a través del proceso de siembra y cosecha del cultivo de la propuesta de mejora, al usar la técnica estadística de MANOVA realizando los contrastes en las variables dependientes e independientes.

El enfoque cuantitativo según Lorenzo (2006) explica que “dentro de esta denominación que se le han atribuido históricamente por la comunidad científica el paradigma positivista se califica de cuantitativo, empírico - analítico, racionalista, sistemático gerencial y científico - tecnológico” (p. 5). Es por ello que este tipo de paradigma responde directamente a la línea de investigación de este estudio.

Refiriéndose a lo anterior se valoró la significatividad de los resultados en las comparaciones con los procesos ya existentes y diferenciar el resultado. También, se realizó la prueba de hipótesis y se demostró la validez de los resultados con los test que proporciona la estadística multivariada de la mano con la toma de

decisiones de las evaluaciones agronómicas retomando el hilo conductor del enfoque.

11.2 Tipo de investigación

Es explicativo puesto que se analizó el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz a través de un análisis multivariado usando la técnica de MANOVA partiendo de una variable categórica elegida como grupos para posteriormente valorar el rendimiento productivo explicando de esta manera la significancia de las variantes con las pruebas que MANOVA usa para dar validez de los datos que se trabajaron y que ayudaron en el proceso experimentando de forma directa al trabajo de campo, correlacionando cada variable según la propuesta de mejora. Añadiendo que este estudio se centró en el análisis y validez de las relaciones entre variables, así como su comportamiento dentro del proceso de siembra y cosecha del arroz al usar la técnica de MANOVA; valorando la significancia de las comparaciones con las diferencias en sus resultados.

De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2014):

El tipo de investigación explicativo está dirigido a responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos o sociales. Se enfoca en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta, o por qué se relacionan dos o más variables. (p. 131)

11.3 Finalidad de la investigación

Toda investigación de acuerdo con Mata Solís (2021) tiene un propósito fundamental refiriéndose a:

Generar conocimiento nuevo que contribuya a la solución de un problema concreto, debidamente definido en el planteamiento de la investigación. Dicho problema puede tener carácter teórico, práctico, o bien, teórico - práctico. Aunque ambos se enmarcan en la aplicación del método científico, cada carácter implica abordajes de investigación

específicos, pues en cada caso, la investigación se dirige hacia finalidades particulares: una teórica o básica, y la otra práctica o aplicada. (p.1)

La finalidad de la investigación se centró principalmente en analizar los cambios y comprobar la significancia de los procesos agronómicos de forma estadística según los valores de instituciones y cooperativa con la propuesta, para efectuar comparaciones entre grupos y variables que generaron cambios significativos en el proceso de siembra y cosecha en el cultivo de arroz evaluando los tratamientos aplicados; dichas asimilaciones estuvieron guiadas por el análisis de épocas de verano 2022 y la época de invierno 2022 de forma paralela, con la intención de demostrar que la propuesta de mejora proporcionó elementos significativos en sus procesos y que por ende, al aplicarlos puede generar un rendimiento productivo satisfactorio, basándose según el autor en la práctica o aplicada.

Es por ello que, usando la estadística multivariante con la técnica MANOVA, aportó información importante en las pruebas que permitieron valorar estos cambios en las variables dependientes, estableciendo las diferencias agronómicas que sugirieron algunas organizaciones con la que se aplicaron en la realidad y de esa manera se realizó las comparaciones mencionadas en este estudio, basándose en el análisis cuantitativo de los resultados que proporcionó la técnica estadística en pro del rendimiento productivo del cultivo de arroz.

11.4 Investigación según el alcance temporal

La investigación tuvo un alcance transversal o transeccional abarcando un intervalo de tiempo definido en cuanto al ciclo productivo, es por ello que Hernández, Fernández y Baptista (2014) exponen que:

Los tipos de investigación explicativos atribuyen diferencias entre grupos causales con posibles diseños cuasi experimental, longitudinal, experimentos puros y transeccional causal cuando hay bases para inferir la causalidad, un mínimo de control y análisis estadísticos apropiados para relaciones causales de las variables. (p.196)

También exponen que los diseños transversales en valorar las incidencias de diferencia de grupos, variables emitiendo postura correlacionales y causales. “Estos diseños describen relaciones entre dos o más categorías, conceptos o variables en un momento determinado. A veces, únicamente en términos correlacionales, otras en función de la relación causa - efecto” (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p.190).

Se conoce que los estudios transversales abarcan un tiempo determinado de abordaje, por lo que la propuesta de mejora presente en la página 138, fue aplicada por el autor en el año 2022 por motivos de cumplir con los respectivos análisis en tiempo y forma que se requieren para la etapa final de la tesis doctoral y demostrar la significancia de comparar dos épocas de verano y dos de invierno, para que a futuro esta pueda ser ampliada y aplicada por otros investigadores sirviendo esta tesis como línea abierta de investigación de la Universidad para seguir aplicando la estadística multivariante.

Dando continuidad con lo planteado, por los autores, Hernández, Fernández y Baptista (2014) exponen que:

Los estudios transversales o transeccionales de tipo correlacional causal establecen relaciones causales con estudios explicativos. Sus diferencias en los experimentos son su distinción significativa. En los diseños transeccionales correlacionales-causales, las causas y los efectos ya ocurrieron en la realidad (estaban dados y manifestados) o suceden durante el desarrollo del estudio, y quien investiga los observa y reporta. (p. 191)

11.5 Contexto de la investigación

Esta se realizó en la cooperativa Omar Torrijos comunidad El Horno, en la Ciudad de Sébaco, Matagalpa (figura 13), situada a 12° 54' latitud Norte, 86° 14' longitud Oeste y 465 msnm. La zona se caracteriza por tener suelos fértiles, con topografía plana, mecanizables y aptos para el cultivo del arroz. Se presentan dos estaciones durante todo el año, verano con más de 6 meses de duración, mientras

que el invierno es muy irregular, las precipitaciones oscilan entre los 730 a 850 mm anuales y la temperatura entre los 19 a 34 °C. La cooperativa tiene aproximadamente 800 manzanas de terreno para siembra del cultivo de arroz, por lo que para experimentar y poner en marcha la propuesta se visitó la cooperativa, explicando el objetivo de investigación, de igual manera se solicitó autorización para aplicar la propuesta de mejora y realizar el análisis multivariado. La misma en muchas ocasiones ha dejado que organizaciones realicen pruebas de mejora en sus cultivos como por ejemplo aplicación de productos como herbicidas, fungicidas y fertilizantes.

Esta propuesta fue analizada por el comité de socios, la cual se dispuso de ocho manzanas de terreno para realizar dicho estudio, siendo el 1% del total con el acuerdo de gestionar paralelamente las actividades agronómicas proporcionando los insumos necesarios para el desarrollo de la misma iniciándose el 31 de diciembre del año 2021, donde el investigador en conjunto con el asesor de tesis gestionar únicamente el manejo agronómico y la movilización de la mano de obra; estas 8 manzanas o 5,6 ha están ubicadas en la zona este de la cooperativa con acceso a riego de tipo superficial usando un motor de Diesel marca GreenTech de Thermo king de 4 cilindros con niveles bajos en emisiones y un rendimiento elevado teniendo de implemento una bomba de propulsión de propela con diámetro 6 pulgadas, siendo facilitado con el compromiso de demostrar cumplimiento, dedicación y mejora en los resultados productivos del cultivo de arroz.

Es importante señalar que se eligió la cooperativa Omar Torrijos para poner en acción la propuesta esto por la existencia de buenas relaciones personales y familiares con el autor de la tesis y el asesor, dando las pautas que los procesos agronómicos ejecutados pueden aplicarse ampliamente a nivel nacional como centroamericano.

El experimento consistió en tres lotes divididos por terrazas tanto para la cooperativa y la propuesta, cabe mencionar que estas divisiones ya estaban realizadas, por ser la forma de trabajo cotidiana y común del sector.

Cabe resaltar que se realizó un muestreo de las plantas por cada metro cuadrado en cada dos manzanas de terreno tanto para la cooperativa como para la zona de estudio donde se analizó las variables de rendimiento usando el diseño experimental de cuadrado latino como altura de la planta, peso de 1000 granos, longitud de la panícula, porcentaje de granos buenos y rendimiento productivo como variables de rendimiento especificadas en el marco teórico.

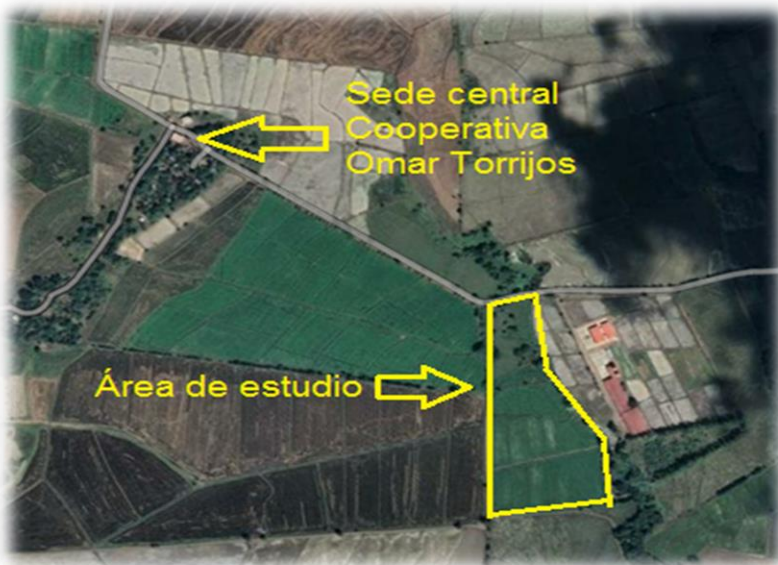


Figura 14. Ubicación del área de estudio

Fuente: *Fotografía tomada por el autor desde Google maps.*

Específicamente la ubicación del estudio respecto a su área presenta las divisiones de parcelas o sea terrazas, acceso a una fuente de agua y con fácil camino para la recolección de la cosecha y traslado situada en el km 97 a 21 minutos de la carretera panamericana Managua - Matagalpa o bien 9 km de la ciudad de Sébaco.

Los tratamientos estuvieron conformados por tres variedades de arroz y dos sistemas de siembra, la cooperativa utilizó la variedad de INTA dorado en el lote comparado, contiguo al lote de la propuesta y ANAR 97 para el resto, con siembra mecanizada y la propuesta línea 424 con siembra al voleo, añadiendo que en ambas se realizó una pre germinación de la semilla para ser colocadas en el terreno, aplicando producto químico de protección, sumersión en agua por 24 horas, tapado de la misma para conservación de temperatura y aceleración de la germinación.

De acuerdo al sistema de siembra optado para la propuesta, se prepararon las condiciones especiales para contener el agua por el tipo de riego por inundación y mantener el nivel o lámina de agua deseado. La dispersión de la semilla pre germinada se realizó con una lámina de agua de un grosor de 5 cm, con el fin de asegurar uniformidad en el terreno, permitiendo que la planta creciera más rápido y superar la maleza con densidades de siembra 1,8 y 2,13 qq/mz respectivamente.

11.6 Técnicas e instrumentos de recogida de datos

Para la recogida de información, se realizó una entrevista semi estructurada al encargado de la cooperativa en cuanto al manejo agronómico y toma de decisiones para el cultivo, en dicho encuentro se presentó un cuadro llenándose con las actividades que se realizan en conjunto con las cantidades respecto a quintales de semilla, fechas posibles de siembra y cosecha, productos químicos, precio de compra de la granza, maquinaria agrícola en conjunto con el pago de mano de obra que la cooperativa pone en práctica, además de preguntas abiertas que dieron pautas para identificar las causas de los posibles bajos rendimientos en sus cultivos.

Cabe señalar que este instrumento ayudó a recopilar información de la cooperativa para luego realizar las comparaciones con los resultados que se obtuvieron de aplicar la propuesta de mejora. Seguidamente, una guía de observación al trabajo de campo realizada por el autor para el cumplimiento de la

aplicación de la propuesta y las evaluaciones agronómicas por parte del asesor adaptadas de CIAT (2005) del sistema de evaluación estándar para el arroz como referencia.

Es así que de la guía de la entrevista se obtuvo los datos necesarios para realizar el análisis multivariado y de esa manera realizar los cambios en las variables al finalizar la propuesta en los meses correspondientes. De las evaluaciones agronómicas se tomaron las decisiones pertinentes según se ameritaba, estas se aplicaron al menos tres veces en toda la época según el cronograma de actividades y de manera conjunta con la guía de observación.

11.7 Método de análisis de datos

Según Ortiz (2012) los métodos de análisis de datos “sirven de sustento para la fundamentación científica de los temas de investigación, así como para el descubrimiento de nuevos conocimientos, a partir de la obtención de datos y hechos originales y su correspondiente interpretación” (p. 2). Se puede añadir que el método teórico - científico se utiliza con frecuencia y de forma reiterada desde la elaboración del diseño investigativo, estudio del estado del arte sobre el problema, interpretación de los datos, análisis de resultados y las correspondientes conclusiones y recomendaciones.

Se utilizó el método teórico - científico a partir de la búsqueda de antecedentes, fundamentación teórica, realización de análisis, síntesis, deducción, inducción, comparación, analogía, triangulación de información con los datos de la entrevista, evaluación agronómica y propuesta de mejora, todos inmersos en el proceso para el análisis de los resultados.

De acuerdo con Benavides y Gómez-Restrepo (2005) “la triangulación utiliza diferentes métodos se busca analizar un mismo fenómeno a través de diversos acercamientos. Aunque generalmente se utilizan distintas técnicas cualitativas, se pueden utilizar tanto cuantitativos como cualitativas en conjunto” (p.3).

De forma continua al realizar la entrevista semi estructurada los datos obtenidos se trabajaron en una tabla de triple entrada creada en Microsoft Excel para su respectiva comparación con lo ya señalado con la finalidad de trabajarlo con el programa estadístico SPSS, la guía de observación fue incluida únicamente con las evaluaciones agronómicas en el momento de ejecución en el trabajo de campo para velar por el cumplimiento de la propuesta de forma cualitativa como ejemplo el clima, mano de obra retrasos en disponibilidad de químicos y maquinaria que son ajenas a la propuesta.

Teniendo todos los resultados se procedió a realizar el análisis estadístico con los datos valorando la significancia de la propuesta de mejora al obtener un rendimiento productivo satisfactorio y datos del diseño experimental de cuadrado latino para el análisis de las variables de rendimiento. La medición de estas se evaluó a través de la observación visual y se registró al final de cada época, usando respectivamente las evaluaciones agronómicas que incluye aspectos proporcionados por la CIAT (2005), la aplicación de productos químicos se efectuó según lo designado en ambas partes en los tiempos y dosis establecidos.

11.7.1 Diseño experimental

De acuerdo con Gutiérrez Liñán (2016):

Los diseños experimentales han demostrado ser una herramienta fundamental para la investigación en las ciencias aplicadas. Su aplicación está muy relacionada con la investigación que puede ser desde la que se realiza en el laboratorio hasta la de campo en las diferentes áreas del conocimiento. Por lo anterior le permite al

investigador obtener resultados que conduzca a deducciones válidas con respecto al problema establecido. (p. 2)

Como material genético de semilla para la aplicación de la propuesta se usó la variedad línea 424 como variedad para experimentar la rapidez de su ciclo de siembra y cosecha, en términos sencillos, una variedad rápida para cosechar, añadiendo que la cooperativa usó la variedad de INTA dorado y ANAR 97, al igual que las instituciones de acuerdo a sus documentos.

A este diseño se aplicó el método inductivo - deductivo para el razonamiento de la experimentación y evaluación agronómica en algunos procesos según se estimó conveniente en su momento de aplicación.

Para este estudio se utilizó el diseño de cuadrado latino (DCL), donde Gutiérrez Liñán (2016) explica que:

Este diseño se utiliza para conducir experimentos en condiciones heterogéneas donde las propiedades cambian en dos direcciones como ocurre en la toma de muestras para análisis de laboratorio, en el cual las condiciones cambian entre planta y planta (una dirección) y de hoja a hoja por tamaño o posición en la misma planta (otra dirección) Los cuadros latinos pueden ser útiles en situaciones en la que los renglones y las columnas representan los factores que el experimentador en realidad quiere estudiar y en las que no hay restricciones sobre la aleatorización. (p. 11)

Para el diseño de cuadrado latino se utilizaron bloques de factores, las variables de rendimiento en un estudio y en otro se usó bloques de parcelas para los tratamientos, que fueron las combinaciones en el cual se aplicaron los distintos tratamientos descritos en la tabla 11 y 12 con el objetivo de evaluar a manera de controles las variables del proceso de siembra y cosecha resumidos al final de cada ciclo para colocarse en la tabla de triple entrada de las comparaciones.

Se asignaron cuadros latinos (parcelas) aleatoriamente luego las filas y columnas de forma aleatoria que en el campo se señalaron de estructura cuadrada

con estacas tipo bandera para su identificación y al final se asignaron los factores a observar usando una permutación sin repetición. Sin lugar a duda cada una de las condiciones mencionadas tuvo las mismas cantidades de factores, filas y columnas, como el de la tabla 6, indicando lo que se trabajó con las variables de rendimientos y la comparación de la cooperativa con la propuesta.

Tabla 9. Modelo de diseño cuadrado latino de ubicación de los factores

	1	2	3	4
1	A	D	B	C
2	D	C	A	B
3	C	B	D	A
4	B	A	C	D

Fuente: *Gutiérrez Liñan (2016)*.

Para la comprobación de lo anterior, se aplicó pruebas estadísticas de análisis de varianza que permitieron encontrar los valores medios de las variables, suma de cuadrados de los tratamientos, filas, columnas y del error experimental producido por cambios en las variables para analizar la significancia respecto a la prueba de hipótesis del diseño experimental y coeficiente de variación. Cada uno de estos aspectos fueron tomado en la etapa de maduración y corte del cultivo, referente al final de ciclo productivo.

11.7.1.1 Características tomadas para el sitio experimental

- Área experimental: 8 manzanas = 56 352 m² = 5,6 ha
- Área unidad experimental: 1 m² / mz por cada manzana.
- Distancia entre bloques: 1 m

- Distancia entre plantas o líneas de siembra: según el bloque que se eligió, este no se determina puesto la siembra es al voleo, no mecanizada con sembradora.

En el manejo del ensayo experimental se tomaron los procesos descritos en la propuesta de mejora, en cuanto a la preparación del suelo, riego, aplicación de químicos y cosecha.

El tratamiento testigo fue lo realizado por la cooperativa con la variedad ANAR 97 para poderse comparar con la propuesta, esto como referencia a la aplicación de la misma. Cabe señalar que el diseño de cuadrado latino puede aplicarse a la agronomía cumpliendo con los principios básicos de un diseño experimental como: repetición, aleatorización y control local, adaptado

Al final cuando se plasmó la tabla de combinaciones, se realizó el análisis estadístico siguiendo el modelo que expone Gutiérrez Liñán (2016):

$Y_{ij} = \mu + T_i + C_j + H_k + \varepsilon_{ijk}$; Donde Y_{ijk} = Son las observaciones obtenidas la j-ésima vez que se repite el experimento, con el tratamiento i-ésimo. μ = media general; T_i = Efecto del tratamiento i; C_j = Efecto de la columna j; H_k : Efecto de la Hiler K; ε_{ijk} = Efecto del error experimental que se presenta al efectuar la j-ésima observación del i-ésimo tratamiento. (p. 16)

Este modelo fue planteado para realizar el análisis experimental de los valores usando el diseño cuadrado latino ligados directamente a las variables de rendimiento. Por lo tanto, se tomaron al azar plantas dentro de las unidades experimentales con el peso de 1000 granos, altura de la planta, porcentaje de granos buenos, longitud de la panoja y rendimiento de cosecha. Se debe mencionar que los errores experimentales o el error experimental, se trató de reducir a la medida posible al homogenizar cada uno de los tratamientos y acciones realizadas para el área experimental. Los tratamientos están descritos a detalle en la propuesta de mejora de acuerdo a los grupos establecidos y manejos agronómicos.

En la propuesta se organizó de manera tal, que en los lotes se evaluaron los diferentes manejos agronómicos y en las parcelas se manejó las disímiles densidades de siembra. Las calificaciones de los estados fenológicos fueron estudiadas en su momento o etapa, y se puede observar en la estructura de la evaluación agronómica en sus ítems.

El manejo del agua durante el crecimiento del cultivo, dependió tanto de la edad de la planta como del lote. La lámina del agua en los lotes del sitio experimental se mantuvo aproximadamente con un máximo de 2 - 4 cm de espesor; sin embargo, esta no era permanente, ya que se drenaba el campo regularmente, y se suministraba agua hasta que el suelo alcanzara el agrietamiento, esto se realizaba con el objetivo de airear el suelo. El manejo del agua de la cooperativa fue distinto realizaban un solo riego con lamina entre 4 - 6 cm de espesor sin drenaje.

El número de tratamientos conformados para la comparación fueron 4 entre unidades experimentales, de acuerdo a la parcela útil descrita anteriormente. Ahora bien, para la obtención de las variables de rendimiento, se tomaron entre 8 y 12 plantas de forma aleatoria en cada una. El tiempo de desarrollo de la propuesta, es decir, de la variedad línea 424 fue de 110 - 115 días, en comparación con INTA dorado y ANAR 97 (Variedad testigo) de 125 – 130 días, aplicada por la cooperativa.

11.8 Validación y fiabilidad de los instrumentos

Para la validación y fiabilidad de los instrumentos para la recogida de datos se propusieron a los siguientes expertos que dieron certeza del estilo de redacción de los ítems con objetividad y de esa manera asegurar validez y confiabilidad de los datos.

1. Dra. Nesly de los Ángeles Laguna Valle por la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua. UNAN - Managua, Doctora en Matemática Aplicada con experiencia en el uso de programas informáticos al tener Ingeniera en sistemas de información.
2. Dr. Manuel de Jesús González, por la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua. UNAN - Managua, Doctor en Desarrollo Rural y experiencia en la coordinación de investigación en la FAREM - Matagalpa.
3. Dr. Julio César Laguna Gámez, por la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua. UNAN - Managua, Doctor en Desarrollo Rural, coordinador de UNICAM.
4. MSc. Helen Cristina Medina Bertrand, Magister Scientiae en Educación Comparada, poeta, ensayista y especialista en Lengua y Literatura.

Congruente con lo anterior en el anexo 6 está la tabla de resumen de costo - beneficio donde se colocaron los gastos generados en la propuesta de mejora y aproximar valores en cuestiones de inversión, movilización, proceso agronómico y beneficios.

Por otro lado, para validar la estructura de la propuesta de mejora, esta se sometió bajo el criterio de alfa Cronbach que según los autores Oviedo y Campo-Arias (2005):

El alfa de Cronbach tiene gran utilidad cuando se usa para determinar la consistencia interna de una prueba con un único dominio o dimensión, porque si se usa en escalas con ítems que exploran dos o más dimensiones distintas, aunque hagan parte de un mismo constructo, se corre el riesgo de subestimar la consistencia interna. En estos casos, lo más indicado es calcular un valor de alfa de Cronbach para cada grupo de ítems que componen una dimensión o una subescala o calcular un coeficiente alfa estratificado, lo cual significa que este coeficiente se debe emplear para conocer la consistencia interna en escalas unidimensionales, no en escalas multidimensionales (p.2)

Respecto a la valoración de la propuesta de mejora se usó el criterio de fiabilidad alfa de Cronbach con la finalidad de generar evidencia relacionada al constructo de

criterio interno y concurrente respecto a la consistencia interna de la misma para su validez tal como lo expresa Arévalo y Padilla (2016) “este coeficiente permite medir el nivel de confianza de pruebas como las de los programas informáticos. El entorno de uso de este método es amplio, ya que mide la fiabilidad de pruebas y en su mayoría investigaciones con enfoque cuantitativo”. (p.2). Añadiendo, que un constructo puede ser validado en forma indirecta basándose en la correlación que muestren los ítems que componen la escala; es decir, presentando una consistencia interna o interrelación entre sus preguntas haciendo que parte de la escala al realizar una validación de un constructo no tenga un patrón de referencia.

Por su parte Bójorquez, López, Hernández y Jiménez (2013) expresan que:

El coeficiente de Cronbach requiere una sola administración del instrumento de medición y produce valores que oscilan entre 0 y 1 que el valor límite para aceptar un alfa de Cronbach es de 0,7. También nos permite conocer cuál es la correlación esperada entre el total de los puntos que medimos y el total de los puntos que se encuentran en una situación hipotética, los cuales fueron creados para medir un constructo. Entonces mientras estos puntos presenten homogeneidad, encontramos la consistencia interna se refiere a la interrelación que existe entre los ítems de la escala. (p. 4)

11.9 Procesamiento y análisis de la información

Para procesar la información se creó una tabla de triple entrada donde se llenó con los datos obtenidos del proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz que sugirieron las organizaciones gubernamentales con los datos de la entrevista de la cooperativa y los datos de la propuesta a experimentar en los dos ciclos verano y de invierno.

Esta información se trabajó con ayuda de Microsoft Excel luego se analizó con el programa estadístico SPSS para el análisis multivariante y así valorar la significatividad de los resultados de las tablas como también los respectivos gráficos que permitieron observar la dispersión de los datos en cómo se asemejan y

diferencian entre sí; de la misma manera la prueba de hipótesis alternativa o nula y del cual se realizó juicio de aceptación o rechazo al contrastar con las diferencias de los resultados obtenidos.

Cabe mencionar que las variables tienen una relación establecida por el autor al ser analizadas desde el manejo agronómico a cantidades de producto o a los costos de inversión, de hecho, se eligieron las variables que son meramente cuantitativas, las variables cualitativas se analizaron desde la perspectiva del uso de la técnica multivariante en el programa SPSS para generar en conjunto con los gráficos y valorar su utilidad.

Seguidamente, se realizó un análisis de la variable de rendimiento expresado en qq/mz o toneladas métricas por hectárea (Ton/ha) con el objetivo de asegurar las pruebas estadísticas y demostrar la significancia de los resultados. Se usó Microsoft Word para la edición de los datos finales obtenidos y realizar las redacciones pertinentes en el análisis y comparación de la información de la experimentación y el marco teórico.

11.10 Sistema de categorización

Según el autor Mejía (2011) citado por Aguaded, Pistón, Pegalajar y Olmedo (2020) plantean que “la categorización y codificación son momentos de un mismo proceso para establecer unidades de información significativas de un texto. Las unidades temáticas se asocian a los contenidos categoriales y éstos, a su vez, se representan en determinados códigos” (p. 52).

Por lo anterior respecto a las categorías que son agrupaciones de códigos, que producen fenómenos más abstractos, dichos códigos en el proceso de análisis de

resultados serán descritos en la tabla de triple entrada, SPSS, diseño experimental y evaluaciones, permitiendo establecer relaciones en las variables.

Para el análisis multivariado usando la técnica MANOVA se eligió como variable categórica las fechas de siembra y como variables independientes los grupos donde se agruparon los procesos agronómicos para el cultivo de arroz, atribuyéndoles un valor numérico como variables; se optó a todo el proceso de siembra y cosecha con valores cuantitativos dentro de los grupos que involucraron los aspectos importantes en el manejo agronómico, como variable dependiente los valores obtenidos de las instituciones, cooperativa y propuesta obviamente que los productos fueron reflejados en la variable dependiente del rendimiento productivo.

La variable meteorológica se tomó en cuenta desde la decisión de manejar las fechas de siembra y cosecha tomando como referencia el cuidado con las temporadas lluviosas, aprovechando los meses soleados. Esto en correspondencia a las condiciones que se plantearon a la cooperativa incluidas en la propuesta de mejora.

A continuación, se presenta la tabla 10, que contiene de manera resumida los tratamientos y manejos agronómicos por parte de las instituciones y cooperativa de manera general, con el fin de establecer diferencias entre cada una, y posteriormente se presenta la propuesta de mejora con sus manejos agronómicos.

Tabla 10. Resumen general de manejos agronómicos instituciones y cooperativa.

Proceso	Instituciones		Cooperativa	
	Producto o maquinaria	Cantidad o dosis	Producto o maquinaria	Cantidad o dosis
Inicio y fin del ciclo	Febrero - Mayo(verano)		Abril - julio(verano)	

Proceso	Instituciones		Cooperativa	
	Producto o maquinaria	Cantidad o dosis	Producto o maquinaria	Cantidad o dosis
	Junio - Septiembre(Invierno)		Agosto - Noviembre(Invierno)	
Variedad de semilla	INTA dorado ANAR 97		INTA dorado	
Manejo de la semilla	Micorriza, trichoderma, metarhizium, beauveria	Según evaluación terreno	Fungicida Subcoco Zinc	200 cc/qq 5 g/qq
Tipo de siembra	Mecanizada		Mecanizada (Sembradora)	
Ventajas de usar la semilla seleccionada	Rapidez del desarrollo de la planta		Rendimiento, eficiencia de las variables de rendimiento	
Densidad de siembra	2 qq/mz			1.8 - 2 qq/mz
Desbasurado o Descharca	1 persona /mz			
Preparación del terreno				
Tipo de preparación y mecanismos	Quema, chapoda, Arado o romplon Rota discos Grada	1 Tractor más implemento	Chapoda Romplon Niveladora Grada	1 Tractor más implemento
Sistema de riego	Superficial motor eléctrico	1	Superficial con motor eléctrico	1
Número de riegos	5		20	
Número de drenajes	No mencionan drenajes		5	
Manejo agronómico				
Aplicación de fertilizante	1a Sulfato de amonio	1,5 qq/mz 2 qq/mz	1a Sulfato de amonio	2 qq/mz 3 qq/mz

Proceso	Instituciones		Cooperativa	
	Producto o maquinaria	Cantidad o dosis	Producto o maquinaria	Cantidad o dosis
	Urea NPK	1 qq/mz	Urea 46% Completo NPK 2a Sulfato de amonio	1.5 qq/mz 2 qq/mz
Aplicación insecticida	Cipermetrina Clorpirifos Muralla	1 litro cada uno /mz		
Aplicación de herbicida	Clinter 24-D	1 lits/mz	1ra Affinity Coman 36 Loyan Ciclorae 2da Mayoral	50 cc/barril 1.3 lt/mz 1.8 cc/mz 1.5 kg /mz
Aplicación fungicida	Metasulfocarb Thiran; Benomil; Oxicloruro de cobre; ácido oxolínico.	Según evaluación agronómica	Cupravid Phyton Manzate	Según evaluación
Aplicación de productos para protección	Completo B Compuesto Zn Rienda	1 litro /mz 1 litro/mz 0,6 litro/mz	1ra Triasofos Aspen Bacter stop 500 gramos Cazumin Potasio 2da Floración Plocruth	200 cc/mz 200cc/mz 200 g/mz ½ lt /mz 1 qq /mz ½ lb/mz
Cosecha				
Tipo de corte	Mecanizada, aporreo		Mecanizada	

Proceso	Instituciones		Cooperativa	
	Producto o maquinaria	Cantidad o dosis	Producto o maquinaria	Cantidad o dosis
Valoración para corte	Humedad 14-20 %		Humedad 18 -22%	1.8 % castigo
Evaluación agronómica	Maduración grano llenos		Maduración grano	
Variables de rendimiento	Rendimiento	120 qq/mz (verano) 115 qq/mz (invierno)	Rendimiento	154 qq/mz (verano 2021) 171 qq/mz (invierno 2021)
	Peso 1000 granos	30 – 32 gramos	Peso 1000 granos	
	Altura planta	0.9 – 1,10 m	Longitud panoja	33 - 35 gramos
	Longitud panoja	21-23 cm		1.21 m 22 cm

Fuente: *Recopilación bibliográfica del autor*

En la tabla anterior algunos procesos están enfocados al producto a utilizar y a sus dosis, respecto a la aplicación de fertilizantes, sus frecuencias están entre 2 y 3 veces por época. Al igual que los herbicidas, insecticidas y protecciones. En el caso de los fungicidas son aplicados meramente si en el cultivo se necesita de acuerdo a evaluación agronómico y avance de enfermedades. Retomando que una de las diferencias latentes en la cooperativa fue la aplicación de herbicidas y mano de obra por tener en sus terrenos gran propagación de arroz rojo (arrocillo conocido comúnmente).



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

Facultad Regional Multidisciplinaria de
Matagalpa

FAREM - Matagalpa

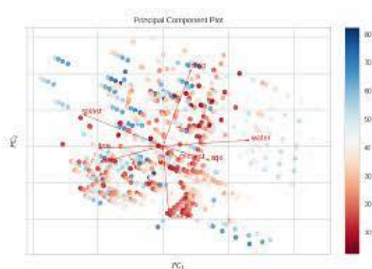


Propuesta de mejora:

**Análisis del proceso de siembra y cosecha
del cultivo de arroz mediante técnica
multivariante para la mejora del rendimiento
productivo**

Autor:

Rigoberto Francisco Jarquín Matamoro



Diciembre 2022

I. PRESENTACIÓN

La calidad de un producto y su rendimiento se definen por las condiciones necesarias que lo complementan y favorecen a su desarrollo principalmente en el cultivo de arroz. La siguiente propuesta expone un proceso de siembra y cosecha para dicho cultivo con el fin de mejorar el rendimiento productivo al terminar el ciclo optando por un manejo agronómico distinto a lo que generalmente la mayoría de los productores, empresas y organizaciones aplican en sus cultivos.

Es un proceso secuencial que depende en gran manera de las evaluaciones constantes de expertos y de las condiciones que el terreno, clima y accesibilidad de la fuente hídrica eligiendo el tipo de riego adecuado para el cultivo de arroz ya sea de tipo seco o por inundación. Además, el objetivo principal que estuvo enlazado con el manejo agronómico es el análisis multivariado usando la técnica MANOVA por las existencias de muchas variables dependientes e independientes que demostraron relación directa en cuanto a costos y cantidades de producto.

Esta propuesta contribuyó a controlar de forma más eficiente el manejo agronómico del cultivo, resultando un rendimiento productivo satisfactorio para el productor, es decir, siempre y cuando se mantengan las condiciones necesarias como terreno y análisis de suelos respectivos, clima, tipo de riego y economía, agregando a esto el análisis estadístico multivariante como base para valorar la efectividad y significancia de los resultados al ser comparados con los manejos agronómicos que las entidades gubernamentales proponen como un modelo estándar como el INTA, vs con el modelo de la cooperativa que aplica actualmente y propuesto en el estudio.

La propuesta ayudará a los pequeños, medianos y grandes productores de este cultivo a fortalecer su práctica agronómica en sus cultivos y a obtener un mejor rendimiento productivo que genere las ganancias esperadas y por ende, fortalecer

de manera significativa la aplicabilidad del análisis multivariado a la parte agronómica de los cultivos usando la técnica MANOVA para trabajar con muchas variables, a tomarse como una línea de conocimiento que sirva para el estudio de otras ramas científicas, realizar toma de decisiones pertinentes para variar los procesos, manejo y efectividad. Se propone el esquema del análisis multivariado que se realizó para efectuar dicho estudio.

1.1 Estructura de la propuesta

La fecha y época de siembra constituyó uno de los factores importantes para obtener buen rendimiento productivo, ya que el aprovechamiento del clima es en días que los rayos del sol están con mayor intensidad para la etapa del desarrollo vegetativo en el macollamiento, floración y cosecha, donde los meses óptimos de siembra en verano está en el mes enero entre los días ocho y diez del mes contando que la preparación debe hacerse antes para que la fecha de corte oscile entre el cinco y diez de mayo previendo como mes lluvioso por defecto.

Seguidamente para el ciclo de invierno se previó la fecha de siembra para los días entre 20 y 30 de mayo teniendo una fecha probable de corte en septiembre por efecto de que octubre y noviembre por lo general son los meses lluviosos y con formación de fenómenos naturales. En cuanto al manejo agronómico se sugiere según la tabla para el ciclo de verano:



Tabla 11. Manejo agronómico de la propuesta de mejora

Arroz de riego superficial		Mano de obra e insumos		Costos		
Actividad	Fecha probable	Cantidad	Costo unitario \$	Producto	Dosis o cantidad \$/mz	Costo unitario \$
1. Preparación del suelo						
Chapoda	30 dic	1 tractor más implemento	\$ 34/mz			
Pase de agua	2 días después	Motor Diesel y bomba de propela	\$ 56/mz			
2. Preparación del suelo por fanguero						
1a pase de rota discos	1 día después	1 tractor	\$ 47,2/mz			
2a pase de rota discos	2 días después	1 tractor más implemento	\$ 47,2/mz			
1a pase de banca (alisamiento)	1 día	1 tractor más implemento	\$ 38,8/mz			
2a pase de banca (re alisamiento)	1 día	1 tractor más implemento	\$ 38,8/mz			
Siembra, Selección de semilla	Según productor antes del 2do pase de banca			Variedad INTA dorado o línea 424	213 lbs/mz	\$ 42
Pre germinación y protección	1 día después del 1er pase de banca			Fertilización de la semilla con Tricomach (Hongo)	1 Paquete 200 g por cada 4 qq /semilla	\$ 23
Siembra al voleo	2 días después del anterior	1 persona	\$ 3/qq			

Arroz de riego superficial		Mano de obra e insumos		Costos		
Descharca	El mismo día y día siguiente	1 persona	\$ 4,1/mz			
Pase de agua	5 días después de la descharca	Equipo de riego	\$ 56/mz			
1a aplicación fertilizante NPK	2 días después del pase de agua	1 persona	\$ 3/qq	N: Nitrógeno P: Fósforo K: Potasio 120 - 60- 60	2 qq/mz	\$ 66
Lámina de agua	El mismo día	Equipo de riego	\$ 88,9/mz			
1a aplicación de herbicida selladores	8 días después del fertilizante NPK	1 motobomba	\$ 8,3/mz	Coman 48 EC	1lts/mz	\$ 24
Lámina de agua	1 día después del anterior	Equipo de riego	\$ 88.3/mz			
2a aplicación de herbicida	6 días después	1 persona	\$ 7/ persona	Mayoral + Cipermetrina	Mayoral 275cc/mz Cipermetrina 250cc/mz o 1 barril / 2 mz Insecticida 500cc7 barril y mayoral 750cc/barril	1 litro mayoral \$ 120 1 litro cipermetrina \$ 7
Lámina de agua	1 día después	Equipo de riego	\$ 88,3/mz			

Arroz de riego superficial		Mano de obra e insumos		Costos		
1a aplicación de abono Urea 46%	18 días después	1 persona	\$ 3/qq	Urea 46%	2 qq/mz	\$ 66
Lámina de agua	1 día después	Equipo de riego	\$ 88,3/mz			
1a drenaje de agua, capacidad de campo	6 días después	1 persona	\$ 6 /día			
Lámina de agua	15 días después según evaluación	Equipo de riego	\$ 88,3/mz			
2a aplicación de abono	1 día después	1 persona	\$ 3/qq	- Urea 46% - Muriato de potasio 0-0-60	- Urea 2 qq/mz - Muriato 1 qq/mz	\$ 66
Lámina de agua	5 días después	Equipo de riego	\$ 88,3/mz			
1a fumigación con motobomba	1 día después	1 motobomba	\$ 8,3/mz	- Fungicida Carbenzaci n - Bactericida Cazumin 2cl biológico - Insecticida interceptor - Fertilizante foliar	- 1 lts/ 2 mz - 1 lts/mz -250 cc/mz -350 cc/mz	- \$ 8,3 - \$ 14 - \$ 66 - \$ 15
2a drenaje de agua, capacidad de campo	5 días después	1 persona	\$ 6/día			
Lámina de agua	6 días después	Equipo de riego	\$ 88,3/mz			

Arroz de riego superficial		Mano de obra e insumos		Costos		
	según evaluación del terreno					
3a aplicación de abono y muriato de potasio(MUP)	1 día después	1 persona	\$ 3/qq	- Urea 46% - Muriato de potasio	- 2 qq/mz - 1 qq/mz	\$ 66
Evaluación agronómica	El mismo día					
2a fumigación según evaluación	8 días después según evaluación	1 motobomba	\$ 8,3/mz	- Triasofos 20 EC	1 lts/mz	\$ 11
Lámina de agua	1 día después	Equipo de riego	\$ 88,3/mz			
3a fumigación protección primordio floral	Según evaluación	1 motobomba	\$ 8,3/mz	- Fungicida Fungomac - Bactericida Agrimizinc -Fertilizante foliar	-400 cc/mz - 400 g/mz - 500cc/mz	- \$ 28 cada litro - 1 kg \$ 56 - \$ 28 cada litro
Lámina de agua	Según evaluación	Equipo de riego	\$ 88,3/mz			
Aplicación de sulfato de amonio	8 días después	1 persona	\$ 3/qq	Sulfato de amonio	2 qq/mz	\$ 56
4a fumigación con humectante	7 días después	1 motobomba	\$ 8,3/mz	- Fungicida Amistarextra - Bactericida Kazumin - Insecticida Engeo - Foliar Metalosato	-350 cc/mz. - 1.5 lts/ mz -125 cc/mz -500 cc/mz - 500cc/barril	- \$ 100 cada litro - \$ 14 - \$ 115,2 - \$ 19,4 - \$ 7

Arroz de riego superficial		Mano de obra e insumos		Costos		
				-Penetrante + humectante		
Lámina de agua	1 día después	Equipo de riego	\$ 88,3/mz			
3a drenaje del campo	8 días después	1 persona	\$ 7/día			
Valoración agronómica	4 días después					
Corte y recolección	3 días después según valoración agronómica	Máquina cosechadora	\$ 150 /mz			

Fuente: *El autor en conjunto con el asesor de la tesis.*

Cabe mencionar que la propuesta genera un costo de inversión de aproximadamente \$ 9120 en un ciclo completo de verano y \$ 9012 de invierno, estos valores no incluyen alquiler de terreno, por lo que sería un costo adicional para pequeños productores. Por consiguiente, para arroz de tipo seco la inversión sería menor, dado que en riego y drenaje queda suprimida por sus condiciones.

Añadiendo a lo anterior, respecto a la utilización de fertilizante NPK estos valores dependen de los análisis de suelo que se realicen antes de la siembra referente si es aplicada por otras personas, sin embargo, al efectuarse debe hacerse un balance de las cantidades que se requieren para la estabilidad con el medio ambiente.

Los análisis estadísticos quedan a criterio de las personas o instituciones que deseen utilizarla para verificar la eficacia de estos procesos agronómicos en sus terrenos. La propuesta está protegida bajo derecho de autor, prohibido su uso o reproducción sin previo consentimiento o autorización del autor de la tesis.

XII. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

12.1 Pruebas multivariantes en los procesos agronómicos

En este apartado se muestran los resultados obtenidos de los procesos agronómicos tanto de la época de verano como invierno y las variables de rendimiento obtenidas en el trabajo de campo. Para lograr un vínculo entre las variables, se decidió asumir la unidad monetaria de dólar como la manera de presentar los costos y el grado de manipulación de las mismas, esto por ser la moneda de dominio internacional, tomando en cuenta que el aumento en su valor ocasiona ligeros aumentos en la inversión, pero no en los métodos agronómicos aplicados.

Se aclara que en algunos procesos por su unidad de medida por ejemplo el riego y drenaje no era posible incluirla en el análisis, dado que estas por su naturaleza de medición en milímetros por área no tenían la misma congruencia con la aplicación de químicos, preparación del suelo y demás, destacando que fueron necesarias dentro del proceso, es por tal razón que se decidió optar por la relación entre ellas de manera monetaria para poder incluirlas a todas, multiplicando la cantidad o valor de cada proceso por el precio de su costo en dólar como analogía directa con todas las variables.

Tabla 12. Resumen de los procesos agronómicos en las épocas de verano e invierno

Proceso en grupo	Proceso detallado	Época de verano			
		Grupo	Instituciones	Cooperativa	Propuesta
Preparación	Chapoda	1	301,1	311,1	266,7
	1a pase de agua	1	111,1	100,0	88,9

	1a pase rota discos	1	422,2	400,0	377,8
	2a pase rota discos	1	402,8	333,3	377,8
	1a pase banca	1	319,4	338,9	311,1
	2a pase banca	1	319,4	338,9	311,1
Siembra	Semilla	2	440,6	577,4	336,0
	Pre germinación	2	70,0	132,0	94,7
	Siembra	2	287,5	333,3	47,2
	Descharca	2	55,6	44,4	70,8
	Pase de agua	2	111,1	100,0	88,9
Aplicación productos químicos	1a aplicación fertilizante NPK	3	1477,8	2372,4	1200,0
	1a lámina de agua	3	111,1	100,0	88,9
	1a herbicida	3	1256,6	918,8	188,9
	2a lámina de agua	4	111,1	100,0	88,9
	2a herbicida	4	989,7	459,4	563,3
	3a lámina de agua	4	111,1	100,0	88,9
	1a aplicación de abono UREA	3	1024,0	1536,0	1093,3
	4a lámina de agua	4	111,1	100,0	88,9
	1a drenaje	3	8,3	11,1	11,1
	5a lámina de agua	4	111,1	100,0	83,3
	2a aplicación abono con UREA y MUP	4	1491,4	1352,0	1693,3
	6a lámina de agua	4	111,1	100,0	88,9
	1a fumigación	3	628,7	551,7	426,7
	2a drenaje	4	8,3	11,1	11,1

	7a lámina de agua	4	111,1	100,0	83,3
	3a aplicación abono MUP	4	1350,8	882,4	1693,3
	1a evaluación agronómica	3	16,7	16,7	13,9
	2a fumigación	4	1082,7	1991,7	84,4
	8a lámina de agua	4	111,1	100,0	69,4
	3a fumigación	4	765,6	255,1	777,8
	9a lámina de agua	4	111,1	100,0	69,4
	4a aplicación MUP	4	991,4	1446,7	1200,0
	4a aplicación fumigación	4	902,8	1736,1	972,2
	10a lámina de agua	4	111,1	100,0	55,6
Cosecha	3a drenaje	5	8,3	11,1	11,1
	2a evaluación agronómica	5	16,7	16,7	13,9
	Corte	5	1120,0	1080,0	1200,0
	Rendimiento	5	20533,3	26600,0	32000,0
	Total gastos	6	17091,6	18658,3	14330,9
	Beneficio	6	3441,8	7941,7	17669,1
	% de beneficio	6	16,8	29,9	55,2
Época de invierno					
Proceso en grupo	Proceso detallado	Grupo	Costo en dólares		
			Instituciones	Cooperativa	Propuesta
Preparación	Chapoda	1	301,1	311,1	266,7
	1a pase de agua	1	111,1	100,0	88,9
	1a pase rota discos	1	422,2	400,0	377,8

	2a pase rota discos	1	402,8	333,3	377,8
	1a pase banca	1	319,4	338,9	311,1
	2a pase banca	1	319,4	338,9	311,1
Siembra	Semilla	2	440,6	736,1	336,0
	Pre germinación	2	104,0	161,7	125,3
	Siembra	2	100,0	355,6	50,0
	Descharca	2	69,4	55,6	70,8
	2a pase de agua	2	111,1	100,0	88,9
Aplicación productos químicos	1a aplicación fertilizante NPK	3	972,2	768,0	528,0
	1a lámina de agua	3	111,1	100,0	88,9
	1a herbicida	3	1256,6	918,8	347,2
	2a lámina de agua	4	111,1	100,0	88,9
	2a herbicida	4	989,7	459,4	563,3
	3a lámina de agua	4	111,1	100,0	88,9
	1a aplicación de abono UREA	3	1052,5	961,7	614,4
	1a drenaje	3	8,3	11,1	11,1
	4a lámina de agua	4	111,1	100,0	83,3
	2a aplicación abono con UREA y MUP	4	2024,7	1729,7	1142,4
	5a lámina de agua	4	111,1	100,0	88,9
	1a fumigación	3	691,1	719,3	526,8
	2a drenaje	4	8,3	11,1	11,1

	1a evaluación agronómica	3	16,7	16,7	13,9
	2a fumigación	4	1082,7	1991,7	84,4
	2a evaluación agronómica	4	16,7	13,9	13,9
	6a lámina de agua	4	69,4	83,3	41,7
	3a fumigación	4	969,2	704,7	995,0
	7a lámina de agua	4	69,4	97,2	41,7
	3a drenaje	4	11,1	13,9	8,3
Cosecha	4a drenaje	5	8,3	11,1	11,1
	3a evaluación agronómica	5	16,7	16,7	13,9
	Corte	5	1120,0	1080,0	1200,0
	Rendimiento	5	18666,7	23955,6	29600,0
	Total gastos		13640,4	13339,3	9011,5
	Beneficio		5026,3	10616,3	20588,5
	% de beneficio		26,9	44,3	69,6

Fuente: Resultados obtenidos durante la aplicación del proceso agronómico.

Los resultados de la tabla anterior están organizados por grupos para dividir el proceso agronómico, formar la variable categórica para el análisis con MANOVA, realizar la comparación entre los valores de las instituciones de INTA, TAINIC y ANAR, la cooperativa y la aplicación de la propuesta de mejora.

Los procesos se asignaron por grupos tal como se abordaron en la figura 1 de la página 34 con la finalidad de separarlos, cada uno involucra aspectos importantes dentro del análisis multivariante. El paso de chapoda es único y se realiza al inicio del ciclo para eliminar residuos de la siembra anterior, es decir, los tallos.

La tabla muestra muchas numeraciones del proceso, estos son el orden de aplicación y marcan la relación entre ellos, además la cantidad de veces que se realizan por época. Anexo a lo anterior, algunas diferencias entre verano e invierno fueron en la aplicación de productos químicos y en el caso de preparación del suelo para la cooperativa los procesos detallados son distintos quedando agrupados en el grupo uno como lo muestra la tabla siete. Entonces, dado que la cooperativa implementa los procesos de nivelación del terreno, grada y romplon²⁹ o rastra con dos pases cada uno; con el fin de realizar la siembra con sembradora (mecanizada), estableciendo que estos se equilibran con la cantidad de procesos respecto a la propuesta, contrastándose con las diferencias significativas en el rendimiento productivo producido y que será abordado posteriormente.

En el programa SPSS se colocaron los datos numéricos, estableciendo la variable categórica a los procesos agronómicos como lo muestra la tabla 12 que es de triple entrada y a la vez las variables independientes que los globalizan y para posteriormente realizar las comparaciones significativas obteniendo cuál de ellos tiene la significancia que ayuda a mejorar el rendimiento productivo del cultivo de arroz, desde el análisis multivariante con MANOVA. Las variables tuvieron la relación de costo monetario en dólares para ser analizados como se escribió al inicio de este apartado. Para invierno y verano algunos procesos cambiaron, es más disminuyeron en láminas de agua, fumigación, drenaje, aplicación de abono, rendimiento productivo.

La entrevista se aplicó al presidente de la cooperativa siendo la persona con el grado de ingeniero agrónomo que maneja la distribución de cada acción, los cuales tienen organizados en una tabla por lotes el proceso que se aplicará como se observa en el anexo 13 en la figura 28 y 29. Ahora bien, con la información obtenida por ellos, los resultados de la aplicación con la propuesta mejora y los

²⁹ Llamado también rastra, es un implemento agrícola del tractor que se utiliza para allanar la tierra, deshacer terrones y refinar, como primera labor en la eliminación de rastrojos.

valores que proponen las instituciones en el documento descrito en el marco teórico, se procedió a colocarlas en las tablas respectivas para desglosar la información cuantitativa, procesarlos, compararlos y obtenerse en el programa de SPSS la significancia de los valores que en las variables de la tabla de triple entrada se alcanzaron. Respecto, a los fundamentos cualitativos guía de observación, entrevista y evaluación agronómica se fueron incorporando en el proceso de desarrollo del cultivo como tal y retomándose sus fines en el análisis de resultados, obteniéndose lo siguiente:

Tabla 13. Prueba de igualdad de matrices de covarianzas

La prueba cuadro de la igualdad de matrices de covarianzas^a	
M de Box	99,575
F ³⁰	4,143
df1 ³¹	18
df2	1031,094
Sig. ³²	,038
Nota: La prueba la hipótesis nula es que las matrices de covarianzas observadas de las variables dependientes son iguales entre los grupos. a. Diseño : Intersección + Grupo	

Fuente: Resultados obtenidos de la comparación con el programa SPSS.

Con los datos obtenidos al realizar la verificación en el programa se obtuvo que, en la prueba de igualdad de matrices de covarianzas al comparar los grupos de las variables, el valor de la prueba de M de Box generó un resultado de 0,038 por lo que se rechaza la hipótesis nula al ser menor del 0,05 como valor de significancia el cual da entender que los valores entre las matrices de covarianzas son distintas, es decir, existen diferencias significativas entre los procesos agronómicos establecidos.

³⁰ Estadístico F de la prueba de Levene basándose en la media como valor central

³¹ Grados de libertad

³² Valor de significancia

La prueba M de Box también llamada prueba de equivalencia de matrices de covarianza de Box, es una prueba paramétrica utilizada para comparar la variación en muestras multivariadas como lo expresa Cayuela (2011).

Según los valores obtenidos en la comparación de los procesos dentro de los más significativos están definidos en la densidad de siembra, generando un aumento de la producción en la siembra al voleo que de la del tipo mecanizada, señalando que al reducir la dispersión se utiliza más área de siembra, es decir, se optimiza el terreno reduciendo distancia entre planta.

En cambio, al realizar la siembra con sembradora (mecanizada), las plantas tienen una separación entre sí, por lo que están menos dispersas, además que esta siembra se realiza en un terreno seco y la semilla germina en el mismo, creando una desventaja en tiempo siendo evidente en las evaluaciones agronómicas realizadas y las comparaciones entre cultivos, sin omitir que al usar este tipo de método la raíz de la planta debe penetrar con sus raíces el terreno para sujetarse quitándole desarrollo efectivo de la misma, es decir, hay un esfuerzo extra y tiempo; contrariamente al voleo la semilla ya está pre germinada, cae en las terrazas con una contextura suave y húmeda. Claro está con superficie ya preparada que hace que la raíz profundice con más rapidez y sin costo alguno, convirtiendo ese beneficio en progreso de la planta.

Específicamente, la prueba de M de Box demuestra si dos o más matrices de covarianza son iguales (homogéneas) y cuando las muestras u observaciones a comparar son grandes, sus rechazos se convierten con alta probabilidad de ser refutadas. Sin embargo, la hipótesis nula de esta prueba es que las matrices de covarianza observadas para las variables dependientes dentro de los procesos son iguales en todos los grupos.

Cabe señalar que dentro de la significancia de los procesos se demuestra la integración de los datos agronómicos de la propuesta, tomando como punto de partida la preparación del terreno y la rapidez de desarrollo de la planta de arroz según a la época de siembra elegida tanto para verano como invierno. Seguidamente, al seleccionar la variedad de semilla línea 424 teniendo pruebas de mejora genética con un tiempo de cosecha entre 115 - 125 días para inter ciclos, es decir, cortos.

Obviamente, en los ciclos cortos generan una ventaja importante al evadir en gran probabilidad los días lluviosos en invierno y verano favoreciendo a la cosecha. Lo anterior se demostró que al aplicar la propuesta iniciando con la época de verano en enero y culminando en mayo, se evitó los días lluviosos provistos eludiendo pérdidas al poderse aumentar la humedad del grano, caída de la planta, puesto durante su caída, esta libera granos de su espiga cayendo al suelo, agregando también a la germinación del grano en la misma planta y en la mayoría de los casos; según estudios por INTA se obtiene un grano manchado o vano³³ ocasionado así un bajo rendimiento.

El estadístico F de la tabla 13 con valor de 4,143 indica la distribución p - valor según los grados de libertad contrastando los procesos de las covarianzas entre los grupos y variables dependientes.

De esta manera, este estadístico pretende determinar si entre un grupo de variables independientes, al menos una tiene capacidad de explicar una parte significativa respecto a la variación de la variable dependiente. El estadístico F es un test que se utiliza para evaluar la capacidad explicativa que tiene un grupo de variables independientes sobre la variación de la variable dependiente. Este test se

³³ Es un grano pequeño y de poco peso que suele provenir de arroz poco desarrollados por un deficiente cultivo. Este defecto afecta tanto al peso como a la mayoría de la espiga. Este tipo de granos se asemejan mucho a los granos inmaduros que provienen de una recolección por falta de humedad o nutrientes.

usa comúnmente en inferencias estadísticas para contrastes de hipótesis y el resultado de su cálculo se compara con el valor crítico de una distribución F de Snedecor con su nivel de confianza para efectuar la aceptación o rechazo de lo que se plantea. Por ende, el dato calculado según la tabla 8 fue de 4,143 este número es mayor a 1,604 siendo el valor crítico según la tabla de distribución F con 0,05 de significancia al buscarlo con 18 grados de libertad en el numerador e infinito (por ser 1031,094 el df_2) para el denominador, rechazando así la hipótesis nula.

Tabla 14. Pruebas multivariantes comparación de procesos con SPSS

Pruebas multivariantes ^a						
Efecto		Valor	F	Gl de hipótesis	gl de error	Sig.
Intersección	Traza de Pillai	,285	4,526 ^b	3,000	34,000	,009
	Lambda de Wilks	,715	4,526 ^b	3,000	34,000	,009
	Traza de Hotelling	,399	4,526 ^b	3,000	34,000	,009
	Raíz mayor de Roy	,399	4,526 ^b	3,000	34,000	,009
Grupo	Traza de Pillai	,375	1,027	15,000	108,000	,043
	Lambda de Wilks	,637	1,115	15,000	94,260	,035
	Traza de Hotelling	,551	1,201	15,000	98,000	,028
	Raíz mayor de Roy	,516	3,715 ^c	5,000	36,000	,008
a. Diseño : Intersección + Grupo						
b. Estadístico exacto						
c. Es el valor estadístico cuyo límite superior en F que genera un límite inferior en el nivel de significación.						

Fuente: Resultados obtenidos con el programa SPSS.

Al aplicar las pruebas multivariantes como complemento de MANOVA, la tabla 14 muestra los resultados de las comparaciones al usar SPSS. Se conoce que la trascendencia de la traza de Pillai es una prueba estadística de MANOVA con un valor que va de 0 a 1 y al observar en el modelo intersección de la tabla anterior su valor significativo está en 0,009 lo que indica que los valores multivariantes dentro de los procesos agronómicos marcan diferencia al modelo estándar al ser menor al 0,05 que el valor a aceptar.

No obstante, cuanto más cerca de 1 está el rastro de Pillai, más fuerte es la evidencia de que la variable categórica tiene un efecto estadísticamente significativo sobre los valores de las variables dependientes. Ahora bien, como se evidencia en el efecto de grupos el valor de traza de Pillai 0,043 indicando que los procesos marcan diferencias al ser comparadas, lo que es notorio puesto se establecen diferencias en las aplicaciones de productos químicos, riegos y drenajes para ambas épocas de siembra. Al aplicar MANOVA, la traza de Pillai ayudó a calcular una aproximación al valor estadístico F junto con el valor $p = 0,043$ correspondiente para representar que en los datos del grupo con las tres variables dependientes y sus subconjuntos exponen de manera clara sus significancias en las pruebas de igualdad de covarianzas.

Si este valor p es menor que algún nivel de significancia (es decir, $\alpha = 0,05$) entonces rechazamos la hipótesis nula de MANOVA y se concluye que la variable categórica tiene un efecto significativo y se retoma que las diferencias entre los procesos agronómicos de las instituciones con la cooperativa y la propuesta de mejora en cuanto a la significación sobre el rendimiento productivo en el cultivo de arroz y por ende, esta incrementa en un 15 % a más las posibilidades de poder optar a sus procesos y generar las ganancias satisfactorias para los productores, la cooperativa y de aplicarlo a demás sectores del país .

Para el estadístico Lambda de Wilks de acuerdo con la tabla este mide las desviaciones que se producen dentro de cada grupo respecto a las desviaciones totales sin distinción de los colectivos creados. Del mismo modo, si su valor es pequeño, próximo a cero, la variabilidad total será debida a las diferencias entre grupos y, con ello, las variables con un Lambda de Wilks pequeño serán las que más diferencian a los grupos. Si, por el contrario, su valor se aproxima a 1, los grupos estarán mezclados tanto que las variables independientes con un Lambda grande carecen de capacidad discriminante. En este caso el valor significativo resultó de 0,035 lo que indica que la diferencia entre los grupos y variables son significativas respaldando al valor de la traza de Pillai aún con el valor más pequeño.

También el estadístico Lambda de Wilks permite contrastar la hipótesis nula de que los centros de los grupos no son iguales y, en consecuencia, existen diferencias entre los mismos y se puede concluir que la información aportada por las respectivas variables es, estadísticamente, significativa y las variables analizadas son una combinación lineal de las restantes variables independientes introducidas tanto para verano como en invierno.

Tanto la traza de Hotelling y Raíz mayor de Roy son estadísticos potentes para los modelos lineales y la comprobación de hipótesis alternativas, ambos resultados son menores a 0,05 como p - valor, lo que indica que las pruebas de las comparaciones son significantes reforzando a los valores anteriores, debe notarse que el valor de la raíz mayor de Roy en la tabla 14 es de 0,08; donde la raíz más grande de Roy difiere a que su enfoque está en los valores propios de sus extremos, es decir, este genera el valor propio más grande en una matriz de prueba generada teniendo la mayor potencia estadística para las pruebas multivariantes, sin embargo, cuando la falta de centralidad está muy concentrada en una sola raíz su valor es menor que la traza de Hotelling.

Es por lo anterior que este valor proporciona las contribuciones efectivas que se realizaron dentro de los procesos agronómicos asociando los efectos con la traza de Hotelling; donde se pueden analizar que si sus valores fuesen iguales se podría deducir que hay una asociación entre variables dependientes, y que evidentemente existe una fuerte correlación entre estas, o el efecto tiene una contribución insignificante.

De acuerdo a los valores de la tabla 14 las pruebas presentan resultados con significancias dentro los grupos para la traza de Pillai, Lambda de Wilks, traza de Hotelling y la raíz mayor de Roy, siendo esta última con el dato más significativa. Basándose en lo anterior, genera la idea que los procesos fueron mejorados, del mismo modo que los efectos en la intersección, todos los ensayos experimentales mostraron resultados significantes con un factor de 0,08 proporcionando que los vectores de medias se encuentran alineados respecto a las variables cuantitativas observables y medibles como complementos importantes de MANOVA.

Sin embargo, de acuerdo a la información descrita en el marco teórico para dar la validez del por qué usar MANOVA al proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz, se inició desde la idea del diseño de una situación experimental con tratamientos y comparaciones factibles con la propuesta de mejora, evaluándose de esa manera la hipótesis de los efectos grupales de varianza dentro de la correlación existente en las variables.

Ahora bien, con base a los resultados obtenidos en las observaciones en el trabajo de campo, evaluaciones agronómicas y pruebas multivariantes de los datos, se pudo evidenciar estadísticamente que las variables están distribuidas normalmente, dado que según los grupos con los valores significantes descritos en tabla 14, las varianzas de cada una fueron significativas al ser comparadas entre los grupos, revalidándose con el test M de Box y valor F.

Retomando lo anterior, los coeficientes de correlación entre cada grupo pudieron ser comparados, utilizados, organizados y, por ende, existieron diferencias significativas que produjeron un aumento notable en el rendimiento del cultivo, ligadas a la toma de decisiones oportunas en cada proceso.

Tabla 15. Prueba de efectos inter- sujetos de las comparaciones para verano

Origen	Variable dependiente	Tipo III de suma de cuadrados	GI	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	Instituciones	185706329,536 ^a	5	37141265,907	2,812	,030
	Cooperativa	315237360,756 ^b	5	63047472,151	3,224	,017
	Propuesta	477578644,132 ^c	5	95515728,826	3,690	,008
Intersección	Instituciones	168398929,461	1	168398929,461	12,752	,001
	Cooperativa	270886778,241	1	270886778,241	13,854	,001
	Propuesta	357576952,747	1	357576952,747	13,815	,001
Grupo	Instituciones	185706329,536	5	37141265,907	2,812	,030
	Cooperativa	315237360,756	5	63047472,151	3,224	,017
	Propuesta	477578644,132	5	95515728,826	3,690	,008
Error	Instituciones	475414336,555	36	13205953,793		
	Cooperativa	703922172,440	36	19553393,679		
	Propuesta	931805900,501	36	25883497,236		
Total	Instituciones	741700243,710	42			
	Cooperativa	1142205087,940	42			
	Propuesta	1555678949,300	42			
Total corregido	Instituciones	661120666,091	41			
	Cooperativa	1019159533,196	41			
	Propuesta	1409384544,633	41			

Fuente: Resultados obtenidos en la investigación y analizados con el programa SPSS

a. R al cuadrado = ,281 (R al cuadrado ajustada = ,181)

b. R al cuadrado = ,309 (R al cuadrado ajustada = ,213)

c. R al cuadrado = ,339 (R al cuadrado ajustada = ,247)

La trascendencia de realizar la prueba de inter sujetos dieron la pauta para fortalecer las pruebas multivariantes, pero desde un ANOVA, es decir, de manera individual por variable, resultando que en todos los casos las pruebas son

significativas, esto se observa en la última columna. Cabe señalar que, al observar la fila de modelo corregido, intersección y grupo, los valores que genera la variable propuesta son muy significativos con 0,08; 0,01 y 0,08 respectivamente, lo que da entender que los procesos agronómicos que se propusieron y que se aplicaron tienen un gran valor significativo, puesto marcaron que cada uno de los procesos generan los resultados esperados en comparación con las demás propuestas, donde las medias de sus covarianzas son diferentes, de la misma manera las combinaciones lineales entre las variables, enfatizando que fue fundamental realizar esta prueba para contrastar MANOVA con ANOVA.

No obstante, hay que destacar que dentro de los procesos que ocasionaron tales diferencias están marcadas desde el grupo de preparación, siembra, riegos, drenajes, forma de obtención del agua, evaluaciones agronómicas que se enfatizaron en el momento de aplicación de los productos químicos. En esta parte, muchos de ellos los usa actualmente la cooperativa de forma permanente, puesto han sido probados por algunas organizaciones para poder experimentar sus productos y demostrar sus mejoras congruentes a los convenios que tienen con algunas de ellas. Aunque los procesos sean iguales, la cantidad de aplicación y la vigilancia, establecieron uno de los criterios cualitativos importantes para la toma de decisiones en las evaluaciones agronómicas.

Los efectos de las pruebas multivariantes e inter sujetos generaron los datos estadísticos necesarios que se demostraron en la tabla 15, donde el rendimiento productivo que se obtuvo al aplicar la propuesta fue 200 qq/mz o 12,98 Ton/ha³⁴ para verano y 185 qq/mz o 12,01 Ton/ha para invierno con un 69% de ganancia superando la expectativa prevista, el cual es un rendimiento muy aceptado y que superó en gran manera a las prácticas agronómicas de las instituciones y a la misma cooperativa.

³⁴ Se usa Tonelada métrica equivalente a 1000 kg, según lo manejado a nivel internacional.

Añadiendo que entre los factores importantes para la obtención del rendimiento esperado fueron las fechas de siembra para manejar con anticipación las condiciones climáticas en los meses críticos de lluvia y fenómenos naturales en los meses de mayo y octubre, logrando evadir que la cosecha se realizara en esos meses y de esa manera evitar la pérdida consecuente el aumento en la humedad del grano y profundidad del terreno que abarca subir los costos para realizar el corte de la maquinaria con llanta a corte con oruga³⁵ elevando así el precio.

Establecer las fechas de siembra y corte sugeridas y aplicadas en la propuesta ayudó a evitar los meses con mucha lluvia como se mencionó anteriormente, teniendo como finalidad aprovechar al máximo los días de sol, logrando que esta variable cualitativa que es una toma de decisión con base a la experiencia del autor y asesor incidiera muy significativamente en los demás procesos agronómicos.

Tabla 16. Análisis discriminante de la matriz de grupos combinados

Matrices dentro de grupos combinados^a

		Instituciones	Cooperativa	Propuesta
Covarianza	Instituciones	231796,12	259832,70	204866,42
	Cooperativa	259832,70	395874,25	222808,31
	Propuesta	204866,42	222808,31	249029,11
Correlación	Instituciones	1,000	,858	,853
	Cooperativa	,858	1,000	,710
	Propuesta	,853	,710	1,000

a. La matriz de covarianzas tiene 33 grados de libertad.

Fuente: *Resultados obtenidos en la investigación y analizados con el programa SPSS.*

La tabla anterior muestra la correlación de los grupos dentro de las variables dependientes y el nivel de relación de estas; dado que los valores son positivos,

³⁵ El corte con oruga es incorporar un implemento a la máquina agrícola que es un armamento de hierro que se coloca en vez de la llanta, donde está la tracción para repartir el peso en distintos puntos en el suelo y evitar que la máquina se atasque por la humedad o inundación del suelo.

existió incremento de los procesos y dispersión de los mismos. Según los valores obtenidos existe una correlación fuerte de las variables al presentar valores mayores al 0,5 por lo que el gráfico de dispersión de las figuras 15 y 16 indicaron que los procesos están ligados entre si mostrando una estructura ordenada y precisa de sus valores, además que su distribución multivariante fue muy aplicable para MANOVA al involucrar la forma en que las variables dependientes entre si demuestran aumentos y disminución de los valores, originando que la función para esto logre la estabilidad y que se ubiquen los centroides entre los grupos como se muestra en anexo 12.

Estos resultados permitieron observar la significancia de los procesos entre sí de las variables dependientes con los grupos creados, generando las pautas para una explicación clara de la comparación y el cómo intervienen para la toma de decisiones.

Tabla 17. Resumen de funciones discriminantes canónicas

Autovalores				
Función	Autovalores	% de varianza	% acumulado	Correlación canónica
1	,131 ^a	72,2	72,2	,340
2	,050 ^a	27,5	99,7	,218
3	,001 ^a	,3	100,0	,025

a. Se utilizaron las primeras 3 funciones discriminantes canónicas en el análisis.

Fuente: Resultados obtenidos en la investigación y analizados con el programa SPSS.

Dentro de los valores resultantes en los autovalores generaron tres funciones y dadas sus significancias, se destacó que la función más importante es la primera con 0,131 atribuyendo un 72,2 % para la función discriminante de los valores obtenidos en la comparación de los datos.

Lo anterior representa uno de los componentes de análisis multivariante, dado que al trabajar con más de dos grupos se obtiene más de una función discriminante como lo muestra la tabla 17, sin embargo, se observa que los autovalores están próximos a cero y las correlaciones son moderadas para la función 1 y 2, por lo que permite distinguir diferencias entre los grupos y que su dispersión es directamente proporcional a los autovalores. En contraste con la función 3 que resulta difícil encontrar diferencias entre los grupos.

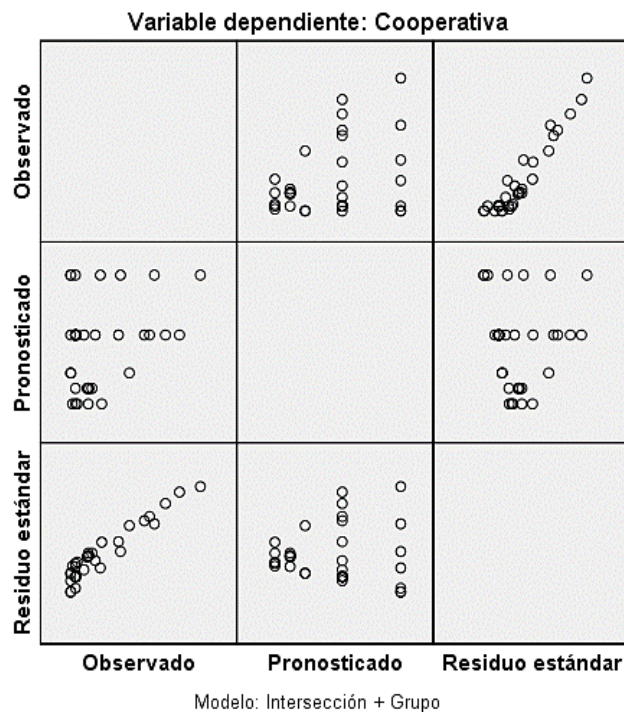


Figura 15. Dispersión respecto a la cooperativa

Fuente: Resultados obtenidos con el programa SPSS

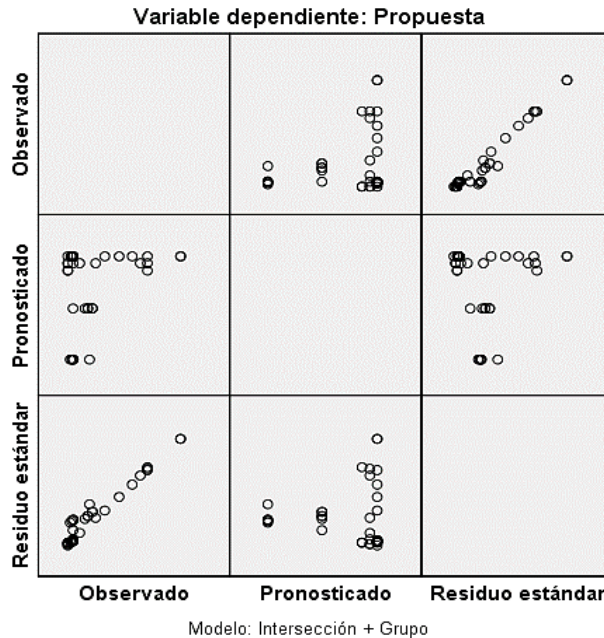


Figura 16. Dispersión de la propuesta

Fuente: *Resultados obtenidos con el programa SPSS*

Las figuras anteriores se generaron a partir de la información recopilada y procesada en SPSS según los valores resultados obtenidos en la aplicación de la propuesta y contraste con el fin de manifestar que la variable dependiente de la propuesta y de la cooperativa inmersas en los grupos como preparación y demás, presentaron valores muy cercanos y pocos dispersos, respecto a la figura 15 de la propuesta según sus procesos a demostrar y ejecutarlos en el cultivo de arroz, de acuerdo al modelo observado y residuo estándar del gráfico, muestra una relación de una función lineal que se aproxima a un equilibrio, contrariamente a los datos del gráfico de la cooperativa que son valores dispersos alejados del equilibrio de la función.

Los procesos agronómicos detallados en la fundamentación teórica con los aplicados por las instituciones, cooperativa y propuesta mostraron una relación directa, puesto en algunos no cambiaron, solo se mejoraron acorde su forma de distribución y aplicándose más densidad en sus concentraciones y evaluaciones

agronómicas, además, de manejar los cambios en las condiciones del clima, señalando que esa variable se manejó desde el inicio con la selección de los meses de siembra y cosecha evitando los días o meses lluviosos del año como se explicó en la propuesta y al inicio de este apartado, evitando que no afectaran a la recolección, caída de la planta, desprendimiento de los granos de la panoja, proliferación de plagas y enfermedades, aumento del grano rojo (arrocillo) y profundidad del terreno, esta última para dejar en el terreno condiciones óptimas para la próxima cosecha y evadir el exceso en cuanto a remoción de tierra y el brote del grano rojo.

Al considerar lo anterior, se evitó que el rendimiento productivo disminuyera las perspectivas, de manera que los costos de inversión se mantuvieran en los fijados previamente.

Las relaciones entre los grupos establecidos con los datos en los gráficos mostraron que los procesos agronómicos que más dispersos están se encontraron en la preparación del suelo y aplicación de productos químicos. Estos se localizaron en la cooperativa en los tres aspectos, dado que la toma de decisiones y evaluaciones agronómicas dependen mucho del tratamiento por áreas y del seguimiento que se les dé como es el caso mostrado. La propuesta generó resultados positivos que están acorde a que los procesos estuvieron ligados a la necesidad de realizar las modificaciones pertinentes para obtener los resultados esperados. La obtención de buenos rendimientos productivos según INTA (2009) brindan un gran avance para la economía de los productores del cultivo de arroz.

Las pruebas multivariantes y los gráficos de dispersión mostraron que la propuesta superó los valores estándares descritos por las instituciones y de la misma cooperativa con un alto grado de aceptabilidad. Sin embargo, el realizar un análisis estadístico por parte de la cooperativa es una de las cosas que no se han planificado, es más en la entrevista el presidente manifestó no realizar estudios

estadísticos para valorar la trascendencia de sus resultados, de manera directa el obviar esto impide el cómo observar las mejoras en sus prácticas y el poder identificar la efectividad de los procesos elegidos vs los costos de inversión que secundan realizar sus resultados en épocas anteriores y valorar cuál de ellos que han favorecido a la economía de la cooperativa.

La dispersión en los gráficos de las figuras 15 y 16 pronosticado generó tres grupos de funciones que muestran una relación aproximada de sus valores observados y sus residuos al valor de prueba, indicando que en la propuesta y en la cooperativa muchos de los procesos como la preparación del suelo, siembra, riego, drenaje, evaluación agronómica y cantidad de productos químicos que fueron aplicados son acertados y significativos, revelando que los beneficios finales superaron sus rendimientos productivos en épocas pasadas.

Consecuente a lo anterior, minimizar los costos de inversiones y manejo de los mismos en algunos procesos propiciaron que las variables de rendimiento al usar el diseño experimental de cuadrado latino por áreas elegidas en sus combinaciones según la aplicación de la propuesta proyectaran hacia el análisis de datos significativos y de mejora, superando al 50% de aceptabilidad.

La importancia de las evaluaciones agronómicas en el tiempo adecuado propició establecer un análisis de estudio de campo en cuanto al desarrollo de la planta, efectividad de los productos químicos, necesidad de riego o drenajes, manejo de plagas y enfermedades, que al ser una variable cualitativa, tuvo un efecto trascendente para el rendimiento productivo, puesto si bien es cierto, los valores cuantitativos definen estadísticamente la aceptabilidad, rechazo y significancia de los datos, pero existen factores como los planteados anteriormente que son necesarios para lograr el avance y medida de las demás variables.

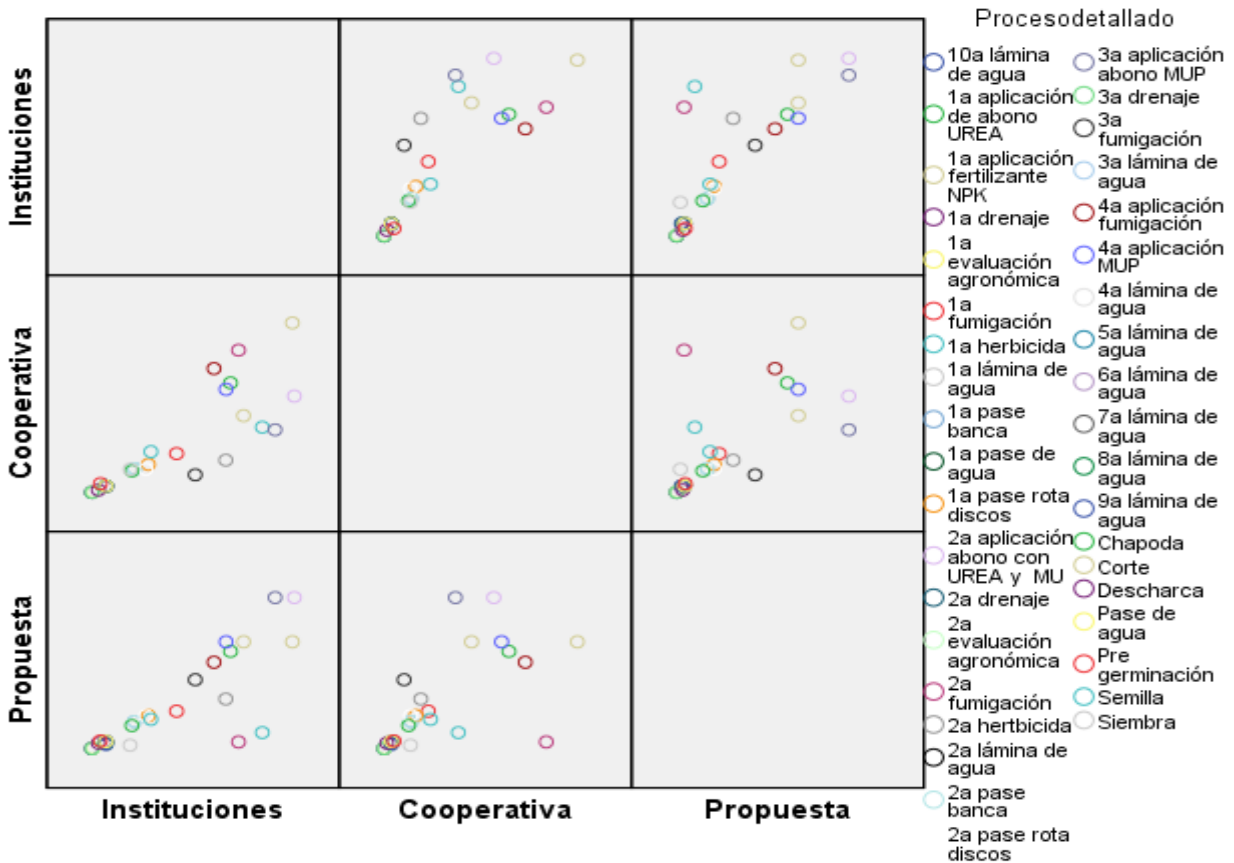


Figura 17. Dispersión general de los procesos agronómicos

Fuente: Resultados obtenidos en la investigación y analizados con el programa SPSS

Al observar la figura anterior, es evidente que algunas de las intersecciones generadas están ligadas a buscar el equilibrio de la función para la dispersión y que los datos de los procesos quedaron repartidos de acuerdo a la distribución de cada uno.

Es notable establecer las diferencias entre las comparaciones propuesta - cooperativa y propuesta - instituciones, lo cual indica que los procesos de las instituciones tienen lineamientos muy concretos producto de las actualizaciones constantes en sus experimentaciones, dado que año con año realizan mejoras en las variedades de semillas, mejoras en sus productos químicos en cuanto a su efectividad y que abarca un sin número de beneficios en pro del cuidado y equilibrio con el medio ambiente. Por otro lado, en la cooperativa vs propuesta los datos están

más dispersos, obviamente que la cooperativa ha incorporado sus propias estrategias de mejora según su disponibilidad de ingresos económicos, recursos, gestiones o alianzas con empresas para poner a prueba muchos ensayos experimentales que, según la entrevista han resultado en su mayoría satisfactorias y otras no, es por ello que optan por realizar sus propios procesos.

El por qué los datos se encuentran dispersos con la cooperativa, es dado que, desde la preparación del suelo, ellos por decisión de los socios optan por realizar la preparación en seco y no por fangueo, esto con el fin de asegurar la siembra de tipo mecanizada, es decir, con sembradora que son un recurso útil y consecuente a este tipo de siembra, beneficiando a la cooperativa por el problema de arroz rojo que existe en ella, puesto INTA (2019) expresa que es una planta muy invasiva y de desarrollo rápido que limita el crecimiento del arroz, esto fue generado por obviar su existencia en épocas anteriores, no aplicar la limpieza respectiva, mal manejo de productos químicos y las decisiones o evaluaciones agronómicas en mal tiempo.

El realizar la preparación en seco con gradas, romplonear y nivelar causa que la época de siembra y cosecha se alargue más de lo esperado en un 15%, además que involucra aumento en los costos de preparación, ya en la siembra la semilla es colocada sin pre germinación en el suelo, resaltando que la máquina sembradora coloca cierta distancia entre plantas, disminuyendo el área de aprovechamiento del terreno, por lo que la densidad de siembra disminuye en un 16%, esto es entendible por que la densidad de siembra de la cooperativa fue de 1,8 qq/mz (0,11 Ton/ha) y la propuesta 2,13 qq/mz (0,13 Ton/ha) por realizar siembra al voleo.

Esas diferencias en el párrafo anterior marcaron significativamente un aumento en la producción. No obstante, la cooperativa elige ese proceso según sus fechas de corte por movimientos internos y financiamiento ubicándose obviamente en días lluviosos para la recolección, favoreciendo las condiciones para que la

máquina cortadora de arroz no profundice el terreno evitándose la remoción de tierra, de igual manera que al efectuar el corte el secado del grano si está lloviendo sea más acelerado existiendo piso fértil o macizo para la cosecha, en palabras sencillas que la planta al estar en pie, favorece la ventilación y esto baja la humedad del grano permitiendo realizar la recolección respectivamente.

Es evidente, que el tiempo de la época de verano e invierno para la cooperativa abarca más días y, por ende, sus tiempos de corte concordaron con los días lluviosos, a diferencia con la propuesta donde antes que se entrara a los meses descritos como desventajosos para el corte, ya se había hecho la recolección del cultivo evitando así optar por otras medidas para contrarrestar esas afectaciones.

Lo expresado anteriormente es meramente agronómico y que de no tomar en cuenta el análisis multivariante afecta a los demás procesos, pero es incluido en el análisis categórico y toma de decisiones pertinentes de manera cualitativa. También, dentro de las pruebas multivariantes y sus significancias el manejo de los riegos y drenajes ayudó en gran manera a que los suelos estuviesen en condiciones óptimas para la absorción de nutrientes, en el gráfico de dispersión los puntos referentes a los pases de agua y drenajes están menos dispersos entre sí, dado que fueron factores que ayudaron a un buen desarrollo de la planta y lograr incrementar el rendimiento productivo.

Se debe mencionar que las ocho manzanas de terreno que proporcionó la cooperativa para la realización de este estudio, tenían el mismo problema con el arroz rojo y este factor fue tratado desde la chapoda, realizando la quema, remoción del terreno con el fangueo, esto es sinónimo de inundación donde generó la pauta para la disminución de progreso de dicha hierba, al acelerar el proceso de siembra, tirar la semilla al terreno ya pre germinada y realizar labores de sellado en el terreno con el químico Coman 36, la planta de arroz de la variedad línea 424 superó al desarrollo de crecimiento del arroz rojo (planta plaga conocido como arrocillo).

El presidente de la cooperativa expresó en la entrevista que las causas de la obtención de bajos rendimientos productivos son debido a la masiva reproducción del arroz rojo y a la demanda de nutrientes en el suelo, dado que son terrenos ya agotados por lo cual se deben contrarrestar con el uso de herbicidas, fungicidas y manejo de plagas, lo que ocasiona generar inversión, el agotamiento del arroz rojo y debido a eso optan por disminuir esa plaga en ciclos completos y por ende, no realizar siembras en esos terrenos deteniendo un poco la reproducción del mismo, eliminarla con la preparación de los suelos antes mencionados y posteriormente buscar a mantener el equilibrio de producción en 110 qq/mz (7,14 Ton/ha).

En la propuesta para manejar el caso de los suelos agotados se realizó una distribución paulatina de los productos químicos, aprovechando los días efectivos con el cuidado del riego, absorción y drenaje. La aplicación de la propuesta duró menos tiempo, es decir, se adelantó a la cooperativa entre 15 a 20 días, tanto para la época de verano como para invierno donde la cosecha de la propuesta tuvo una maduración efectiva y proporcionada, de hecho, que las fechas elegidas fueron las favorecedoras para realizar el análisis multivariante.

Todos los procesos fueron analizados y generaron los resultados significativos previstos, esto porque las diferencias en los procesos, desde la elección de aprovechar al máximo las horas luz que favorecen al cultivo de arroz su desarrollo y las pruebas multivariantes validan dichos procesos. De hecho, que al realizar el análisis con los costos que fue como encontrar la relación entre variables puede ocasionar una ligera dispersión de los datos teniendo sesgo de selección o de información, y en la parte económica las desviaciones son muy frecuentes por los continuos cambios monetarios y la varianza de las decisiones.

Las pruebas multivariantes en las comparaciones de los procesos agronómicos demostraron que la significancia de las diferencias que se establecieron en la propuesta, generaron los resultados esperados destacando la aplicabilidad de la estadística como vía alternativa y eficaz para la validación de observaciones y datos. Por su parte, MANOVA proporcionó los valores pertinentes

para rechazar la hipótesis nula de investigación y aceptar la hipótesis alternativa al establecer que los grupos de análisis, sus pruebas de igualdad de varianza y covarianza son distintas, consecuente que las varianzas generadas de las comparaciones proporcionaron que entre los procesos si existen diferencias significativas como se han mencionado anteriormente, también el gráfico de dispersión mostró sus relaciones entre sí, denotando que entre los procesos cuales son los más diferenciados principalmente con las instituciones y cooperativa.

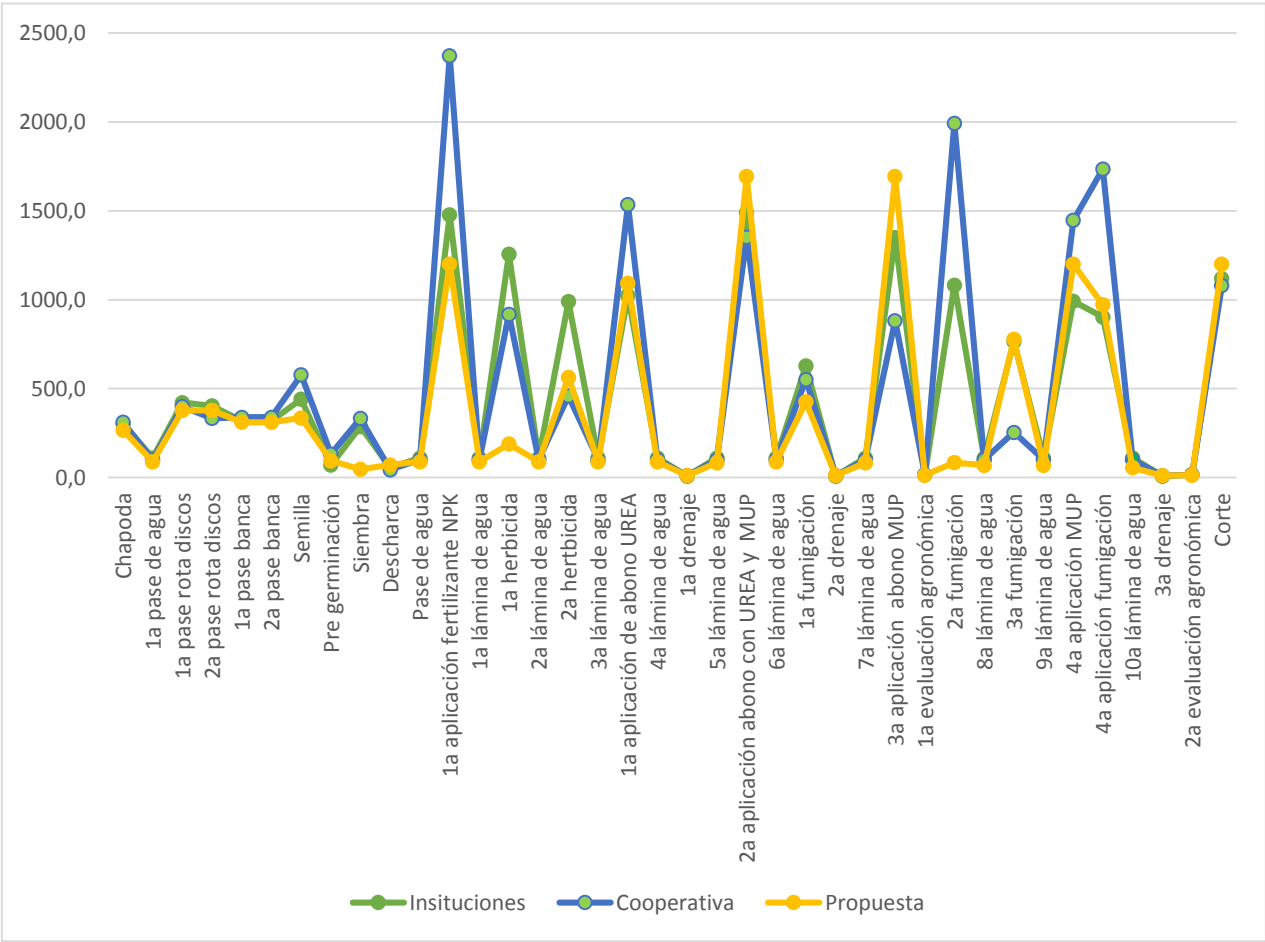


Figura 18. Diferencias entre los procesos agronómicos.

Fuente: Resultados obtenidos de los procesos y elaborado en Microsoft Excel

Al observar la figura anterior, es notable que las decisiones realizadas por el autor y el asesor en la propuesta resultaron las idóneas para la mejora del

rendimiento productivo en todo el proceso. La línea de color amarillo son los procesos agronómicos de la propuesta marcando una estabilidad en la preparación del suelo, de hecho, que los costos de la semilla para la cooperativa y las instituciones son más altos debido al tipo de siembra mecanizada, dado que se generalizan para el uso de maquinaria, exceptuando a lo que se hizo con la propuesta con siembra al voleo usando mano de obra.

El punto más alto del gráfico está en la primera aplicación de fertilizante NPK, es significativo expresar que, debido al tipo de siembra por la cooperativa, usa una gran inversión para que la semilla se desarrolle rápido y sobrepasar a la maleza y la planta absorba los nutrientes. Al presentar todos los procesos en el gráfico se ve que tanto las instituciones, cooperativa como la propuesta tienen los mismos procesos agronómicos más no la densidad de aplicación. La primera aplicación de herbicida fue menor cantidad a los demás, debido a que se realizó su tratamiento con las labores de preparación, aplicando los mismos productos químicos únicamente para prevención, pero en menor cantidad.

Las aplicaciones de los distintos productos según las evaluaciones agronómicas en algunas ocasiones fueron más aplicadas por parte de la propuesta para aprovechar la densidad de siembra y disponer al máximo del área del terreno, es decir, que la labor al voleo favorece a la disminución de distancia entre planta teniendo la utilización óptima de los espacios.

En resumen, los procesos agronómicos al realizar las comparaciones tienen variabilidad significativa donde los recursos que se dispusieron y sus aplicaciones favorecieron en gran manera para el aumento del rendimiento productivo. Sin embargo, en todo este transcurso se realizó las debidas anotaciones para el análisis multivariante, lógicamente al establecer dichas diferencias, la aplicación de MANOVA como técnica de análisis multivariante pudo ser aprovechada para evidenciar la efectividad de sus resultados. La mayor importancia recae al final de

la época en la obtención del rendimiento productivo el cual superó al equilibrio de la cooperativa y sus resultados aumentando de 171 (11,10 Ton/ha) de la cooperativa anteriormente a 200 qq/mz (12,98 Ton/ha) en época de verano por la propuesta y de 154 (10 Ton/ha) a 185 qq/mz (12,01 Ton/ha) en época de invierno respectivamente.

De hecho, que los rendimientos de la cooperativa no son tan malos están en un margen de aceptabilidad, pero con una desventaja que ese rendimiento en su mayoría quedó implicado en un alto porcentaje como el recurso de nivelar la inversión asimismo por penalizaciones en la humedad del grano y por su venta estipulado en el contrato de financiamiento causando todo lo anterior una baja a su rendimiento en el 1,8 %, que se puede observar como una pequeña cantidad, pero que a gran escala como trabaja la cooperativa es una pérdida simbólica en sus ganancias.

12.2 Estadística de fiabilidad

La fiabilidad estadística sin lugar a duda es necesaria para garantizar la validez y precisión en la reproducción de resultados, generando la confianza vital demostrar la significancia de procesos a aplicarse.

Dicha fiabilidad fue aplicada para evaluar la propuesta de mejora como una evidencia relacionada con el constructo, es decir, valorar la consistencia interna de sus procesos agronómicos que ratifican los resultados de su aplicación con las pruebas multivariantes.

Tabla 18. Estadística de fiabilidad alfa de Cronbach

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en elementos estandarizados	Nº de elementos
,983	,999	3

Fuente: Resultados obtenidos en la investigación y analizados con el programa SPSS.

De acuerdo con los resultados de la tabla anterior el valor de alfa de Cronbach es de 0,983, lo que da a entender que es un valor muy aceptado, puesto si este dato es próximo a 1, el aumento de la correlación de sus elementos es muy fuerte y significativa, o sea, que los procesos son pertinentes.

Añadiendo que la precisión de este valor dependió en gran manera de la organización generada por grupos y la escala de medición de tipo ordinal que existió entre ellas.

12.3 Diseño experimental cuadrado latino

Para el diseño de cuadrado latino se establecieron las divisiones de parcelas dentro del terreno, con la finalidad de obtener la media aritmética a las variables de rendimiento como los siguientes indicadores de la altura de la planta, longitud de la panoja, peso de 1000 granos, porcentaje de granos buenos; es por ello que a partir de los datos encontrados se crearon las tablas donde se colocaron los resultados del trabajo de campo.

Cabe señalar que al ejecutar este análisis se realizó la comparación de los resultados obtenidos de la cooperativa y la puesta en marcha de la propuesta

elaborada, de manera paralela entre sí, esto según sus tiempos, por consiguiente, cada uno aplicando sus procesos agronómicos debidos, es decir, que para esto se realizó el contraste únicamente con los resultados de las épocas de verano e invierno 2022, distribuyéndose de la siguiente manera:

Las pruebas A y B fueron los datos obtenidos de la cooperativa, la A es la testigo usando la variedad de semilla ANAR 97, la B la variedad INTA dorado y las pruebas C y D de la propuesta con variedad de línea 424, previamente estipulados y marcados para sus estudios, recordando que para la aplicación de los mismos se tomaron en cuenta los supuestos:

- No existió interacción entre las filas y columnas.
- No existió interacción entre columnas y tratamientos.
- Cada uno de los errores fueron independientes.
- Los errores fueron normalmente distribuidos con media cero y varianza estándar.
- Se realizó homogeneidad de varianzas entre los tratamientos a los procesos agronómicos.
- El modelo es lineal y de efectos aditivos.

La siguiente tabla muestra los datos del cómo se realizó la distribución de los valores obtenidos del trabajo de campo y de igual manera para las variables de rendimiento como demostración de su aplicación para las demás, usando el programa de Microsoft Excel para los cálculos. Asimismo, las hipótesis para este diseño fueron:

Ho: Todos los procesos agronómicos produjeron el mismo efecto en la variable de rendimiento.

Ha: Para al menos un i ; $i = 1, 2, \dots, t$ de los procesos agronómicos produjeron efectos distintos.

Tabla 19. Variable de rendimiento peso de 1000 granos

Divisiones	1	2	3	4
1	A 33	D 31	B 38	C 35
2	D 36	C 32	A 39	B 33
3	C 37	B 37	D 39	A 37
4	B 35	A 30	C 36	D 32

Fuente: *Datos obtenidos del trabajo de campo*

La tabla 19 mostró los resultados obtenidos al realizar las muestras según las parcelas distribuidas en el terreno en estudio y en terreno de la cooperativa donde ellos tenían sembrado, esto sin interferencia con la propuesta para hacer las comparaciones y estudiar si existieron diferencias significativas. Ahora bien, se realizó este diseño experimental estadístico para las variables de rendimiento, pero solo se demostró el paso a paso para el peso de 1000 granos dado que todas tuvieron el mismo procedimiento y sus resultados resumidos se colocaron en el apartado 12,4 en la tabla 25 en la página 177.

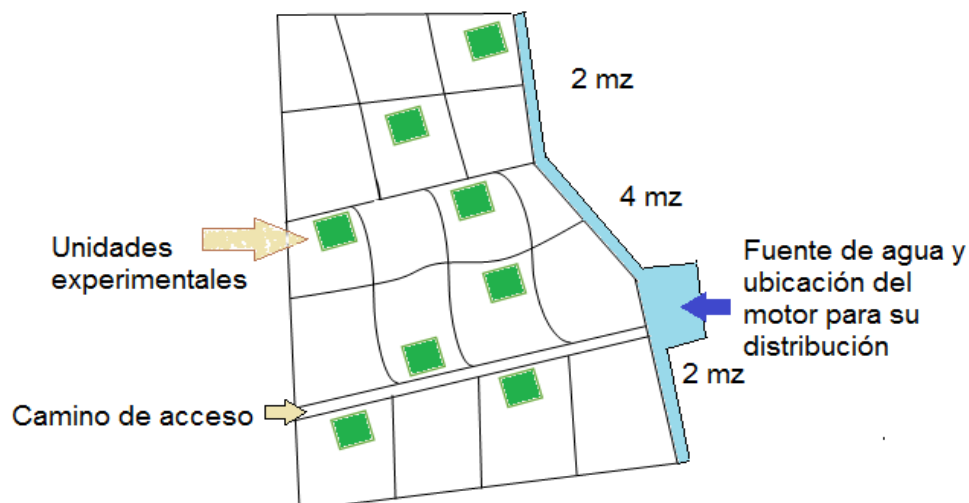


Figura 19. Distribución de las unidades experimentales.

Fuente: *Resultados obtenidos en el trabajo de campo.*

De hecho, que los resultados se anotaron y luego se realizó la combinación de los mismos, sin perder el objetivo del diseño experimental para el análisis estadístico. Para obtener los resultados, las unidades experimentales se tomaron de acuerdo a lo bloques establecidos de 1 m² por manzana, estos fueron elegidos al azar, al igual que la selección de las plantas para realizar el desgrane de la espiga, contar los granos y realizar su peso en una balanza analítica graduada en gramos. Una vez realizadas las mediciones se fueron colocando dichos valores en las tablas del diseño cuadrado latino, tanto para la cooperativa y lo obtenido en la propuesta de mejora, tomando como referencia al análisis estadístico una significación del 95% de confianza.

No obstante, se realizaron repetidas mediciones para obtener un resultado aproximado y poder colocarlo como dato para las tablas y evitar a la medida de lo posible errores en las mediciones.

Tabla 20. Tabla de ordenamiento auxiliar para el total y media de restricciones

Parcelas	Total peso Yk	Media peso
Cooperativa (A)	139	34,75
Cooperativa (B)	143	35,75
Propuesta (C)	140	35
Propuesta(D)	138	34,5
Total	560	140,0
Promedio cooperativa		35,3
Promedio propuesta		34,8
Media Global		35
SC trats	3,5	

Fuente: *Datos obtenidos del trabajo de campo y resultados usando Microsoft Excel*

En la tabla anterior se realizó los cálculos debidos y se mostraron según las parcelas elegidas, en la columna total peso se sumaron los valores de acuerdo a las unidades experimentales A, B, C y D, posteriormente la media de los valores, de ahí se obtuvieron los datos promedios según la cooperativa y propuesta en el trabajo de campo realizado para las demás variables de rendimiento.

La suma de cuadrados de tratamientos (SC Trats) se calculó elevando al cuadrado cada total de los pesos para luego ser dividido por la cantidad de divisiones de parcelas que fueron 4 realizando la diferencia de este cálculo con el total al cuadrado de la misma dividiéndose por el total de datos el cual fue 16³⁶ generando un valor de 35 g² como un ordenamiento auxiliar que permitió realizar los demás cálculos y generar el modelo estadístico.

Tabla 21. Resumen de resultados en la suma de cuadrados de medias

Peso 1000 granos (gramos)									
Divisiones	1	2	3	4	Y_j				
1	A 33	D 31	B 38	C 35	137				
2	D 36	C 32	A 39	B 33	140				
3	C 37	B 37	D 39	A 37	150				
4	B 35	A 30	C 36	D 32	133				
Y_i	141	130	152	137	560				
SCFilas	39,5								
SCColumnas	63,5								
SCTotal	122,0								
SCError	15,5								

Fuente: Datos obtenidos del trabajo de campo y resultados usando Microsoft Excel

Al observar la tabla anterior los valores Y_j y Y_i son las sumatorias por fila y columna para realizar el cálculo de la suma de cuadrados de filas (SC Filas) y suma de cuadrados por columna (SC Columnas) elevando al cuadrado cada valor y dividir

³⁶ Puede verse que este valor proviene de la tabla 14 en la página 140, siendo el número total de observaciones.

entre 4 con la diferencia del total, tal como se hizo para la tabla 21. Los datos anteriores fueron utilizados para analizar la varianza del peso de 1000 granos, generando las conclusiones estadísticas de que los procesos agronómicos de la cooperativa vs propuesta tienen diferencias significativas y realizar la prueba de hipótesis al comparar con los valores estándares de la distribución F.

Tabla 22. Resumen del análisis de varianza

Fuentes de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	Valor de F	F crítica (3, 6, 0,05)
Variedades	3	3,5	1,167	0,452	4,76
Filas	3	39,5			
Comunas	3	63,5			
Error experimental	6	15,5	2,58		
Total	15	122			
CV	4,59				

Fuente: *Datos obtenidos del trabajo de campo y resultados usando Microsoft Excel*

De acuerdo a la tabla 22 de resumen, se colocaron los valores obtenidos de lo calculado anteriormente y para los valores de procesos, filas y columnas existieron 3 grados de libertad, para un total de 15 surgiendo un error experimental de 6, que es resultado de la diferencia de los grados de libertad total menos la suma de los valores de procesos, filas y columnas.

El valor F obtenido de los valores dio como resultado 0,452 esto fue comparado con el valor F crítico que resultó 4,76 aproximadamente, valor que se encuentra en la tabla de distribución F estadística en la ubicación (3, 6, 0,05), referenciando a 3 grados de libertad del numerador, 6 grados de libertad del denominador y 0,05 de significancia obteniéndose un valor de F crítico 4,76 según la tabla.

Con base a lo anterior, se expresa que si el valor F es mayor al valor F crítico los valores tienen diferencias significativas en sus resultados, por lo que los datos experimentales tuvieron el mismo resultado y de mejora, comprobándose así con un coeficiente de variación³⁷(CV) del 4,59 % de significancia, porcentaje que es aceptable y que en las estimaciones obtenidas para las demás variables resultaron en cuanto a la longitud de la espiga 4,70%, altura de la planta 5,06 % y porcentaje de granos buenos o llenos un 3,85%; siendo todos ellos significantes ante las diferencias entre los procesos agronómicos para el cultivo de arroz.

12.3.1 Análisis de la prueba de rango múltiple de S.N.K

Para la prueba de rango múltiple se pueden tomar los valores usados en DCL usando las generalidades descritas en el apartado de marco teórico del diseño de cuadrado latino página 108, entre ellas el cálculo del error estándar de la media, usando el $CM_{error} = 2,58$ de la tabla 22 con $r = 4$, generando:

$$S_y = \sqrt{\frac{CM_{error}}{r}} = \sqrt{\frac{2,58}{4}} = 0,803 \text{ g}$$

Lo anterior indica que la desviación de las medias respecto al peso de 1000 granos.

³⁷ Este valor se calculó extrayendo raíz cuadrada de los cuadrados medios 2, 58 (ver tabla 22) dividido entre la media global 35 (ver tabla 20).

Luego de calcular S_y se crea una tabla por separado para determinar los valores tabulares Tukey³⁸ (q) para comparaciones múltiples, estos se encontraron buscando los valores críticos de las tablas constantes para las diferentes medias involucradas en las comparaciones:

Tabla 23. Determinación de valores críticos SNK de las medias

"P"	2	3	4
q(5%) y gl = 6	3,46	4,34	4,90
S_y	0,803	0,803	0,803
W_p (5%)	2,780	3,487	3,937

Fuente: *Datos obtenidos del trabajo de campo y resultados usando Microsoft Excel*

El valor p se retoma desde 2, 3, 4, ..., n según lo planteado por el diseño, el cual se encontró que los valores críticos fueron encontrados con el 5% de significancia 6 grados de libertad para el cálculo del producto valor "q" con S_y obteniéndose W_p , que es el valor crítico de S.N.K., o la diferencia mínima significativa según el criterio que establece S.N.K.

Como siguiente paso se realizó un ordenamiento de las medias de tratamientos de mayor a menor en una tabla de doble entrada y de esa manera determinar las diferencias de medias, según el criterio de S.N.K de rangos múltiples, como lo demuestra la siguiente tabla:

³⁸ El método de Tukey se utiliza en ANOVA para crear intervalos de confianza para todas las diferencias en parejas entre las medias de los niveles de los factores mientras controla la tasa de error por familia en un nivel especificado.

Tabla 24. Ordenamiento de las medias de los tratamientos.

Categoría estadística	Ordenamiento	C	A	D	B	WP
	MEDIAS	38	35,25	34,25	32,5	
C	38	0	2,75	3,75	5,5	3,937
A	35,25		0	1	2,75	3,487
D	34,25			0	1,75	2,780
B	32,5				0	

Fuente: *Datos obtenidos del trabajo de campo y resultados usando Microsoft Excel*

Con base a los resultados de la tabla anterior la prueba de rangos múltiples de S.N.K. realizada con $\alpha = 5\%$ indica que el conjunto de tratamientos comparados se agrupa en varias categorías estadísticas respecto a los grupos, es decir, que existen diferencias estadísticas entre las variedades de INTA dorado y Línea 424 al ser comparadas en sus indicadores y su rendimiento productivo, por ende, las variedades comparadas muestran diferencias específicas entre sí. Lo anterior se puede deducir que los valores W_p de la tabla 23 son menores a los comparadores de Tukey, entonces se deduce que se trata de promedios diferentes, por lo tanto, existen diferencias significativas.

12.4 Variables de rendimiento

Los resultados que se presentan en la tabla 25 surgieron del trabajo de campo en las épocas de verano e invierno tomando muestras de las parcelas seleccionadas para la cooperativa y propuesta, dado que los valores en las instituciones estaban dados en el marco teórico del estudio, es así como las variables de rendimiento se derivaron al realizar el diseño de cuadro latino con los valores promedios y aproximados de sus datos.

Tabla 25. Resultados finales de las variables de rendimiento

Grupo y/o variables	Época	Verano	Invierno	
		Cantidad		
Instituciones	1	Altura de la planta (cm)	95	90
	1	Rendimiento productivo(qq/mz)	120	115
	1	Longitud de la panícula (cm)	23	21
	1	Porcentaje granos buenos (%)	76	70
	1	Peso de 1000 granos en gramos	32	30
Cooperativa	2	Altura de la planta (cm)	107	106
	2	Rendimiento productivo (qq/mz)	171	154
	2	Longitud de la panícula (cm)	33	30
	2	Porcentaje granos buenos	77	74
	2	Peso de 1000 granos	33	34
Propuesta	3	Altura de la planta (cm)	109	112
	3	Rendimiento productivo (qq/mz)	200	185
	3	Longitud de la panícula (cm)	33	32
	3	Porcentaje granos buenos	85	78
	3	Peso de 1000 granos	34	32

Fuente: *Datos obtenidos del trabajo de campo*

Los resultados finales al aplicar la propuesta fueron significativos partiendo desde los procesos agronómicos aplicados al darles seguimiento y que se analizaron usando la técnica estadística multivariante MANOVA para dar fiabilidad a que los datos obtenidos tuvieron diferencias significativas.

La técnica multivariante pudo ser aplicada para esta línea de investigación con vías de mejora donde se obtuvo un rendimiento productivo que superó a las expectativas numéricas de la cooperativa tanto en la época de invierno como de verano siendo muy satisfactorio tanto para el investigador y asesor con un grado de humedad permisible el cual fue de 20% para su debido corte.

El rendimiento productivo tuvo un aumento significativo como se ha evidenciado anteriormente puesto que al realizar mejoras dentro de las variables que fueron analizadas con la técnica MANOVA, se establecieron los grupos de análisis pertinentes, de los cuales los más importantes se encontraron en la preparación del suelo, siembra y aplicaciones de productos químicos.

El manejo de las fechas de inicio y fin de época del proceso agronómico de preparación, maquinaria agrícola, tipo de siembra, tipo de semilla o variedad sembrada, riegos, drenajes, fertilizaciones, abonado, fumigaciones y evaluaciones agronómicas marcaron diferencias entre la cooperativa y propuesta, generando los resultados finales de las variables de rendimiento que fueron el resumen de las prácticas agronómicas experimentadas en el trabajo de campo durante toda la época de desarrollo del cultivo, permitiendo aplicar el análisis estadístico multivariante propuesto.

El autor Estrada Guevara (2012) expuso que el uso de la mecanización agrícola dentro de los procesos no indica un aumento en el rendimiento y ni tampoco la rentabilidad del mismo, sino que esto se regula según la eficacia del desarrollo de la planta en sus etapas finales. Sin embargo, en el proceso de corte, a la máquina cosechadora se le realizó un muestreo para identificar la cantidad de vote del grano en la paja desechada por cada 5 metros recorridos, la técnica consistió en contar los granos llenos caídos en una bandeja cuadrada de 30 cm, enfatizando que si este conteo supera a 30 granos se debe detener y calibrar la cosechadora, ahora bien, al realizar el muestreo se contó que esta desechaba de 3 a 5 granos resultando favorecedor, dado que la máquina era semi nueva marca New Holland TC5070, teniendo un sistema actualizado de desgrane por cilindro de alta velocidad generando mayor eficacia en la recolección y de esa manera evitando pérdidas en el peso.

Es por ello que al observar los datos de la tabla 23 para las instituciones, cooperativa y propuesta es notable el aumento de las variables de rendimiento y

que otras mantienen sus valores, pero con MANOVA se obtuvo que dichos procesos si tenían un valor estadístico significativo para obtener el rendimiento productivo. Está claro que en muchas ocasiones se tomaron decisiones de acuerdo a los recursos disponibles como la aplicación de químicos, pero el tiempo, la frecuencia y el cómo se evalúan favorecen a las mejoras que se pretenden obtener.

La Matemática se aplica en todas las áreas de sectores productivos y la estadística multivariante potenció la manera del como analizar, demostrar y valorar que procesos son significativos como MANOVA, sin embargo la relación de las variables que se usó para analizar el proceso que fue monetario puede ocasionar dudas del análisis por los continuos cambios de valor del dólar, pero fue la mejor vía para realizar el costo - beneficio y asegurarse que los procesos se pueden mantener en control para evitar excesos en la inversión y minimizar los gastos y como cooperativa poder generar ganancias satisfactorias a los socios y lograr a la medida de los posible mejorar su economía.

Cabe señalar que la cooperativa realiza un plan de trabajo por lotes designando fechas establecidas para la aplicación o tratamientos lo que conlleva a tener un control de sus procesos, pero descuidando una parte fundamental, la evaluación en el trabajo de campo. De igual manera, la importancia de realizar análisis estadísticos ayuda a prever que procesos agronómicos fueron los más eficientes para obtener un rendimiento aceptable, llevar el control de ello genera que en las próximas cosechas se tomen en cuenta lo que se realizó incorrectamente, además, sin descuidar la parte contable que sería la vía para prestar atención al costo - beneficio.

12.5 Limitantes de la propuesta

Las limitantes dentro del proceso deben ser mencionadas, puesto siempre existen factores que obstaculizan que las acciones que se van a realizar no tengan

la efectividad esperada, dentro de ellas surgió el alza en los precios de productos dado que ocasiona reducción considerable de las ganancias.

La movilización de la mano de obra en reiteradas ocasiones fue complicada de realizar puesto que la ejecución de algunos procesos agronómicos coincidía con los de la cooperativa, teniendo que esperar o mover ligeramente en periodos cortos las aplicaciones.

Se contrató la maquinaria agrícola de recolección del arroz con implemento de oruga a causa de que se produjo una filtración de agua al terreno unos días antes del corte, debido a que el agua donde se tomaba para el riego aumentó su capacidad sobrepasando los bordes, pero no afectó al rendimiento.

Otra limitante fue la comparación que se realizó con la cooperativa, ya que los valores para ejecutar el estudio fueron tomados de los procesos en invierno y verano 2022, por lo que se esperó que ellos realizaran algunas acciones faltantes dado que las lluvias de invierno tanto de inicio como de fin, retrasó la aplicación de algunas actividades generando una dificultad en el análisis de resultados, por lo que se optó por esperar los resultados de la misma, alargándose el tiempo predestinado en 15 días más.

XIII. CONCLUSIONES

De acuerdo a los objetivos y cuestiones de investigación se concluye:

1. El proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz al aplicar la propuesta mejoró el rendimiento productivo de un 15% superando las expectativas respecto a lo obtenido por la cooperativa en las épocas paralelas y en las anteriores, por ende, los resultados usando la técnica MANOVA en las pruebas multivariantes dieron valores significativos.
2. La técnica proporcionó información útil, significativa y potente en cuanto al manejo agronómico pertinente para el cultivo del arroz detectando los patrones de respuestas en las variables cuantitativas multivariadas que estuvieron correlacionadas, lo que permitió que los resultados de la variable de rendimiento productivo al final de las épocas tuviesen diferencias significativas.
3. Al aplicar la propuesta de mejora se obtuvo un aumento en el rendimiento productivo en la época de verano a 200 qq/mz o 12,98 Ton/ha y en invierno 185 qq/mz o 12,01 Ton/ha, superando los rendimientos productivos obtenidos por la cooperativa en época de siembra 2021 y 2022, generando ganancia del 69% en costo - beneficio que fueron favorecidos por los tratamientos considerando las fechas de siembra, tipo de siembra, preparación del suelo, manejo de los riegos, drenajes del terreno y la aplicación de productos químicos. Añadiendo, que la viabilidad estadística del alfa de Cronbach para valorar la consistencia interna de la propuesta fue de 0,983 resultando eficaz en cuanto a su estructura.
4. Al comparar los valores establecidos en cuanto al manejo agronómico del cultivo de arroz por las instituciones versus con las acciones por la cooperativa y los resultados obtenidos con la propuesta de mejora se observó

en sus variables de rendimiento un incremento satisfactorio que proporcionó valores significativos al realizar el análisis con la técnica de MANOVA.

5. Dentro de los cambios de las variables en el proceso agronómico del cultivo del arroz se evidenció el manejo de las fechas de inicio y fin de época de preparación, maquinaria agrícola, tipo de siembra, tipo de semilla o variedad sembrada, riegos, drenajes, fertilizaciones, abonado, fumigaciones y evaluaciones agronómicas marcaron diferencias significantes en los procesos entre la cooperativa y propuesta identificados por los valores comparados en las pruebas multivariantes proporcionando validez de las mismas y que a la par generó los resultados finales de las variables de rendimiento mejorando sus valores con alto grado de aceptabilidad.
6. Al valorar la propuesta de mejora en las épocas proporcionados por la técnica MANOVA fueron satisfactorios aportando que la utilización de la misma existieron diferencias significativas en las pruebas multivariantes validando los procesos agronómicos aplicados y la importancia del uso de la estadística multivariante, análisis de las matrices de la varianza y distribución en la rama de la agronomía para el incremento del rendimiento productivo del cultivo y a la vez favoreciendo las ganancias de la cooperativa.
7. La técnica multivariante MANOVA en conjunto con el diseño experimental de cuadro latino permitieron eficazmente validar los procesos diferenciados que existieron entre la cooperativa y propuesta de mejora como punto clave para proponer dichos cambios y obtener rendimientos productivos similares a los conseguidos en este estudio para el cultivo de arroz, es decir, la propuesta de mejora que se aplicó puede ser utilizada por otras instituciones tanto nacional como internacional.

XIV. RECOMENDACIONES

Para futuros estudios que involucren analizar el proceso agronómico del cultivo de arroz usando estadística multivariante se recomienda:

A la cooperativa:

1. Revisar y retomar sus manejos agronómicos y el uso de la variedad de semilla Línea 424 como una forma de obtener cosechas rápidas en terrenos que tienen problemas con el arroz rojo.
2. Valorar la eficacia de los productos químicos aplicados en el cultivo y cómo pueden intervenir al usar otro de variedad de semilla.

A la Universidad:

3. Como continuidad de investigación a establecer otro tipo de relación entre las variables que difiera del económico con el fin de evitar sesgos estadísticos en los resultados por la variación del precio dólar o con la designación de grupos con sus propias unidades de medidas.
4. Como línea de investigación al realizar el análisis más detallado de la relación costo - beneficio desde la perspectiva contable y entrelazar con la estadística multivariante.

A otros autores o investigadores:

5. Interesados en esta línea de investigación a realizar el análisis multivariante usando la preparación del suelo con siembra mecanizada por sistema de riego de tipo por inundación y seco.
6. A usar otra técnica multivariante para analizar y valorar la existencia de diferencias significativas en los procesos agronómicos en otro tipo de cultivos usando softwares estadísticos distintos a SPSS.

XV. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguaded Ramírez, E. M., Pistón Rodríguez, M. D., Pegalajar Moral, M., & Olmedo Moreno, E. M. (2020). El Sistema de Categorías como herramienta para comprender las Historias de Vida de los menores extranjeros no acompañados. *Revista Espacios*, 41(12), 11.
- Alvarado Díaz, N. A. (2008). *Diseño de experimentos unifactoriales: DISEÑO CUADRADO LATINO (DCL)*. Managua: Universidad Nacional Agraria (UNA).
- Álvarez Córdova, E. (2018). *Guía técnica de arroz*. El Salvador: CENTRO NACIONAL DE TECNOLOGÍA AGROPECUARIA Y FORESTAL (CENTA).
- Amaro, I., Ponsot, E., Castillo, Z., & Machado, W. (2016). MANOVA - Biplot: Aspectos Teóricos y aplicación a los usos del suelo en la ESPAC 2016. *ResearchGate*, 17.
- Anderson , P. W. (1958). Random-phase approximation in the theory of superconductivity. *Physical Review*.
- Aranda Pinilla, J., & Orjuela Castro, M. (2015). *Optimización multiobjetivo en la gestión de cadenas de suministro de biocombustibles. Ingeniería*. (Vol. 1). Recuperado el 12 de Septiembre de 2021
- Aranda Pinilla, J., Molina Barón, M., Huerta Forero, I., & Castro Orjuela, J. (2014). *Modelo de programación matemática para la cadena productiva del biodiésel en Colombia*. Colombia: Ingeniería (0121-750X).
- Arévalo, D., & Padilla, C. (Marzo de 2016). Medición de la confiabilidad del aprendizaje del programa RStudio mediante Alfa de Cronbach. *Revista Politécnica*, 13(2), 8. Obtenido de https://revistapolitecnica.epn.edu.ec/ojs2/index.php/revista_politecnica2/article/view/469/pdf
- Arias Restrepo, S. M., Torres Carrera, J. D., & Molina Rico, L. J. (2015). Estructura de la comunidad polinizadora en un cultivo de tomate *Lycopersicon esculentum*

- Mill(Solanaceae) y análisis multivariado de la calidad de fruto. *Scientia et Technica*, 382-390.
- Arnold, S. F. (1981). *The Theory of Linear Models and Multivariate Analysis*. Wiley.
- Averos Pinos, G. (02 de Julio de 2017). *El arroz*. Obtenido de Servicios agropecuarios:
<http://aportesacademicosagropecuario.blogspot.com/2017/07/arroz.html>
- Balzarini M, B., Bruno, C., Córdoba, M., & Teich, I. (2015). *Herramientas en el análisis estadístico multivariado*. Escuela Virtual Internacional CAVILA. Recuperado el 6 de Noviembre de 2021
- Barrera Cruz, K. E. (2020). *Evaluación de programa de fertilización con productos promotores de sistema radicular en el cultivo de arroz (Oryza sativa L.) variedad*. Recuperado el 24 de Octubre de 2021
- Benavides, M. O., & Gómez-Restrepo, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 34(1), 7.
- Bilodeau, M., & Brenner, D. (1999). *Multivariate regression*. Springer New York.
- Bójorquez, J., López, L., Hernández, M., & Jimenez, E. (2013). Utilización del alfa de Cronbach para validar la confiabilidad de un instrumento de medición de satisfacción del estudiante en el uso de Software Minitab. *Innovation in Engineering, Technology and Education for Competitiveness and Prosperity*, 1-9.
- Caballero, A., López, N., Castil, S., & Carbajal R, E. (2007). Aplicación de un modelo económico matemático en el completamiento del parque de maquinarias de una empresa arrocera. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 12-17.
- Cayuela, L. (2011). *Análisis multivariante. Tulipán: Área de Biodiversidad y Conservación, Universidad Rey Juan Carlos*. Recuperado el 8 de Noviembre de 2021
- Centro Internacional de Agricultura Tropical(CIAT). (2005). *Morfología de la planta de Arroz: Guía de estudio*. Cali, Palmira, Colombia.

- Chernoff, H. (1973). *Using faces to represent points in k-dimensional space graphically*. Journal of the American Statistics Association.
- Condo Plaza, L. A., & Pazmiño Guadalupe, J. M. (2015). *Diseño experimental en el desarrollo del conocimiento científico de las ciencias agropecuarias* (Vol. Tomo 2). Riobamba, Ecuador: Instituto de Investigaciones, Aval ESPOCH.
- Cortés, C. A., Camacho Tamayo, J. H., & Leiva, F. R. (2013). Análisis multivariado del comportamiento espacial y temporal de la resistencia del suelo a la penetración. *Facultad de Ingeniería, Programa de ingeniería agrícola*, 11.
- Díaz Monroy, L. G. (2007). *Estadística multivariada: inferencia y métodos*. (2 ed.). Colombia: Facultad de ciencias, Departamento de Estadística. Recuperado el 13 de Octubre de 2021
- Estrada Guevara, M. E. (2012). *Calidad del agua y manejo de sus diferentes niveles para el óptimo rendimiento del cultivo del arroz, en el Valle de Sébaco, durante el período Julio-Diciembre, 2011 (Doctoral dissertation, Centro para la Investigación)*. Sébaco, Matagalpa. Recuperado el 25 de Octubre de 2021
- Fernández. (2008). *Análisis Multivariante*. Bogotá: Universidad Nacional de Bogota. Recuperado el 12 de Noviembre de 2021
- Franco, T. L. (2013). *Análisis Estadístico de datos de caracterización morfológica de Recursos Fitogenéticos*. Roma. Recuperado el 2 de Enero de 2021
- Franquet Bernis, J. M. (2004). *Variedades y mejora del arroz (Oriza sativa, L)*. Tortuosa. Recuperado el 4 de Noviembre de 2021
- Gabriel , K. R. (1971). The biplot graphic display of matrices with application to principal components analysis. *Biometrics*, 453-467.
- Gabriel, K. R. (1981). *Biplot display of multivariate matrices for inspection of data and diagnosis*. London: Wiley: In V. Barnett (Ed.), *Interpreting Multivariate Data*.

- García , K., Godoy, J. A., Carrillo, P., & Pachón, H. (2011). *Evaluación sensorial de arroz(Oryza sativa) variedad Azucena en la Región Autónoma del Atlántico Norte de Nicaragua*. Perspectivas en nutrición humana.
- García Flores, S. V. (2016). *Estructura Productiva: Análisis de la producción, comercialización y consumo de arroz en Nicaragua 2009-2013 (Doctoral dissertation, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua)*. Managua. Recuperado el 14 de Octubre de 2021
- Gutiérrez Liñan , J. L. (2016). *Diseño cuadro latino*. México: Universidad Autónoma del Estado de México.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México DF México: Mc Graw Hill.: Mc Graw Hill. Recuperado el 12 de Septiembre de 2021
- INFOAGRO. (2018). *El cultivo del arroz*. Recuperado el 18 de Octubre de 2021
- Instituto Nicaragüense de Tecnología Agropecuaria (INTA). (2012). *Guía tecnológica Cultivo de Arroz*. Managua. Nicaragua. Recuperado el 16 de Octubre de 2021
- Instituto Nicaragüense de Tecnología Agropecuaria(INTA). (2019). *INTA DORADO en centro experimental TAINIC Sébaco*. Matagalpa, Nicaragua. Recuperado el 14 de Octubre de 2021
- INTA, I. N. (2009). *Guia tecnologica cultivo de arroz*. INTA.
- Johnson, R., & Wichern, D. (1948). *Applied multivariate Statical Analysis*. New Jersey: Prentice.Hall.In.
- Kendall, M. G. (1975). *Rank Correlation Methods*. Charles Griffin, London.
- Lanzas Ceas, K. J., & Reñazco Tórrez, A. J. (2016). *Análisis de la producción del cultivo de arroz (Oryza sativa) en Nicaragua 2004-2014. (Doctoral dissertation, Universidad Nacional Agraria)*.
- Lehman, A. C. (1986). *Testing Statisal Hypotheses*. Wiley.

- López Rodríguez, J. (2018). *Estimación de parámetros genéticos y los componentes del rendimiento en cultivo de arroz (Oryza sativa L.) variedad INTA Chinandega*. Sébaco, Matagalpa, Nicaragua: (Doctoral dissertation, Universidad Nacional Agraria).
- López Rodríguez, Y., Morejón Mesa, Y., Sosa, D., & Martínez, O. (2015). Modelación matemática del complejo cosecha-transporte de la caña de azúcar para su racionalización. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 42-48.
- Lorenzo, C. (2006). *Contribución sobre los paradigmas de investigación*. Brazil: Educação. Recuperado el 12 de Septiembre de 2021
- Lugo González, D. A., Aguilar, V. H., Casotto, M., Laurentin, A., & Gómez, A. (2013). Aplicabilidad de estadística multivariada para estudios nutricionales: Bioensayo con el gorgojo de arroz (*Sitophilus oryzae* L). *Archivos Latinoamericanos de Nutrición*, 232 - 239.
- MAGFOR. (15 de Septiembre de 2015). *Calidad de mercado*.
- Mata Solís, L. D. (23 de Marzo de 2021). *Las investigaciones según su finalidad*. Obtenido de Investigalia: <https://investigaliacr.com/investigacion/las-investigaciones-segun-su-finalidad/>
- Mejías, I., & Ramírez, V. (2015). *Un modelo de simulación genérico de una productora de arroz. Agroalimentaria*. Recuperado el 21 de Octubre de 2021
- Mendoza Rivera, H. (2016). *Diseño Experimental*. Obtenido de Universidad Nacional de Colombia: http://red.unal.edu.co/cursos/ciencias/2000352/html/un1/cont_118-18.html
- Miranda Rodríguez, J. A. (2020). *Fertilización con motobomba en el cultivo de arroz (Oryza sativa L) Empresa Agrícola Miramontes S. A: San Lorenzo, Boaco 2019*. Recuperado el Octubre25 de 2021
- Montanero Fernández, J. (2008). *Análisis multivariante*. España: Universidad de Extremadura.

- Mora, J. R. (2016). Técnicas de estadística multivariada para la tipificación de sistemas de producción pecuarios. *Revista Tumbaga*.
- Noches P, A. (2019). *Modelo de evaluación de un cultivo de arroz para determinar su factibilidad*. Bogotá. Recuperado el 12 de Octubre de 2021
- Ortega Molina, M. J. (2002). *Evaluación de 6 líneas de arroz (Oryza sativa L.), y tres variedades comerciales bajo el sistema de riego, en dos épocas de siembra, en Malacatoya. Nicaragua*. Malacatoya. Recuperado el 26 de Octubre de 2021
- Ortiz, E. (2012). Los Niveles teóricos y metodológicos en la investigación educativa. *Scielo*, 10.
- Oviedo, H. C., & Campo-Arias, A. (2005). Aproximación al uso del coeficiente alfa de Cronbach. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 34(5), 7.
- Paniagua Molina, H. J. (2015). Modelo de programación lineal para minimizar el costo de fertilización granulada de macro nutrientes en el cultivo de la zanahoria. 1(1). Costa Rica. doi:<https://doi.org/10.18845/rea.v1i1.3683>
- Paniagua Molina, J. (2015). *Modelo de programación lineal para minimizar el costo de fertilización granulada de macro nutrientes en el cultivo de la zanahoria en Costa Rica*.
- Parajón Guevara, A. (2012). *Teoría de probabilidades*. España: Editorial Académica Española(EAE).
- Pérez , G. (1994). *Paradigmas cuantitativo y cualitativo y metodología de la investigación*. Obtenido de <http://eduteka.icesi.edu.co/gp/upload/ed30c96e1724da08bf8c3133bf73c2b3.pdf>.
- Pineda, D. S., & Tórrez Ramirez, N. (2017). *Diseño de un modelo de programación lineal para la planeación de producción en un cultivo de fresa, según factores costo/beneficio y capacidades productivas en un periodo temporal definido*. Ingeniera USBmed.

- Rodríguez-Gross, R., Puchades-Isaguirre, Y., Bernal-Liranza, N., Suárez, H. J., & García-Pérez, H. (2012). *Métodos estadísticos multivariados en el estudio de la interacción genotipo-ambiente en la caña de azúcar*. Cuba: Ciencia en su PC.
- Saavedra Montano, D. (2013). *Las tendencias de las nuevas innovaciones tecnológicas en arroz*. Managua, Nicaragua: FUNICA.
- Seber, A. F. (1984). *Multivariate observations* John Wiley and sons. New York.
- TAINIC. (2015). *TAINIC*. (Septiembre del 2015). Managua. Recuperado el 20 de Octubre de 2021
- Treminio Rojas, J. A. (2017). *Efectos del silicato agrícola térmico al 75% en el cultivo de arroz (Oryza sativa L.) variedad Palo 2, en variables de crecimiento*. Matagalpa. Recuperado el 4 de Noviembre de 2021
- UNAN - Managua. (2011). *Modelo educativo, normativa y Metodología para la planificación curricular*. Managua, Nicaragua: UNAN - Managua.
- Vélez Barrera, S. (2020). *Análisis costo beneficio de la siembra de arroz por trasplante vs. siembra directa* . Recuperado el 14 de Octubre de 2021
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias* (9na edición ed.). México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Webster, A. L. (2000). *Estadística aplicada a los negocios y la economía* (3ra edición ed.). México: MC GRAW HILL.

ANEXOS

Anexo 1: Entrevista diagnóstica a la cooperativa



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE MATAGALPA Dirección de Posgrado y Educación continua Doctorado en Matemática Aplicada “2022: Vamos por más Victorias Educativas”

Entrevista diagnóstica a la cooperativa Omar Torrijos

Estimado Sr. Con el propósito de investigar y formular el planteamiento del problema y línea de conocimiento doctoral, se está realizando un estudio científico con fines académicos para analizar el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz a través de un análisis multivariado para el mejoramiento del rendimiento productivo con la intención de realizar aportes significativos con ayuda de la técnica estadística multivariada MANOVA para proporcionar resultados que propicien el mejoramiento buscado en pro de la economía de los productores donde sus aportes servirán de gran ayuda para sentar las bases de dicha investigación en esta entrevista, es por ello se plantean las siguientes cuestiones:

I. Datos Generales

Nombre del entrevistado: _____.

Cargo: _____.

Número de manzanas de siembra: _____.

Años de pertenecer a la cooperativa: _____.

Años que existe la cooperativa: _____.

Fecha de realización: _____.

Lugar: _____.

II. Información general

1. ¿Qué aspectos son importantes a considerar para iniciar un ciclo de cultivo de arroz?
2. Dentro del proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz que ¿Condiciones trabajan como cooperativa? Ejemplo:
 - Variedad de semilla:
 - Tipo de semilla:
 - Preparación del suelo:
 - Tipo de riego:
 - Número de drenajes:
 - Mano de obra:
 - Tipo de siembra:
 - Manejo de productos químicos:
 - Tipo de recolección de la cosecha:
3. ¿Cuáles son las fechas o meses óptimos para iniciar una siembra y que consideraciones toman?
4. ¿Qué manejo agronómico utilizan para sus cultivos el brindado por algunas instituciones o manejan algún otro?
5. ¿Qué consideraciones desde las evaluaciones agronómicas generales realizan durante el ciclo?
6. ¿Cuáles son las causas de obtener bajos rendimientos productivos desde la experiencia como cooperativa?
7. ¿De qué manera influye el obtener un rendimiento productivo bajo para el próximo ciclo de siembra?
8. ¿Qué importancia tiene el cultivo de arroz para la población?
9. ¿Cuál ha sido el proceso de análisis estadístico que han usado para ver los avances en la producción y ganancias de la cooperativa?
10. ¿Han tenido alianzas o seguimientos por parte de instituciones tanto gubernamentales como no gubernamentales? ¿Cuáles? ¿Cómo ha sido el proceso?

Anexo 2: Carta de solicitud para realización de estudio de investigación



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE MATAGALPA Dirección de Posgrado y Educación continua Doctorado en Matemática Aplicada “2022: Vamos por más Victorias Educativas”

Sébaco, Matagalpa

Cooperativa Omar Torrijos - Comunidad El Horno.
Comité directivo

Respetado Comité directivo:

Soy Rigoberto Francisco Jarquín Matamoro, doctorando en Matemática Aplicada de la UNAN - Managua - FAREM - MATAGALPA como parte de culminación de estudios de posgrados en mi tesis doctoral me planteé como objetivo general analizar el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz, a través de un análisis multivariado para el mejoramiento del rendimiento productivo con la intención de realizar aportes significativos con ayuda de la técnica estadística multivariada MANOVA. Mismo que acudo para solicitar de manera formal un espacio de investigación y experimentación para poner en práctica una propuesta de mejora para el cultivo de arroz y recolectar datos para ser analizados estadísticamente utilizando los recursos que ofrece la cooperativa en su manejo diario.

El estudio tendrá una duración de dos ciclos de siembra uno de verano y otro de invierno del año corriente esto con el fin de aplicar la propuesta y realizar el análisis estadístico, paralelamente a esto con el proceso que aplican en las demás

manzanas de siembra y aportar las diferencias y valorar los resultados significativos al final del estudio, proporcionando un aporte para el mejoramiento el rendimiento productivo de la cooperativa como un estudio base de ejemplo para los demás productores.

Conjuntamente, se dará un seguimiento de todo el proceso por un asesor graduado en ingeniería agronómica que es el mismo asesor de tesis para las respectivas evaluaciones del trabajo de campo durante el proceso.

Me despido esperando respuesta positiva y deseando éxitos en las labores.

Atentamente:

Lic. Rigoberto Francisco Jarquín Matamoro.

Cédula:

Carné estudiantil: 12063173

Anexo 3: Entrevista a la cooperativa



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE MATAGALPA

Dirección de Posgrado y Educación continua

Doctorado en Matemática Aplicada

Entrevista a la cooperativa Omar Torrijos

Estimado Sr. se está realizando una investigación científica con fines académicos para analizar el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz a través de un análisis multivariado para el mejoramiento del rendimiento productivo con la intención de realizar aportes significativos con ayuda de la técnica estadística multivariada MANOVA proporcionando resultados que propicien el mejoramiento buscado en pro de la economía de los productores y de la misma cooperativa.

I. Datos Generales

Nombre del entrevistado: _____.

Cargo: _____.

Fecha: ____/____/____. Lugar: _____.

Número de manzanas de siembra: _____.

Años de pertenecer a la cooperativa: _____.

Años que existe la cooperativa: _____.

Financiamiento económico: _____.

II. Desarrollo

Completar la siguiente tabla según el proceso de siembra y cosecha que aplican

Proceso	Producto o maquinaria	Cantidad y costo	Fecha
Inicio y fin del ciclo			
Variedad de semilla			
Manejo de la semilla			
Tipo de siembra			
Ventajas de usar la semilla seleccionada			
Densidad de siembra			
Costo mano de obra			
Preparación del terreno			
Tipo de preparación y mecanismos			
Sistema de riego			
Número de riegos			
Número de drenajes			
Costos de preparación			
Manejo agronómico			
Aplicación de fertilizante			
Aplicación de herbicida			
Aplicación de productos para protección			
Fumigación			
Cosecha			
Tipo de corte			
Valoración para corte			
Rendimiento productivo			
Evaluación agronómica			
Variables de rendimiento			

1. ¿Cuáles son las diferencias en el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz para las épocas de verano e invierno?
2. ¿Qué causas cree usted provocan que logren obtener rendimientos productivos bajos?

3. ¿Qué procedimiento agronómico o cambios han utilizado para mejorar el rendimiento productivo en el cultivo de arroz?
4. ¿Qué análisis estadístico o técnica han utilizado para tomar decisiones sobre el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz?

Firma: _____

Cédula: _____

Celular: _____

Actividad	Fechas																																	
	Enero 2022										Febrero 2022							Marzo 2022							Abril y Mayo 2022									
Descharca									10	11																								
Pase de agua																																		
1a aplicación fertilizante NPK																																		
1a aplicación de herbicidas selladores																																		
Lámina de agua																																		
2a aplicación de herbicida																																		
Lámina de agua																																		
1a aplicación de abono UREA 46%																																		
Lámina de agua																																		
1a drenaje de agua, capacidad de campo																																		
Lámina de agua																																		

Actividad	Fechas																			
	Enero 2022						Febrero 2022				Marzo 2022				Abril y Mayo 2022					
2a aplicación de abono UREA y muriato de potasio(MUP)												9								
Lámina de agua												14								
1a fumigación con motobomba												15								
2a drenaje de agua, capacidad de campo													20							
Lámina de agua														25						
3a aplicación de abono y muriato de potasio															26					
Evaluación agronómica															26					
2a fumigación según evaluación																2				

Actividad	Fechas																			
	Enero 2022						Febrero 2022				Marzo 2022				Abril y Mayo 2022					
3a fumigación protección primordio floral																			7	
Lámina de agua																			7	
Aplicación de sulfato de amonio																			13	
4a fumigación con humectante																				19
Lámina de agua																				20
3a drenaje del campo																				30
Valoración agronómica																				8
Corte y recolección																				10
Triangulación de resultados																				12
1er análisis estadístico																				14

Actividad	Fechas																															
	Mayo 2022						Junio 2022				Julio 2022						Agosto y Septiembre															
2a aplicaci3n de abono UREA y muriato de potasio																1	7															
L3mina de agua																		1	8													
1a fumigaci3n con motobomba																				1	9											
2a drenaje de agua, capacidad de campo																						2	4									
L3mina de agua																							2	9								
3a aplicaci3n de abono y muriato de potasio																								3	0							
Evaluaci3n agron3mica																									3	0						
2a fumigaci3n segun evaluaci3n																										8						

Anexo 6: Tabla de resumen costo - beneficio

Para el análisis costo - beneficio se realizó un aproximado según los procesos agronómicos expuestos en la propuesta para demostrar la factibilidad que lleva la aplicación de la misma. Se muestra tabla que resume estos aspectos para demostrar posibles resultados de los beneficios a obtenerse al trabajar las 8 manzanas de terreno:

Mano de obra o maquinaria		Insumos				
Actividad	Cantidad	Costo unitario \$ /mz	Producto	Dosis o cantidad /mz	Costo unitario \$	Costo por 8 manzanas en \$
Chapoda	1 tractor más implemento	33,3				266,7
Pase de agua	Motor Diesel y bomba de propela					88,9
1a pase de rota discos	1 tractor	47,2				377,8
2a pase de rota discos	1 tractor más implemento	47,2				377,8
1a pase de banca (alisamiento)	1 tractor más Implemento	38,8				311,1
2a pase de banca (re alisamiento)	1 tractor más implemento	38,8				311,1
Siembra, Selección de semilla			Variedad INTA dorado ó Línea 424	2,13 qq/mz	42	336
Pre germinació			Fertilizaci3n de la	1 paquete por cada 4	62,6	125,3

Mano de obra o maquinaria		Insumos				
Actividad	Cantidad	Costo unitario \$ /mz	Producto	Dosis o cantidad /mz	Costo unitario \$	Costo por 8 manzanas en \$
n y protección			semilla con Tricomach (Hongo)	qq de semilla		
Siembra al voleo	1 persona	\$ 3/qq		17,04	50	67,04
Descharca	1 persona	4,1				32,8
Pase de agua	Equipo de riego superficial					88,9
1a aplicación fertilizante NPK	1 persona	\$ 3/qq	N: Nitrógeno P: Fosforo K: Potasio	2 qq/mz	66	552
Lámina de agua	Equipo de riego superficial					88,9
1a aplicación de herbicida selladores	1 motobomb a	8,3	Coman 48 EC	1lts/mz	43,4	413,6
Lámina de agua	Equipo de riego superficial					88,9
2a aplicación de herbicida	1 persona	6,2/ persona	Mayoral + Cipermetrin a	Mayoral 275cc/mz Cipermetrin a 250cc/mz o 1 barril / 2 mz Insecticida 500cc 7 barril y	1 litro mayoral \$ 120 1 litro cipermetrin a \$ 8,3	612,2

Mano de obra o maquinaria		Insumos				
Actividad	Cantidad	Costo unitario \$ /mz	Producto	Dosis o cantidad /mz	Costo unitario \$	Costo por 8 manzanas en \$
				mayoral 750cc/barril		
Lámina de agua	Equipo de riego superficial					88,9
1a aplicación de abono UREA 46%	1 persona	3/qq	Urea 46%	2 qq/mz	76,8	638,4
Lámina de agua	Equipo de riego superficial					88,8
1a drenaje de agua, capacidad de campo	1 persona	7/día				7
Lámina de agua	Equipo de riego superficial					88,9
2a aplicación de abono	1 persona	3/qq	- Urea 46% - Muriato de potasio 0-0-60	- Urea 2 qq/mz - Muriato 1 qq/mz	76,8 76,8	1867,2
Lámina de agua	Equipo de riego superficial					88,9
1a fumigación con motobomb a	1 motobomb a	8,3/mz	- Fungicida Carbenzaci n - Bactericida Cazumin 2cl biológico	- 1 lts/ 2 mz - 1 lts/mz - 250 cc/mz - 350 cc/mz	8,3 13,8 55,5 \$ 15	526,8

Mano de obra o maquinaria		Insumos				
Actividad	Cantidad	Costo unitario \$ /mz	Producto	Dosis o cantidad /mz	Costo unitario \$	Costo por 8 manzanas en \$
			- Insecticida interceptor - Fertilizante foliar			
2a drenaje de agua, capacidad de campo	1 persona	7/día				7
Lámina de agua	Equipo de riego					88,9
3a aplicación de abono y muriato de potasio	1 persona	3/qq	- Urea 46% - Muriato de potasio	2 qq/mz 1 qq/mz	55,5	1356
Evaluación agronómica	1				13,9	13,9
2a fumigación según evaluación	1 motobomb a	8,3	Triasofos 20 EC	1 lts/mz	10,2	148
Lámina de agua	Equipo de riego superficial					88,9
3a fumigación protección primordio floral	1 motobomb a	8,3	- Fungicida Fungomac - Bactericida Agrimizinc -Fertilizante foliar	- 400 cc/mz - 400 g/mz - 500cc/mz	- \$ 40 cada litro - 1 kg \$ 30 - \$ 35 cada litro	995

Mano de obra o maquinaria		Insumos				
Actividad	Cantidad	Costo unitario \$ /mz	Producto	Dosis o cantidad /mz	Costo unitario \$	Costo por 8 manzanas en \$
Lámina de agua	Equipo de riego superficial					88,9
Aplicación de sulfato de amonio	1 persona	3/qq	Sulfato de amonio	2 qq/mz	66	1080
4a fumigación con humectante	1 motobomb a	8,3/mz	- Fungicida Amistarextr a - Bactericida Kazumin - Insecticida Engeo - Foliar Metalosato - Penetrante + humectante	- 350 cc/mz. - 1.5 lts/ mz - 125 cc/mz - 500 cc/mz - 500cc/barril	- \$ 100 cada litro - \$ 13,8 - \$ 115,2 - \$ 19,9 - \$ 7	1791,1
Lámina de agua	Equipo de riego					88,9
3a drenaje del campo	1 persona	7/día				7
Valoración agronómica						13,9
Corte y recolección	Máquina cosechadora	\$ 150 /mz				1200

La siguiente tabla muestra un resumen de lo abordado anteriormente estableciendo el costo - beneficio en una época de verano e invierno donde algunos procesos se limitan a evaluación agronómica.

Proceso o actividad	Costo en \$	Subtotal en \$
Preparación del suelo	1733,4	1733,4
Semilla y fertilización	671	671
Aplicación herbicidas	910,5	910,5
Fertilización	2036	2036
Aplicación fungicida(Fumigación)	1000	1000
Aplicación foliares	606,2	606,2
Riegos	700,1	700,1
Drenajes		41,6
Mano de obra	70,8	70,8
Evaluación agronómica	41,7	41,7
Corte	1200	1200
Total Gastos(TG)		9011,5
Producción esperada(PA) en qq/mz por valor del quintal de granza en campo (\$ 20) Invierno	$PA = (185 \text{ qq/mz})(\$ 20)(8\text{mz})$	29600
Costo - beneficio	$CB = PA - TG$	\$ 20588,5
Porcentaje al autor	8%	\$ 2368
Beneficio obtenido	\$ 20588,5	
Porcentaje beneficio	$\%B = (20588,5/29600) (100\%)$	69.5 %

Nota: Para poder pagar o generar los costos de inversión, la mínima producción aceptada sería de 100 qq/mz usando la propuesta de mejora.

Anexo 7: Entrevista realizada a la cooperativa



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE MATAGALPA

Dirección de Posgrado y Educación continua

Doctorado en Matemática Aplicada

Entrevista a la cooperativa Omar Torrijos

Estimado Sr. Se está realizando una investigación científica con fines académicos para analizar el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz a través de un análisis multivariado para el mejoramiento del rendimiento productivo con la intención de realizar aportes significativos con ayuda de la técnica estadística multivariada MANOVA proporcionando resultados que propicien el mejoramiento buscado en pro de la economía de los productores y de la misma cooperativa.

III. Datos Generales

Nombre del entrevistado: Ronaldo Humberto Urbina.

Cargo: Presidente del comité de la cooperativa.

Fecha: 06 / enero /2022. **Lugar:** El Horno, cooperativa.

Número de manzanas de siembra: 510 mz el resto 290 limpieza arroz rojo

Años de pertenecer a la cooperativa: 15 años.

Años que existe la cooperativa: 40 años.

Financiamiento económico: Sr. Luis Juárez Matamoros

IV. Desarrollo

Completar la siguiente tabla según el proceso de siembra y cosecha que aplican

Proceso	Producto o maquinaria	Cantidad	Costo
Inicio y fin del ciclo	Abril - julio(verano)		
	Agosto - Noviembre(Invierno)		
Variedad de semilla	INTA dorado		
Manejo de la semilla	Fungicida Subcoco	200 cc/qq	U\$ 25
	Zinc	5 g/qq	U\$ 8
Tipo de siembra	Mecanizada (Sembradora)		1 600
Ventajas de usar la semilla seleccionada	Rendimiento, eficiencia de las variables de rendimiento		
Densidad de siembra		1.8 - 2 qq/mz	
Costo mano de obra		U\$ 6 / persona	
Preparación del terreno			
Tipo de preparación y mecanismos	Chapoda		1 400
	Romplon		1 500
	Niveladora		1 800
	Grada		1 500
Sistema de riego	Superficial con motor eléctrico		450
Número de riegos	20		
Número de drenajes	5		
Costos de preparación			6 850 /mz
Manejo agronómico			
Aplicación de fertilizante	1ra Sulfato de amonio	2 qq/mz	U\$ 35 qq
	Urea 46%	3 qq/mz	U\$ 64 qq
	Completo NPK	1.5 qq/mz	U\$ 66 qq
	2da Sulfato de amonio	2 qq/mz	
Aplicación de herbicida	1ra Affinity	50 cc/barril	U\$ 130 lt
	Coman 36	1.3 lt/mz	U\$ 22 lt
	Loyan	1.8 cc/mz	U\$ 80 lt
	Ciclorae	1.5 kg /mz	U\$ 20 kg
	2da Mayoral		U\$ 90

Aplicación de productos para protección	1ra Triasofos	200 cc/mz	U\$ 12 lt
	Aspen	200cc/mz	U\$ 85 lt
	Bacter stop 500 gramos	200 g/mz	U\$ 70
	Cazumin	½ lt /mz	U\$ 7 lt
	Potasio	1 qq /mz	U\$ 60
	2da Floración Plocruth	½ lb/mz	U\$ 8
Cosecha			
Tipo de corte	Mecanizada		\$ 130/mz
Valoración para corte	Humedad 18 -22%	1.8 % castigo	
Rendimiento productivo			
Evaluación agronómica	Maduración grano		800
Variables de rendimiento	Rendimiento	154 qq/mz (verano 2022)	
		171 qq/mz (invierno 2022)	
	Peso 1000 granos	33 - 35 gramos	
	Altura planta	1.22 m	
	Longitud panoja	22 cm	

1. ¿Cuáles son las diferencias en el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz para las épocas de verano e invierno?

R: De las diferencias más notorias es el aprovechamiento de las horas luz en verano, la demanda de nutrientes, la preparación del suelo y la cantidad de riegos al cultivo. En invierno la aplicación de químicos de protección como el aumento de fungicida y bajar el % de nitrógeno.

2. ¿Qué causas cree usted provocan que logren obtener rendimientos productivos bajos?

R: En la cooperativa lo que ha ocasionado los bajos rendimientos es el aumento de arroz rojo (arrocillo) que caben dentro de las plagas y enfermedades y el realizar la limpieza del terreno conlleva perder toda una época de siembra, condiciones climáticas de acuerdo a las épocas de

siembra que se eligen, “el castigo del 1,8 % estipulado en el contrato, a veces por el precio del quintal de granza al que se vende”.

3. ¿Qué procedimiento agronómico o cambios han utilizado para mejorar el rendimiento productivo en el cultivo de arroz?

R: “El agotamiento de arroz rojo, realizar quema de la cosecha pasada, nivelar el terreno, aplicación de herbicidas en todo el ciclo completo, siembra mecanizada para formar piso a la hora de realizar corte. Se está pensando en cambiar las fechas de siembra por las condiciones climáticas, pero aún está en debate con el comité de directiva”.

4. ¿Qué análisis estadístico o técnica han utilizado para tomar decisiones sobre el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz?

R: “No se han realizado análisis estadístico en los últimos años, únicamente la contabilidad y el mantener el punto de equilibrio de rendimiento en la producción de los 110 qq/mz. Las decisiones en el proceso se han realizado según los resultados obtenidos, aunque la parte financiera y las condiciones que presente el terreno”.

Anexo 8: Evaluación agronómica

Evaluación agronómica

Objetivo: Valorar los avances de la propuesta de mejora en el proceso agronómico del cultivo de arroz.

Nombre del evaluador: _____

Fecha: _____ **Hora:** _____

Proceso a evaluar:

Condiciones climáticas:

I. Parámetros de evaluación

Los siguientes parámetros son descritos por escala y categorías para el apartado de desarrollo, con el fin de manejar uniformidad selectiva en el trabajo de campo. La siguiente tabla presenta las fases del desarrollo vegetativo del crecimiento de la planta colocándole una escala.

Fase del desarrollo vegetativo	Escala
Germinación de emergencia	0
Plántula o trasplante	1
Macollamiento	2
Crecimiento del tallo	3
Embuchamiento	4
Emergencia de la panícula	5
Floración	6
Estado lechoso del grano	7
Estado pastoso del grano	8
Grano maduro	9

Una vez teniendo las escalas de la fase vegetativa la evaluación del trabajo de campo se realiza tras la medición para aceptabilidad fenotípica en cada proceso, el cual se colocará según se observe.

Medición	Representación
Excelente	E
Buena	B
Regular	R
Pobre o mala	P
Inaceptable	I

II. Desarrollo

Estado a la que pertenece	Descripción de la medición	Categoría por descripción	Medición	Observaciones
Medición del vigor de la planta				
1	Material muy vigoroso			
3	Vigoroso			
5	Plantas intermedias o normales			
7	Plantas menos vigorosas que lo normal			
9	Plantas muy débiles o pequeñas			
Medición de la altura de planta				
1	Menos de 100 cm	Planta semi - enana		
5	De 101 a 130 cm	Intermedia		

Estado a la que pertenece	Descripción de la medición	Categoría por descripción	Medición	Observaciones
9	Más de 130	Alta		
Medición del acame o volcamiento				
1	Sin volcamiento	Tallos fuertes		
3	Más del 59% con tendencia al volcamiento	Tallos moderadamente fuertes		
5	Plantas moderadamente volcadas en su mayoría	Tallos moderadamente débiles		
7	La mayoría de las plantas casi caídas	Tallos débiles		
9	Todas las plantas volcadas	Tallos muy débiles		
Medición de la senescencia (Envejecimiento)				
1	Hojas color verde natural	Tardía y lenta		
5	Amarillamiento de las hojas superiores	Intermedia		
9	Hojas totales amarillas o muertas	Temprana y rápida		
Medición de la Exención (Desarrollo de la hoja)				
1	Panículas totales con buena exención			
3	Exención moderada			
5	Exención casi definida			

Estado a la que pertenece	Descripción de la medición	Categoría por descripción	Medición	Observaciones
7	Exención parcial			
9	Sin exención			
Medición de la fertilidad de las espigas				
1	Más del 90% de granos enteros	Altamente fértiles		
3	Del 75% al 89%	Fértiles		
5	Del 50% al 75%	Parcialmente fértiles		
7	Del 10% al 49%,	Estériles		
9	Del 0% al 9%	Altamente estériles		
Medición de los daños en el cuello y nudos de la panícula				
0	Ninguna lesión			
1	Menos del 1%; pocas ramificaciones secundarias infectadas			
3	Del 1% al 5%, respectivamente; ramificación principal afectada y ramificaciones secundarias afectadas en su mayoría			
5	Del 6% al 25%, respectivamente; eje o base de panícula parcialmente afectada			

Estado a la que pertenece	Descripción de la medición	Categoría por descripción	Medición	Observaciones
7	Del 26% al 50%, respectivamente; eje o base de panícula afectada totalmente, con más del 30% de grano lleno			
9	Del 51% al 100%, respectivamente; base de panícula o entrenudo superior, afectado totalmente, con menos del 30% de grano lleno			
Medición por aplicación de productos químicos				
1, 2, 3	Manejo de herbicidas			
2, 3, 5	Efectividad del Urea			
3, 5, 6	Efectividad fungicida			
6	Aplicación Foliar			
Maduración y corte				
9	Control de humedad grano			
9	Drenaje del terreno			
7, 8, 9	Humedad del terreno			
9	Planta sin volcamiento			

Estado a la que pertenece	Descripción de la medición	Categoría por descripción	Medición	Observaciones
9	Porcentaje de granos buenos			
9	Porcentaje de granos caídos por la máquina			

Comentarios:

Anexo 9: Guía de observación al trabajo de campo

Objetivo: Identificar y valorar los avances de la propuesta de mejora en el proceso agronómico del cultivo de arroz.

Formato para registro tras la observación

Propósito de la observación:				
Nombre finca:		Lote:		
Ubicación:				
Aplicación anterior:				
Producto(s) y dosis/mz				
Fecha:		Hora:		
Cultivo anterior (rotación)				
Fecha de aplicación: _____	Hora Inicio:		Duración:	
Tipo de suelo (textura):				
Densidad de siembra del cultivo (Kg/mz)				
Variedad/híbrido (cultivo):				
Fecha de siembra:				
Altura del cultivo a la aplicación (cm)				
Estado de desarrollo del cultivo				
Tipo de aplicación y equipo utilizado				
pH y dureza del agua				

Volumen y presión de aplicación:			
Humedad del suelo (Húmedo, seco, encharcado)			
Tiempo entre aplicación y primer riego (Horas)			
Tiempo entre aplicación y primera lluvia (Horas)			
Tratamiento	Producto (s)	Dosis /mz	Observaciones
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Malezas presentes en el área observada al momento de la aplicación			
Nombre común - Nombre científico	Altura(cm)	# Plantas / m ²	Estado de desarrollo
Observaciones:			

Anexo 10: Carta de solicitud aprobada por la cooperativa

Carta de solicitud para realización de estudio de investigación



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA DE MATAGALPA Dirección de Posgrado y Educación continua Doctorado en Matemática Aplicada “2022: Vamos por más Victorias Educativas”

Sébaco, Matagalpa

Cooperativa Omar Torrijos - Comunidad El Horno.
Comité directivo

Respetado Comité directivo:

Soy Rigoberto Francisco Jarquín Matamoro, doctorando en Matemática Aplicada de la UNAN-MANAGUA - FAREM - MATAGALPA como parte de culminación de estudios de posgrados en mi tesis doctoral me planteé como objetivo general analizar el proceso de siembra y cosecha del cultivo de arroz, a través de un análisis multivariado para el mejoramiento del rendimiento productivo con la intención de realizar aportes significativos con ayuda de la técnica estadística multivariada MANOVA. Mismo que acudo para solicitar de manera formal un espacio de investigación y experimentación para poner en práctica una propuesta de mejora para el cultivo de arroz y recolectar datos para ser analizados estadísticamente utilizando los recursos que ofrece la cooperativa en su manejo diario.

El estudio tendrá una duración de dos ciclos de siembra uno de verano y otro de invierno del año corriente esto con el fin de aplicar la propuesta y realizar el análisis estadístico, paralelamente a esto con el proceso que aplican en las demás manzanas de siembra y aportar las diferencias y valorar los resultados significativos al final del estudio, proporcionando un

aporte para el mejoramiento el rendimiento productivo de la cooperativa como un estudio base de ejemplo para los demás productores.

Conjuntamente, se dará un seguimiento de todo el proceso por un asesor graduado en ingeniería agronómica que es el mismo asesor de tesis para las respectivas evaluaciones del trabajo de campo durante el proceso.

Me despido esperando respuesta positiva y deseando éxitos en las labores.

Atentamente:



Lic. Rigoberto Francisco Jarquín Matamoro.

Cédula: 441-041094-0011U

Carné estudiantil: 12063173

Voto
Ronald Urbina
Ronald U.
Aprobado 17.



Anexo 11: Tablas de diseño experimental cuadrado latino para las variables de rendimiento

Panoja de la planta (cm)								
Parcelas	1		2		3		4	
1	A	23	D	20	B	25	C	20
2	D	27	C	24	A	30	B	23
3	C	22	B	25	D	23	A	24
4	B	23	A	22	C	27	D	25

Peso 1000 granos (gramos)								
Parcelas	1		2		3		4	
1	A	33	D	31	B	38	C	35
2	D	36	C	32	A	39	B	33
3	C	37	B	37	D	39	A	37
4	B	35	A	30	C	36	D	32

Porcentaje granos Buenos								
Parcelas	1		2		3		4	
1	A	76	D	70	B	75	C	81
2	D	85	C	80	A	76	B	83
3	C	81	B	82	D	76	A	84
4	B	79	A	77	C	81	D	82

Anexo 12: Tabla de resumen del trabajo de campo diseño de cuadro latino

	<i>Prueba 1</i>	<i>Prueba 2</i>	<i>Parcela</i>	<i>Altura</i>	<i>Longitud panoja</i>	<i>Peso 1000 granos</i>	<i>Porcentaje granos buenos</i>
<i>Prueba A</i>	1	1	1	95	23	33	76
<i>Prueba B</i>	1	2	4	104	20	31	78
<i>Prueba C</i>	1	3	2	103	25	38	75
<i>Prueba D</i>	1	4	3	105	20	35	81
<i>Prueba A</i>	2	1	4	104	27	36	85
<i>Prueba B</i>	2	2	3	118	24	32	80
<i>Prueba C</i>	2	3	1	99	30	39	76
<i>Prueba D</i>	2	4	2	114	23	33	83
<i>Prueba A</i>	3	1	3	116	22	37	81
<i>Prueba B</i>	3	2	2	115	25	37	81
<i>Prueba C</i>	3	3	4	109	23	39	76
<i>Prueba D</i>	3	4	1	108	24	37	84
<i>Prueba A</i>	4	1	2	120	23	35	79
<i>Prueba B</i>	4	2	1	98	22	30	77
<i>Prueba C</i>	4	3	3	117	27	36	81
<i>Prueba D</i>	4	4	4	98	25	32	82

Anexo 13: Imágenes de evidencia de la propuesta del cultivo de arroz



Figura 20. Observación porcentaje de granos buenos



Figura 21. Toma de muestra para peso de 1000 granos



Figura 22. Corte del cultivo con maquinaria agrícola con implemento de oruga



Figura 23. Corte en época de invierno en el terreno de estudio



Figura 24. Longitud de la panoja (Variable de rendimiento)



Figura 25. Eficacia del macollamiento por siembra al voleo



Figura 26. Vista del cultivo en riego



Figura 27. Aplicación de la segunda aplicación de UREA

FECHA	A BODMECANIZACIÓN	SIEMBRA Y FERTILIZACIÓN	RIEGO	MANEJO DE ACAROS	SANIDAD
LUNES 01/08/21	PROMOVER LA 9A 2 9B. RETIRACIÓN DE LA BOMBA.	-	LAGUA EN LA 9/LUEA. B 9.	REALIZAR CONT DE SOGATA EN 3A B. HAZER LA SÁTIMA EN 3A.	LLAMAR A GARCIA DE FERREIRA Y REVISAR LA 3A DE SOGATA EN 3A.
MARTES 02/08/21	CONTINUAR PROMOVENDO EN 9A. PROMOVER LA UME DEL 30% DEVELEAR 12MS 3B.	APLICAR 1-5 00/100 DE UREA EN 7B.	LAGUA EN 7B. B 9.	REALIZAR CONT DE SOGATA EN 10AB. 3/0 DESFLORA DE ARASTILLO EN 3A.	REVISAR EN M. ACAROS, SOGATA Y DESARROLLO SUETINO DE PASICULAS EN TODA EL AREA.
MITRAJUN 03/08/21	PROMOVER LA 9C TRAVASO. CHAYBARI Y PROMOVER LA AREA NUEVA.	APLICAR 1-5 00/100 DE UREA EN 10AB.	LAGUA EN 7B. B 9.	REALIZAR CONT DE ACAROS EN 3A.	-
MIEVES 04/08/22	PROMOVER LA 9D.	APLICAR 1-5 00/100 DE UREA EN 7B.	LAGUA EN 3A B. H 9.	REALIZAR CONT DE ACAROS EN 3A.	REVISAR DE SANTA ASERCA.
JUEVES 05/08/22	-	APLICAR 1-5 00/100 DE UREA EN 3A. 5 MS.	L/A EN 3A EL AREA.	REALIZAR CONT. DE ACAROS EN 10AB.	-
VIERNES 06/08/22	EMPAREJAR LA 9E HACER ESCUELA EN 3B. LUNES 01/09/22 CULPARA Y BASTIEN.	-	-	REALIZAR CONT. MAXIMO ENB EN 10AB.	ASAMBLEA GENERAL C.E.B.

Figura 28. Cronograma de actividades de la cooperativa

Nº	OTE	AREA	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD	FECHA	ACTIVIDAD		
01	33	33	01/08/21	Siembra y Fertilización	02/08/21	Riego	03/08/21	Manejo de Acaros	04/08/22	Sanidad	05/08/22	Manejo de Acaros	06/08/22	Manejo de Acaros	01/09/22	Manejo de Acaros	02/09/22	Manejo de Acaros	03/09/22	Manejo de Acaros	04/09/22	Manejo de Acaros	05/09/22	Manejo de Acaros	06/09/22	Manejo de Acaros
02	34	34	02/08/21	Siembra y Fertilización	03/08/21	Riego	04/08/22	Manejo de Acaros	05/08/22	Sanidad	06/08/22	Manejo de Acaros	07/08/22	Manejo de Acaros	08/08/22	Manejo de Acaros	09/08/22	Manejo de Acaros	10/08/22	Manejo de Acaros	11/08/22	Manejo de Acaros	12/08/22	Manejo de Acaros	13/08/22	Manejo de Acaros
03	35	35	03/08/21	Siembra y Fertilización	04/08/22	Riego	05/08/22	Manejo de Acaros	06/08/22	Sanidad	07/08/22	Manejo de Acaros	08/08/22	Manejo de Acaros	09/08/22	Manejo de Acaros	10/08/22	Manejo de Acaros	11/08/22	Manejo de Acaros	12/08/22	Manejo de Acaros	13/08/22	Manejo de Acaros	14/08/22	Manejo de Acaros
04	36	36	04/08/21	Siembra y Fertilización	05/08/22	Riego	06/08/22	Manejo de Acaros	07/08/22	Sanidad	08/08/22	Manejo de Acaros	09/08/22	Manejo de Acaros	10/08/22	Manejo de Acaros	11/08/22	Manejo de Acaros	12/08/22	Manejo de Acaros	13/08/22	Manejo de Acaros	14/08/22	Manejo de Acaros	15/08/22	Manejo de Acaros
05	37	37	05/08/21	Siembra y Fertilización	06/08/22	Riego	07/08/22	Manejo de Acaros	08/08/22	Sanidad	09/08/22	Manejo de Acaros	10/08/22	Manejo de Acaros	11/08/22	Manejo de Acaros	12/08/22	Manejo de Acaros	13/08/22	Manejo de Acaros	14/08/22	Manejo de Acaros	15/08/22	Manejo de Acaros	16/08/22	Manejo de Acaros
06	38	38	06/08/21	Siembra y Fertilización	07/08/22	Riego	08/08/22	Manejo de Acaros	09/08/22	Sanidad	10/08/22	Manejo de Acaros	11/08/22	Manejo de Acaros	12/08/22	Manejo de Acaros	13/08/22	Manejo de Acaros	14/08/22	Manejo de Acaros	15/08/22	Manejo de Acaros	16/08/22	Manejo de Acaros	17/08/22	Manejo de Acaros
07	39	39	07/08/21	Siembra y Fertilización	08/08/22	Riego	09/08/22	Manejo de Acaros	10/08/22	Sanidad	11/08/22	Manejo de Acaros	12/08/22	Manejo de Acaros	13/08/22	Manejo de Acaros	14/08/22	Manejo de Acaros	15/08/22	Manejo de Acaros	16/08/22	Manejo de Acaros	17/08/22	Manejo de Acaros	18/08/22	Manejo de Acaros
08	40	40	08/08/21	Siembra y Fertilización	09/08/22	Riego	10/08/22	Manejo de Acaros	11/08/22	Sanidad	12/08/22	Manejo de Acaros	13/08/22	Manejo de Acaros	14/08/22	Manejo de Acaros	15/08/22	Manejo de Acaros	16/08/22	Manejo de Acaros	17/08/22	Manejo de Acaros	18/08/22	Manejo de Acaros	19/08/22	Manejo de Acaros
09	41	41	09/08/21	Siembra y Fertilización	10/08/22	Riego	11/08/22	Manejo de Acaros	12/08/22	Sanidad	13/08/22	Manejo de Acaros	14/08/22	Manejo de Acaros	15/08/22	Manejo de Acaros	16/08/22	Manejo de Acaros	17/08/22	Manejo de Acaros	18/08/22	Manejo de Acaros	19/08/22	Manejo de Acaros	20/08/22	Manejo de Acaros
10	42	42	10/08/21	Siembra y Fertilización	11/08/22	Riego	12/08/22	Manejo de Acaros	13/08/22	Sanidad	14/08/22	Manejo de Acaros	15/08/22	Manejo de Acaros	16/08/22	Manejo de Acaros	17/08/22	Manejo de Acaros	18/08/22	Manejo de Acaros	19/08/22	Manejo de Acaros	20/08/22	Manejo de Acaros	21/08/22	Manejo de Acaros
11	43	43	11/08/21	Siembra y Fertilización	12/08/22	Riego	13/08/22	Manejo de Acaros	14/08/22	Sanidad	15/08/22	Manejo de Acaros	16/08/22	Manejo de Acaros	17/08/22	Manejo de Acaros	18/08/22	Manejo de Acaros	19/08/22	Manejo de Acaros	20/08/22	Manejo de Acaros	21/08/22	Manejo de Acaros	22/08/22	Manejo de Acaros
12	44	44	12/08/21	Siembra y Fertilización	13/08/22	Riego	14/08/22	Manejo de Acaros	15/08/22	Sanidad	16/08/22	Manejo de Acaros	17/08/22	Manejo de Acaros	18/08/22	Manejo de Acaros	19/08/22	Manejo de Acaros	20/08/22	Manejo de Acaros	21/08/22	Manejo de Acaros	22/08/22	Manejo de Acaros	23/08/22	Manejo de Acaros
13	45	45	13/08/21	Siembra y Fertilización	14/08/22	Riego	15/08/22	Manejo de Acaros	16/08/22	Sanidad	17/08/22	Manejo de Acaros	18/08/22	Manejo de Acaros	19/08/22	Manejo de Acaros	20/08/22	Manejo de Acaros	21/08/22	Manejo de Acaros	22/08/22	Manejo de Acaros	23/08/22	Manejo de Acaros	24/08/22	Manejo de Acaros
14	46	46	14/08/21	Siembra y Fertilización	15/08/22	Riego	16/08/22	Manejo de Acaros	17/08/22	Sanidad	18/08/22	Manejo de Acaros	19/08/22	Manejo de Acaros	20/08/22	Manejo de Acaros	21/08/22	Manejo de Acaros	22/08/22	Manejo de Acaros	23/08/22	Manejo de Acaros	24/08/22	Manejo de Acaros	25/08/22	Manejo de Acaros
15	47	47	15/08/21	Siembra y Fertilización	16/08/22	Riego	17/08/22	Manejo de Acaros	18/08/22	Sanidad	19/08/22	Manejo de Acaros	20/08/22	Manejo de Acaros	21/08/22	Manejo de Acaros	22/08/22	Manejo de Acaros	23/08/22	Manejo de Acaros	24/08/22	Manejo de Acaros	25/08/22	Manejo de Acaros	26/08/22	Manejo de Acaros
16	48	48	16/08/21	Siembra y Fertilización	17/08/22	Riego	18/08/22	Manejo de Acaros	19/08/22	Sanidad	20/08/22	Manejo de Acaros	21/08/22	Manejo de Acaros	22/08/22	Manejo de Acaros	23/08/22	Manejo de Acaros	24/08/22	Manejo de Acaros	25/08/22	Manejo de Acaros	26/08/22	Manejo de Acaros	27/08/22	Manejo de Acaros

Figura 29. Vista general del manejo agronómico de la cooperativa por lotes

	Proceso	Grupos	Instituciones	Cooperativa	Propuesta	var	var	var
1	Chapoda	1,00	301,10	311,10	266,70			
2	1a pase de agua	1,00	111,10	100,00	88,90			
3	1a pase rota discos	1,00	422,20	400,00	377,80			
4	2a pase rota discos	1,00	402,80	333,30	377,80			
5	1a pase banca	1,00	319,40	338,90	311,10			
6	2a pase banca	1,00	319,40	338,90	311,10			
7	Semilla	2,00	440,60	577,40	336,00			
8	Pre germinación	2,00	70,00	132,00	94,70			
9	Siembra	2,00	287,50	333,30	47,20			
10	Descharca	2,00	55,60	44,40	70,80			
11	Pase de agua	2,00	111,10	100,00	88,90			
12	1a aplicación fertilizante NPK	3,00	1477,80	2372,40	1200,00			
13	1a lámina de agua	3,00	111,10	100,00	88,90			
14	1a herbicida	3,00	1256,60	918,80	188,90			
15	2a lámina de agua	4,00	111,10	100,00	88,90			
16	2a herbicida	4,00	999,70	160,40	563,30			

Figura 30. Vista de datos al analizar con SPSS al analizar proceso agronómico

	Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Medida	Ro
1	Proceso	Cadena	35	0		Ninguno	Ninguno	21	Izquierda	Nominal	Entr
2	Grupos	Numérico	8	2		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Desconocido	Entr
3	Instituciones	Numérico	8	2		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Desconocido	Entr
4	Cooperativa	Numérico	8	2		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Desconocido	Entr
5	Propuesta	Numérico	8	2		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Desconocido	Entr
6											
7											
8											

Figura 31. Vista de variables al analizar con SPSS al analizar proceso agronómico

Anexo 14: Gráficos complementarios

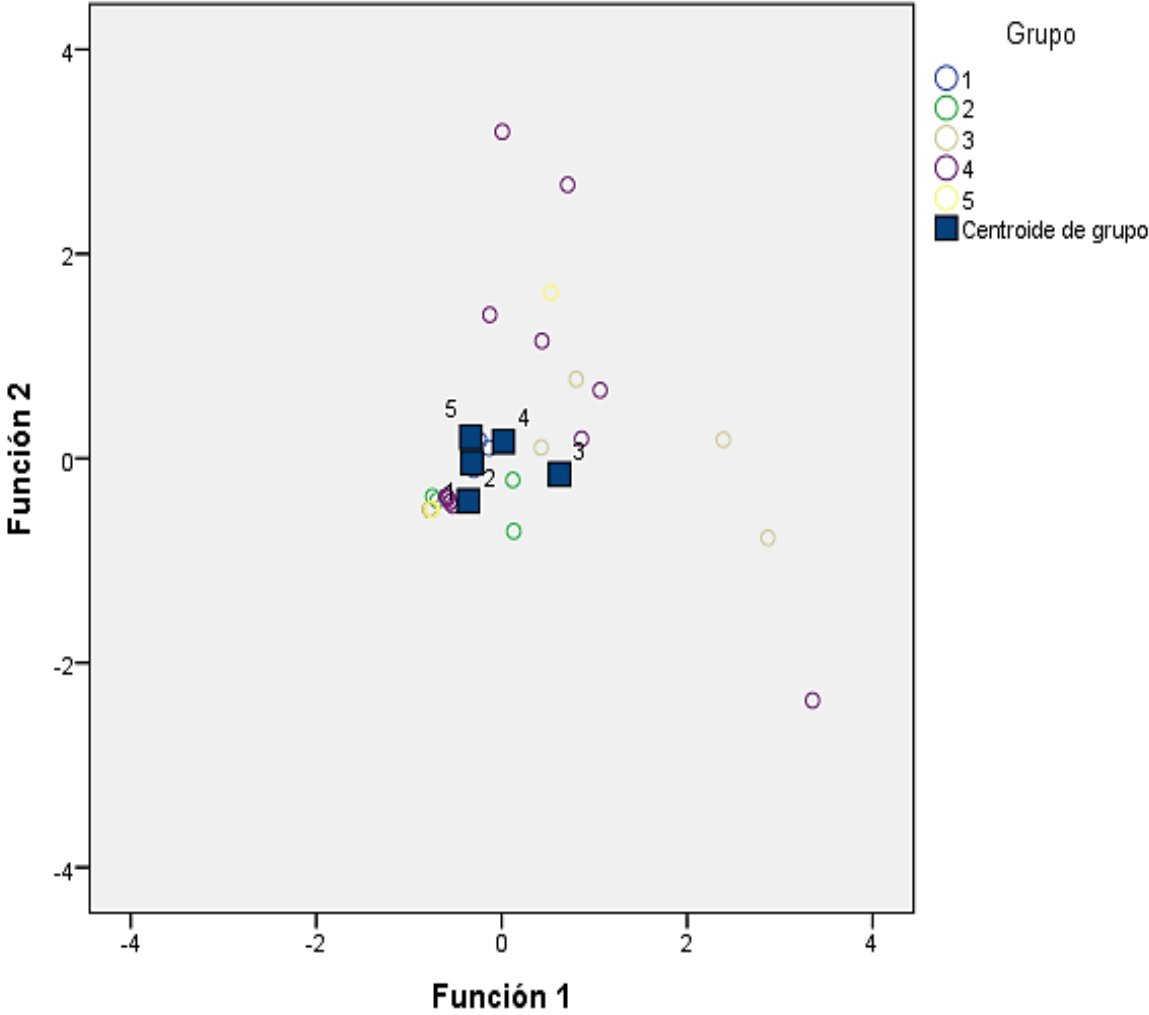


Figura 32. Funciones discriminantes por grupo centroides general

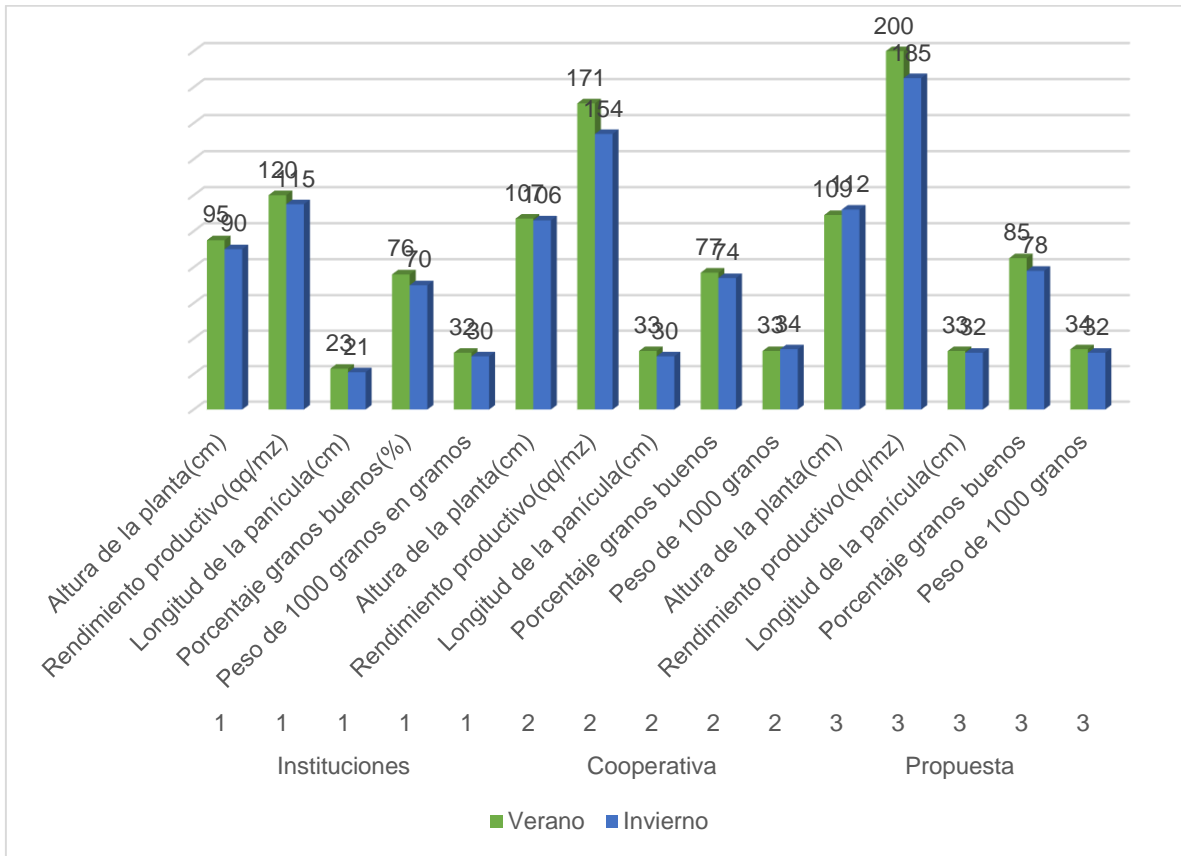


Figura 33. Variables de rendimiento por grupo