



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

**FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA
UNAN – FAREM - MATAGALPA**

MONOGRAFÍA

**Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención
en Matemática.**

TEMA:

**Uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y
aprendizaje de funciones lineales, Noveno grado, turno vespertino, Centro
Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa, segundo semestre
2018.**

AUTORES:

Br. Hebert Eliel García López

Br. Ingrid Judith Orozco Martínez

TUTORA:

PhD. Nesly de los Ángeles Laguna Valle.

Abril, 2019



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

**FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA
UNAN – FAREM - MATAGALPA**

MONOGRAFÍA

**Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención
en Matemática.**

TEMA:

**Uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y
aprendizaje de funciones lineales, Noveno grado, turno vespertino, Centro
Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa, segundo semestre
2018.**

AUTORES:

Br. Hebert Eliel García López

Br. Ingrid Judith Orozco Martínez

TUTORA:

PhD. Nesly de los Ángeles Laguna Valle.

Abril, 2019

TÍTULO

Uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales, Noveno grado, turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa, segundo semestre 2018.

DEDICATORIA

En primer lugar a Dios, por concedernos la vida, la salud y las fuerzas para continuar y poder culminar este trabajo.

A nuestros padres, por su apoyo moral y económico en todo momento, quienes han sido protagonistas directos de nuestro esfuerzo y sacrificio a lo largo de nuestra formación académica, por habernos inculcado el valor de la perseverancia y otros valores morales como la amistad, la gratitud y la tolerancia, para ellos todo nuestro amor y respeto.

Dedicatoria a nuestras madres:

- Felicidad del Carmen Martínez Valle.
- Diega López Mendoza.

A los maestros de UNAN Managua, FAREM-Matagalpa, en especial a PhD. Nesly de los Ángeles Laguna Valle que con sus aportes, empeño y amor a la educación universitaria han hecho de sus estudiantes elementos importantes en la sociedad.

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradecemos a:

El Creador Omnipotente, dador de la vida y dueño de todas las cosas, nuestro Dios por darnos la vida, la salud, fortaleza, sabiduría e inteligencia y por ayudarnos a superar todas las dificultades que se nos presentaron en nuestro camino.

Nuestros padres que luchan incansablemente día a día y que siempre nos han brindado todo su apoyo moral y económico de manera incondicional en todo momento para que hoy seamos profesionales exitosos, dotado de capacidades y poder aportar al desarrollo de la sociedad.

A todo el cuerpo docente de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua UNAN-Managua, FAREM Matagalpa, en especial a nuestra tutora PhD. Nesly de los Ángeles Laguna Valle, por su dedicación, paciencia y entusiasmo brindado en cada asesoría.

La dirección del Centro Escolar Público Rubén Darío, Susulí Central, San Dionisio, a cargo del Lic. José Rodolfo Sánchez Hernández, por habernos permitido llevar a cabo en dicho centro esta investigación; a la docente Yolanda Narváez Soza y sus estudiantes de noveno grado “A” del turno vespertino y al Lic. Roberto César Alvarenga Sánchez, quien también colaboró de manera incondicional con nosotros.

A cada una de estas personas que de una u otra forma nos apoyaron para que este trabajo se lleva a cabo,

A todos mil gracias.

CARTA AVAL DEL TUTOR



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

Facultad Regional Multidisciplinaria, Matagalpa
UNAN FAREM Matagalpa

26 de marzo de 2019

Por este medio avalo la entrega para su debida defensa ante el tribunal examinador del informe final del trabajo monográfico para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Matemática, que lleva por título:

Uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales, Noveno grado, turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa, segundo semestre 2018.

AUTORES (AS):

Br. Hebert Eliel García López. N° Carné:13061776

Br. Ingrid Judith Orozco Martínez. N° Carné: 13067419

A lo largo del período de investigación he mantenido periódicas entrevistas con los tutorados en las que hemos discutido y consensuado los objetivos, así como la metodología seguida. Considero que el informe final reúne los requisitos básicos establecidos en el Reglamento de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN – Managua, y se ha cumplido con la metodología propuesta para desarrollar la monografía que sugiere la Universidad.

PhD. Nesly Laguna Valle

Tutora

UNAN – FAREM Matagalpa

RESUMEN

Esta investigación se realizó con el propósito de analizar el uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales, noveno grado, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa, segundo semestre 2018.

Muchos estudiantes tienen dificultad para asimilar funciones lineales; sin embargo, al utilizar el software GeoGebra permite comprender las gráficas y propiedades de funciones, porque es un programa interactivo y fácil de manipular. La utilización de GeoGebra complementa la forma tradicional de enseñanza a lo largo de la historia.

Esta investigación se centra en el paradigma positivista, bajo el enfoque cuantitativo, con algunos elementos cualitativos de la investigación, es de tipo descriptiva, no experimental, de corte transversal, se utilizaron las técnicas de la observación, entrevista y encuestas, la población de estudio estuvo compuesta por 30 estudiantes de noveno grado y una docente de Matemática.

El estudio concluyó que la docente hace uso del software al momento de impartir funciones lineales; sin embargo, se debe seguir promoviendo su uso, con el fin de lograr un análisis más profundo de los contenidos y no como simple herramienta de graficación. Los estudiantes hacen uso de GeoGebra en sus teléfonos inteligentes para graficar funciones lineales, pero hace falta seguirlo utilizando, pues no todos lo dominan.

Se recomienda implementar el uso de recursos didácticos, aprovechar las oportunidades que GeoGebra proporciona, donde explica conceptos y propiedades de funciones lineales para lograr un aprendizaje más satisfactorio y potencializar la capacidad del estudiante de análisis crítico sobre situaciones del entorno.

ÍNDICE

CAPÍTULO I	1
1.1. Introducción.....	1
1.2. Planteamiento del Problema	3
1.3. Justificación.....	5
1.4. Objetivos de investigación	7
1.4.1. Objetivo General	7
1.4.2. Objetivos Específicos.....	7
CAPÍTULO II	8
2.1. Marco Referencial	8
2.1.1. Antecedentes	8
2.1.2. Marco Teórico.....	11
2.1.3. Preguntas de investigación	46
Capítulo III.....	47
2.2. Diseño metodológico.....	47
CAPÍTULO IV	58
4.1. Análisis y discusión de resultados.....	58
4.2. Propuesta de Unidad didáctica	78
CAPÍTULO V.....	129
5.1. Conclusiones.....	129
5.2. Recomendaciones.....	131
5.3. Bibliografía	132
ANEXOS	135
Anexo 1: Encuesta a estudiantes	
Anexo 2: Guía de observación	
Anexo 3: Entrevista a Docente	
Anexo 4: Gráfico sobre la utilización de GeoGebra	

CAPÍTULO I

1.1. Introducción

Esta investigación está enfocada en la VII unidad, Funciones y Ecuaciones, correspondiente al plan de estudio de noveno grado de secundaria, tiene como objetivo principal analizar el uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales en noveno grado, turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa, segundo semestre 2018.

A pesar del avance de la tecnología y el proceso de globalización que se está dando, muchos centros escolares continúan implementando únicamente recursos didácticos manuales, limitando a los estudiantes, el uso de medios tecnológicos, tales como la utilización de softwares, específicamente GeoGebra como recurso didáctico, el cual sirve como complemento a formas tradicionales de enseñanza, pues saber sobre tecnología en la actualidad es primordial.

El abordaje de este tema investigativo es de gran importancia, dado que hace énfasis al uso de la tecnología, mediante la utilización del software GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de funciones lineales en las aulas de noveno grado de secundaria, el que permitirá una mayor motivación en el desarrollo de la clase y por ende un mejor aprendizaje en el desarrollo del contenido y asimilación por parte de los estudiantes, pues GeoGebra es una herramienta muy utilizada en Geometría, Álgebra, Cálculo, Estadística, entre otros; se obtiene de forma gratuita y se puede manipular fácilmente.

GeoGebra ha venido a complementar algunas formas tradicionales de enseñanza de Matemática, ya que es un programa interactivo que permite que la clase sea más

interesante y por supuesto más provechosa, obteniendo así mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes.

“GeoGebra es Geometría y Álgebra, aunque debido a los avances del programa, en los últimos años, las nuevas versiones ofrecen opciones para trabajar cualquier contenido de Matemática” Carrillo (2011, p.14). GeoGebra se ha convertido en una herramienta fundamental para abordar diferentes contenidos matemáticos, en niveles superiores, para secundarias e incluso primaria, además es un programa que se puede instalar en teléfonos inteligentes, Tablet y computadoras.

Para la recolección de datos en esta investigación, se hizo uso de las técnicas de la entrevista, aplicada a docente, encuestas, realizadas a 30 estudiantes, así mismo observación de clase al momento de impartir el contenido de funciones lineales en noveno grado, el cual se desarrolló de forma tradicional (usando lápiz, regla métrica, marcador, papel por los estudiantes y pizarra en el caso de la docente) y haciendo uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de dicho contenido.

Este trabajo de investigación está estructurado por cinco capítulos, el capítulo I consta de introducción, Planteamiento del problema, Justificación donde se hace mención del impacto que tendrá el trabajo, Objetivo General y Específicos; el capítulo II contiene Marco Referencial que aborda los antecedentes y las principales teorías (marco teórico) de acuerdo al orden de las variables de estudio, también incluye a las preguntas directrices. El capítulo III está formado por un diseño metodológico que describe metodológicamente el detalle de cómo se realizó la investigación.

El capítulo IV aborda el análisis de datos; mientras que el capítulo V contiene conclusiones y recomendaciones dadas para resolver la situación del trabajo investigativo, así como las referencias y bibliografías. Por último, se detallan los anexos.

1.2. Planteamiento del Problema

En la educación actual existe acceso a una serie de herramientas tecnológicas que son utilizadas como recursos didácticos por algunos docentes y que, sin dudarlo, aportan a una dimensión diferente a los procesos de enseñanza y aprendizaje, el cual complementa las formas tradicionales que comúnmente se practica. Además, existen zonas del planeta, (comunidades educativas más recónditas, sobre todo en áreas rurales y que se encuentran en menor escala de desarrollo cultural) en donde no tienen acceso a estos medios, cada día es mayor el número de individuos que van incorporándose a esta globalización de la informática y sus recursos que dista mucho de alcanzar a todos por igual.

La UNESCO en sus objetivos propone convencer y presionar a los gobiernos para que exista una mayor inversión en educación y principalmente en apoyar a la globalización de las tecnologías de la informática y comunicación, buscando la globalización del conocimiento y del uso de las TICs. UNESCO, (2015, p. 13)

En Nicaragua el gobierno actual realiza un gran esfuerzo en promover e invertir en el sector educativo, donde se ha orientado a los docentes de todas las modalidades y niveles a estudiar, a continuar profesionalizándose, sobre todo en materia de tecnología y del conocimiento, facilitándoseles así las herramientas y recursos necesarios para poder desarrollar esta ardua e importante tarea y así poder tener una mejor educación, donde se ha visto en los últimos años el salto que se ha dado en referencia al sistema educativo logrando así una modificación que favorece a los conocimientos, habilidades y destrezas, tanto a los docentes como a la comunidad estudiantil.

En Matemática, el uso de programas tecnológicos, como recursos didácticos educativos (softwares) y otras aplicaciones que se pueden usar incluso desde algunos dispositivos móviles, celulares, Tablet y computadoras le permitirá al

docente desarrollar una clase más interactiva, dinámica y por supuesto, más innovadora y a despojarse un poco de las formas tradicionales de enseñanza, así mismo, implicará que el estudiante pueda asimilar el contenido en estudio de una mejor manera, para poder enfrentar situaciones de su entorno relacionadas con el tema abordado.

Con esta investigación se pretende realizar un análisis de manera descriptiva sobre el uso del GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones lineales, se propuso responder la siguiente interrogante: ¿La aplicación de GeoGebra como recurso didáctico favorece el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales, noveno grado, turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio-Matagalpa, segundo semestre 2018?

1.3. Justificación

Para esta investigación se ha considerado una situación presente en el ámbito educativo a nivel de secundaria, el cual tiene su base en funciones lineales y se contempla en el programa de noveno grado y tal como los demás contenidos del programa es importante saber su aporte para luego desarrollarse tanto en el ámbito laboral como en el profesional, ya que introduce al estudiante en las formas propias del quehacer Matemático.

Esta investigación se realiza con el propósito de analizar el uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales en noveno grado, turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa, segundo semestre 2018.

Se puede considerar que el uso de GeoGebra como recurso didáctico propuesto en el programa de Matemática de noveno grado, en el contenido de funciones lineales amerita investigación, ya que muchos estudiantes no saben manipular dicho software y además porque es un programa interactivo que posee gran influencia en el desarrollo de contenidos Matemáticos.

Existe factibilidad porque es una situación que probablemente está contextualizada en el Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa y puede llevarse a cabo un trabajo de campo para la investigación, los informantes claves están dentro del mismo contexto, existe acceso a la información tanto con docentes y estudiantes.

Esta investigación, adquiere relevancia por tener gran impacto en el desarrollo del estudiante, sobre todo en las capacidades relacionadas con la comunicación y relación con el entorno en el uso de GeoGebra relacionado con funciones lineales. Tiene carácter relevante por el hecho de referirse a una problemática, la cual abarca a la mayoría de los docentes del área, además se quiere saber la importancia de la

utilización de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La investigación es viable, ya que hay recursos humanos disponibles, se puede realizar en un tiempo prudencialmente corto, hay materiales y recursos que no son altamente costosos para abordar la situación en su etapa de búsqueda de información, el acceso y procesamiento a la información estaría disponible en un tiempo determinado, segundo semestre 2018.

Con esta investigación se beneficiará a estudiantes de noveno grado y docentes del Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa que reciben el tema de funciones lineales, así como estudiantes de Ciencias de la Educación en la especialidad de Matemática en UNAN- FAREM Matagalpa.

Esta investigación será de mucha utilidad como referencia bibliográfica para futuras investigaciones en cuanto a temas relacionados con funciones lineales, el uso de software y en especial GeoGebra.

1.4. Objetivos de investigación

1.4.1. Objetivo General

Analizar el uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales, noveno grado, turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa, segundo semestre 2018.

1.4.2. Objetivos Específicos

- 1.4.2.1 Determinar la utilización de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.
- 1.4.2.2. Describir el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Funciones lineales, noveno grado, turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa, segundo semestre 2018.
- 1.4.2.3. Establecer la importancia de la utilización de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Funciones lineales, noveno grado, turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío.
- 1.4.2.4. Proponer unidad didáctica haciendo uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Funciones lineales.

CAPÍTULO II

2.1. Marco Referencial

2.1.1. Antecedentes

Como soporte de referencias a esta investigación se citan algunos trabajos internacionales y nacionales de investigaciones anteriores como aporte a la línea de investigación.

En Perú, Bermeo (2017) investigó sobre la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de graficar Funciones Reales con estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería, donde su objetivo general fue determinar cómo la aplicación del software GeoGebra influye en el aprendizaje de graficar funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la facultad. Concluyó que después de la aplicación de GeoGebra no mostró diferencia en cuanto a la clasificación de la clase, de igual manera se expresó que el software GeoGebra influye significativamente en el aprendizaje de funciones reales.

Portilla (2014) estudió acerca del uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de Bachillerato de Ciencias y Tecnologías en Sevilla, España. Su propósito principal era exponer una propuesta didáctica para enseñar funciones y su representación gráfica a alumnos de la asignatura de Matemática, como conclusión destaca que los resultados de los alumnos están por debajo del promedio de los países que componen la OCDE, también que las TIC deben llevar a los alumnos a las TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) y que no se debe confundir recurso didáctico TIC con sustitución del docente que sigue teniendo un papel principal como agente educador, por ello es necesario que el maestro se forme en tecnología para estar a la par con las generaciones venideras.

Para Benito, Quimbay y Vásquez (2017) en su trabajo sobre estrategia didáctica mediada por GeoGebra y un aula virtual para el desarrollo de funciones en contexto para estudiantes del grado 11 de la institución educativa Las Américas, su objetivo general fue elaborar una estrategia didáctica mediada por las TIC para el desarrollo de la función exponencial y sus aplicaciones mediante un aula virtual, llegando a la conclusión que la implementación de estas herramientas y recursos tienen un efecto positivo y significativo en la comprensión de los conceptos para los estudiantes, quienes manifiestan un mayor grado de atención y autonomía con el uso de TIC y el nivel de comprensión y aplicación es mejor.

Según Huircan y Carmona (2013) en su revista Modelando el mundo con funciones, habla sobre la importancia de destacar el proceso de aprendizaje de las Matemáticas y de otras ciencias es individual y pasa por la dedicación y el esfuerzo de la persona que aprende. Invitan a trabajar en este material y a descubrir cómo las Matemáticas pueden ayudarle para la vida.

Como antecedente nacional se encontraron seminarios de graduación que lleva como tema funciones lineales, cuadráticas en educación secundaria, departamento de Jinotega y Matagalpa.

Cerda y Suazo (2011) en su seminario de graduación sobre Algoritmos y complejidad en la graficación de funciones lineales, cuadráticas, racionales y raíz cuadrada en el municipio de Sébaco donde el propósito principal era analizar este tema en funciones y desde las perspectivas de los estudiantes, encontraron que una limitante en el proceso gráfico de las funciones en estudio es el poco tiempo para desarrollar los contenidos y la exigencia en el avance del desarrollo de las programaciones mensuales, por lo cual no se desarrolla la complejidad de los temas aunque los estudiantes sí identifican las propiedades de éstas.

Zeledón y Tórrez (2013) en su investigación sobre modelos de resolución de problemas en funciones lineales y cuadráticas en décimo grado del Instituto

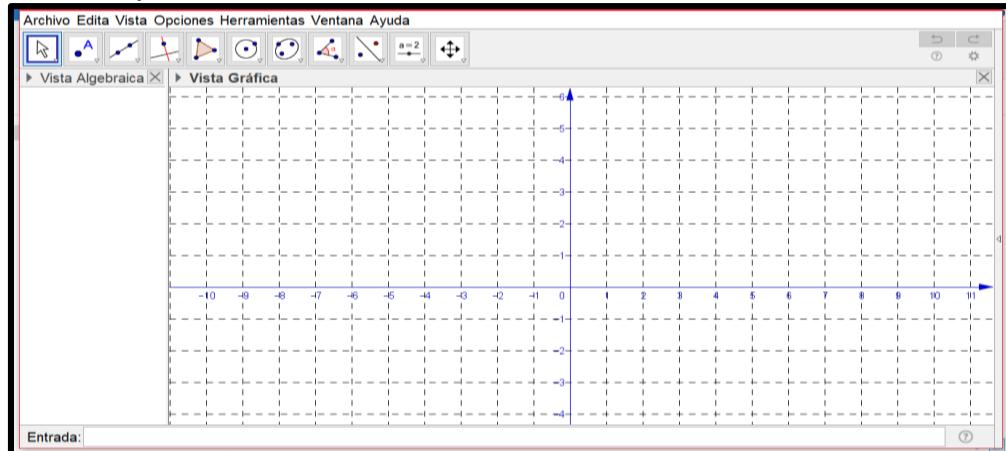
Nacional Eddy Alonso de la ciudad de Sébaco, decidieron analizar los modelos de resolución de problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje de estos contenidos y llegaron a la conclusión que los procesos antes mencionados se desarrollaron bajo un enfoque constructivista, además de observar que durante esos contenidos se resolvieron pocos problemas de aplicación debido a que se hizo más énfasis en el proceso gráfico de dichas funciones, aunque los problemas resueltos se hicieron mediante el método de Polya, cumpliendo así, con el programa que establece el Ministerio de Educación en Nicaragua.

2.1.2. Marco Teórico

La fundamentación teórica es el punto de partida de toda la investigación en donde se abordarán las principales teorías de acuerdo al orden de las variables de estudio. La variable independiente es el uso de GeoGebra como recurso didáctico, y la variable dependiente el proceso de enseñanza y aprendizaje. A continuación, en este orden se abordará cada variable en estudio.

2.1.2.1. GeoGebra

Figura 1: Vista preliminar del software GeoGebra



Fuente: Elaboración Propia

Zambrano (2017) explica y muestra que GeoGebra “es un software de Matemática dinámico para todos los niveles educativos que reúne Geometría, Álgebra, hoja de cálculo, gráficos y cálculo en un solo programa fácil de usar” (p. 37). Por otra parte, GeoGebra es un sistema de Geometría Dinámica. Permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas y funciones que se pueden modificar dinámicamente, además de utilizar un repertorio de comandos propios del análisis matemático.

Para Carrillo (2011) define que:

GeoGebra es Geometría y Álgebra, aunque debido a los avances del programa, en los últimos años, las nuevas versiones ofrecen opciones para trabajar cualquier contenido de Matemática especialmente en niveles educativos de Educación Secundaria y Bachillerato, sin olvidar los niveles inferiores, ya que incluso existe una versión específica para educación Primaria. (p. 14)

La combinación de Geometría con Álgebra ha hecho que GeoGebra se convierta en un recurso didáctico muy valioso para la educación secundaria en Latinoamérica y el mundo.

Para Bermeo (2017) es importante mencionar:

El interés de su creador de desarrollar todo el potencial educativo de GeoGebra, le ha llevado a impulsar la creación de una red de Institutos GeoGebra Internacionales (IGI), que sirven como plataforma desde la cual los profesores e investigadores trabajan juntos para promover la docencia de las Matemáticas. (p. 35)

Es decir que GeoGebra es la herramienta indispensable y eficaz, que permite a muchos profesores tomar como referencia educativa al momento de dar a conocer un tema específico de Matemática en donde pueden basar sus investigaciones, dándole así un uso extra que ni su propio creador había propuesto antes.

2.1.2.1.1. Historia de GeoGebra

Zambrano (2017), cita a la revista GeoGebra (2006), donde relata la breve historia:

Su creador es Markus Hohenwarter, quien comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo (Austria) como tesis de grado para la

maestría en Enseñanza de Matemáticas y Ciencias Informáticas, presentándolo en el 2002. Actualmente continúa mejorando este software en la Universidad de Atlantic, Florida junto a un equipo internacional de desarrolladores, para la enseñanza de Matemática escolar. GeoGebra ha sido traducido ya a 44 idiomas incluido el español, lo que significa que son muchos los usuarios que se sirven de este programa para el aprendizaje de las Matemáticas e inclusive de física. (p. 32)

La resolución de ejercicios y problemas matemáticos conlleva en muchos casos a que los estudiantes posean un nivel de dificultad al momento de resolverlos, pero con la creación del software GeoGebra viene a reforzar tanto al estudiante como al docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Huayta (2015) también elabora una breve reseña histórica:

Considerado como una herramienta menor, ganó en el año 2002 el premio de la academia europea de software (EASA), en la categoría de Matemáticas y el premio al mejor software académico austriaco en el año 2003. Esto hizo que Hohenwarter, se viera obligado a continuar con su proyecto y poco a poco el software se distribuyó vía internet, llegando a tener usuarios en 190 países. En diciembre de 2012 fue lanzada la versión más reciente. (p. 48)

Hohenwarter con su innovación del software GeoGebra ha hecho que se le proporcione ayuda tanto a los discentes como a los maestros al aclarar algunas dudas que muchas veces con el marcador y pizarra no se logra explicar bien y que a la vez sea entendible.

2.1.2.1.2. Características de GeoGebra

Zambrano (2017) explica que GeoGebra “es un software Matemático interactivo, gratuito y de libre acceso, es decir, este programa se puede llevar a cualquier lugar o institución educativa sin problema de licencias y pagos” (p. 36) también los

estudiantes pueden utilizarlos en sus casas, para que puedan estudiar por su cuenta o profundizar lo que se ha visto en clase.

Según Bello (2013, p.30) da a conocer algunas características del software GeoGebra:

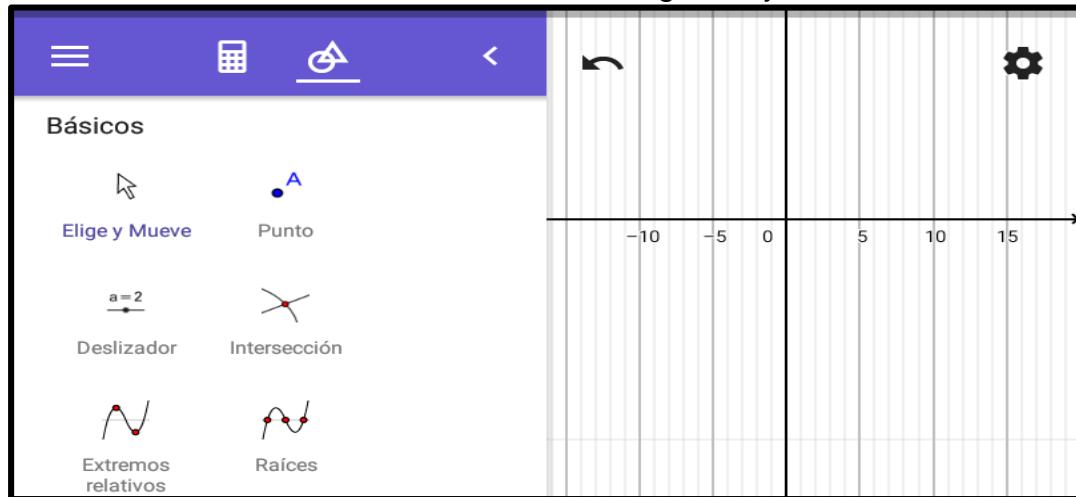
1. Es un software de uso libre para desarrollar Matemática.
2. Es un software de Geometría Dinámica que facilita la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en temas como Geometría, Aritmética, Álgebra, Análisis, Cálculo, Probabilidad y Estadística.
3. Es un software portátil, porque está realizado en Java 6, por ello, los alumnos lo pueden grabar en un USB.
4. Este software se puede ejecutar en Windows, Mac OS X, Linux o Solaris.
5. El espacio destinado al usuario está dividido en tres partes, llamadas ventanas o vistas distribuidas de la siguiente manera: observamos que la ventana algebraica se ubica a la izquierda y la ventana gráfica se ubica a la derecha de la pantalla mientras que debajo de éstas aparece la ventana de entrada.

La comodidad y visualización de los comandos y ventanas facilitadas por el software GeoGebra contribuye a una interacción y dominio rápido por parte del que lo utiliza, es por ello que su importancia de su manejo se basa primordialmente en que los estudiantes logren desarrollar su pensamiento crítico y analítico sobre situaciones que puedan ser resueltas a través de este software.

2.1.2.1.3. Interface de GeoGebra

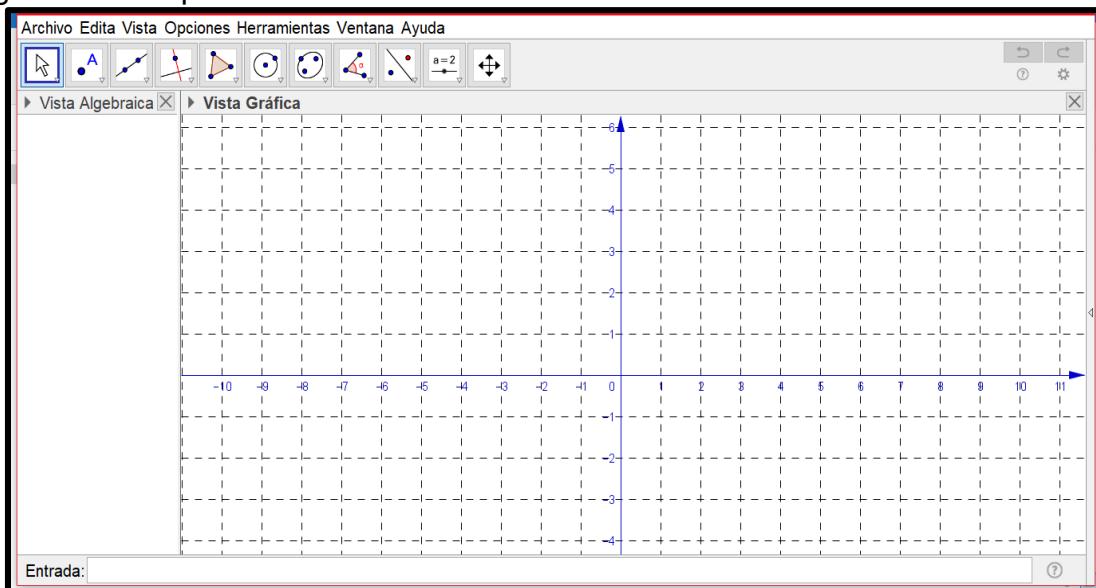
Alaniz (2018) afirma que se puede elegir entre GeoGebra 5.0 Escritorio, GeoGebra 5.0 Web y tabletas cuyas diferencias se detallan en términos de empleo y diseño. Si bien ambas alternativas ofrecen todo el repertorio de posibilidades de GeoGebra, sus interfaces difieren ligeramente.

Figura 2: Interfaz de GeoGebra en celulares inteligentes y tabletas



Fuente: GeoGebra para celulares

Figura 3: Vista preliminar del software GeoGebra en escritorio



Fuente: GeoGebra para Windows

Interfaz de la Vista CAS

Por omisión, la  Vista CAS se abre junto a la  Vista gráfica y, según cuál de las dos esté activa, la Barra de Herramientas en el margen superior será de Herramientas CAS o de Herramientas Gráficas, con los botones  Deshace /  Rehace en la esquina superior derecha.

Si bien la  Vista CAS es parte de la  Apariencia CAS, es posible cambiar la disposición de la interfaz de GeoGebra de acuerdo a las preferencias personales.

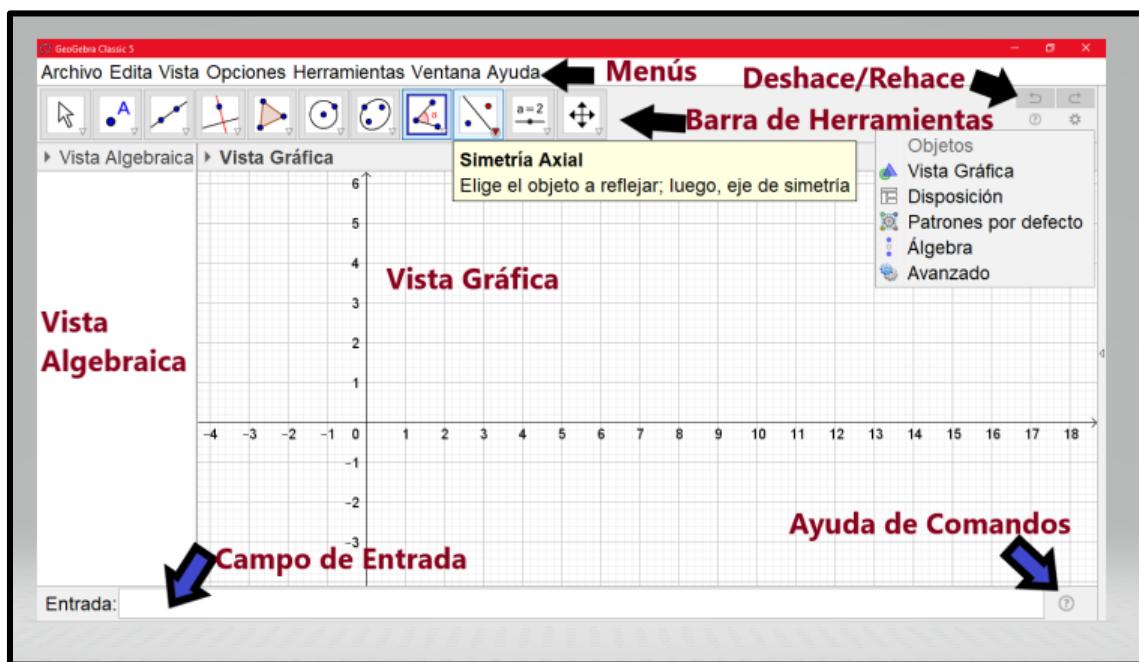
Creación de objetos matemáticos

Entrada directa

En la  Vista CAS es posible aprovechar el sistema CAS de GeoGebra (Computer Algebra System) para realizar cálculos simbólicos. Consiste en un conjunto de celdas con una *línea de entrada* en la parte superior, que presentan la salida en la parte inferior (N.L. Laguna, comunicación personal, 4 de marzo 2017)

Esta aplicación gratuita destaca, entre otras cosas, por su entorno intuitivo y la extrema facilidad de aprendizaje de uso. Sin embargo, siempre es interesante conocer algunas acciones o posibilidades alternativas de interacción que pueden ahorrar tiempo y molestias.

Figura 4: Interfaz de GeoGebra



Fuente: Elaboración Propia

2.1.2.2. GeoGebra como recurso didáctico en la enseñanza de Matemática

Bello (2013) explica que :

El conocimiento del uso del Software GeoGebra es un recurso de Matemática importante puesto que nos permitirá conocer la teoría, estructura y aplicabilidad del Software GeoGebra como recurso educativo, así como contrastar los resultados con la teoría y, de ser el caso, generar nuevos conceptos que incrementen el caudal de conocimientos ya existentes (p. 41).

Es decir que al iniciar a explicar y manipular el software desde lo más básico a lo más complejo permitirá que el estudiante obtenga mejores conocimientos acerca de GeoGebra y se convertirá en un estudiante con aprendizaje satisfactorio.

2.1.2.2. Recursos Didácticos

2.1.2.2.1. Definición

Para Baños (2006) recursos didácticos “son el conjunto de elementos que facilitan la realización del proceso de enseñanza y aprendizaje, los cuales contribuyen a que los estudiantes logren el dominio de un conocimiento determinado” (p. 10)

Los recursos didácticos permiten innovar y por supuesto obtener mejores resultados en el proceso de enseñanza y aprendizaje, cuando son utilizados adecuadamente. Al presentarles y proponer a los estudiantes el uso de diferentes recursos didácticos para que hagan uso de sus habilidades se promueve en ellos mayor satisfacción al momento de obtener el conocimiento dado. Los recursos didácticos ameritan de mucho esfuerzo por parte del maestro, pero vale la pena porque en el aula de clase las actividades se hacen menos compleja de realizar para los estudiantes.

2.1.2.2.2. Clasificación de los Recursos Didácticos

Baños (2006) divide los recursos didácticos en dos grandes ramas:

1. Recursos para la transmisión de la información sobre los contenidos a estudiar: es decir, le otorga conocimientos acerca de los contenidos a plantear y por tanto, los recursos didácticos para esta situación deben ser escogidos de forma específica y de manera cuidadosa, ya que de ello depende el éxito de esa clase o contenido.
2. Recursos para la interacción donde fomenta el aprendizaje cooperativo entre los estudiantes: Éste trata sobre los recursos a utilizar cuando ya el estudiante posee la información correcta, acertada y veraz, dada momentos antes, aunque falta el paso siguiente y no menos importante, el valor que le da a esa información y la capacidad que tiene para compartirla con sus compañeros de aula o del colegio.

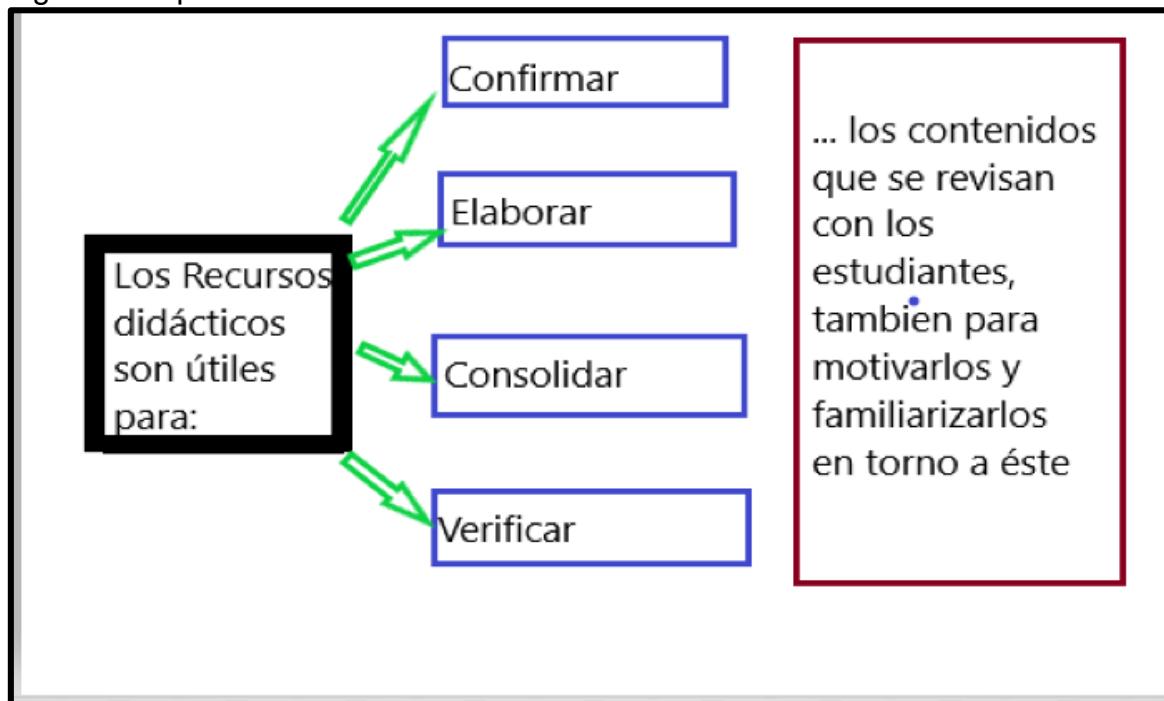
Tal parece que ambos casos promueven y persiguen el buen manejo de la información, además, realizar trabajos y tareas de una manera interactiva, así que al usar GeoGebra como un recurso didáctico, éste proporciona un aprendizaje

satisfactorio, porque al momento de la manipulación del programa, se aprende su forma de manejo y a su vez el tema de Matemática que se trata, también incluye la capacidad para transmitir esos conocimientos adquiridos.

2.1.2.2.3. Importancia de los recursos didácticos

Según Baños (2006) la siguiente figura muestra de forma ordenada la importancia de los recursos didácticos:

Figura 5: Importancia de los recursos didácticos



Fuente: Elaboración Propia

Estos elementos son de suma importancia en el aula de clase, porque cada uno presenta diferentes opciones o alternativas, tanto para el docente como también para el estudiante, pero adecuarlo de manera que no se dificulte al momento de aplicarlos o manipularlo para que él demuestre cierto interés al momento de abordar la situación.

Los recursos didácticos brindan ventajas asombrosas porque permiten sobrellevar la carga de la educación, tanto para el estudiante como para el profesor, además permite trabajar en menos tiempo los contenidos y obtener mejores frutos, pero sobre todo contribuyen a la motivación del educando.

2.1.2.3. Tecnología Educativa

Ángulo et al (2015) reflejan que la tecnología educativa está basada en los siguientes pilares históricos educativos:

1. El desarrollo del aprendizaje audiovisual con una finalidad instructiva.
2. La búsqueda de procesos eficaces de formación y diseño de dispositivos de auto-enseñanza programada.
3. La producción de programas informáticos y la introducción de la psicología conductista en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
4. Las nuevas orientaciones que se están produciendo como consecuencia de la introducción de la psicología cognitiva.
5. El reemplazo de teorías comunicacionales y la inserción del enfoque sistémico aplicado a la educación.
6. Los replanteamientos epistemológicos en el campo educativo en general y en el curricular en particular (p. 55)

Esto orienta a que la tecnología educativa se desarrolle en las aulas de clase de la forma que el estudiante se sienta animado por lo que hace, alegría por el conocimiento adquirido y motivado a compartir.

Salomón, Perkins y Globerson (2001), citados por Martínez (2013), afirman que las nuevas tecnologías informáticas aplicadas a la educación “son denominadas inteligentes porque se ha demostrado que la implicación atenta y voluntaria en una tarea obliga a los estudiantes a agilizar su inteligencia, generar mayor número de deducciones originales y memorizar más y mejor el material de aprendizaje” (p. 20)

En este informe manifiestan los autores que siendo los computadores invenciones inteligentes de los humanos, que dará resultados sorprendentes con relación a la capacidad de aprendizaje.

Como lo refiere la UNESCO (2008) en sus estándares exteriorizan que:

Se deben desarrollar modelos de competencias en las TIC, en los cuales los profesores se encuentren preparados en brindar métodos diferentes a los convencionales utilizando herramientas virtuales e informáticas que puedan enseñar de una forma más efectiva y eficaz y que permita que el trabajo se desarrolle de una manera grupal, de cambio de conocimientos que los estudiantes vivan, aprendan y trabajen en una sociedad cada vez más compleja, rica en información y basada en el conocimiento (p. 25)

2.1.2.4. Medios tecnológicos en la educación.

2.1.2.4.1. Importancia

Chavarria y Martínez (2015) sostienen que:

Un programa interactivo puede convertirse en una poderosa herramienta pedagógica y didáctica que aproveche nuestra capacidad multisensorial. La combinación de textos, gráficos, sonido, fotografías, animaciones y videos permite transmitir el conocimiento de manera mucho más natural, vívida y dinámica, lo cual resulta crucial para el aprendizaje. Este tipo de recursos puede incitar a la transformación de los estudiantes, de recipientes pasivos

de información a participantes más activos de su proceso de aprendizaje (p. 14)

Sosa et al. (2017) afirma que:

En educación cada vez ganan mayor terreno los materiales didácticos audiovisuales y multimedia. Así pues, la evolución del vídeo frente a la imagen y al texto es innegable y cada vez adquiere más importancia en la transmisión de conocimiento. No obstante, para que se realice una adecuada integración de dicho material en el desarrollo de la clase, este tipo de recursos debe ir acompañado de una actividad práctica y activa, pues es a través de este tipo de tarea en la que se fomentará un aprendizaje significativo entre el alumnado (p. 34)

Estas tecnologías permiten al maestro revelar al discente nuevas dimensiones de sus objetos de enseñanza (fenómenos del mundo real, conceptos científicos o aspectos de la cultura) que su palabra, la pizarra y el texto le han impedido mostrar en su verdadera magnitud.

2.1.2.4.2. Clasificación de programas o softwares como recursos didácticos en la educación

Area (2009, p. 83) expresa que existen tres tipos de softwares:

Software del sistema: son aquellos que permiten al usuario utilizar el sistema operativo incorporado en el ordenador o dispositivo, son unas series de programas que tienen dos objetivos, gestionar los recursos de los que disponen el hardware y ofrecer una interfaz al usuario para que pueda interactuar con el sistema.

Software de programación: son las herramientas de las que se vale el programador para emplear diferentes lenguajes de programación

Software de aplicación: son todos aquellos procesadores de textos, hojas de cálculo o video juegos, los más característicos son las paqueterías de aplicaciones de ofimática, las bases de datos, videojuegos, softwares empresariales y programas o softwares educativos.

A la vez Rovira (2017) clasifica los softwares educativos en las siguientes categorías:

- Para Resolución de problemas: Fomenta la capacidad de resolución de problemas a través de una serie de secuencias donde el alumno elabora conjeturas que tendrá que comprobar para resolver el enigma o conflicto planteado.
- Ejercicio y Práctica: estos ofrecen la posibilidad de recrear entornos o situaciones en las que el estudiante puede interaccionar.
- Tutoriales: su fin es la transmisión de conocimientos entre el programa que actúa como educador y el alumno.
- Videojuegos: Incrementa la motivación del alumno a través de pruebas con recompensas.

Para Crespo y Toto (2016) los softwares mas importantes en el quehacer matemático son los siguientes:

Varios software profesionales con fines docentes se pueden emplear: Derive, Mathematic, Matlab, entre otros, pero GeoGebra... ofrece instrucciones que permiten estudiar las funciones matemáticas más conocidas y construir cualquier nueva función con la posibilidad de mostrar el gráfico de forma inmediata con la correspondiente ecuación, facilitando otros cálculos como puntos de intersección de funciones (p. 8)

Para el momento en que se introducen estos contenidos la imagen dinámica es un medio que contribuye al desarrollo de la explicación y la comprensión de los estudiantes; pero posteriormente para la resolución de problemas y la investigación.

2.1.2.5. Importancia del uso de software GeoGebra en la enseñanza de la Matemática

El software GeoGebra permite trazar construcciones geométricas dinámicas de todo tipo, así como las representaciones gráficas, por lo que es muy útil en temas de Geometría Analítica como ecuaciones de rectas, circunferencias, elipses, parábolas, etc. Se puede utilizar tanto en el nivel primario, medio, y superior, inclusive se puede trabajar con estudiantes con discapacidad motriz, brindándoles la posibilidad de interactuar con los conceptos de Geometría de una manera enriquecedora ayudándoles a aprender, ya que estas actividades muchos de ellos no las pueden realizar con facilidad con los recursos tradicionales como la regla, compas, graduador, lápices, etc., pero sí con recursos virtuales de construcción que ofrece este software.

Sobre la importancia del uso de GeoGebra, Martínez (2013) comenta que: “éste permite, además, trabajar con funciones matemáticas de manera sencilla, incluso GeoGebra puede calcular las funciones graficadas, debido a que posee una hoja de cálculo y tiene incorporadas muchas funciones internas que ahorran mucho trabajo en las operaciones” (p. 34)

2.1.2.6. Ventajas del uso de GeoGebra

Huayta (2015, p.28) considera que GeoGebra es un software muy versátil, de fácil manejo y que presenta:

- Un ambiente de trabajo muy agradable a los usuarios (estudiantes, docentes, particulares, etc.)
- Pueden realizar gráficos con una buena calidad, los mismos que pueden ser manipulados de manera simple y esto hace que aumente su rendimiento visual.

- Con respecto a las funciones, ecuaciones y el sistema de coordenadas, el programa cuenta con una gran cantidad de funciones muy útiles, como por ejemplo, el trazado de tangentes.
- Unos elementos de gran potencial son los deslizadores, estos permiten controlar las animaciones con facilidad, con esto se puede rotar un triángulo, trasladar un punto. Por medio de esta animación se puede determinar varias características.
- La ventana algebraica, es un sitio en donde se pueden encontrar valores que son característicos de los objetos construidos. Los objetos pueden ser libres, ya que se construyen sin depender de otros, dependientes, que son aquellos que parcialmente o totalmente dependen de otros y auxiliares.

Las características del GeoGebra permite que el individuo que lo utilice se convierta en un amante de este software, pues hace más fácil la vida del estudiante, profesores y quien sea que lo use. Otra ventaja es que al usarlo como aplicación en el celular inteligente da los mismos comandos, aunque el diseño es diferente, que en el programa usado en la computadora y es gratis la descarga, trabaja perfectamente sin acceso a internet y esto permite que lo uses en lugares donde no tienes cobertura de red.

2.1.2.7. Funciones Lineales

2.1.2.7.1. Relación

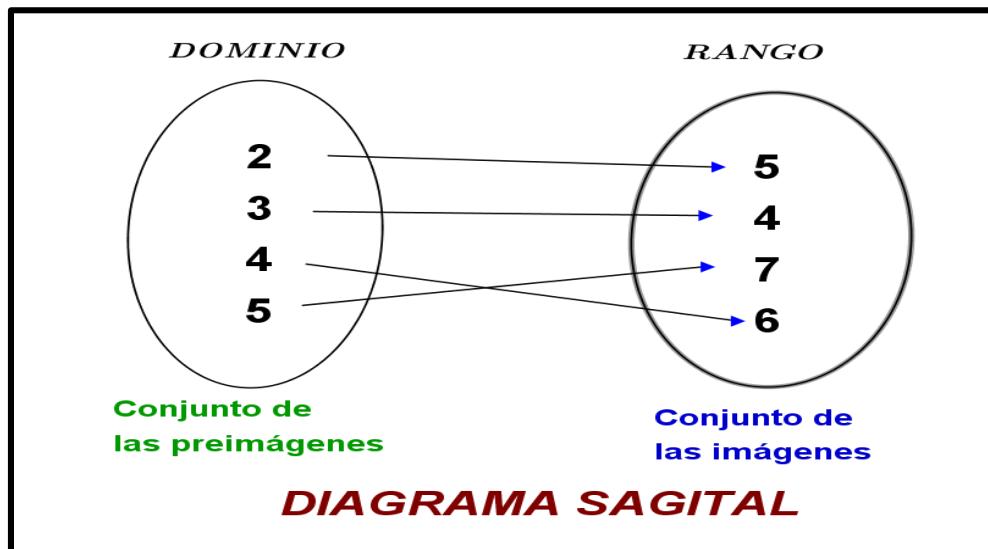
Para Gámez (2001), citado por Cerdá y Suazo (2011, p.69) “Una relación es un Subconjunto de un producto cartesiano. Una relación se denotará con el símbolo R”.

MINED (2012) especifica que una relación es:

Es un conjunto formado por los primeros elementos de los pares ordenados, se llama dominio de la relación. Se denotará el Dominio con la letra D,

también se le llamará el conjunto de las preimágenes aborda el rango como el conjunto formado por los segundos elementos de los pares ordenados, se llama recorrido de la relación. El recorrido se denotará con la letra I. Tambien se le llama conjunto de las imágenes (p. 170)

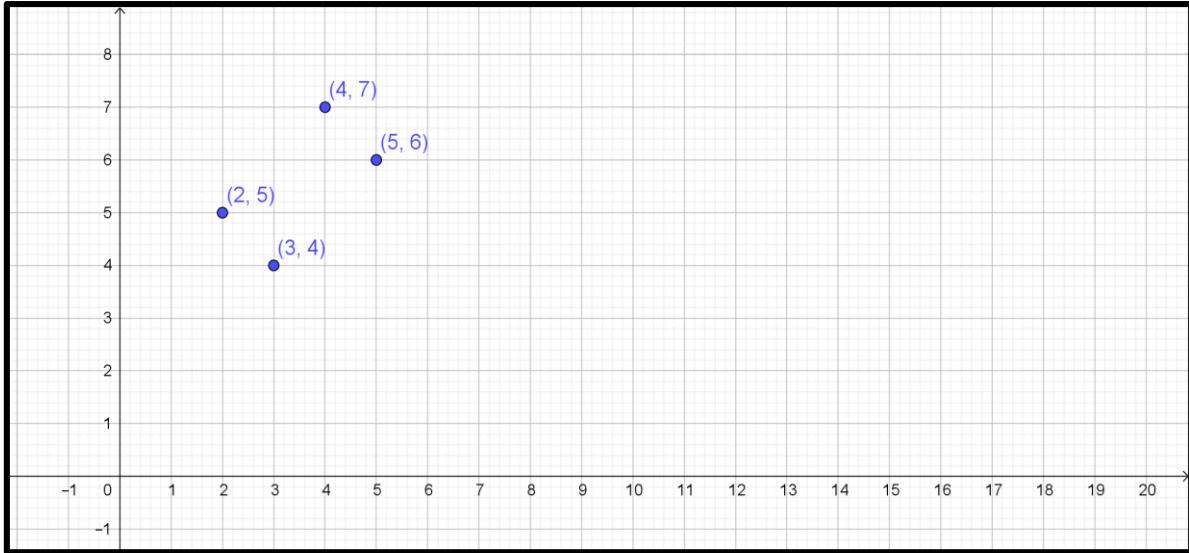
Figura 6: Dominio y rango en diagrama sagital



Fuente: Elaboración Propia

Respecto a una relación, Zill y Dewar, (2000, p. 121) definen: “A cualquier conjunto de pares ordenados de números reales se llama una relación y al correspondiente conjunto de puntos en el plano se llama gráfica de la relación”.

Figura 7: Dominio y Rango, pares ordenados en plano cartesiano.



Fuente: Elaboración Propia

Una relación es pues un conjunto de elementos relacionados entre sí, los cuales pertenecen a un conjunto más amplio, (producto cartesiano), es decir sus elementos están incluidos dentro de dicho producto.

Según Serrano y Zapata, (2011, p.172) “El producto cartesiano de dos conjuntos, sean A y B, es el conjunto formado por los pares ordenados cuya primera componente pertenece a A y cuya segunda componente pertenece a B”

En símbolo se denota así: $A \times B = \{(a, b) / a \in A \text{ y } b \in B\}$

Ejemplo:

Considere los siguientes conjuntos: $A = \{-1, 2, 5, 7\}$ y $B = \{8, 9\}$

El producto cartesiano $A \times B$ es:

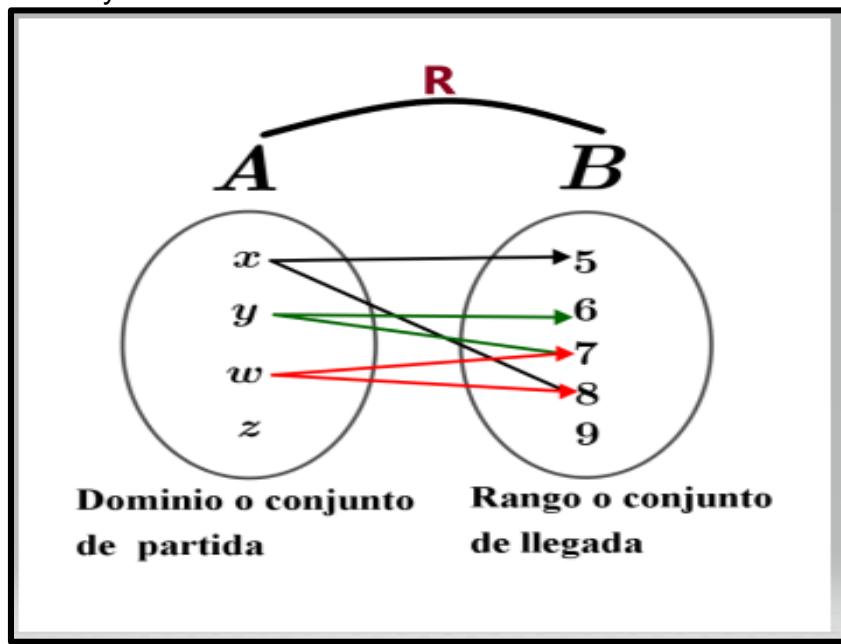
$$A \times B = \{(-1, 8); (-1, 9); (2, 8); (2, 9); (5, 8); (5, 9); (7, 8); (7, 9)\}$$

El conjunto $P = \{(-1, 8); (-1, 9)\}$ es un subconjunto de $A \times B$

2.1.2.7.2. Dominio y recorrido (o rango) de una relación

Para Gámez (2011, p.170) “El conjunto formado por primeros elementos de los pares ordenados, se llama dominio de la relación y se denotará con la letra D y el Recorrido serán los segundos elementos”.

Figura 8: Dominio y recorrido de una relación



Fuente: Elaboración propia

Como se dijo anteriormente, una relación es un subconjunto del producto cartesiano, donde dicho producto está formado por pares ordenados, (x, y), se dice que los primeros elementos pertenecientes a “X” conformarán el dominio de la relación y los segundos elementos, correspondientes a “Y” formarán el recorrido o rango que se puede denotar con la letra R de dicha relación.

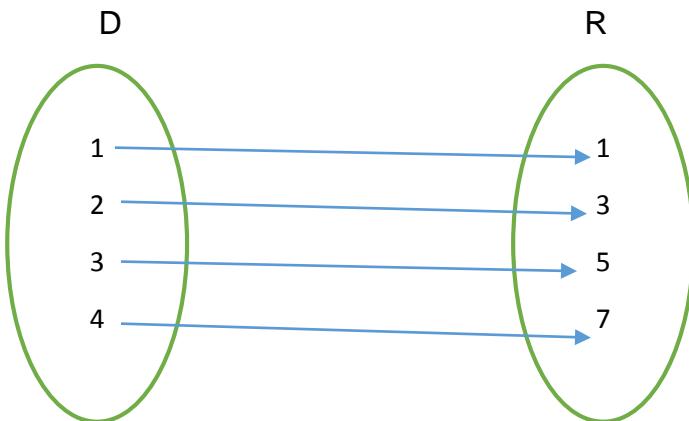
Por ejemplo:

Considere la relación $R = \{(1,1); (2,3); (3,5); (4,7)\}$

De acuerdo a la definición de dominio y recorrido de una relación se tendrá:

$$D = \{1, 2, 3, 4\} \text{ y } R = \{1, 3, 5, 7\}$$

Figura 9: Dominio y Recorrido de la relación $R = \{(1,1); (2,3); (3,5); (4,7)\}$



Fuente: Elaboración Propia.

2.1.2.8. Función

2.1.2.8.1. Concepto

Respecto al concepto de función, Cisneros, (2009) citado por Cerda y Suazo (2011, p.55) “Una función es una regla que relaciona los elementos de dos conjuntos, es decir todos los elementos de dos conjuntos inicial llamado dominio el cual le corresponde uno y sólo uno de los elementos del conjunto final llamado codominio”.

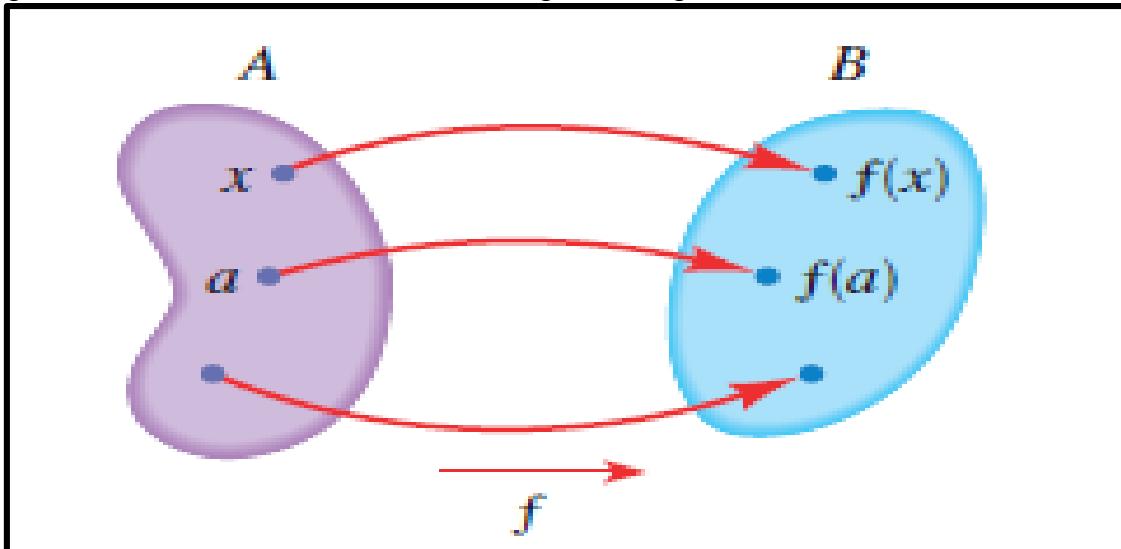
De la definición anterior se concluye que en una función no puede existir más de un elemento del conjunto de llegada relacionados con un mismo elemento del dominio, o lo que es igual, un elemento del dominio no puede estar relacionado con más de un elemento diferentes del conjunto de llegada; por lo tanto, se puede concluir que toda función es una relación, pero no toda relación es una función.

Por otra parte, Stuart, Redlin y Watson (2007) expresan que:

Se consideran funciones para las cuales los conjuntos A y B son conjuntos de números reales. El símbolo $f(x)$ se lee “ f de x ” o “ f en x ” y se llama el **valor de f en x** , o la **imagen de x bajo f** . El conjunto A se llama **dominio** de la función. El **rango** de f es el conjunto de los valores posibles de cuando

x varía a través del dominio, además que: el símbolo que representa un número arbitrario en el dominio de una función f se llama variable independiente. El símbolo que representa un número en el rango de f se llama variable dependiente. Así, si se escribe $y = f(x)$, entonces x es la variable independiente y y es la variable dependiente (p. 150)

Figura 10: Gráfico de funciones con diagrama sagital



Fuente: Stuart, Redlin y Watson, (2007, p. 150)

2.1.2.8.2. Definición de función

Larson, Hostetler y Edwards (1995) definen que:

Sean X e Y dos conjuntos de números reales. Una **función real f de una variable real x** de X a Y es una correspondencia que asigna a cada número x de X exactamente un número y de Y . El conjunto X se llama **dominio** de f . El número y se denomina la **imagen** de x por f y se denota por $f(x)$. El **recorrido** de f se define como el subconjunto de Y formado por todas las imágenes de los números de X (p. 24).

2.1.2.9. Función lineal

2.1.2.9.1. Concepto

Para Cisneros (2009), citado por Cerdá y Suazo (2011, p.15), define:

Una función polinomial de primer grado de la forma $y = f(x) = ax + b$, a y b , son números dados y el dominio y codominio es el conjunto de los números reales. Los parámetros “ a ” se llama pendiente y “ b ” ordenada al origen, el conjunto de puntos que define el comportamiento de esta función es una línea recta y si “ a ” es mayor que cero, la función es creciente y en caso contrario, decreciente.

De acuerdo a lo expresado anteriormente, una función lineal se puede expresar de dos formas similares: $f(x) = ax + b$ o bien $y = ax + b$, considerando a “ a ” y “ b ” números reales, es decir números que se asignan a la función, donde “ a ”, (parámetro), se denomina pendiente de la recta y “ b ”, (segundo parámetro) se le llama ordenada al origen de la función.

2.1.2.9.2. Gráfica de la función lineal.

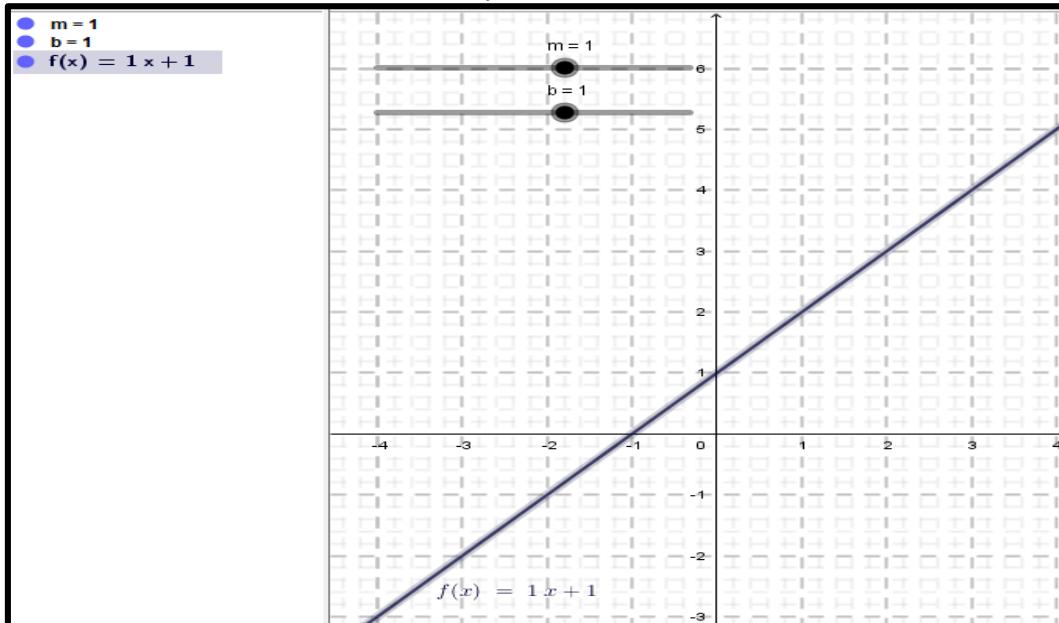
Para graficar una función lineal, al igual que otras funciones, se hace uso del plano cartesiano, (sistema de coordenadas rectangulares), el cual está formado por dos rectas perpendiculares entre sí, cuya gráfica describe una línea recta en dicho plano.

Gutiérrez (2007), citado por Huayta (2015, p. 39), da a conocer que:

La gráfica de una Función Lineal en una variable en el plano cartesiano es una línea recta cuya inclinación depende del valor del coeficiente de variabilidad m . Si $m > 0$, el ángulo de inclinación α es positivo, pero menor

que 90° . Si $m < 0$, entonces el ángulo α de inclinación es mayor que 90° , pero menor que 180° .

Figura 11: Función Lineal de la forma $f(x) = ax + b$



Fuente: Elaboración propia

Así, el conjunto de puntos, (pares ordenados) que determinan el comportamiento de dicha función es una línea recta, de ahí, el nombre de “Función Lineal”.

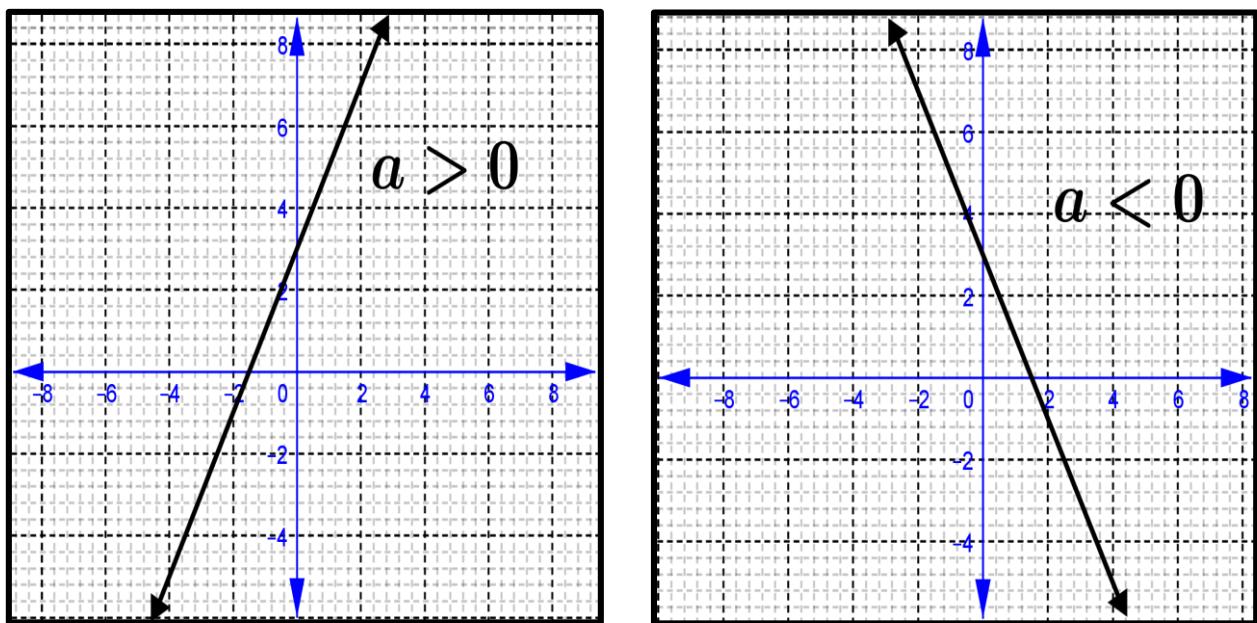
Además, Zill y Dewar (2000, p. 189) define de “Para $a>0$, los valores de la Función Lineal $f(x) = ax + b$ aumentan a medida que x aumenta (la gráfica se eleva de izquierda a derecha; para $a <0$, los valores de la función disminuyen a medida que x aumenta (la gráfica cae)”.

En el primer caso, se dice que la función $f(x) = ax + b$ es creciente, en este particular la gráfica de dicha función sube de izquierda a derecha en el plano cartesiano, en otras palabras, la gráfica sería una recta inclinada hacia la derecha, por otro lado, cabe señalar que el ángulo de inclinación es agudo, ($0 < \alpha < 90^\circ$) mientras que en el segundo $f(x) = ax + b$ es decreciente, esto significa que la gráfica baja de izquierda a derecha en dicho plano, o sea, inclinada hacia la

izquierda, además, cabe mencionar que el ángulo que se forma entre la recta y el eje X es obtuso,(mayor que 90° pero, menor que 180°).

He aquí un ejemplo de cada uno de los casos señalados anteriormente:

Figura 12: $f(x)$ creciente y decreciente



Fuente: Elaboración Propia

2.1.2.9.3. Pendiente

Según Haeussler (2003):

La pendiente de una recta en un sistema de representación rectangular (de un plano cartesiano) suele ser representado por la letra m, y es definido como el cambio o diferencia en el eje Y dividido por el respectivo cambio en el eje X, entre 2 puntos de la recta. En la siguiente ecuación se describe: toda recta que no sea horizontal, tiene que cortar al eje "x". Se dice que si una recta corta al eje X, la inclinación de la recta se define como el ángulo positivo menor de 180°

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

La pendiente indica la inclinación de la recta dependiendo del signo, el valor siempre es una fracción (si no tiene denominador significa que es la unidad) en donde sube o baja dependiendo del numerador y su denominador indica su desplazamiento para los costados (p. 65)

2.1.2.9.4. Propiedades de funciones lineales

De acuerdo con MINED (2009, p. 220), las propiedades de una Función Lineal son las siguientes:

1. La gráfica es una línea recta.

Como su nombre lo dice, Función Lineal, la gráfica describe una línea recta en el plano cartesiano.

2. En $f(x) = mx + b$, m es la pendiente de la recta que es la inclinación de la recta con respecto al eje de las abscisas.

La pendiente m de una Función Lineal determina la inclinación de la recta respecto al eje X.

3. El signo de m , también permite determinar si la función es creciente o decreciente, si " m " es positiva, la función f será creciente, en caso contrario, decreciente; en el primer caso la recta se inclina hacia la derecha y en el segundo caso, hacia la izquierda.

Como se dijo anteriormente, la pendiente de una Función Lineal determina la inclinación de la recta, si $m > 0$, la gráfica describe una línea recta creciente y si $m < 0$, la gráfica será decreciente.

Según MINED (2019, p. 51) las funciones lineales presentan las siguientes características:

1. Su gráfica tiene intercepto con el eje Y en $(0, b)$.
2. La razón de cambio a de la función, se llama pendiente de la recta $y = ax + b$, y es la cantidad que aumenta y cuando x crece una unidad.

3. Los valores de **y** aumentan a medida que **x** también.

Existen casos particulares de funciones lineales los que se detallan a continuación:

Caso 1: Función Constante

Haeussler (2003) definen:

Una función constante pertenece a una clase más amplia de funciones llamadas funciones polinomiales”

En general $f(x) = c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_1 x + c_0$, en donde n es un entero no negativo y c_{n-1}, c_0 son constantes $c_n \neq 0$ se llama función polinomial (en x). El número n se llama grado del polinomio, y c_n es el coeficiente principal. (p.95)

Para Haeussler la función constante es una función polinomial de grado cero.

De acuerdo a Serrano y Zapata (2011, p. 184), “Si en la función lineal el coeficiente angular es igual a cero, o sea, $m = 0$, entonces se transforma en $f(x) = b$, donde b es cualquier número real”.

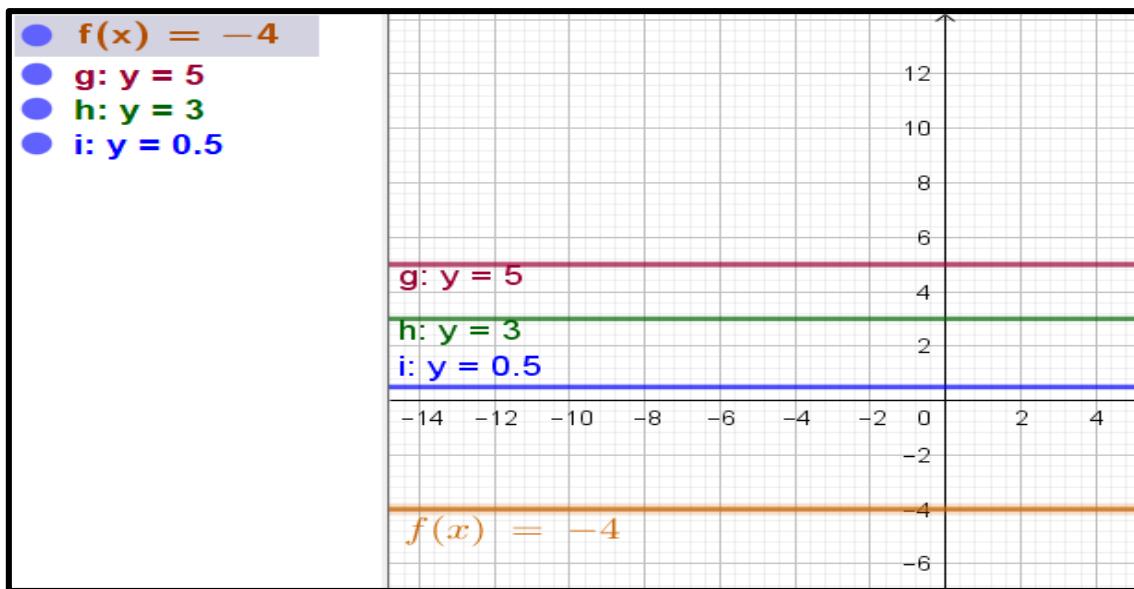
Dicha función $f(x) = b$ recibe el nombre de función constante porque para cualquier valor que tome la variable independiente siempre la función tendrá el mismo valor. Lo anterior quiere decir que aunque se le dé diferentes valores a la variable independiente, el valor de b no cambiará, seguirá siendo el mismo.

Ejemplos:

a) $f(x) = 3$; b) $y = 5$; c) $f(x) = -4$; d) $y = \frac{1}{2}$

La gráfica de una función $f(x) = b$ es una recta paralela con el eje x que pasa por $y = b$.

Figura 13: Gráfica de Función Constante



Fuente: Elaboración propia

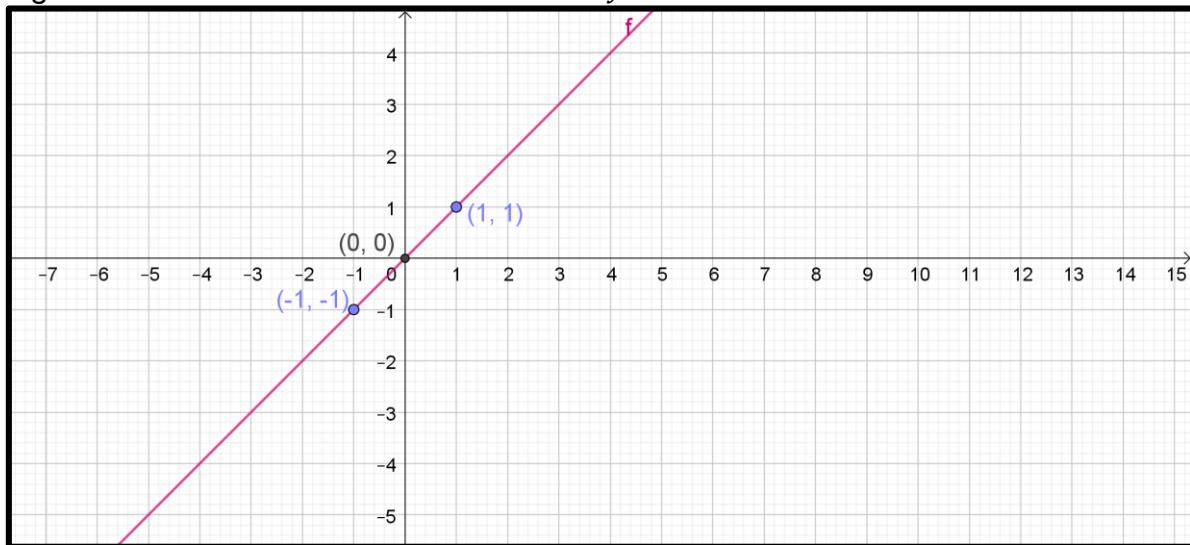
Caso 2: Cuando $f(x) = x$, función identidad

Jiménez (2006) expresa que “La función identidad $f(x) = x$ se conoce así porque es igual que su inversa, tanto el dominio como el rango están en el intervalo $(-\infty, \infty)$ ” (p. 40)

Lo anterior significa que una función es identidad cuando **y** toma los mismos valores de **x**, sus principales características son que el dominio será el mismo con el recorrido, dado que a medida que se le asigne valor a **x** se obtendrá el mismo valor para **y**, también que su gráfica siempre pasará por el punto $(0,0)$.

La gráfica de la función identidad es una línea recta, en donde los valores de **x** e **y** son los mismos para cada par ordenado, con un ángulo agudo de inclinación igual a 45° , por tanto, es creciente.

Figura 14: Gráfica de la función identidad $y = x$



Fuente: Elaboración Propia

Caso 3: cuando $b = 0$ entonces $y = mx$

De acuerdo a Serrano y Zapata, (2011, p.182): “La gráfica de funciones del tipo $f(x) = mx$, siempre pasará por el origen del sistema de coordenadas”.

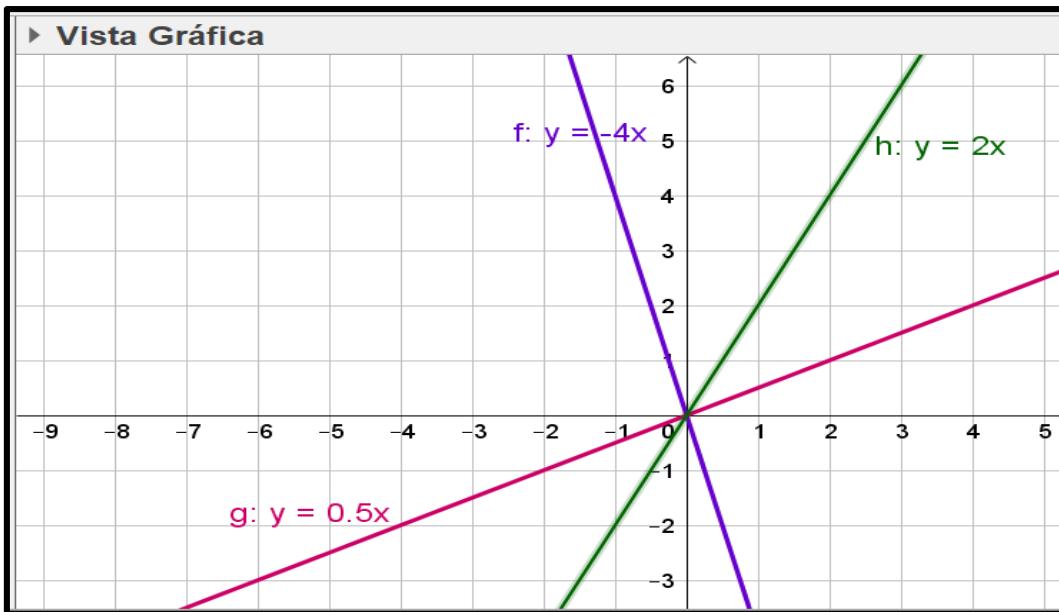
Oglietti (2008) denomina que “ Función de proporcionalidad es directa cuando $f(x) = mx$, es decir la ordenada es cero y siempre pasa por el origen. En este caso, los valores de x e y son magnitudes directamente proporcionales” (p. 21)

Cabe señalar que una de las características de esta función es que su gráfica siempre pasa por el punto $(0,0)$, es decir cuando a la variable independiente x se le asigna el valor de cero, la variable dependiente y también toma dicho valor.

Ejemplos:

$$f(x) = 2x; \quad b) \quad f(x) = -\frac{1}{2}x; \quad c) \quad y = 5x; \quad d) \quad y = -4x$$

Figura 15: Gráficas de la forma $y = mx$



Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo a Serrano y Zapata (2011), “Una función f es lineal si asocia a cada número real x el número real $f(x) = mx$, la variable dependiente dará el valor de la función, cuando la variable independiente ya ha tomado un valor” (p. 182)

Equivalentemente se puede escribir lo siguiente: $f(x) = y$, o sea, $f(x) = mx$. Así mismo, m es llamado coeficiente angular (es un número real diferente de cero), porque al graficar una Función Lineal, es quien determina si la función es creciente o decreciente, o si tiene mayor inclinación o menor inclinación”.

Caso 4: Función Lineal con restricción

Una función que presenta ciertas condiciones llamadas restricciones, es aquella que está acotada por ciertos intervalos, o bien está limitada hasta cierto intervalo, se denomina función con restricción

Generalmente en las funciones con restricciones el dominio ya se encuentra dado y el rango o recorrido dependerá de los valores que tome la variable independiente x o bien, de la restricción dada en la función.

Por ejemplo

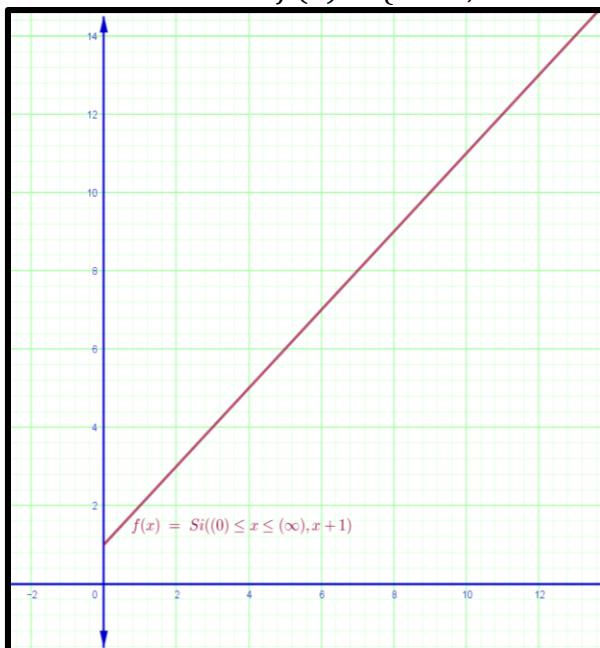
$$f(x) = \{x + 1, x \geq 0\}$$

En el ejemplo anterior, el dominio y el rango de la función se expresaría de la siguiente manera:

$$\text{Dom } f(x) = \{x: x \geq 0\}$$

$$\text{Rang } f(x) = \{y: y \geq 1\}$$

Figura 16: Funciones con restricciones $f(x) = \{x + 1, x \geq 0\}$



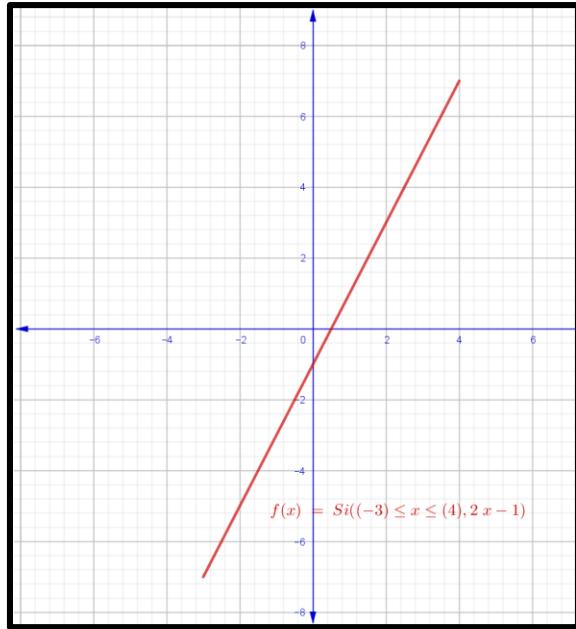
Fuente: Elaboración Propia

Es una función en la cual se presenta una restricción, es decir, está acotada por un intervalo dado, en este caso se da la condición de que x debe tomar sólo números mayores o igual a cero, es decir sólo números positivos.

He aquí otro ejemplo,

$$2) f(x) = 2x - 1, si -3 \leq x \leq 4$$

Figura 17: Funciones con restricciones $f(x) = 2x - 1$, si $-3 \leq x \leq 4$



Fuente: Elaboración Propia

En este particular se presenta una restricción,, dado que indica que el dominio de esta función se ha delimitado, es decir, solamente se están considerando los números reales entre -3 y 4, (incluyendo ambos números).

Para determinar el recorrido de la función se evalúa en los extremos del intervalo dado, (-3 y 4).

- a) $f(-3) = 2(-3) - 1 = -6 - 1 = -7$
- b) $f(4) = 2(4) - 1 = 8 - 1 = 7$

Entonces:

$$\text{Dom } f(x) = \{x: -3 \leq x \leq 4\} \text{ y Rango } f(x) = \{y: -7 \leq y \leq 7, y \in \mathbb{R}\}$$

$$3) f(x) = -\frac{3}{4}x, \text{ si } -4 \leq x \leq 4$$

En este caso el dominio ya está proporcionado, ($-4 \leq x \leq 4$) sólo falta determinar el rango, Para ello evaluamos la función en los extremos del intervalo dado, es decir, en -4 y 4:

$$f(-4) = -\frac{3}{4}(-4) = \frac{12}{4} = 3 \quad y \quad f(4) = -\frac{3}{4}(4) = -\frac{12}{4} = -3$$

En conclusión, se puede decir que los números reales comprendidos entre -3 y 3, (incluyendo ambos números), conforman el rango de esta función.

$$\text{Dom } f(x) = \{x: -4 \leq x \leq 4\} \text{ y Rango } f(x) = \{y: -3 \leq y \leq 3, y \in \mathbb{R}\}$$

2.1.2.10. Aplicaciones de la Función Lineal

Las funciones lineales se utilizan para describir diferentes fenómenos o aspectos comunes de la vida real, para resolver problemas de Finanzas, de Economía, de Estadística, Ingeniería, de Medicina, Química, Física, etc, y de cualquier otra área social donde haya que relacionar variables.

Existen pues problemas en la vida cotidiana que se pueden modelar linealmente y así dar un valor estimado de la variable dependiente (y) para un cierto valor de la variable independiente (x).

Un ejemplo común es cuando se va al mercado o a cualquier centro comercial donde siempre se relacionan un conjunto de determinados objetos con el costo expresado en pesos para saber cuánto se puede comprar.

Por ejemplo, el hecho de ir a comprar tortillas. La cantidad de tortillas a comprar dependerá de la cantidad de dinero del que se disponga en ese momento.

De acuerdo a Serrano y Zapata (2011), “La Función Lineal, tiene muchas aplicaciones en la vida real” (p. 86). Dichas funciones, pues, se aplican en diversos campos de la vida real, algunas ciencias como la Física y la Química se puede decir que hacen uso de estas funciones para comprobar sus leyes utilizando a dicha ecuación como modelos matemáticos.

Gutiérrez (2007), citado por Huayta (2015, p. 249), da ejemplos tales como, “partículas moviéndose en el espacio y usando modelos lineales en ecuaciones Matemáticas, es decir, que también se utilizan para comprobar algunas leyes que son medulares en ciencias diferentes a la Matemática”

Cabe señalar que la Función Lineal alcanza campos más vastos como la economía, donde se calcula el precio de determinada cantidad de artículos producidos en un tiempo determinado, lo llama costo de producción.

La Física, a través del Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU) hace uso de la Función Lineal para comprobar que la rapidez es igual a la distancia entre el tiempo, la función lineal sigue siendo un modelo matemático, en este caso para comprobar la ecuación $v = \frac{d}{t}$

En las siguientes situaciones también se encuentra presente la definición de Función Lineal:

- El precio del combustible está relacionado con el precio del petróleo.
- Un electricista cobra 15 céntimos por la visita a domicilio y 25 céntimos por cada hora de trabajo.
- La distancia de una ciudad a otra es de aproximadamente 400 Km. Carmen viaja en un camión repartidor de helados que avanza a una rapidez constante de 80km/h
- En el jardín de la UNAN se han observado las 10 primeras semanas de cultivo de una planta que medía 2 cm. su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, pues en la primera semana ha pasado a medir 2,5 cm.

2.1.2.1.1. Uso de GeoGebra en la enseñanza de funciones lineales

Martínez (2013) propone ejemplos sobre uso de GeoGebra en la enseñanza de funciones lineales, uno de ellos es:

Graficar en GeoGebra $f(x) = 2x - 6$ para ello primero tabula en la hoja de cálculo, luego genera las parejas ordenadas y al dar **Enter** al programa gráfica cada par ordenado, los estudiantes hacen sus propias conjeturas acerca del por qué los puntos quedan alineados. El docente va cambiando datos en la tabulación, como el valor del término independiente o la pendiente dando Enter cada vez para que sus estudiantes empiecen a conjeturar sobre los cambios que se van presentando tanto en su gráfica como en el dominio y rango (p. 43)

GeoGebra ha tenido excelentes resultados en la enseñanza de funciones lineales debido a que los discentes no pierden tiempo en realizar varias gráficas sólo con lápiz y papel, además permite que el estudiante mantenga el interés por el cambio de valores de las variables ya sea con los deslizadores o con la tabla todo en el mismo software.

Rodríguez (2017) capacitó a docentes de Matemática de El Salvador en GeoGebra y cuenta su experiencia hoy los docentes están dando un paso más avanzado en sus conocimientos del software porque es la segunda vez que se les capacita y al ver los excelentes resultados que han obtenido ellos solicitaron esta capacitación.

Figura 18: Docentes en capacitación en El Salvador



Fuente: Rodríguez (2017)

Hernández (2018) entrevistó a un grupo de estudiantes ganadores de un concurso tecnológico, usando GeoGebra como herramienta didáctica aduciendo que fue una idea genial porque ellos hicieron uso de todos los medios que este software provee y en un tiempo increíblemente corto pues al usar deslizadores dieron conceptos y propiedades de muchos contenidos Geométricos.

Es importante mencionar que en Nicaragua el Ministerio de Educación, MINED, ha venido implementando el uso de la tecnología y específicamente en el programa de Matemática de noveno grado, donde sugiere el uso de GeoGebra como recurso didáctico para abordar el contenido de funciones lineales. La utilización de dicho software permite complementar la forma tradicional en la que se ha desarrollado el proceso educativo, de esta manera el estudiante logra una mayor asimilación de los contenidos, puesto que este programa brinda diferentes opciones que implican analizar mejor los contenidos, en este caso, las gráficas y propiedades de las funciones lineales.

Por otro lado, es importante recalcar que en muchos centros educativos se han instalado laboratorios con el fin de fortalecer y obtener mejores resultados en el proceso de enseñanza y aprendizaje y así mismo se han brindado capacitaciones a los docentes en todos sus niveles y modalidades del sistema educativo sobre el uso de la tecnología y se ha orientado continuar con procesos de profesionalización, para que puedan fortalecer sus capacidades intelectuales y enfrentar con mayor eficiencia todos los desafíos que se presentan en el quehacer educativo.

MINED (2017) plantea que los docentes han encontrado una solución a la falta de laboratorios y han recibido capacitación para hacer uso de aulas digitales móviles, cabe destacar que éste es un portal en la web donde se presenta una detallada información acerca del uso de aulas digitales móviles, el docente no necesita ir hasta un laboratorio de computación para impartir una clase donde use medios

tecnológicos, sino que los medios tecnologicos como laptop, proyector y tablets llegan hasta su aula de clase.

2.1.3. Preguntas de investigación

1. ¿Cómo se utiliza el GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales?
2. ¿Cómo es el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales en noveno grado?
3. ¿Cuál es la importancia de establecer la utilización de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales?
4. ¿Cómo desarrollar una unidad didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales?

Capítulo III

2.2. Diseño metodológico

El Diseño metodológicamente describe el detalle cómo se realizó la investigación; Hernández, Fernández y Baptista (2010) lo define como “el conjunto de procedimientos para dar respuestas a las pregunta de investigación y alcanzar los objetivos de investigación” (p.123)

2.2.3. Tipo de Paradigma

Hernández, Fernández y Baptista (2010) define a paradigma como “el cuerpo de reglas y procedimientos que expresan cómo hay que hacer la investigación, son los modelos de acción para la búsqueda del conocimiento” (p.198) es decir una metodología determinada; como fuente de métodos, problemas y normas de resolución aceptados. Existen tres tipos de paradigmas: positivista, sociocrítico e interpretativo.

Para Sánchez (2013) el paradigma positivista es donde “el mundo natural existe al margen del investigador, es decir, la realidad objeto de estudio es objetiva e independiente del sujeto que se aproxima a ella” (p. 14). Es decir que el positivismo ha tenido un impacto muy importante en el campo de la educación, ha aportado el desarrollo de una metodología científica de gran rigor, desde las técnicas de observación hasta los actuales estudios sobre valor añadido en educación o al uso de los modelos causales o multinivel.

Bartolomé (1992), citado por Sánchez (2013), considera el paradigma Interpretativo como “procesos de investigación tienen una naturaleza dinámica y simbólica: construcción social, a partir de las percepciones y representaciones de los actores de la investigación. Por tanto, el contexto escolar es un factor constituido por los significados que la comunidad atribuye” (p.32). El objeto de investigación es la acción humana, a diferencia del positivismo que es la conducta humana, y las

causas de esas acciones establecidas a partir de las representaciones de significado que las personas realizan.

Sánchez (2013, p. 77) cita a Lukas y Santiago (2004) quien consideran el paradigma sociocrítico:

El objeto de investigación y las cuestiones relacionadas con la misma no son objetivos, siempre tienen una carga axiológica propia de los valores imperantes en la sociedad. Ésta es una de las cuestiones esenciales y caracterizadoras de este paradigma, al considerar que la investigación está al servicio de los intereses políticos, y por tanto, no es posible hablar de neutralidad en la investigación. Los participantes se convierten en investigadores y los investigadores participan también en la acción educativa.

Esta investigación se desarrolló bajo el paradigma positivista de la investigación pues sólo a través de la observación objetiva y el uso de métodos científicos adecuados puede descubrir el orden que constituye cualquier fenómeno, y por tanto, explicar problemas y tratar de determinar sus causas y consecuencias.

2.2.4. Tipo de enfoque

Hernández, Fernández y Baptista (2010, p. 128) especifica que enfoque cuantitativo:

Parte de una idea, que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica. De las preguntas se establecen hipótesis y determinan variables; se desarrolla un plan para probarlas (diseño); se miden las variables en un determinado contexto.

Acerca del enfoque cualitativo Hernández, Fernández, Baptista (2010) refiere que éste se guía por áreas o temas significativos de investigación. Sin embargo, en lugar de que la claridad sobre las preguntas de investigación e hipótesis preceda a la recolección y el análisis de los datos (como en la mayoría de los estudios cuantitativos), los estudios cualitativos pueden desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos.

Además de investigaciones con enfoque cuantitativos o cualitativos, MacMillan y Schumacher (2005) describen la investigación mixta, ellos aducen que ésta es la combinación exacta de una investigación cuantitativa y una cualitativa generando relación y sentido al mezclarlas (p.136). El enfoque mixto se refiere a la fusión de ambos enfoques, cualitativos y cuantitativos, logrando obtener resultados satisfactorios aprovechando las virtudes de cada uno.

Esta investigación tiene un enfoque cuantitativo con algunos elementos cualitativos, ya que parte de una idea, que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica, se procesa estadísticamente la información que se obtendrá a través de diferentes técnicas de recolección de datos, complementándola con elementos de la investigación cualitativa, lo que permitió evaluar las variables principales a estudiarse, es decir, el uso de GeoGebra como recurso didáctico en la enseñanza aprendizaje de funciones lineales, éste se basará en hechos que pusieron a prueba las teorías abordadas en el desarrollo del tema de investigación.

2.2.5. Tipo de estudio por su profundidad

Para Hernández, Fernández y Baptista (2010) existen tres tipos de estudio por su profundidad: El estudio descriptivo, correlacional y explicativo.

El estudio descriptivo se preocupa de la situación actual o pasada de algo, deduciendo las circunstancias que se estén o se hayan presentado, se aplica describiendo todas sus dimensiones del objeto a estudiar. Los estudios correlacionales deben definir de forma rigurosa el muestreo, la instrumentación y los procedimientos para la recogida de datos. La selección de los sujetos y de los instrumentos en la investigación correlacional asegura un rango de respuestas para cada variable (p. 80)

Campos (2010) especifica que “estudios explicativos responden a las causas de los acontecimientos físicos y sociales. Profundiza en los fenómenos o hechos al descomponerlos en sus partes, buscando sus contradicciones internas y externas, para explicar por qué dos o más variables se relacionan” (p. 24)

Esta investigación es de tipo descriptiva, pues busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren. En ésta se analizará el uso de GeoGebra como recurso didáctico en la enseñanza aprendizaje de funciones lineales, de tal forma que se recolectará la información que permitirá determinar, describir, establecer y proponer el uso de GeoGebra como recurso didáctico en la que se pondrá a prueba el conocimiento del estudiante.

Según el diseño de la investigación, los estudios investigativos se clasifican en experimentales y no experimentales. Hernández, Fernández y Baptista (2010) considera que la investigación experimental:

Se caracteriza por la asignación aleatoria de sujetos a grupos, el control sobre los factores que pueden desvirtuar el estudio y decisiones como qué tratamiento recibe cada grupo” «No experimental» es “un término genérico referido a una investigación en la que no existe control directo sobre la causalidad (p. 345)

Los diseños no experimentales se clasifican en Transversales o Transaccionales, Longitudinales y mixtos. Hernández, Fernández, y Baptista (2010) explican que para los diseños transaccionales se realizan observaciones en un momento único en el tiempo para su análisis. Longitudinales son los que abordan todo el proceso histórico del fenómeno a estudiar con su evolución y la recolección de datos será en varios momentos, también está el mixto que es la combinación de ambas clasificaciones utilizando las características convenientes. Este estudio es de corte transversal, recolectando la información en una única ocasión, para su posterior análisis.

2.2.6. Población y muestra

La población en estudio de esta investigación estuvo conformada por 30 estudiantes que pertenecen a una sección de noveno grado del turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio, Matagalpa segundo semestre 2018, así mismo para la muestra se consideró a la misma población por ser un número menor o igual a 30.

2.2.7. Métodos y Técnicas de Investigación

En los métodos de la investigación habitualmente se utilizan los teóricos (Análisis, síntesis, inducción, deducción, comparación, descriptivo); métodos empíricos (entrevista, encuesta, observación y estudio de la documentación escolar).

La aplicación de los instrumentos permitirá recolectar información acerca del tema de interés, logrando así realizar un análisis exhaustivo que implicará relacionar los resultados y así poder darle respuesta a cada uno de los objetivos de investigación

(método empírico). Para esta investigación se aplicó el método empírico al utilizar la encuesta, la entrevista y la observación.

La guía de observación constará de cuatro partes: datos generales, aspectos a tomar en cuenta por parte del docente, momentos de la clase y los recursos didácticos utilizados. (Ver anexo # 2)

La encuesta estará dirigida y se aplicará a los estudiantes que conforman la población, constará con 10 preguntas de varias opciones, en 4 preguntas sus opciones son cerradas (Sí, No), 1 de complete y 1 de desarrollo. En total serán 16 preguntas (ver anexo # 1).

La entrevista será dirigida y aplicada a la docente que imparte la asignatura de Matemática en noveno grado, se harán 9 preguntas abiertas, donde se abordan cuestionamientos sobre las variables de estudio (ver anexo #3).

2.2.8. Procesamiento de la información

Para procesar la información de la encuesta se construirá una base de datos en SPSS, para elaboración de gráficos representando porcentajes y tablas de resumen estadístico de los datos, en el caso de la entrevista se extraerán las ideas principales para su posterior descripción.

2.2.9. Variables (Operacionalización de las variables)

Esta investigación presenta las siguientes variables: uso de GeoGebra como recurso didáctico, siendo ésta la variable independiente; proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales, como variable dependiente, se presentarán mediante la Operacionalización de las variables.

Tabla 1: Operacionalización de Variables

VARIABLE	SUBVARIABLE	CONCEPTO	INDICADOR	PREGUNTA	ESCALA DE VALORES	INSTRUMENTO	FUENTE
Proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales	Para Baños (2006) recursos didácticos “son el conjunto de elementos que facilitan la realización del proceso de enseñanza y aprendizaje, los cuales contribuyen a que los estudiantes logren el dominio de un conocimiento determinado” (p. 10)	Recursos didácticos		¿Ha utilizado algún software en la enseñanza de Matemática?	Si, No	Entrevista y Encuesta	Docente y estudiante
				¿Domina y estructura los recursos didácticos para facilitar el aprendizaje significativo?	Si, No	Observación	Docente
				¿Qué recursos didácticos utiliza el docente durante el desarrollo del contenido?	Nominal	Observación	Docente
				Cuando tu docente utiliza software en la asignatura de Matemática te sientes:	Molesto motivado Concentrado aburrido Distraído	Encuesta	Estudiante
				¿La docente relaciona el contenido con la vida cotidiana?	Siempre, alguna veces, nunca	observación	Docente
				12. ¿La gráfica de una Función Lineal es?	Circunferencia Parábola Recta Curva Ninguna de la anteriores	Encuesta	Estudiante
				11. ¿Cómo consideras tu aprendizaje en funciones lineales?	Excelente Bueno Regular Malo	Encuesta	Estudiante

VARIABLE	SUBVARIABLE	CONCEPTO	INDICADOR	PREGUNTA	ESCALA DE VALORES	INSTRUMENTO	FUENTE
Proceso de Aprendizaje			Recursos didácticos	14. ¿Cuántos puntos necesito para graficar una Función Lineal?	Uno Dos Tres Ninguna de las anteriores	Encuesta	Estudiante
				15. Señale el tipo de función en las siguientes expresiones:	a) $f(x)=3x+2$: b) $y=3$: c) $f(x)=5x$: d) $y=x+4$, si $x \leq 3$: _	Encuesta	Estudiante
				¿Sé resolver en una tabla los resultados de una Función Lineal, para encontrar las parejas ordenadas y luego graficarlas en el plano?	sí, no	Encuesta	Estudiante
				a) Realice la gráfica, $y=3x-6$		Encuesta	Estudiante
				¿Domina y estructura los recursos didácticos para facilitar el aprendizaje significativo?			
				¿Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora usando herramientas informáticas?	Si, No	Observación	Estudiante

VARIABLE	SUBVARIABLE	CONCEPTO	INDICADOR	PREGUNTA	ESCALA DE VALORES	INSTRUMENTO	FUENTE
Usos de GeoGebra como recurso didáctico	Uso de GeoGebra	Zambrano (2017) GeoGebra es un software matemático interactivo, gratuito y de libre acceso		2. Conoces los siguientes softwares?	GeoGebra Mathematics Scientific Workplace Derive	Encuesta	Estudiante
				Propicia la utilización de la tecnología de la información y la comunicación	sí, no	Observación	Docente
				¿Ha utilizado GeoGebra?	Sí, no	Encuesta	estudiante
				2. ¿Conoce el Software GeoGebra?, ¿En qué momento lo ha utilizado?	Nominal	Entrevista	Docente
				Cómo considera su dominio del software GeoGebra	Muy Bueno Bueno Regular Malo Muy Malo	Encuesta	Estudiante
				6. Usted cuenta con un celular inteligente donde pueda instalar GeoGebra?	Si, No	Encuesta	Estudiante
				8. ¿Cuándo tu docente hace uso de GeoGebra lo hace a través de:	Laboratorio de computación Proyector Tablet celulares, Otros,	Encuesta	Estudiante

VARIABLE	SUBVARIABLE	CONCEPTO	INDICADOR	PREGUNTA	ESCALA DE VALORES	INSTRUMENTO	FUENTE
				7. ¿Tu docente con qué frecuencia hace uso de GeoGebra en el contenido de funciones lineales?	Siempre Algunas Veces Nunca	Encuesta	Estudiante
				Explica correctamente el manejo del software GeoGebra	Sí, No	Observación	Docente
				Usa acciones que permiten enriquecer las actividades de enseñanza y aprendizaje usando el software GeoGebra.	Sí, No	Observación	Docente
				Los estudiantes conocen el software GeoGebra?	Sí, No	Observación	Docente
				¿El docente se ha auxiliado de GeoGebra para la enseñanza de Matemáticas?	Sí, No	Observación	Docente
				¿Considera usted importante el aprendizaje de funciones lineales aplicando software Matemáticos, principalmente GeoGebra?, ¿Por qué?	Nominal	Entrevista	Docente
				¿Considera usted importante el aprendizaje de funciones lineales basado en GeoGebra?, ¿Por qué?	Nominal	Entrevista	Docente
				Al hacer uso de GeoGebra en funciones lineales sientes la clase:	Dinámica Aburrida Interesante Se aprovecha mejor el tiempo	Encuesta	Estudiante

VARIABLE	SUBVARIABLE	CONCEPTO	INDICADOR	PREGUNTA	ESCALA DE VALORES	INSTRUMENTO	FUENTE
				¿Ha tenido resultados satisfactorios al utilizar GeoGebra en el desarrollo del contenido funciones lineales?	Nominal	Entrevista	Docente
				¿Cómo consideras tu aprendizaje en funciones lineales usando GeoGebra?	Excelente Bueno Regular Malo	Encuesta	Estudiante
				¿Considera usted importante el aprendizaje de funciones lineales aplicando software Matemáticos, principalmente GeoGebra?, ¿Por qué?	Nominal	Entrevista	Docente

Fuente: Elaboración Propia

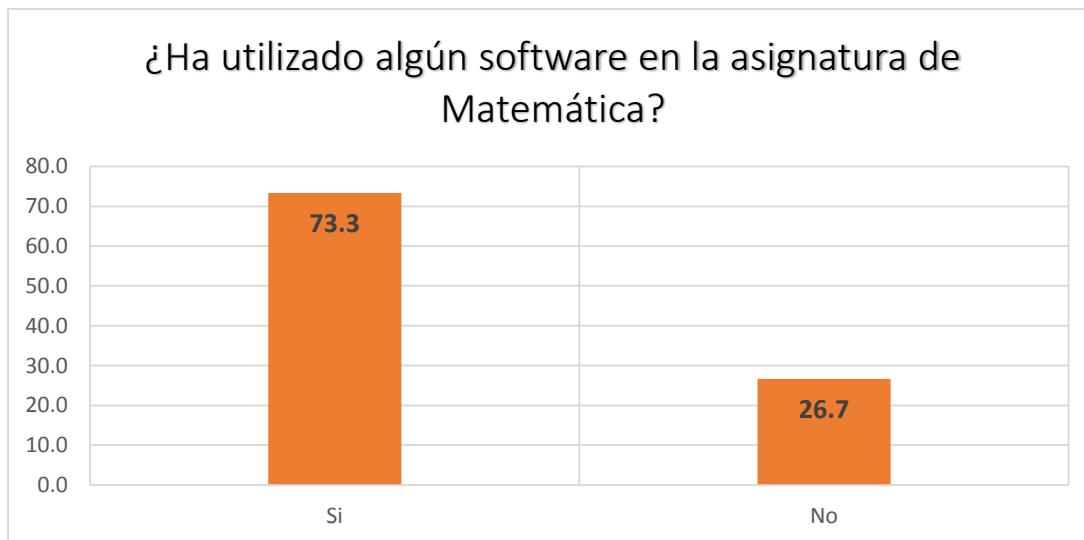
CAPÍTULO IV

4.1. Análisis y discusión de resultados

En este capítulo se reflejan los resultados del análisis de los instrumentos aplicados a los estudiantes del Centro Escolar Público Rubén Darío. Cabe destacar que las encuestas aplicadas a los estudiantes, la entrevista hecha a la docente y la observación de la clase fueron la base fundamental para llegar a estos resultados.

Zambrano (2017, p. 34) sostiene que “El uso de software en las aulas de clase debe considerarse importante en la enseñanza de la Matemática, por permitir que el estudiante ponga en práctica conocimientos desarrollados en ésta, también es fundamental plantearles a los estudiantes situaciones que lo hagan pensar, tales como la exploración de distintos softwares en sus medios tecnológicos, lo cual quizás al inicio le parezca difícil o aburrido, pero después se puede convertir en atractivo e interesante para ellos.

Gráfico 1: Utilización de Software



Fuente: Resultados de la investigación.

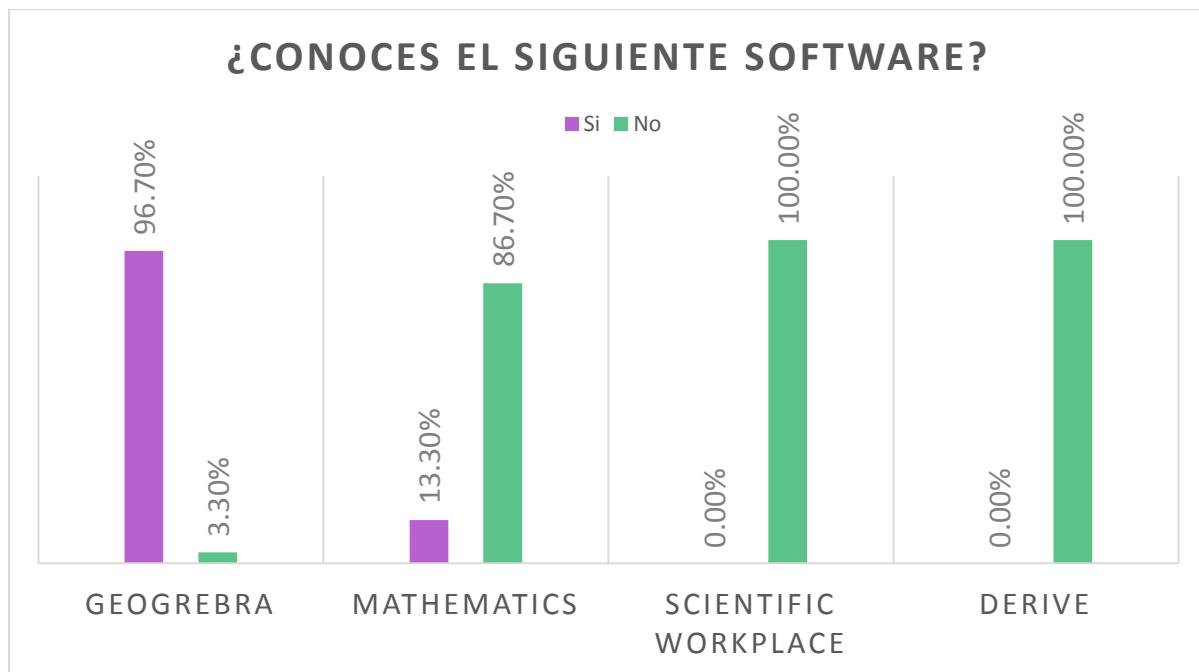
De acuerdo a la encuesta aplicada el 73.3% afirman que han utilizado algún software alguna vez. Durante la entrevista, la docente afirmó que ha utilizado software como el

GeoGebra y el Mathematics en la clase de Matemáticas y durante la observación se constató que la docente domina y estructura estos recursos didácticos antes mencionados para facilitar el aprendizaje de la asignatura; sin embargo, ella se limitó a utilizar el GeoGebra únicamente como una calculadora gráfica, lo que implica la falta de aprovechamiento al máximo de este programa, esto contribuye a que tanto la docente como los discentes se limiten utilizar todas las opciones que este software presenta

El programa de Educación Secundaria de noveno grado sugiere la utilización de GeoGebra como una herramienta para impartir el contenido de Funciones Reales, especialmente en funciones lineales, pues éste permite tener una clase más dinámica y provechosa respecto a la asimilación de conceptos, propiedades y gráficas, también provee lograr en el estudiante un aprendizaje satisfactorio tanto en funciones lineales como en un medio tecnológico como es el software GeoGebra.

Es responsabilidad de cada docente incorporar en su plan de clase la sugerencia que el programa de noveno grado propone sobre la utilización de GeoGebra como recurso didáctico, a fin de integrar los medios tecnológicos en el aula de clase y en la asignatura de Matemática y no quedarse sólo con las formas que tradicionalmente se han venido implementando a lo largo de los procesos educativos.

Gráfico 2: Reconocimiento de softwares



Fuente: Resultados de la investigación

Al preguntarle a los estudiantes sobre qué tipos de software educativos específico para la enseñanza de la Matemática conocen, un 96.7% de los encuestados especificaron conocer el software GeoGebra, mientras que del Mathematics solamente un 13.3% afirmaron conocerlo y un 100% aseguraron no conocer ninguno de los demás softwares, (Scientific Workplace y Derive) situación preocupante, dado que como se dijo anteriormente en el programa de Matemática distribuido por el Ministerio de Educación, se propone la utilización de estos softwares para el desarrollo de contenidos, específicamente en funciones lineales.

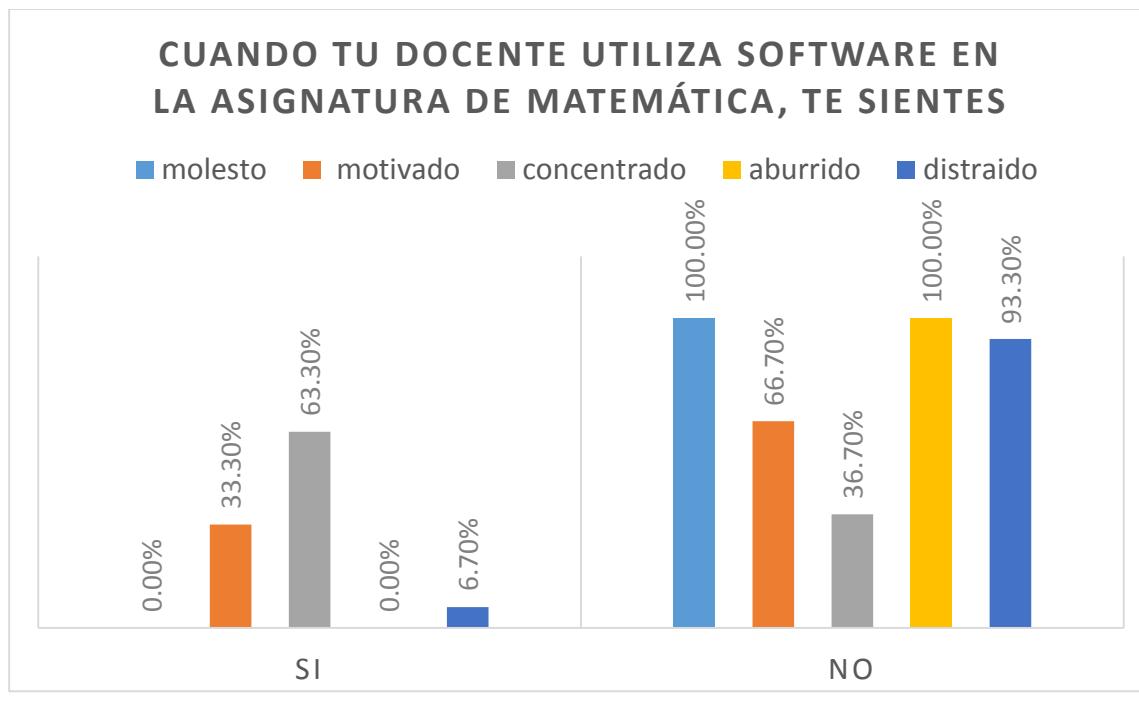
El docente debe procurar la incorporación de estos softwares en el proceso enseñanza y aprendizaje de la Matemática, por ser medios que vienen a complementar las formas de enseñanzas que comúnmente se han venido desarrollando en el aula de clases, estos recursos permiten aprovechar el tiempo, que muchas veces se ve limitado por actividades extracurriculares que surgen tales como encuentros deportivos, ferias gastronómicas, festivales culturales, entre otros.

Se observó que durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones lineales se hizo uso de las herramientas tecnológicas. Se desarrolló un clima donde los estudiantes se sentían atraídos por la idea innovadora de la docente, tales como el uso de celulares inteligentes acompañados por un proyector con una computadora, a pesar de que algunos estudiantes no tuvieran celulares propios la decisión de la maestra de ponerlos a trabajar en parejas fue la correcta, además la maestra utilizó la técnica de la ruleta tecnológica para realizar un ejercicio en la computadora.

Cabe destacar que el uso de otros softwares como el Derive y el Scientific Workplace, ambos recomendados en el programa de la asignatura de Matemática de noveno grado, son herramientas de auxilio apropiadas para los estudiantes, ya que permiten hacer cálculos, revisar gráficos, analizar ejercicios a través de procedimientos, confirmar la respuestas de ejercicios resueltos, es por eso que el Ministerio de Educación recomienda hacer uso de ellos en donde el maestro tiene que auxiliarse de recursos didácticos para poder manipularlos.

De lo antes descrito Baños (2006) especifica que los recursos didácticos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, contribuyen a que los estudiantes logren el dominio de un conocimiento determinado, es decir que al ofrecerles experiencias varias para que hagan uso de sus habilidades se promueve en ellos mayor satisfacción al momento de obtener el conocimiento dado.

Gráfico 3: Estado de ánimo en los estudiantes



Fuente: Resultados de la investigación.

Así como se pueden mencionar ventajas en la utilización de softwares para la enseñanza de la Matemática, también se señalan algunas desventajas, éstas estarán en dependencia de la experiencia y visión del docente a la hora de la implementación de estos recursos educativos.

Al preguntar a los estudiantes sobre los sentimientos que experimentaron a la hora de la utilización de softwares en Matemática, el 63.3% de los estudiantes afirman sentirse concentrados, 33.3% sentirse motivados, se sentían distraídos un 6.70% de los encuestados, pero ninguno de ellos molesto. La docente explicó antes de iniciar la clase que la tecnología siempre les despierta el interés esto fue porque al observar la docente propició la utilización de la tecnología de la información y la comunicación entre docente-discente no fue muy fluida pero aun así despertó el interés hacia los softwares.

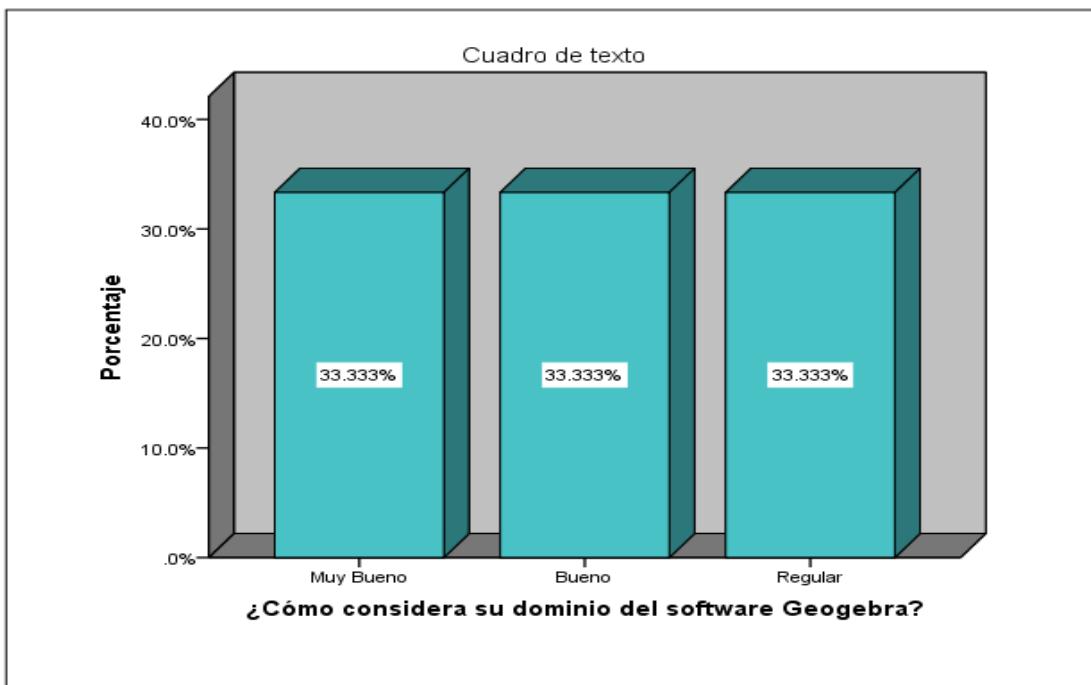
La manera en que la maestra impartió la clase fue interesante para los estudiantes porque ella les presentó un video dando a conocer la aplicación de la tecnología en la vida diaria, el video inició con una breve reseña de los softwares más importantes en

Matemática entre ellos el Derive y el GeoGebra, posteriormente se enfocó en GeoGebra, donde posteriormente lo utilizó como simple calculadora de graficación, explicándole a los estudiantes que este programa permite comprender mejor el contenido en estudio, en este particular funciones lineales. También les dio a conocer, mediante una reflexión las oportunidades que brinda el dominio de la tecnología, pues a nivel de aula es más interactiva la clase, permite mayor actividad en los estudiantes y en la vida ya no es suficiente saber leer y escribir, sino que es obligatorio saber manipular la tecnología tales como softwares para irse familiarizando con estos.

Durante la encuesta los estudiantes especificaron que todos conocen el software GeoGebra (ver anexo 4), lo que se logró corroborar durante la observación a la clase. Por su parte la docente dice que es su software favorito debido a que posee comandos y herramientas fáciles de usar con un vocabulario adecuado para el usuario (en este caso los estudiantes), entonces la docente manipuló el software en conjunto con los aprendices, explicando nada más que al insertar la función en la barra de entrada del software y presionar ENTER, éste automáticamente refleja la gráfica de la función, desaprovechando las oportunidades que este programa ofrece para analizar las propiedades de funciones lineales.

La docente afirmó que GeoGebra es muy interactivo y le resulta interesante a los estudiantes (basado en opiniones verbales de los educandos) siendo ésta una de las principales características de GeoGebra, software donde el usuario se sienta cómodo, pero sobretodo satisfecho.

Gráfico 4: Dominio de GeoGebra



Fuente: Resultado de la investigación

Al preguntar acerca del dominio del software GeoGebra el porcentaje coincidió en las tres opciones muy bueno, bueno, regular, todas ellas con un 33.33%, lo que sugiere que todavía existen estudiantes que se les dificulta la utilización de GeoGebra, esta limitante impide que tanto docente como estudiantes estén satisfechos, el docente porque no alcanzó sus metas propuestas y los discentes por no haber obtenido el aprendizaje satisfactorio, es por eso que los investigadores han propuesto una unidad didáctica donde se hace uso de GeoGebra en las 6 horas que el programa de Matemática de noveno grado sugiere para el desarrollo del contenido de funciones lineales (ver anexo 5).

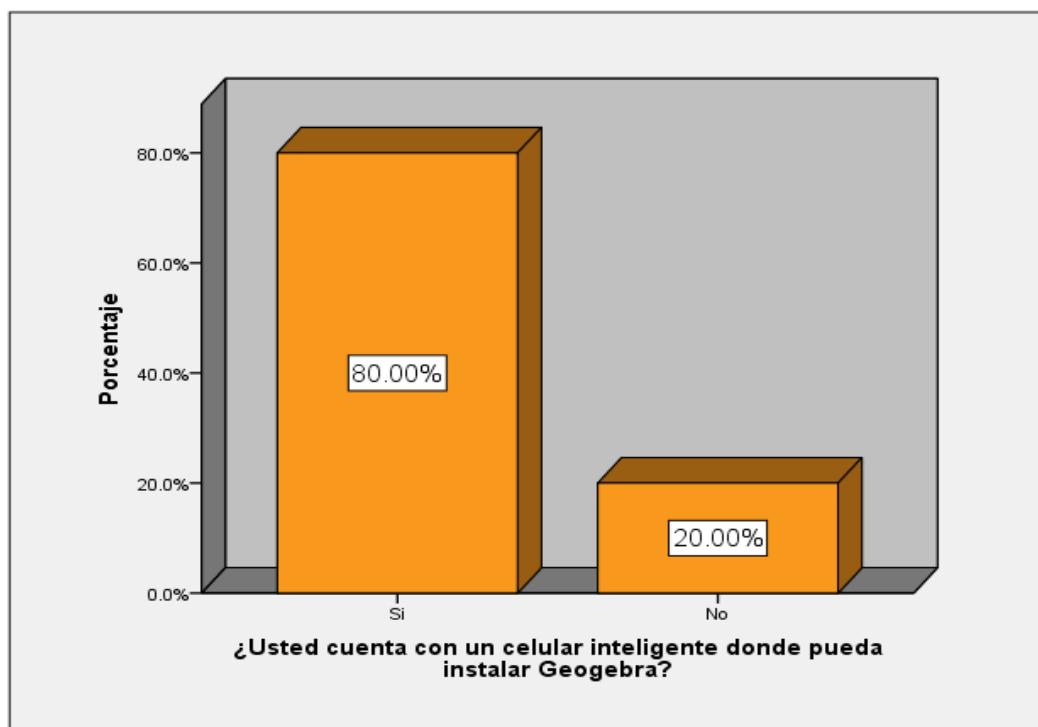
En cuanto a la docente, asegura dominar el software y además lo ha aplicado en la unidad de Funciones y Ecuaciones en noveno grado y que ha obtenido mejores resultados que una clase sin medios tecnológicos, pero confiesa que en sus planes de clase no está muy familiarizados con la tecnología pues la forma tradicional está muy arraigada aún.

Por otro lado, se realizó una observación a la maestra al momento del desarrollo de la clase se verificó que aplica el software GeoGebra únicamente como una calculadora gráfica y no hace uso de todas las opciones que este programa presenta, impidiendo así que los estudiantes hagan un análisis más profundo sobre el contenido abordado y que los pueda llevar a alcanzar un aprendizaje de mayor satisfacción que luego puedan aplicarlo en la vida cotidiana.

La docente de forma manual elaboró dos ejercicios de funciones lineales, elaborando una tabla con los valores a graficar en la pizarra y posteriormente insertó estos mismos ejercicios en la barra de entrada de GeoGebra, presionó “Enter” e indicó a los estudiantes que el graficar funciones lineales en este software es más fácil y más rápido, sin tomar en cuenta que éste es un recurso didáctico importante en la enseñanza, tal como lo asegura Zambrano (2017), GeoGebra es un software de Matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne Geometría, Álgebra, hoja de cálculo, gráficos en un solo programa fácil de usar.

Por un lado, GeoGebra es un sistema de Geometría Dinámica. Permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que se pueden modificar dinámicamente. Lo que indica que como maestro se debe hacer uso de este software en la clase de Matemática las veces que sean necesarias, ya que despierta en los estudiantes el interés por la temática.

Gráfico 5: Instalación de GeoGebra

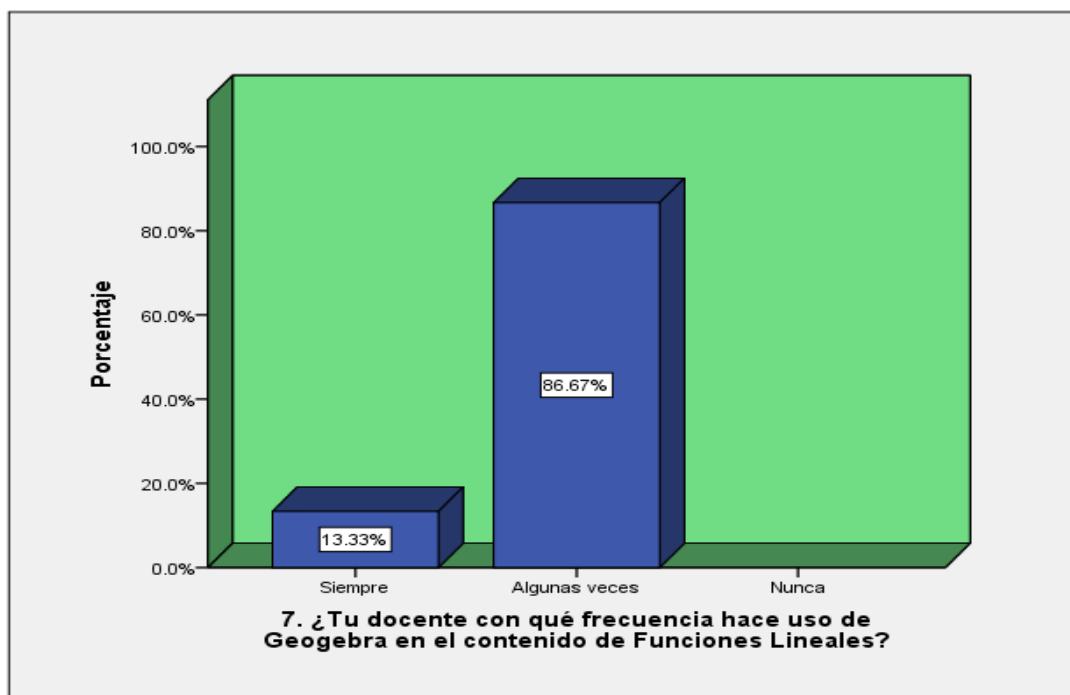


Fuente: Resultado de la investigación

Se les preguntó a los estudiantes si cuentan con un celular inteligente donde puedan instalar GeoGebra, los resultados fueron satisfactorio, porque el 80% de los estudiantes aseguraron contar con un teléfono apto para hacer uso de GeoGebra, esto refleja que la maestra tiene la oportunidad de enseñar funciones lineales no sólo de manera tradicional, sino que también puede agregar los medios tecnológicos.

En la entrevista aplicada a la docente ella contestó que aparte de ser fácil de usar se puede utilizar en teléfonos inteligentes, dado que algunos estudiantes cuentan con el teléfono apropiado y que lo manipulan correctamente desarrollando un mejor aprendizaje, por lo tanto, el maestro se debe apoyar de los teléfonos inteligentes con el software instalado como un recurso que favorece los aprendizajes de los estudiantes a través de la habilidad que tengan para su manipulación, además, en la actualidad los estudiantes están más familiarizados con la tecnología y esto se convierte en una gran ventaja que el docente debe aprovechar.

Gráfico 6: GeoGebra en funciones lineales



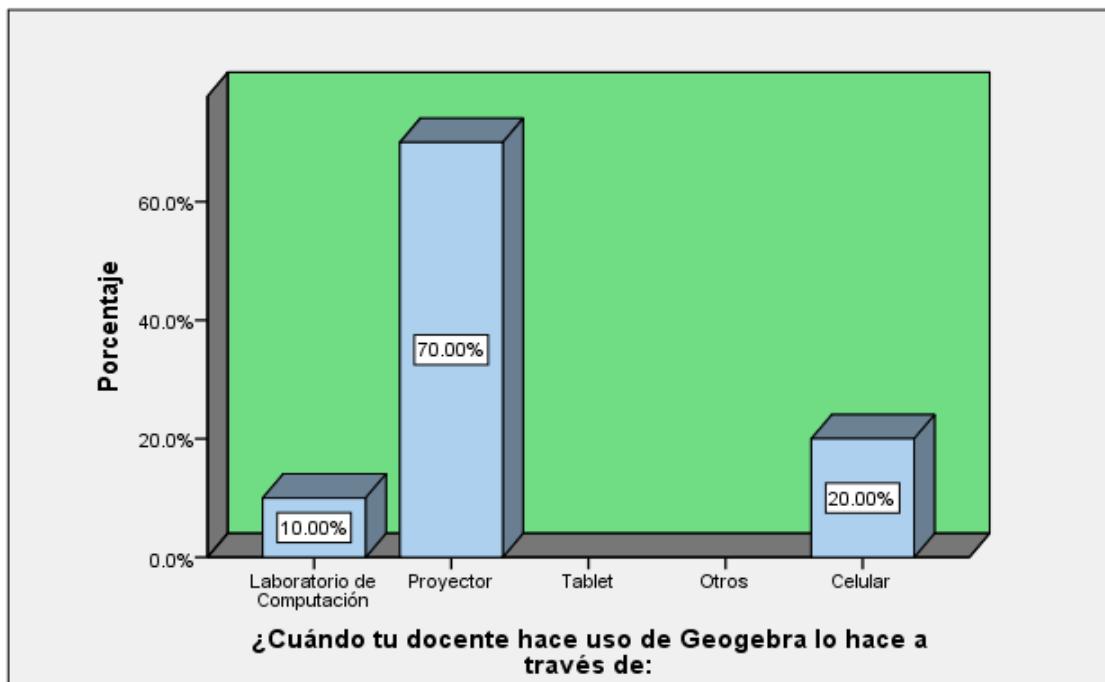
Fuente: Resultado de la investigación.

Al preguntarle a los estudiantes con qué frecuencia la docente hace uso de GeoGebra, el 13.33% asegura que siempre hace uso de GeoGebra en el contenido de funciones lineales, un 86.67 % confirma que la maestra hace uso de GeoGebra algunas veces, ninguno de ellos dijo que nunca, esto refleja que la maestra sí utiliza el software, aunque no con mucha frecuencia, lo que permite que los estudiantes se acostumbren a utilizar GeoGebra como herramienta en el aula de clase para el desarrollo de contenidos en especial el de funciones lineales.

La docente asegura que sí ha utilizado GeoGebra en la enseñanza de funciones lineales, no con la frecuencia que sugiere el programa de la asignatura de Matemática (el software está sugerido desde el inicio del contenido lo que indica que es oportuno utilizarlo desde la introducción hasta el final del contenido de funciones lineales) por lo que a veces se dificulta contar con un medio tecnológico en el centro o porque los estudiantes se distraen viendo mensajes o redes sociales cuando hacen uso de los teléfonos inteligentes. Sin embargo, en la observación aplicada, se verificó que la docente no hace uso pertinente

de este software en el aula de clase al momento de impartir el contenido pues sólo lo utiliza como una calculadora gráfica, logrando que pocos estudiantes despierten el interés por la clase.

Gráfico 7: Uso de medios tecnológicos



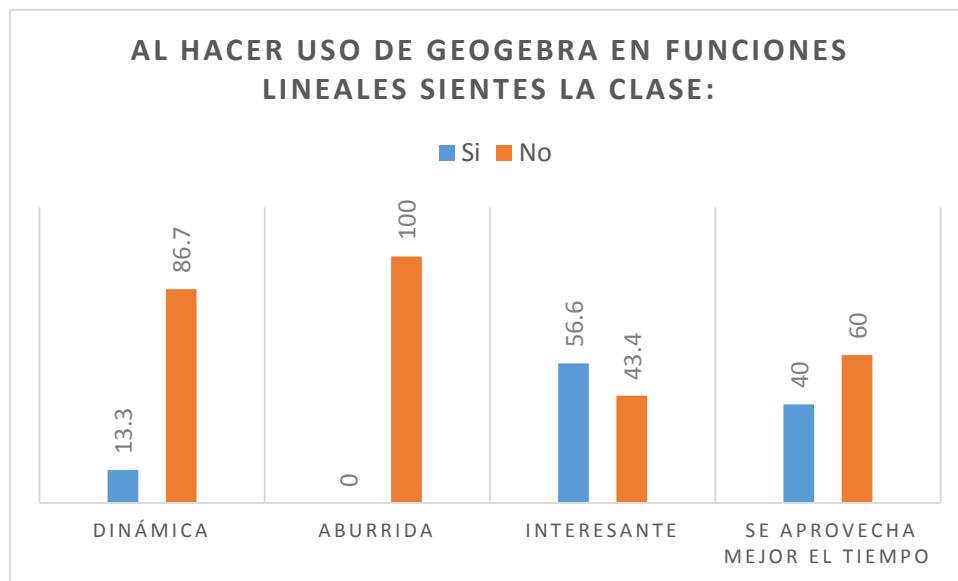
Fuente: Resultado de la investigación

Cuando se utiliza GeoGebra en el aula de clase los estudiantes contestaron que la docente les muestra el software a través de laboratorio de computación, lo que representa el 10 %, así mismo el 70% confirman que la maestra se apoya del proyector en el aula de clase (aulas digitales móviles), la cual es una herramienta adecuada para utilizar GeoGebra con aulas que tienen una gran cantidad de alumnos, por otra parte el 20% aseguran que se hace uso de celulares inteligentes como herramienta importante en la manipulación del software para hacer cálculos y gráficas de funciones lineales.

Por otra parte, durante la observación se verificó qué recursos didácticos utiliza la docente, donde se obtuvo como resultado que la maestra hace uso de teléfonos inteligentes, proyector, computadora, esto implica hacer del aula un lugar adecuado para

impartir una temática y obtener un aprendizaje con mayor satisfacción y que en un futuro les permita ser personas eficientes.

Gráfico 8: Interés en GeoGebra con funciones lineales

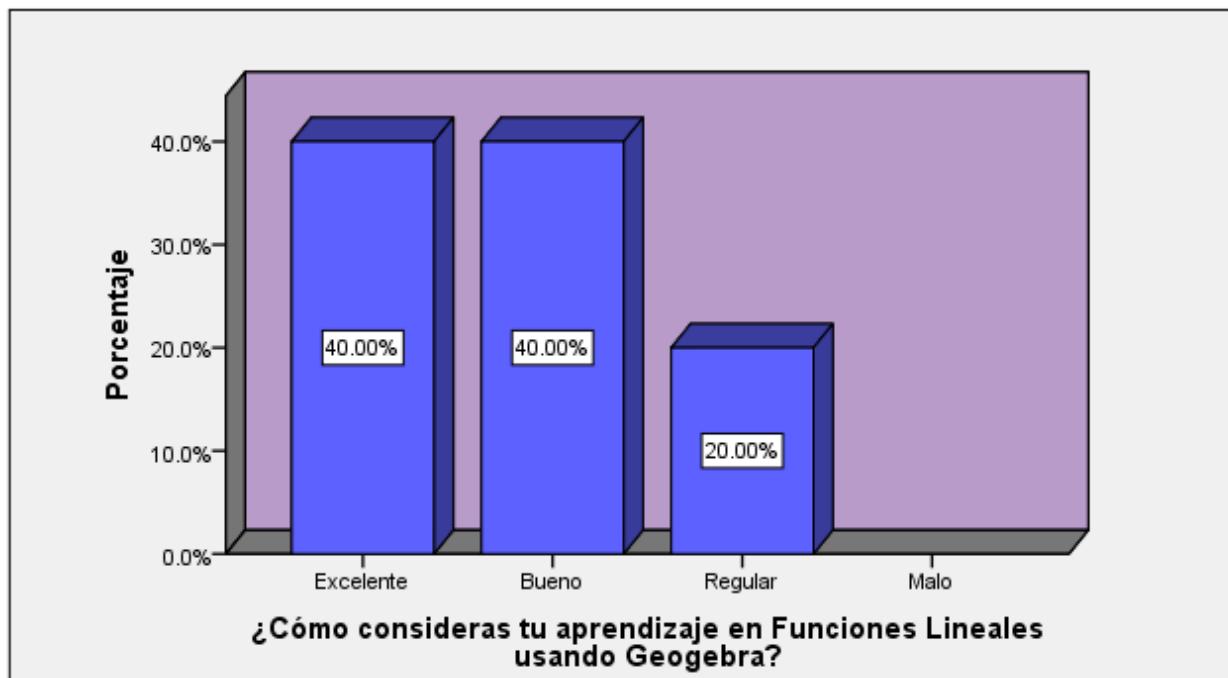


Fuente: Resultado de la investigación

Respecto al interés y estado de ánimo al usar GeoGebra en funciones lineales se obtuvieron los siguientes resultados: el 100% dijo no sentirse aburrido cuando la docente hace uso de GeoGebra en funciones lineales; un 13.3% afirma que siente la clase dinámica; además un 40% dice sentir que se aprovecha mejor el tiempo, y un 56.6% afirmó que siente interesante la clase

Durante la observación llevada a cabo al desarrollo del contenido de funciones lineales en noveno grado se logró comprobar que los estudiantes, por lo menos la mayoría, se mostró con mucho entusiasmo donde participaron activamente; sin embargo, se considera que a la docente le faltó tener más dinamismo, transmitir mayor entusiasmo para motivar al resto de estudiantes que en algún momento se distrajeron en redes sociales y así le pudieran haber dado mayor importancia al desarrollo de dicho contenido.

Gráfico 9: Valoración del estudiante



Fuente: Resultado de la investigación

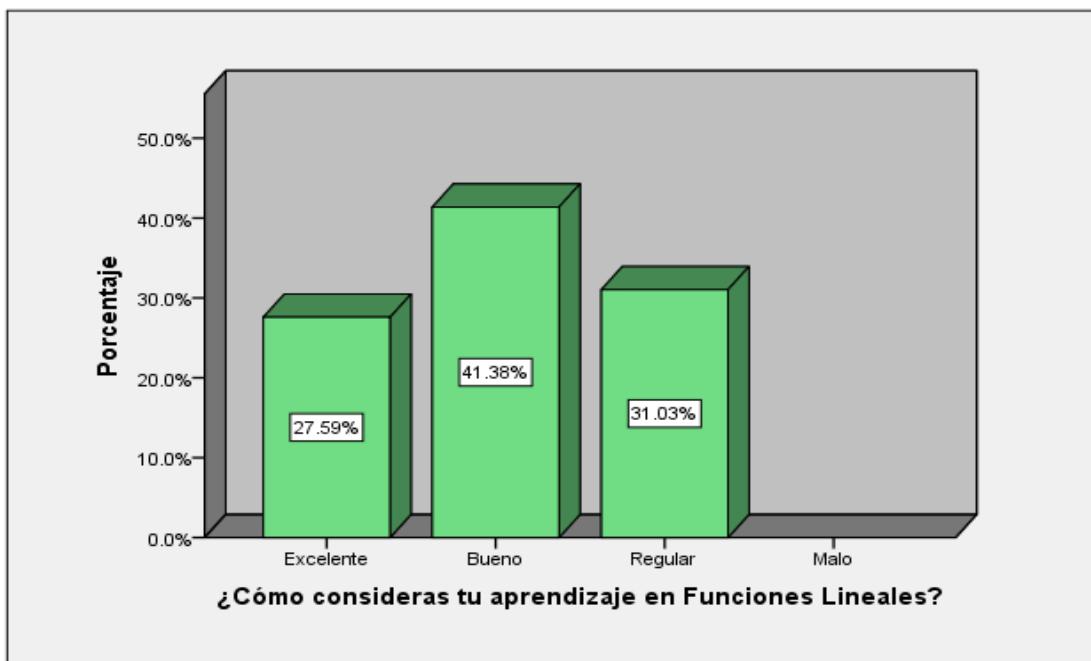
En cuanto al aprendizaje en funciones lineales usando GeoGebra, el 40% asegura que es excelente el aprendizaje, un 40% opinan que es bueno, pero el 20% restante confirman que es regular estos resultados indican que GeoGebra es un software importante en el desarrollo de aprendizaje, especialmente en funciones lineales.

Por otra parte, en una entrevista dirigida a la maestra, afirma que todos los softwares son importantes porque proporcionan conocimientos en los estudiantes, más cuando éstos son aplicados, pero fundamentalmente GeoGebra que tiene una gama de información en sus íconos que les permite a los estudiantes desarrollar sus habilidades y adquirir nuevos conocimientos que aparte de aplicarlo en funciones lineales, lo puedan aplicar en otras temáticas.

En la observación de la clase se notó que de manera introductoria la maestra compartió por bluetooth, la aplicación a los estudiantes que aún no la tenían instalado en sus teléfonos celulares, también algunos estudiantes que andaban otras aplicaciones como,

sender y transfer ayudaron a la docente a compartir GeoGebra a sus compañeros de clase en sus teléfonos inteligentes, fomentando así el trabajo en equipo, y la solidaridad entre los discentes, además que la maestra les brindaba atención individual a los estudiantes con mayor dificultad, asegurando un ambiente de confianza entre todo el grupo y haciendo la clase más significativa.

Gráfico 10: Valoración del Estudiante



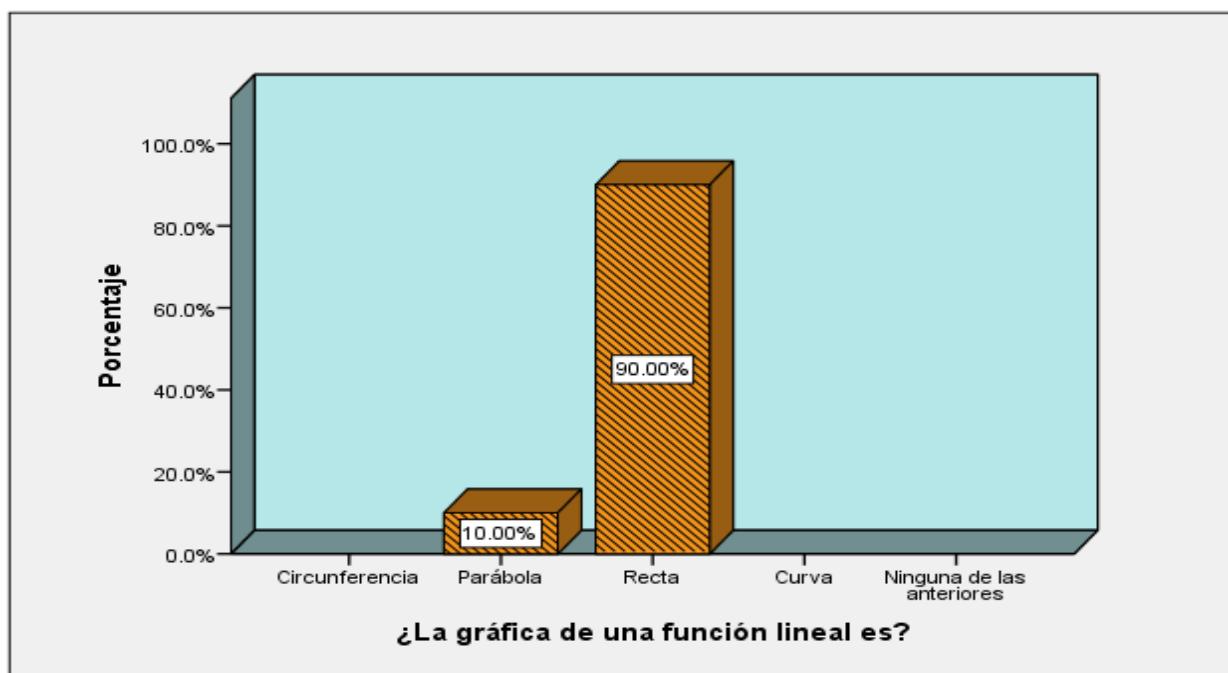
Fuente: Resultado de la investigación

Los aprendizajes que consideran tener los estudiantes en funciones lineales se encuentran en categoría, excelente 27.59%, así mismo los que consideran un buen aprendizaje representa el 41.38 % y regular el 31.03%, esto refleja que sí están en un nivel adecuado para adquirir nuevos conocimientos sobre el contenido, al contrario ocurre con los que aseguran tener un aprendizaje regular, por lo tanto se debe tomar en cuenta que algunos estudiantes ameritan tratamiento individual para nivelarlos con todos aquellos estudiantes que sí están aptos para continuar con la siguiente clase con respecto a la temática de funciones lineales

Cabe destacar que en la observación realizada en la clase de funciones lineales con la maestra de noveno grado, mostró que domina y estructura los recursos didácticos para

obtener aprendizaje satisfactorio en este contenido, iniciando de manera ordenada la temática de lo fácil a lo complejo, dando seguimiento a algunos estudiantes que tenían dificultad en el ritmo de aprendizaje, pero tuvo la limitante respecto al uso de GeoGebra al utilizarlo simplemente como calculadora de graficación, donde no explicó a sus estudiantes la función de cada ícono que este importante software presenta, impidiendo así realizar un análisis más crítico que permitiera mayor motivación y mejor aprendizaje en el contenido de funciones lineales.

Gráfico 11: Identificación de la gráfica que describe una Función Lineal



Fuente: Resultado de la investigación

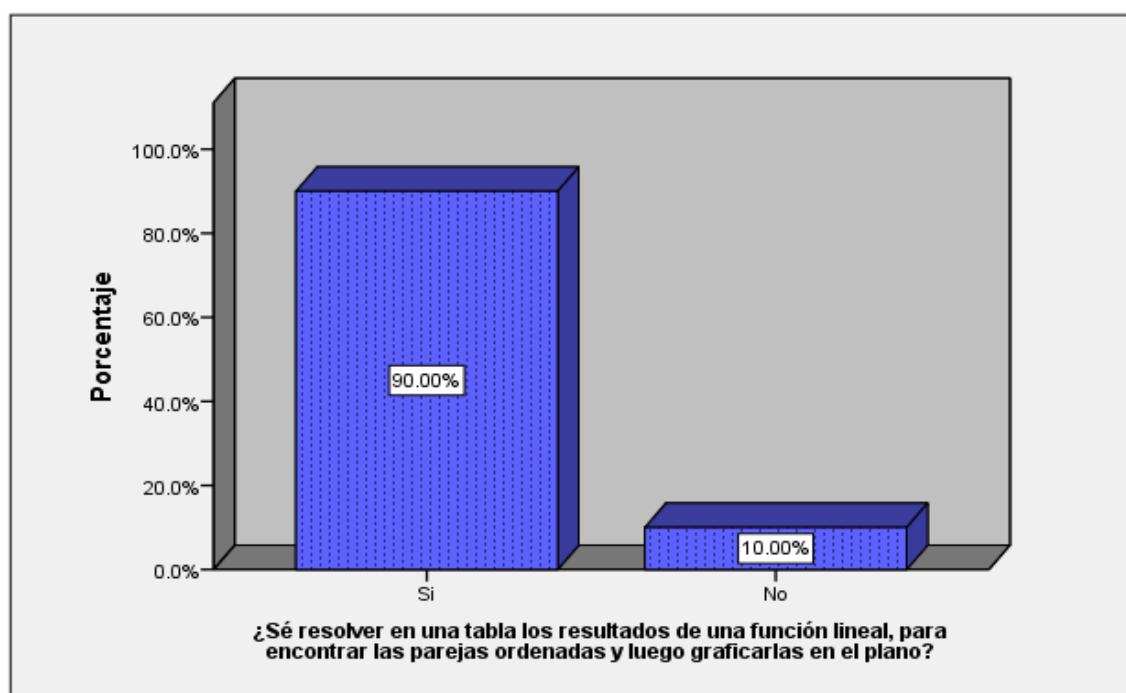
Al pedirle a los estudiantes su opinión, sobre identificar el tipo de gráfica que describe la Función Lineal, un 10% dijo que describe una parábola; sin embargo, un 90% afirmó que la gráfica es una recta. Lo que indica que sí hay estudiantes que aún no logran identificar o que no saben el tipo de gráfica de una Función Lineal.

Esta información obtenida permite que como maestro se debe tratar de elaborar el concepto que debe tener una Función Lineal, dándoles el ejemplo que una función es

una máquina de entrada y de salida, de manera que el estudiante deba aprender para la vida y relacionarlo con situaciones problemáticas propias de su vida cotidiana.

A sí mismo en la observación aplicada a la maestra se notó que la docente relaciona el contenido con problemas del entorno de forma oral al explicar la clase de funciones lineales, aunque se enfoca más sólo en los ejercicios prácticos, lo que provoca un desfase en la forma de enseñar el contenido, ya que esta clase se puede relacionar o aplicar a situaciones de la vida cotidiana que se puede plantear y resolver a través de funciones lineales, por ejemplo a la economía, tales como compra y venta de artículos, determinar el costo de producción por día de determinado producto, cargamento versus capacidad de un camión ganadero, o una pipa de leche o gasolina, entre otros.

Gráfico 12: Tabulación de funciones lineales por parte del estudiante

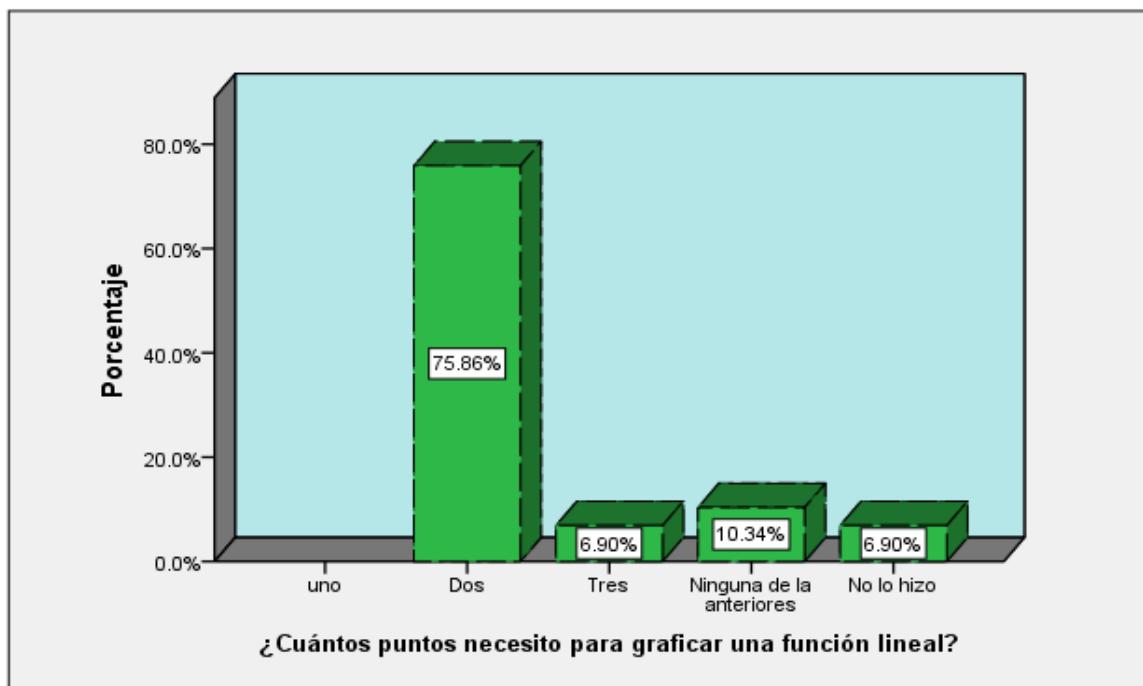


Fuente: Resultado de la investigación

Al preguntar a los estudiantes acerca de sus conocimientos en tabulación de funciones lineales, es decir, sobre la elaboración de tablas de resultados para encontrar pares ordenados y graficarlas en el plano, los resultados fueron satisfactorios, ya que el 90%

asegura poder resolverlos y graficar en el plano cartesiano; en cambio, la diferencia es decir, el 10% afirma no saber hacerlo, aunque sí pueden graficar en interceptos con los ejes puesto que la maestra les explicó en la pizarra cómo hacerlo y de forma voluntaria pasaron a resolver otros ejercicios parecidos, ellos asimilaron mejor este procedimiento.

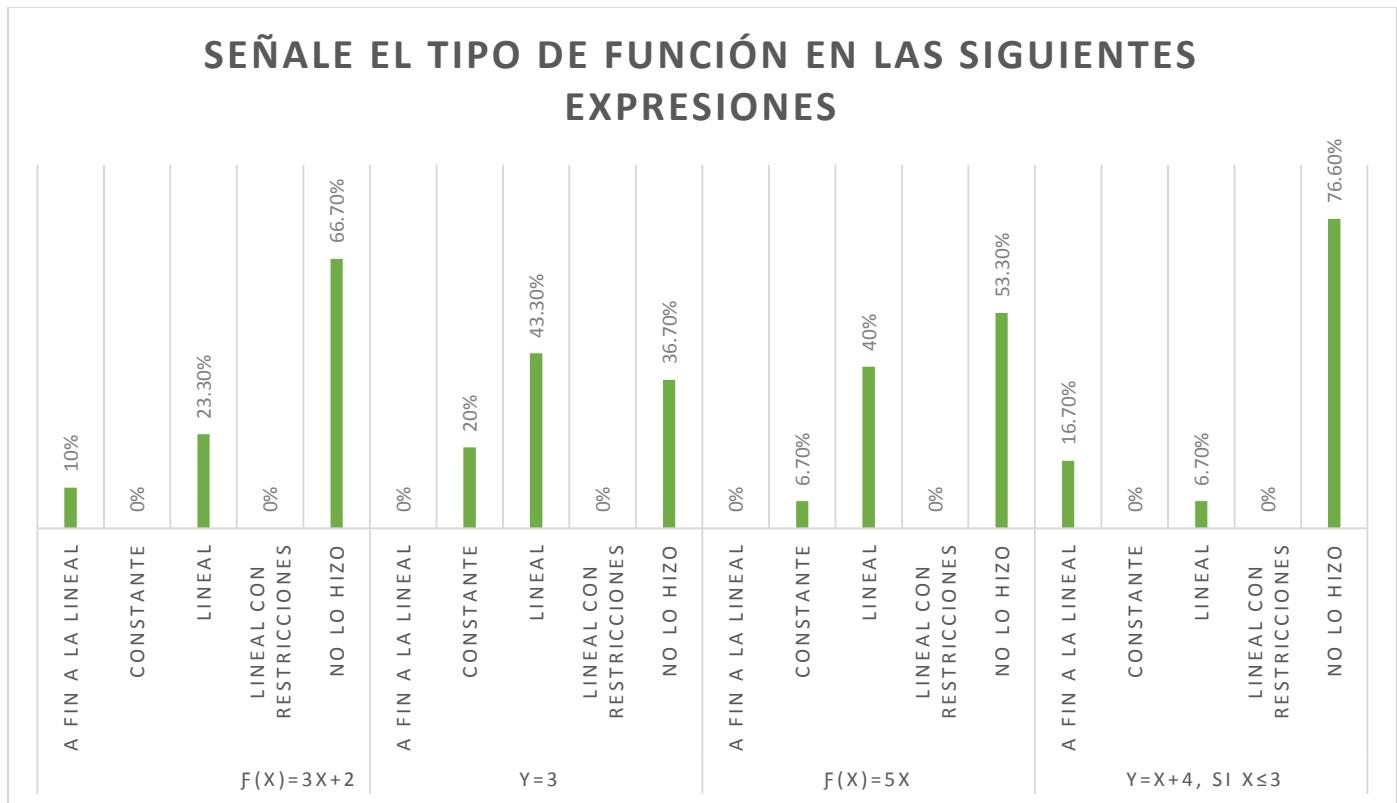
Gráfico 13: Condición para graficar funciones lineales



Fuente: Resultado de la investigación

Al consultarle a los estudiantes sobre la cantidad de puntos que se necesitan para graficar una Función Lineal, el 75.86% indicó la opción correcta, mientras que el 4%, dieron respuestas erradas, es decir que no saben cuántos puntos se requiere para trazar el gráfico de dicha función.

.Gráfico 14: Clasificación de funciones lineales

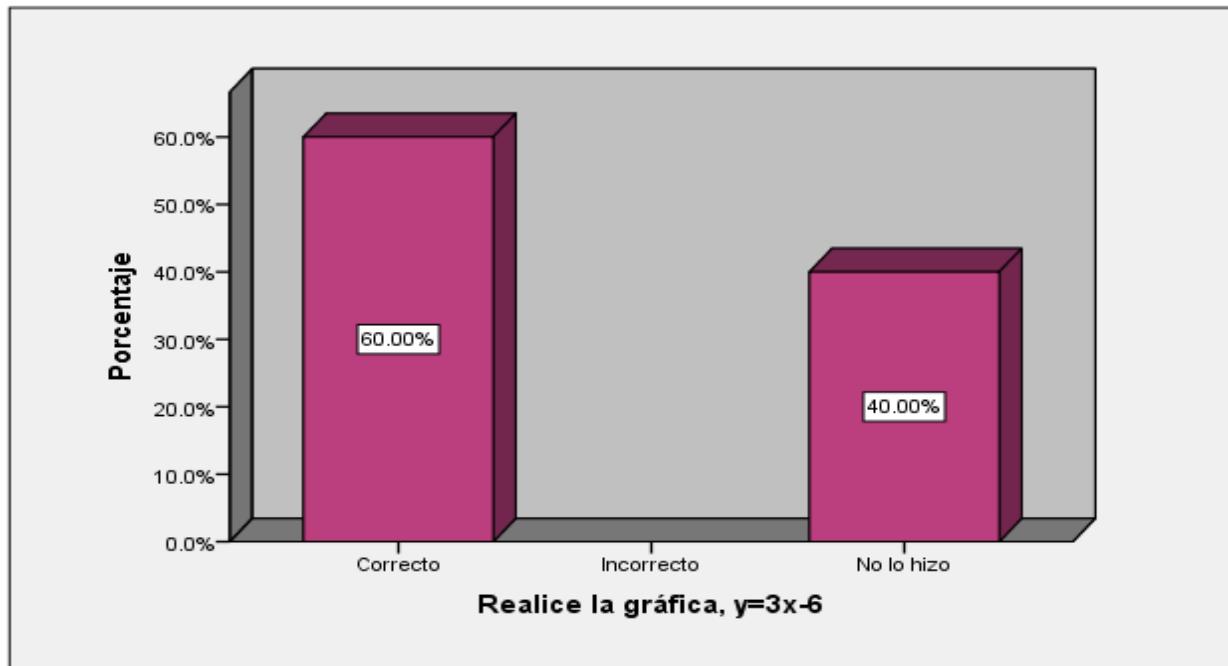


Fuente: Resultado de la investigación

Al momento de pedir a los estudiantes que clasificaran los tipos de funciones lineales entre las categorías Afín a la Lineal, Constante, Lineal, Lineal con restricciones, las respuestas no fueron las esperadas, dado que muchos tuvieron dificultad para identificar las respuestas correctas, situación preocupante; sin embargo, cabe señalar que la docente, explicó la gráfica de funciones lineales en la pizarra, elaborando un ejercicio de Función Constante, uno de Función Lineal y otro de afín a la lineal cada uno con su respectiva tabla para encontrar los pares ordenados y luego graficarlas en el plano cartesiano, después haciendo uso de GeoGebra, introdujo en la barra de entrada las mismas funciones , donde ella utilizó el proyector y algunos estudiantes hacían uso de sus celulares inteligentes.

La docente formó equipos de trabajo para que afianzaran los conocimientos adquiridos, respecto al contenido abordado, pero algunos de los discentes no acertaron debido a que se distrajeron en redes sociales, hablando sobre temas ajenos a funciones lineales.

Gráfico 15: Construcción de gráficas de funciones lineales



Fuente: Resultado de la investigación

Partiendo de la construcción de gráficas de funciones lineales, se les solicitó a los alumnos realizar el ejercicio antes mencionado $y = 3x - 6$, en donde el 60% lo hizo de manera correcta; sin embargo, el 40% tuvo dificultad en el procedimiento y resolución, es meritorio asegurar que a pesar de estar en la categoría de no lo hizo, muchos lo intentaron, quedando el ejercicio incompleto. Otra dificultad encontrada fue que la docente simplemente se enfocó en la resolución de ejercicios y no planteó a los estudiantes situaciones problemáticas del entorno vinculadas a funciones lineales.

En base a las dificultades encontradas en la resolución de ejercicios sobre funciones lineales aplicados en la encuesta, se realizó una propuesta didáctica con actividades en las que se hace uso del software GeoGebra como recurso didáctico para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje en el que el estudiante construya su propio

aprendizaje y el docente actúa como mediador en dicho proceso, llevando a cabo la ejecución de diversas actividades con el uso del software no sólo en la resolución de ejercicios, sino que también en la resolución de problemas de la vida cotidiana relacionadas a funciones lineales.

4.2. Propuesta de Unidad didáctica



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGLAPA

Programa en Ciencias de la Educación con mención en Matemática

Autores:

Br. Ingrid Judith Orozco Martínez.

Br. Hebert Eliel García López.

Facilitadora:

PhD. Nesly de los Ángeles Laguna Valle

Unidad Didáctica

“Funciones lineales haciendo uso del software GeoGebra”.

Objetivos

Objetivo General

Proponer unidad didáctica haciendo uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones lineales.

Objetivos Específicos

1. Analizar los contenidos a fines a la Función Lineal de la unidad didáctica “Funciones y Ecuaciones” del programa de Matemática de noveno grado, haciendo uso del software GeoGebra

2. Sugerir actividades haciendo uso del software GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales.

Introducción

Los softwares son un medio que han venido evolucionando cada día, lo que permite que el estudiante manifieste mayor interés en el estudio, puesto que los docentes lo están presentando como un recurso didáctico para impartir la clase como es en el caso de Matemática, dado que los aprendices están muy familiarizados con la tecnología y esto se convierte en una herramienta que les facilita la interpretación de los contenidos. El uso del software en temas como funciones lineales permite que la clase sea más dinámica y que el aprendizaje sea significativo para los aprendices

En Perú, Bermeo (2017) investigó sobre la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de Funciones Reales con estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería, donde su objetivo general fue determinar cómo la aplicación del software GeoGebra influye en el aprendizaje de graficar funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la facultad. Concluyó que después de la aplicación de GeoGebra no mostró diferencia en cuanto a la clasificación de la clase, de igual manera se expresó que el software GeoGebra influye significativamente el aprendizaje de Funciones Reales.

Portilla (2014) estudió acerca del uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de Bachillerato de Ciencias y Tecnologías en Sevilla, España. Su propósito principal era exponer una propuesta didáctica para enseñar funciones y su representación gráfica a alumnos de la asignatura de Matemática, como conclusión destaca que los resultados de los alumnos están por debajo del promedio de los países que componen la OCDE, también que las TIC deben llevar a los alumnos a las TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) y que no se debe confundir recurso didáctico TIC con sustitución del docente que sigue teniendo un papel principal como agente educador, por ello es necesario que el maestro se forme en tecnología para estar a la par con las generaciones venideras.

Para Llinares (2009) GeoGebra “Es un software de Matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne Geometría, Álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística, y Cálculo en su solo programa fácil de usar” (p. 2)

GeoGebra es también una comunidad en rápida expansión, con millones de usuario en casi todos los países. GeoGebra se ha convertido en el proveedor libre de software de Matemáticas dinámica, apoyando la educación en ciencias, tecnología, ingeniería y Matemática.

La unidad didáctica consta de objetivos que son la guía de todo el proceso, así mismo una justificación donde se dará a conocer el valor que posee, así como los beneficiarios y la importancia que tendrá esta propuesta para ellos.

Justificación

Esta propuesta tiene como propósito presentar una unidad didáctica haciendo uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones lineales, facilitando así un aprendizaje de manera interactiva entre docente y estudiante.

Esta unidad didáctica posiblemente proporcionará datos más interactivos con el medio en el que se relaciona el estudiante al utilizar el Software en la gráfica de funciones, logrando así una mejor asimilación del contenido en estudio. Se considera pertinente abordar este tema de manera más detallada, por el hecho de que abordar el contenido de funciones lineales de manera tradicional dificulta en el aprendiz asimilar el contenido con el medio en que conviven, por esto es importante hacer uso de software GeoGebra en actividades que permitan un aprendizaje satisfactorio en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Con esta unidad didáctica se beneficiará a docentes y estudiantes del área de Matemática de noveno grado, puesto que presenta actividades resueltas para trabajarlas en el aula de clase y sugeridas como reforzamiento al estudio de funciones lineales, ya sea en horas de extraclasses o tareas en casa. Esto será una ayuda al docente, ya que presenta el software GeoGebra como una herramienta interactiva e interesante, dado que a pesar que en el Programa de noveno grado se sugiere al software no se presentan actividades detalladas.

La importancia de este trabajo radica en que los estudiantes puedan hacer uso adecuado de la tecnología como es el uso de software en las funciones, contribuyendo así a alcanzar un aprendizaje de mayor satisfacción o en los discentes. De igual manera el uso de GeoGebra permite que la clase sea dinámica, interesante y se aprovecha mejor el tiempo.

Implicaciones didácticas

La aplicación de la Unidad Didáctica “Funciones lineales haciendo uso de GeoGebra”, provocará las siguientes implicaciones didácticas.

- ✓ Integrar a los estudiantes a una estrategia metodológica que permita el uso de la tecnología a través del GeoGebra.
- ✓ Promover el uso de la tecnología en el proceso de aprendizaje de funciones lineales de los estudiantes.
- ✓ Contribuir a que los estudiantes alcancen un aprendizaje satisfactorio en el aprendizaje de funciones lineales.
- ✓ Promover la solidaridad, el respeto en el uso de en trabajos grupales de funciones lineales, haciendo uso de GeoGebra.

Propuesta de Unidad Didáctica

1.1. Descripción de la Unidad Didáctica

La unidad didáctica ***Funciones y Ecuaciones***, está basada en competencias de grado, quiere decir que da la pauta para analizar las características y propiedades de los tipos de funciones algebraicas, ecuaciones lineales y cuadráticas al formular y resolver problemas de su realidad, (aunque en esta propuesta sólo se abordará funciones lineales, constante y afín a la lineal), la cual se puede abordar permitiendo el uso de programas tecnológicos, como el GeoGebra, donde se espera que cada estudiante pueda ser protagonista de su propio aprendizaje y así lograr por supuesto un mejor conocimiento de los contenidos abordados en esta unidad, aquí el docente le servirá como un monitor u orientador que estará ahí para guiar y aclarar dudas a los estudiantes, pero no para proporcionarle todo, es decir el docente le pondrá a la disposición el recurso al estudiante para que éste pueda hacer uso adecuado de la tecnología.

La unidad didáctica se desarrollará con base en 16 contenidos, los que se mencionan a continuación:

- Función de \mathbb{R} a \mathbb{R} : Introducción.
 - Función Constante.
 - Función Lineal.
 - Función afín a la lineal.
 - Gráfica de una función.
 - Movimientos de gráficas en el plano.
- Función Cuadrática y Cúbica
 - Gráfica
 - Propiedades
- Máximos y/o mínimos de una función
- Ecuaciones lineales racionales
- Ecuaciones cuadráticas
 - Definición

- Conjunto solución:
 - Factorización
 - Formula general
 - Completación de cuadrados

Esta unidad tiene una duración de 26 horas clases. Sin embargo, para los contenidos de funciones lineales se darán 6 horas clases.

En la unidad se plantean actividades para la enseñanza y el aprendizaje de **funciones lineales**, las que se puede desarrollar haciendo uso de herramientas informáticas como portátiles, proyector, entre otros recursos audiovisuales que permitan propiciar un mejor aprendizaje en los estudiantes.

En esta unidad se abordará la introducción a las **funciones lineales**, conceptos básicos como función, dominio, recorrido, así como el análisis del comportamiento de la función mediante su gráfica.

La unidad tiene por objetivos que el estudiante pueda:

- Graficar las funciones lineales de R a R: Constante, afín, y lineal para analizar sus propiedades haciendo uso de GeoGebra.
- Adquirir habilidades en la construcción de gráficas de funciones lineales en el software GeoGebra.
- Plantear y resolver problemas relacionados con funciones lineales.

Para el cumplimiento de los objetivos de la asignatura, en el programa se sugieren las siguientes recomendaciones metodológicas, las cuales serán base de esta unidad didáctica:

1. Con el objetivo que el estudiante obtenga una gran destreza en el manejo de las funciones lineales, se utilizarán algunos recursos tecnológicos, tales como, computadoras portátiles, proyector y en algunos casos teléfonos inteligentes que permitan el desarrollo interactivo, práctico y colaborativo de la clase.
2. Los contenidos del programa podrán desarrollarse, vinculando la teoría con la práctica, tomando ejemplos de la vida cotidiana, para una mejor comprensión del contenido.
3. Con el fin de fortalecer el aprendizaje de los estudiantes, el docente asignará trabajos grupales sobre funciones lineales, haciendo uso de GeoGebra, que se den en un ambiente de solidaridad y respeto entre cada estudiante y así poder alcanzar los objetivos propuestos.
4. El docente explicará tema de manera sencilla de tal forma que permita relacionar la teoría con la práctica, auxiliándose de herramientas tecnológicas, que propicien una interacción activa con los estudiantes a fin de dinamizar el proceso enseñanza – aprendizaje y de esta manera encontrar la solución a los ejercicios planteados.
5. Los contenidos serán desarrollados en un ambiente eminentemente práctico, con un 50% de teoría – ejemplos expuestos por el docente y el otro 50% de trabajos prácticos en colectivo, ya sea en el salón de clase o en casa. Para un mejor cumplimiento al trabajo en colectivo, los ejercicios a resolver serán dados a conocer previamente a los estudiantes, con al menos un día de anticipación.
6. El profesor podrá asignar trabajos individuales y colectivos para que sean resueltos mediante la utilización de GeoGebra, ya sea en teléfonos inteligentes, Tablet o portátiles, según las posibilidades de cada estudiante.

7. El profesor tratará de que cada estudiante en el proceso de enseñanza – aprendizaje sea un agente activo, dinámico y que propicie la discusión en el colectivo para llegar a conclusiones válidas en el tratamiento de funciones lineales.

1.2. Objetivos de la Unidad Didáctica

Esta unidad didáctica tiene por objetivo que los estudiantes logren:

1. Analizar las gráficas y propiedades de las funciones lineales de \mathbb{R} en \mathbb{R} : constante, afín y lineal.
2. Plantear y resolver problemas reales donde utiliza ecuaciones lineales racionales en una variable.
3. Plantear y resolver problemas de su práctica cotidiana utilizando ecuaciones cuadráticas.

1.3. Ejes Transversales

- ✖ Muestra conductas positivas de: liderazgo, comunicación efectiva, manejo de emociones y conflictos, pensamiento crítico y creativo para enfrentar las situaciones de su realidad.
- ✖ Demuestra habilidad para establecer y mantener relaciones impersonales significativas y respetuosas en su entorno.

1.4. Aprendizajes Requeridos

- ▣ Tener conocimientos elementales de álgebra
- ▣ Conocimientos básicos del contenido, (funciones lineales)
- ▣ Comunicación oral y escrita.

- Habilidades básicas de manejo de celulares inteligentes.
- Habilidades de gestión de información (habilidad para buscar y analizar información proveniente de fuentes diversas).
- Tener capacidad de análisis y síntesis.
- Uso correcto del GeoGebra, ya sea en la computadora, Tablet, celulares, etc.

1.5. Recursos didácticos

- Libros de textos de Matemática de 9no grado.
- Herramientas informáticas: computadora, Data Show, teléfonos inteligentes, Tablet, Programa (principalmente GeoGebra)
- Celulares con el programa instalado.
- Pizarra, borrador y marcadores.

1.6. Esquema conceptual de la unidad Didáctica



1.7. Distribución de los contenidos de la unidad Didáctica

La unidad “Funciones lineales haciendo uso del software GeoGebra”, se desarrollará con base en 4 contenidos que la componen, los que se distribuyen de la siguiente forma y en cada uno de dicho contenido se sugieren realizar las actividades propuestas en cada sesión de clase.

Cuadro 1: Distribución de los contenidos de la unidad didáctica

Unidad	Objetivo de unidad	Contenido	Objetivos de Clase	Tiempo	Actividad de Aprendizaje
Unidad VII: Funciones Lineales haciendo uso de GeoGebra	Graficar las funciones lineales de R a R : Constante, afín y lineal para analizar sus propiedades.	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de Pendiente • Función de R a R (Introducción) • Constante • Lineal • Afín a la lineal 	Plantear y resolver problemas de la vida cotidiana relacionados con funciones lineales. Graficar las funciones lineales de R a R : Constante, afín y lineal para analizar sus propiedades	45 min 90 min 45 min 90 min	Actividad #1 Actividad #2 Actividad #3 Actividad #5 Actividad #4 Actividad #6 Actividad #7

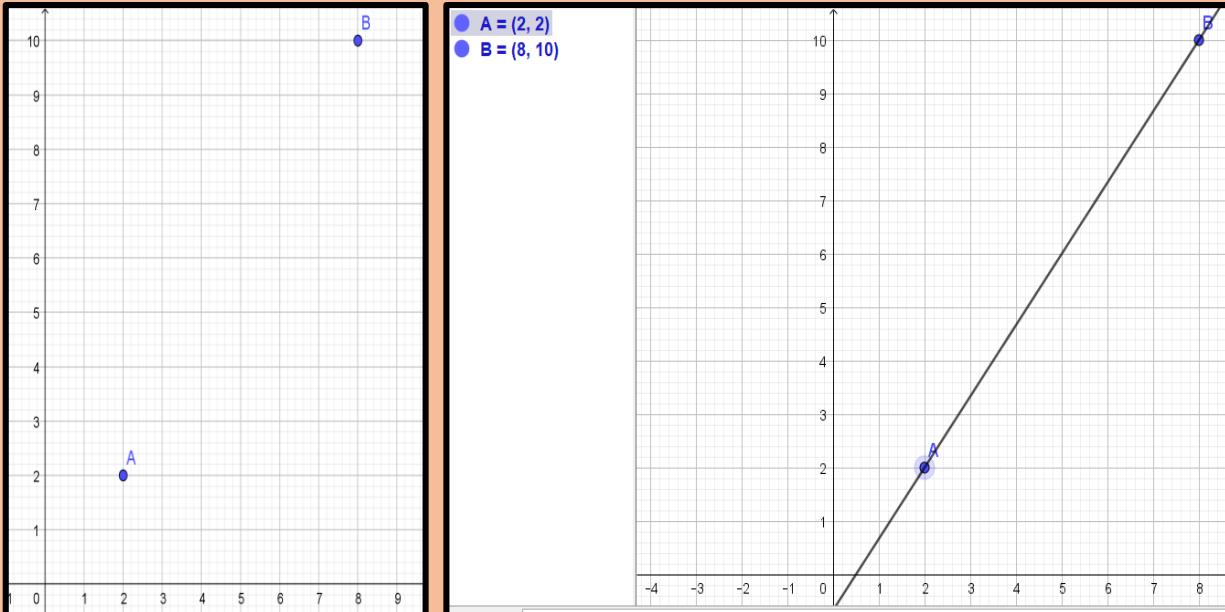
1.8. Estrategias Didácticas sugeridas según las fases del aprendizaje de la unidad

En el desarrollo de una sesión de clase debemos de tomar en cuenta las tres fases del aprendizaje: Explicitación de las ideas de los estudiantes, Reestructuración de las ideas y Aplicación y revisión de las ideas aprendidas. Se te presentan algunas estrategias que se pueden utilizar para la enseñanza de las funciones lineales según estos modelos y el proceso cognitivo que quieras desarrollar con cada actividad.

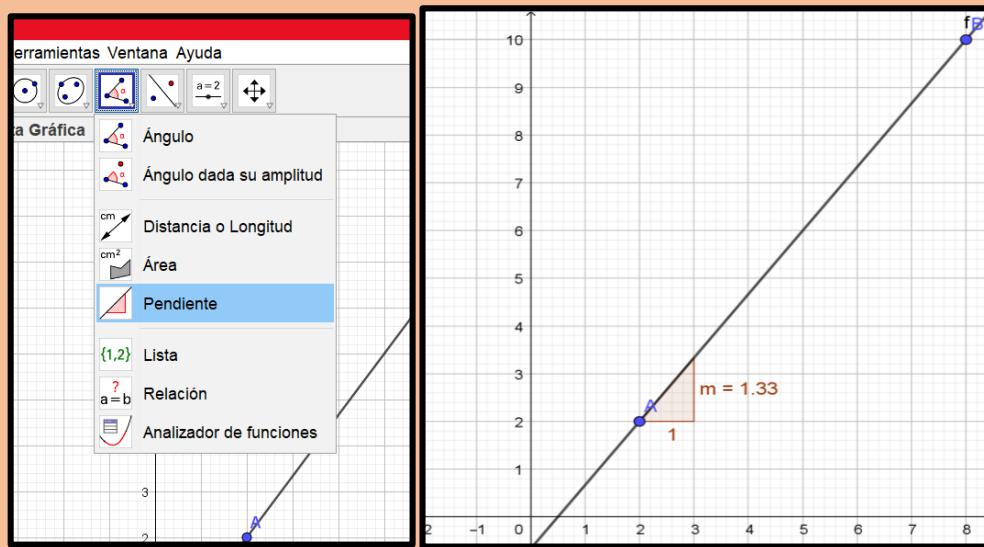
Cuadro 2: Estrategias de enseñanza sugeridas según fase del aprendizaje.

Unidad	Fase del Aprendizaje	Proceso Cognitivo	Estrategias Sugerida
Funciones lineales haciendo uso de GeoGebra.	Explicitación de las Ideas de los Estudiantes	Motivación, Activación de conocimiento previos, Conflicto cognitivo	<ol style="list-style-type: none"> 1. Prueba Diagnóstica (Ver anexo #1). 2. Luego de realizar prueba diagnóstica, el docente procede a analizar la prueba con sus estudiantes, creando discusión entre sus estudiantes. 3. Realizar <u>Actividad #1</u> 4. El docente puede comenzar a introducir el contenido de funciones lineales promoviendo discusiones en torno a las siguientes frases: <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Qué es una función? b. ¿Qué entiende por pendiente? c. ¿Qué es una función lineal? d. ¿Para qué sirven las funciones lineales? 5. El docente puede elaborar junto a los estudiantes la actividad #2 y 3 para presentar el valor que tiene el software GeoGebra
	Reestructuración de Ideas	Adquisición, Procesamiento y de la Información	<ol style="list-style-type: none"> 1. El docente deberá realizar una explicación de la clase, con el material de apoyo suministrado a los estudiantes con anticipación. 2. Explicar problemas modelos como los planteados en las <u>Actividades #2, 3, 4</u>. 3. Orientar la resolución de funciones lineales al momento de la clase y pasar a la pizarra a estudiantes.
	Aplicación y Revisión de las ideas aprendidas	Recuperación y Aplicación de la Información, Generalización y producción de respuestas y retroalimentación	<ol style="list-style-type: none"> 1. Al finalizar la semana se le pide al estudiante dejar en donde contestara las siguientes preguntas: <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Qué aprendí en esta semana? b. ¿En qué contenidos tengo dificultades? c. ¿Qué me gustaría aprender? 2. Asignar trabajos el sugerido como en anexo #2 y como ejemplo asignado en la <u>Actividad #7</u>

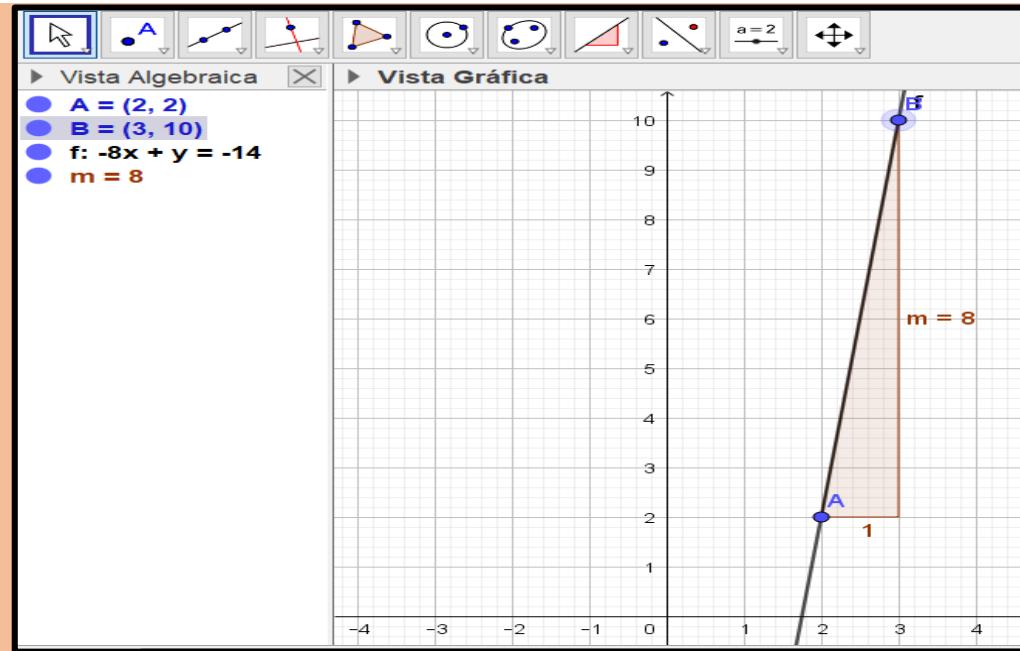
1.9. Actividades de enseñanza y aprendizaje.

Actividad	Descripción	Duración	Recurso Didáctico
Actividad #1	<p>Para obtener distintas pendientes, primero vamos a trazar dos puntos para luego trazar una recta, el primer punto lo trazamos en el eje x “2” y en y también “2”, quedando el par ordenado (2,2) el segundo punto será en x 8 y lo colocaremos en y 10 quedando el par ordenado (8,10) trazaremos una recta desde el punto A hasta el punto B, para esto seleccionamos el ícono recta  quedando de la siguiente forma:</p> 	45 minutos	software GeoGebra

Ahora obtendremos la pendiente de esta recta seleccionamos el icono ángulo y posteriormente pendiente, mas tarde damos click en el punto A y aparecerá la pendiente de esa recta en este caso es $m=1.33$ esto indica que por cada unidad que cambie x entonces y cambiará también a razón de 1.33.

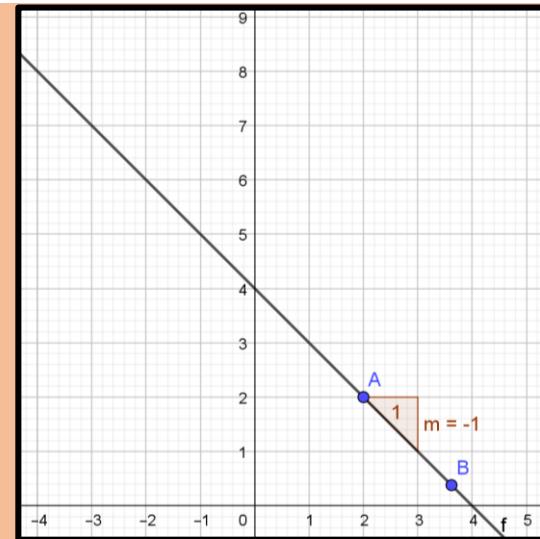
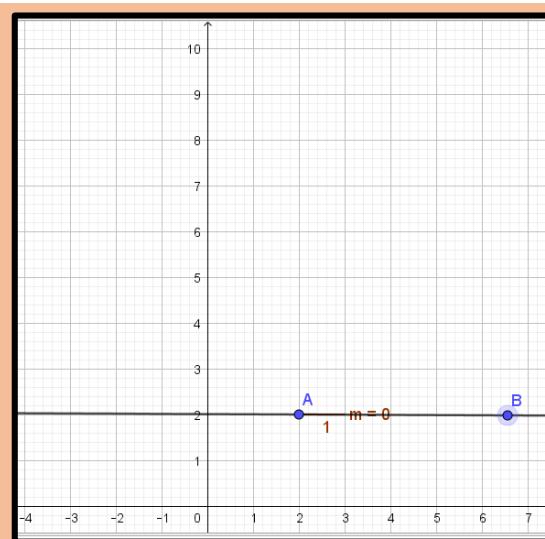


Se puede mover el ángulo de inclinación de la recta para ver el comportamiento de esta, lo que tenemos que hacer es ir al icono de elige y mueve y más tarde dar click izquierdo sostenido en el punto B y mover a cualquier parte que deseemos, se notará también que la pendiente cambia en este caso $m=8$ lo que significa que por cada unidad que cambie x entonces y también lo hará



Pero si bajaramos la recta hasta dejarla paralela al eje x entonces $m=0$ de igual forma si continuáramos bajando el punto B entonces la pendiente se convertiría en negativa

**Actividad
#2**



Con ayuda de GeoGebra explique el papel que desempeña la pendiente y el valor de “ b ” en una función afín a la lineal.

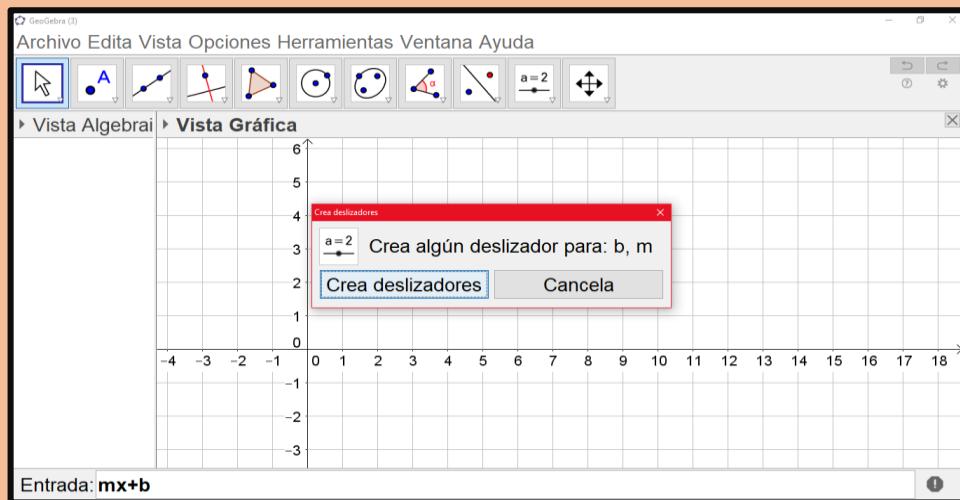
1. Abrimos una ventana en GeoGebra y en la barra de entrada escribir la expresión de la función afín a la lineal $mx + b$

Entrada: $mx+b$

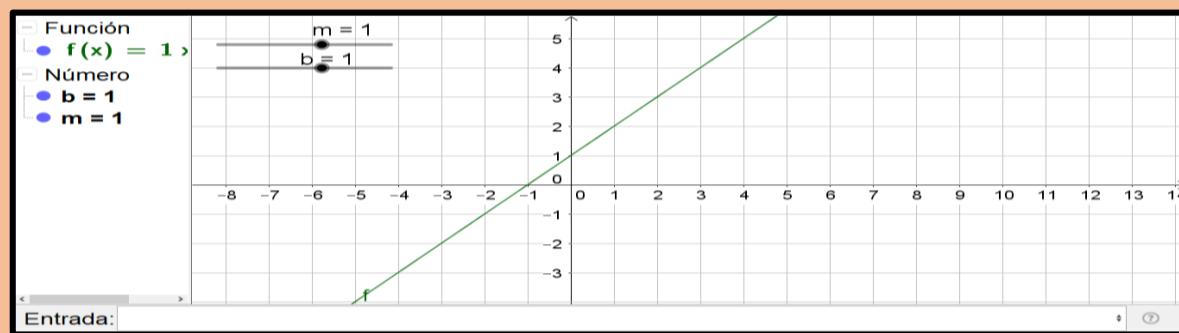
90
minutos

Software
GeoGebra

2. Una vez escrita la expresión afín a la lineal tecleamos **ENTER** y automáticamente se abrirá la opción de crear deslizadores, le damos aceptar en **crea deslizadores**.

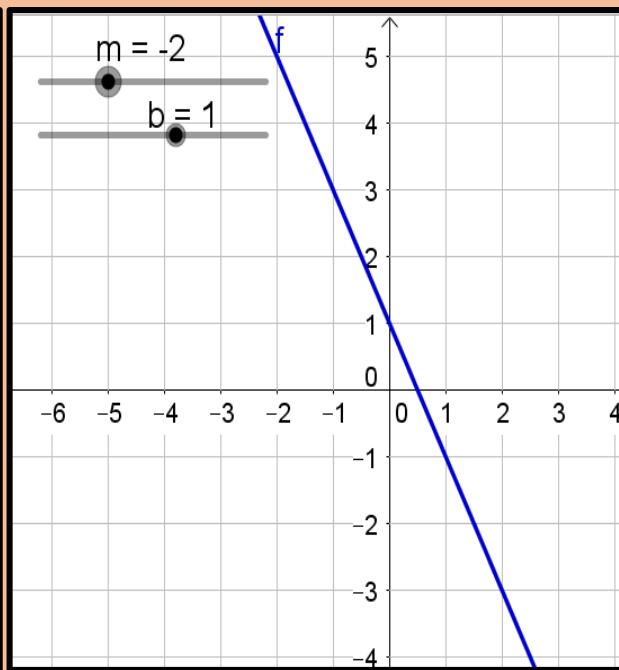
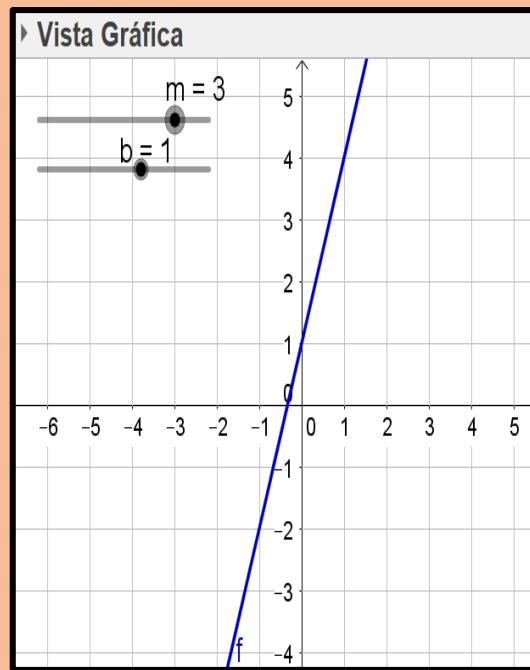


3. Aparecerán los deslizadores para cada valor de los parámetros m y b .



4. Ahora analizaremos interactuando con los deslizadores creados ¿Qué papel desempeña el valor de la pendiente m y el valor de b ?

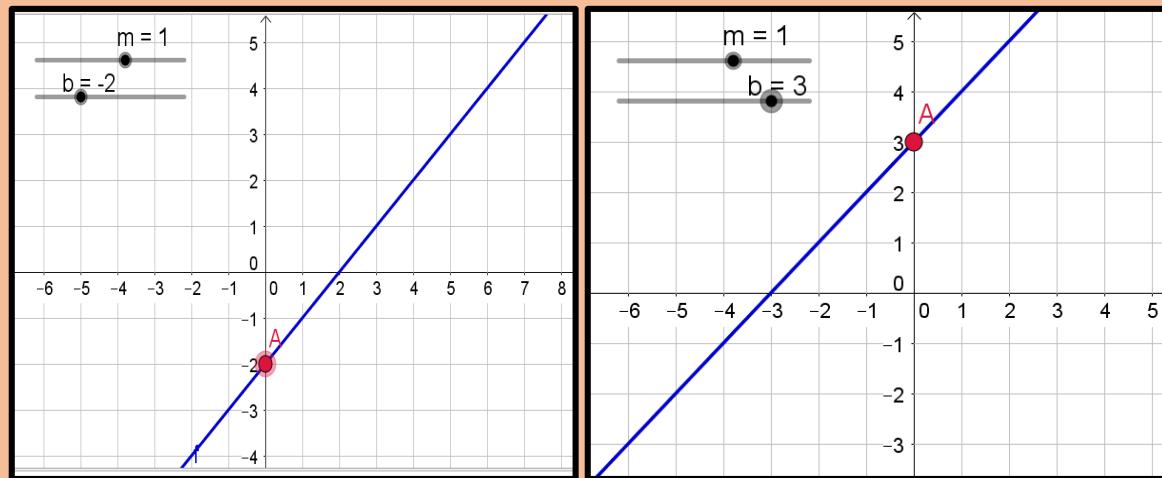
- a) La pendiente m indica la inclinación de la gráfica, es decir si ésta crece o decrece, y esto es observable manipulando los deslizadores, dando click derecho sostenido y mover hacia ambos lados.



En el gráfico de la izquierda se muestra la pendiente $m=3$ la cual nos indica que la gráfica es creciente mientras que en el gráfico de la derecha que posee pendiente $m=-2$ la gráfica es decreciente.

- b) El valor de b , tambien llamado ordenada en el origen indica el punto donde se corta la recta con respecto al eje Y.

Manipulando el deslizador de b en GeoGebra, apreciaremos que cuando b es positiva el punto de corte en el eje Y se encuentra por encima del eje X, pero cuando b es negativa el punto de corte esta por debajo del eje X. esta manipulacion se hará dando click sostenido en el deslizador.

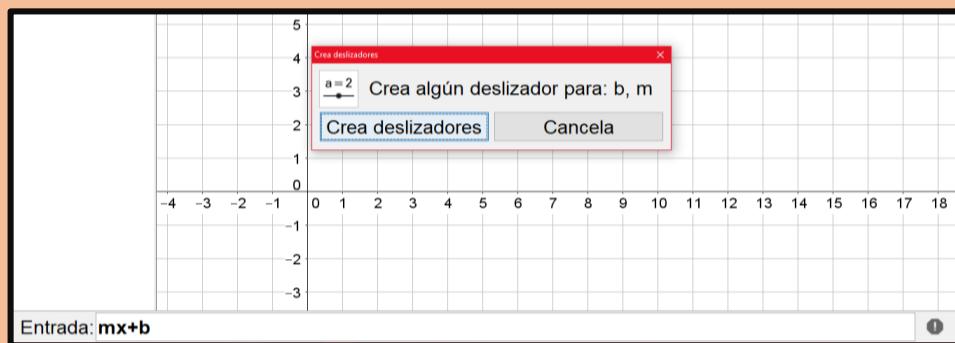


Usando GeoGebra observar y analizar el comportamiento de la función $f(x) = mx + b$, cuando m y b toman distintos valores.

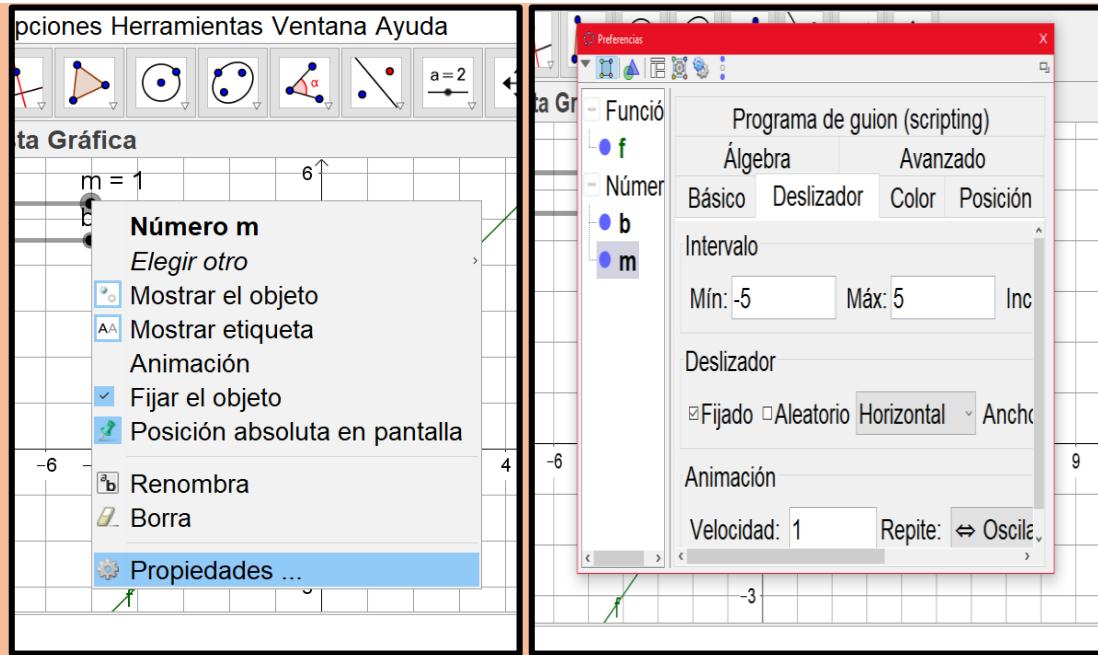
1. Abrimos una ventana en GeoGebra.
2. En la barra de entrada escribir la expresión $mx + b$



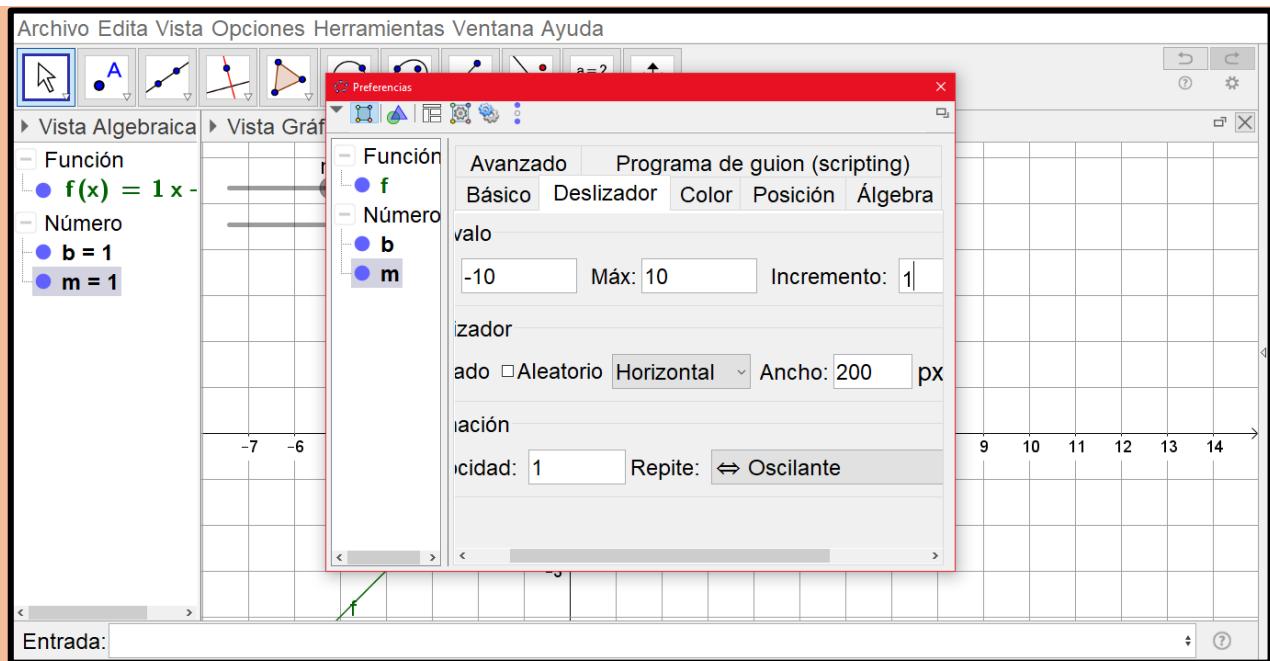
3. Una vez escrita la fórmula de la función afín a la lineal tecleamos **Enter** y automáticamente aparecerá un cuadro de deslizadores, en él damos click en **Crea Deslizadores**.



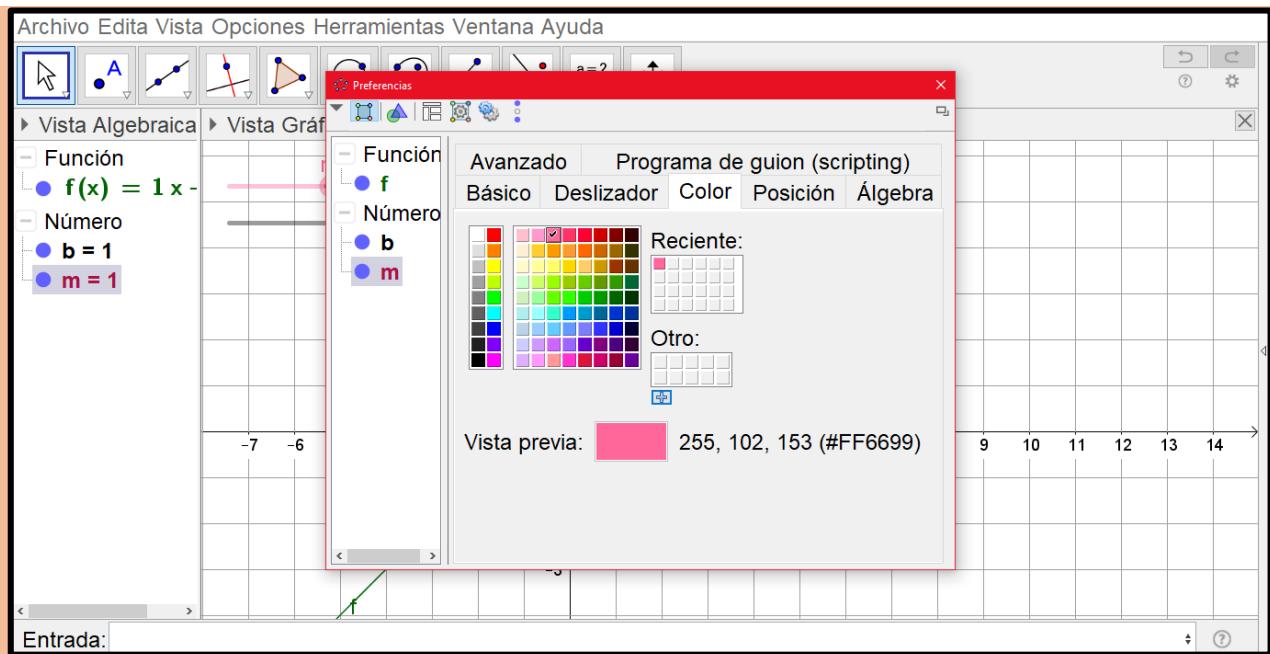
4. Una vez que se han creado los deslizadores para m y para b se modificará el valor de los parámetros, para eso damos click derecho sobre el deslizador y seleccionamos la opción de propiedades .



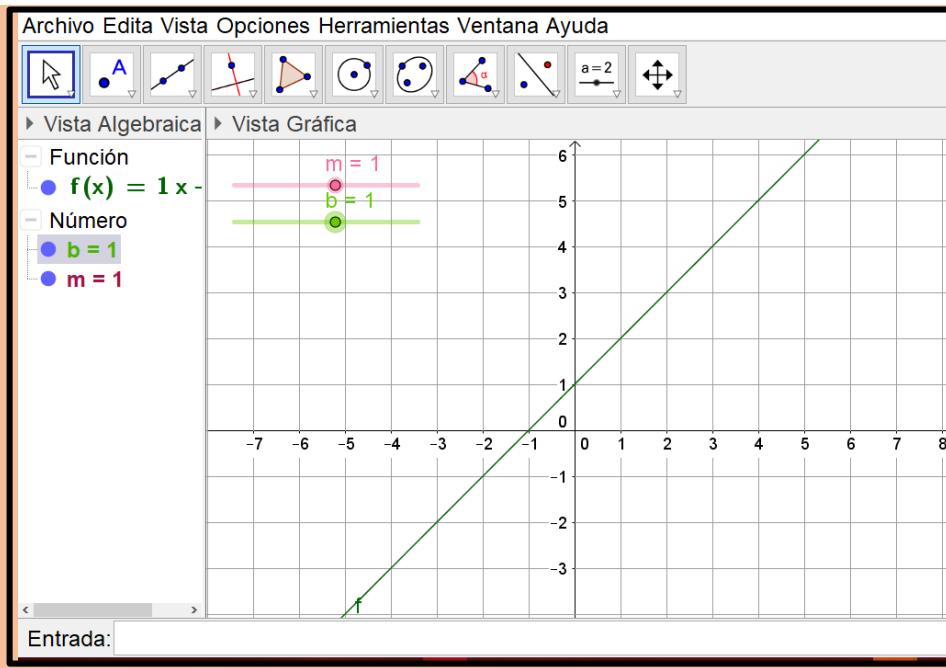
5. En las preferencias desplegadas haremos cambios en el Intervalo, donde el mínimo será -10, el máximo 10 y el incremento de 1.



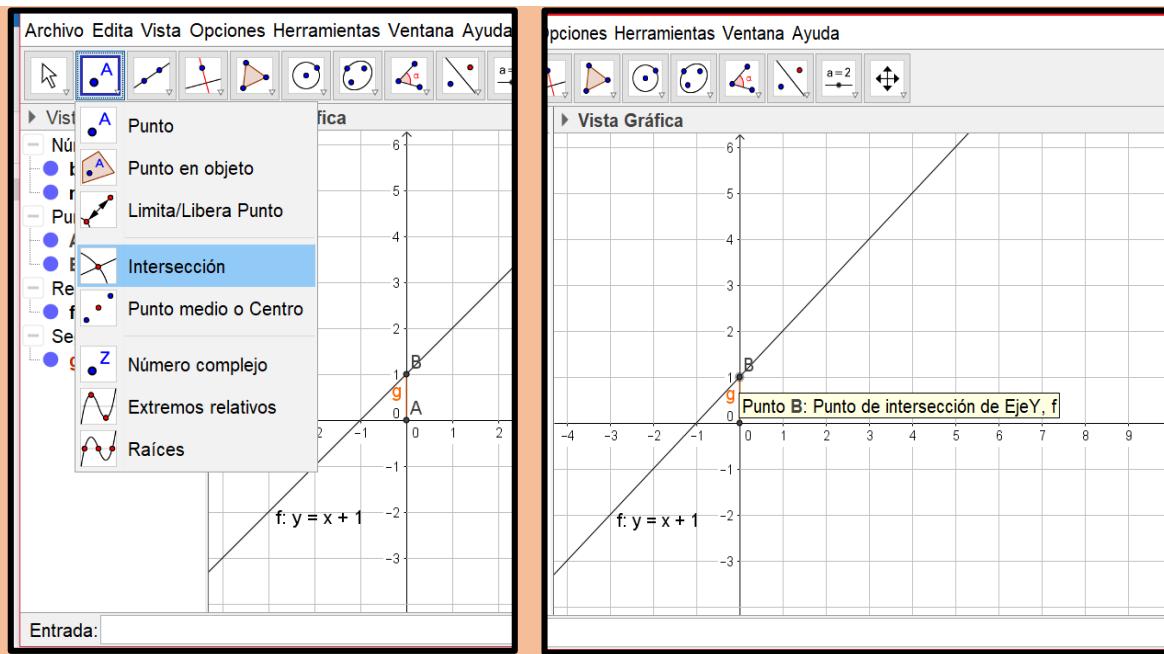
6. En los íconos presentados en la parte superior del cuadro de preferencias, seleccionamos la opción de color, con el cual se cambia el color del deslizador a su preferencia.



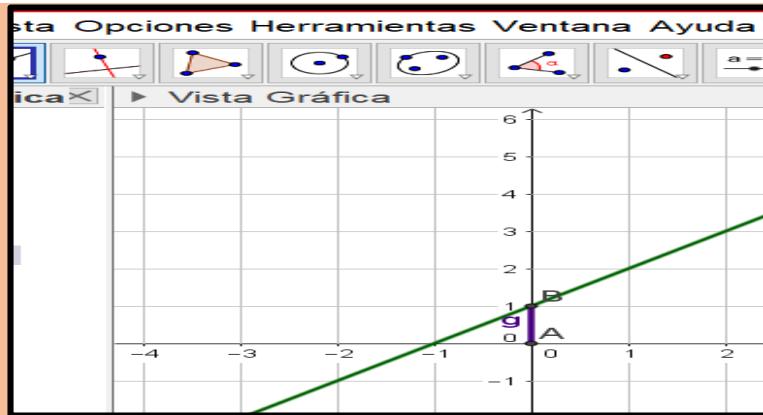
7. Realizados la elección del color tecleamos en X del cuadro de preferencias para cerrar, ya hecho esto, lo mismo se realizará con el deslizador de b, quedando así:



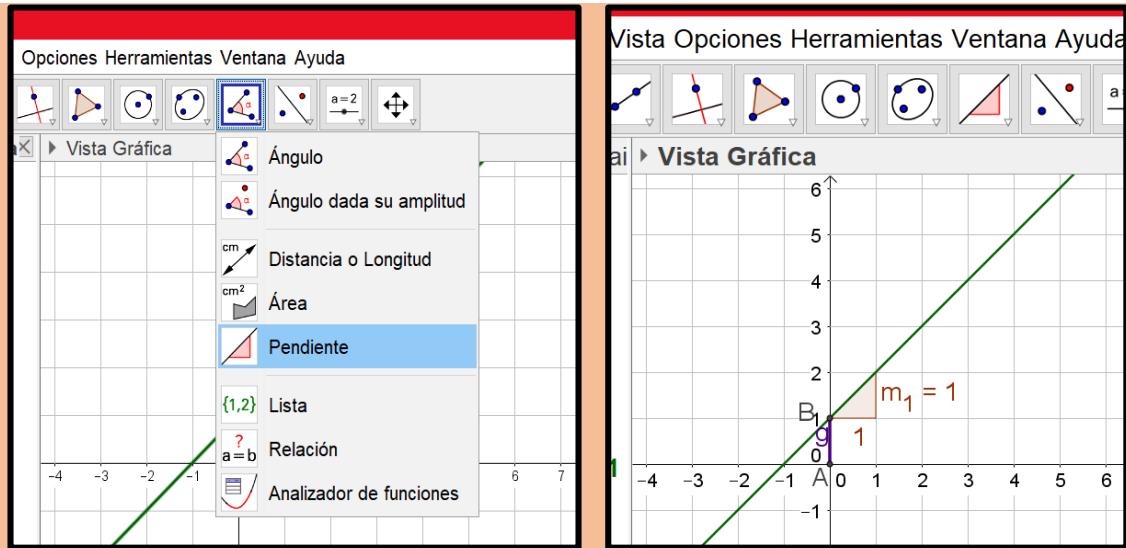
8. Debemos crear un punto en el origen y lo haremos con la opción punto, más tarde encontrar la intersección entre el eje Y y la recta para eso buscamos en el menú de comandos y elegimos el ícono **intesección** y le damos **Enter**, luego damos click en el eje Y tambien en la recta creada y aparecerá el punto de intersección deseado.



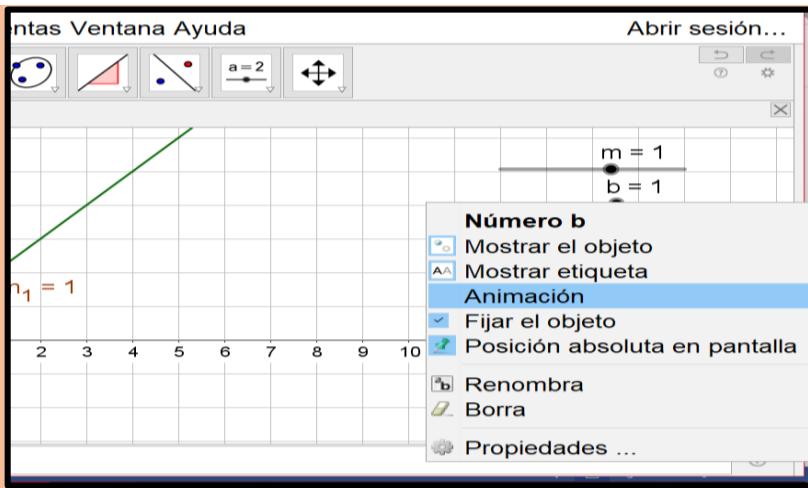
9. Usando usando el ícono trazar un segmento desde el origen hasta el punto intersección darle diferente color y grosor para que se note el comportamiento.



10. Para crear la pendiente usar el ícono Ángulo y seleccionar **pendiente**, más tarde dar click en la recta y aparecerá la pendiente.

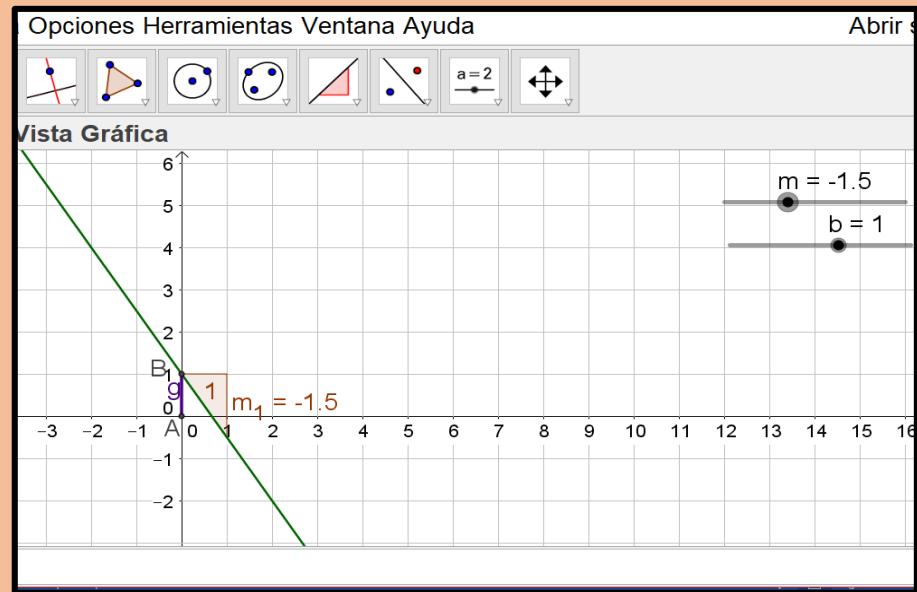


11. Usando los deslizadores, dar click derecho y buscar **animación**.



12. Una vez que hemos seleccionado la opción “Animación”, en cada uno de los deslizadores, éstos automáticamente comienzan a mover cada uno de los parámetros desde el límite inferior hasta el límite superior que

háyamos dado a cada deslizador.



Actividad #3

Leer y analizar detenidamente un repaso a las funciones lineales.

La explicación de muchas situaciones y fenómenos que ocurren en la vida diaria requieren a menudo de la modelización Matemática. En este quehacer las funciones juegan un papel de vital importancia. Por ejemplo: Pedro trabaja lavando autos, por cada auto que lava gana C\$20, hoy al iniciar el día cuenta su dinero y observa que tiene C\$ 60.

**Actividad
#4**

- a) ¿Cuánto dinero tendrá si lava 24 autos?
b) Para obtener C\$120 cuantos autos debe de lavar
c) Si la cantidad de autos es x y el costo y , mostrar la información de a y b en la siguiente tabla

X	0		24
Y		120	

- d) Graficar en el plano cartesiano los pares ordenados del inciso c, unir estos puntos y decir como es la gráfica de la función

Con la utilización del software GeoGebra realizar las siguientes situaciones:

45 minutos

Pizarra
Marcadores
Borrador,
software
GeoGebra

Caso 1:

Si $f: Z \rightarrow Z$ es una función de Z en Z definida por $y = x$. Indique:

- 1) ¿Cuál es la imagen de $x = 0$?
- 2) ¿Es -4 imagen de algún elemento?
- 3) ¿Cuál es la imagen de 1 y de -1?
- 4) ¿Cuántas preimágenes tiene 1?
 - a) Una
 - b) Varias preimágenes

Pasos a seguir:

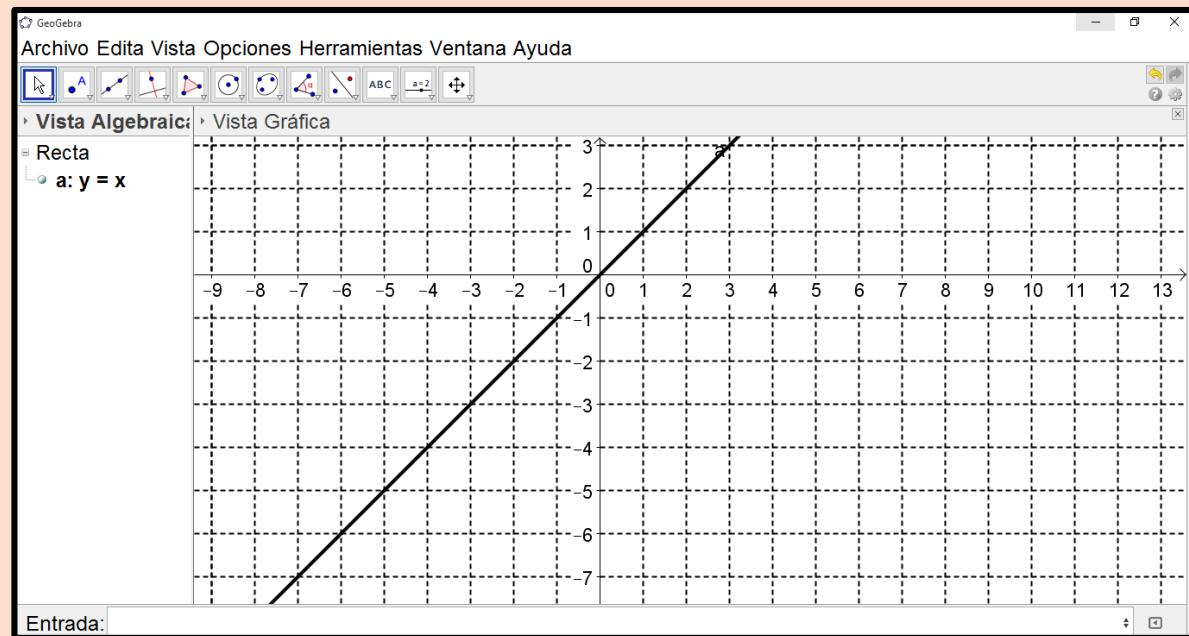
- a) Abrir la ventana de GeoGebra.

b) En la barra de entrada escribir la expresión $y = x$ Así:

Entrada: $y=x$

c) Tecleamos **Enter** y en la **Vista Gráfica** nos aparecerá la gráfica de la función escrita en la barra de **Entrada**.

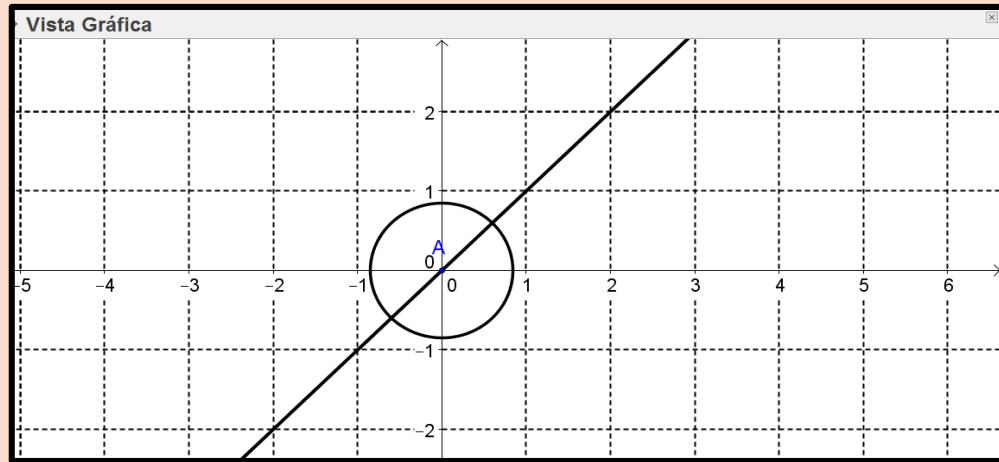
Así:



d) Ahora analizamos cada inciso por medio de la gráfica hecha en GeoGebra.

El primer inciso nos dice: ¿Cuál es la imagen de $x = 0$?

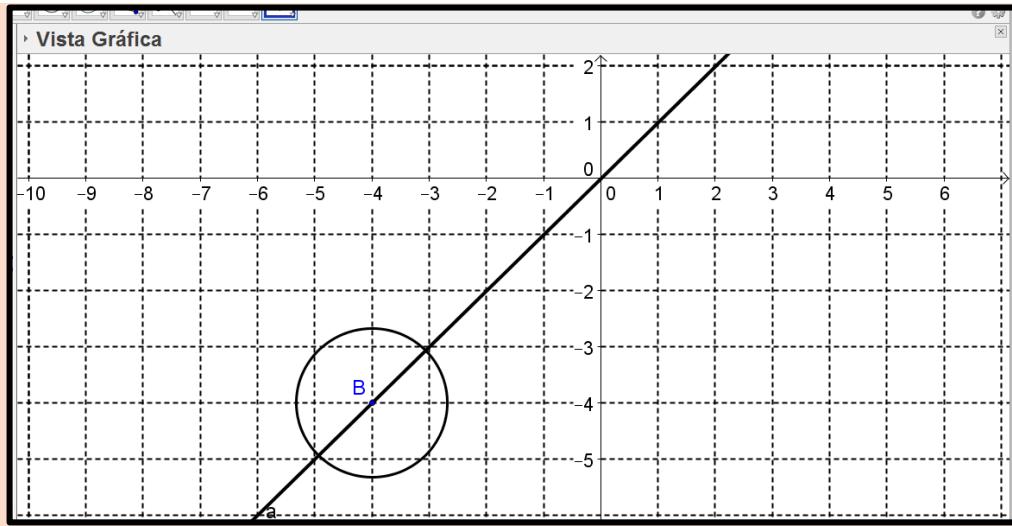
Observando la gráfica se visualiza que cuando la preimagen es 0 la imagen también es 0, o sea el punto (0,0)



Por lo tanto, la imagen de $x = 0$ es 0.

El segundo inciso nos pide si -4 es imagen de algún elemento.

Observando la gráfica hecha en GeoGebra se puede notar que -4 si es imagen de un elemento y le corresponde una preimagen que es -4.

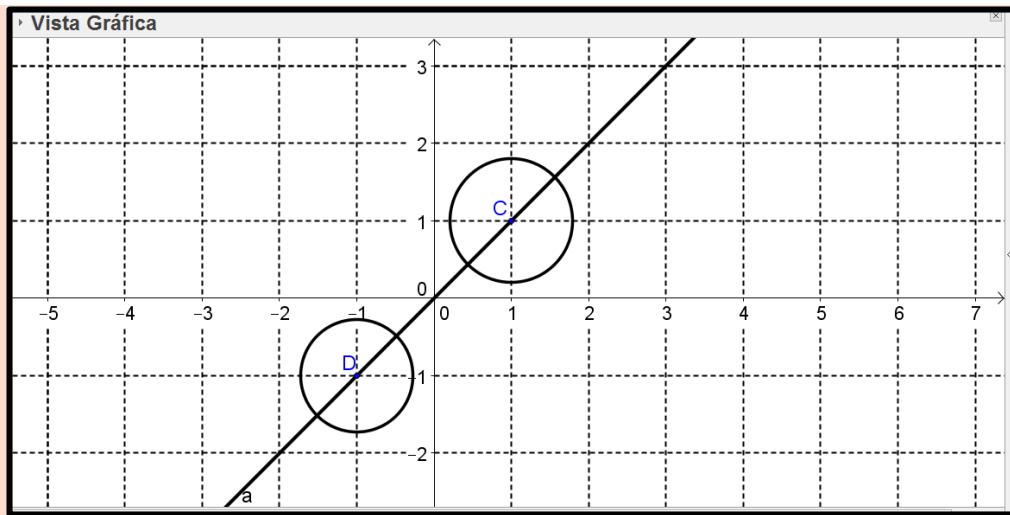


Por lo tanto -4 si es imagen de algún elemento.

En el tercer inciso nos pide que cual es la imagen de 1 y de -1

A través de la gráfica hecha es notorio que la imagen de 1 es 1 y la imagen de -1 es -1 .

Observemos detenidamente la gráfica hecha en GeoGebra

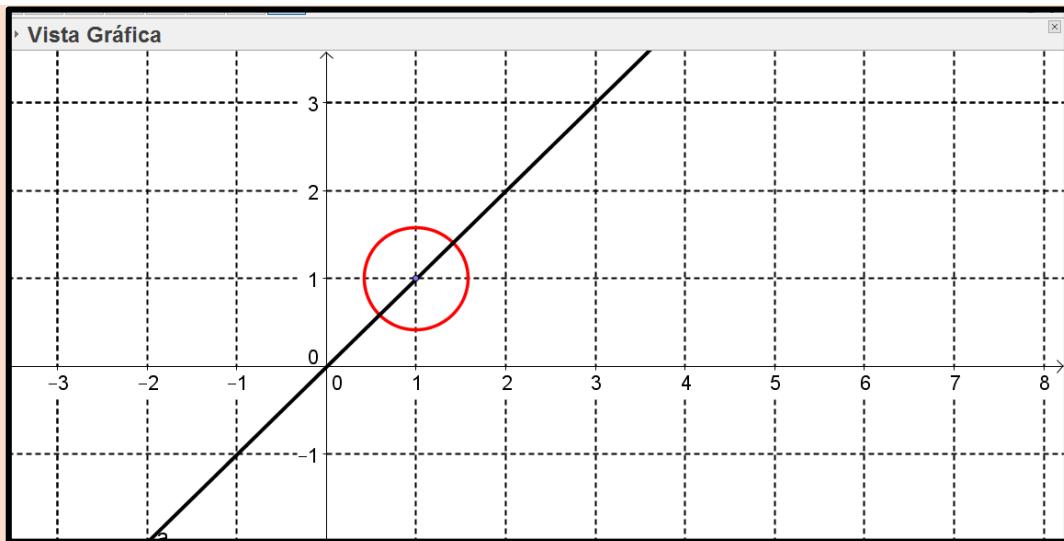


Así que: de la preimagen 1 su imagen es 1 y de la preimagen -1 su imagen es -1.

En el cuarto inciso nos orienta averiguar que cuántas preimágenes tiene 1

Y observando la gráfica es notable saber que 1 solamente posee una preimagen

**Actividad
#5**



Así que, la respuesta es el inciso a.

La función $s: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dado por la ley de asignación $s(x) = x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

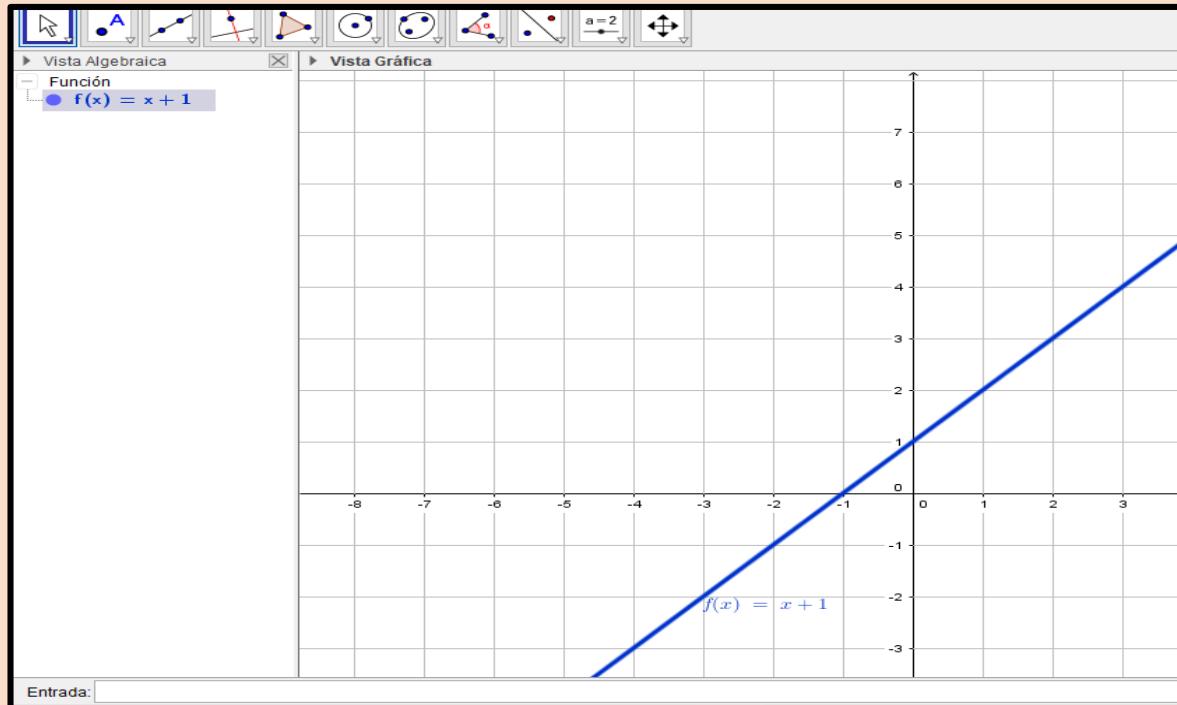
Encontrar los valores de la función s desde -3 hasta 3 elaborando una tabla:

Pasos a seguir:

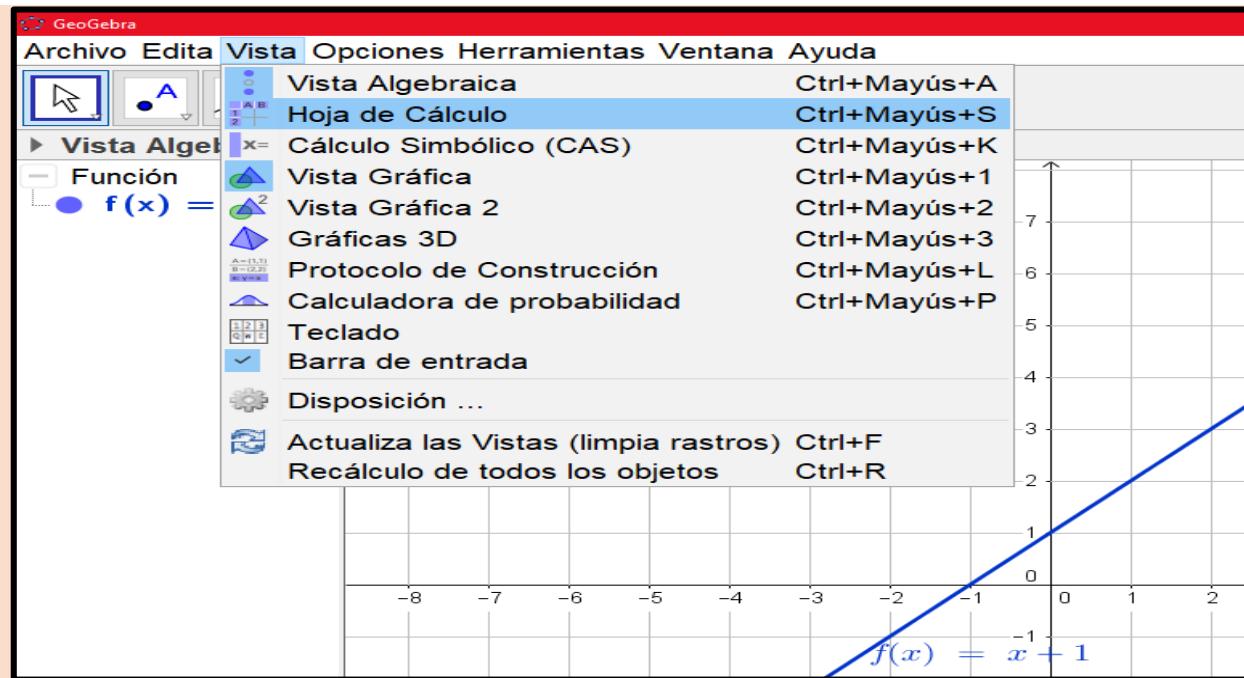
1) Abrir una ventana de GeoGebra.

2) Como la actividad nos pide encontrar el valor de $s(x)$ dado el valor de x , usaremos la opción barra de entrada y escribiremos la función $f(x) = x + 1$ le damos Enter y aparecerá la función en la vista algebraica.

Es importante mencionar que al agregarle el parámetro 1 a la función, la gráfica pasará por el punto $(0,1)$, cuando $x=0$; la gráfica se desplaza una unidad sobre el eje de y .



- 3) Ahora seleccionar en el menú la opción vista, nos aparecerá en la **Ventana** abierta una nueva Columna en la cual trabajaremos en **hoja de Cálculo**



4) Escribir en la en la hoja de cálculo en la celda A1 ="x" seguidamente teclear Enter.

Hacemos lo mismo en la celda B1 con ="y" tecleamos Enter

	A	B	C
1	=>x		
2			
3			
4			
5			

	A	B	C
1	x	=>y	
2			
3			
4			
5			

- 5) Si queremos iniciar de -3 a 3 escribimos -3 en A2 y -2 en A3 seleccionamos ambas celdas y arrastramos hacia abajo

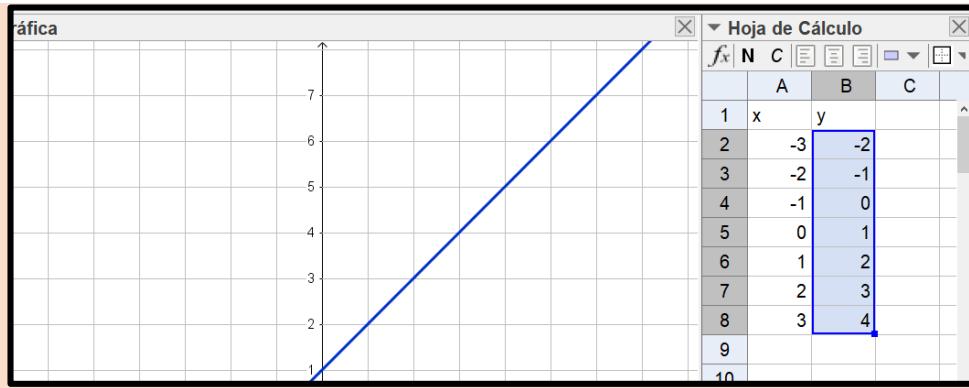
	A	B	C
1	x	y	
2	-3		
3	-2		
4			
5			
6			
7			
8			

	A	B	C
1	x	y	
2	-3		
3	-2		
4			
5			
6			
7			
8			

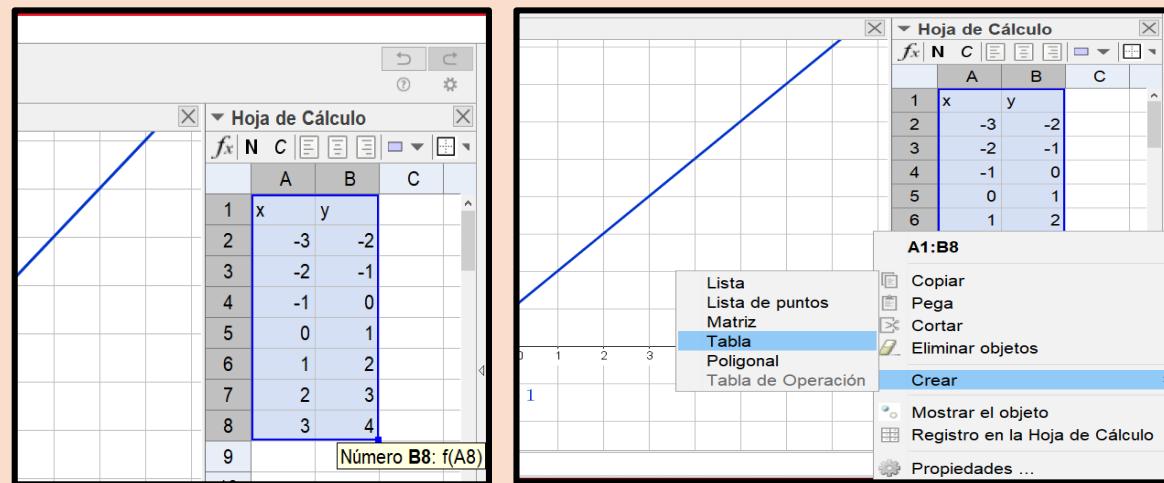
	A	B	C
1	x	y	
2	-3		
3	-2		
4			
5			
6			
7			
8			

- 6) Ahora damos doble click en la celda B2 y escribimos =f(A2) y tecleamos Enter aparecerá el número -2 sombreado y arrastramos hacia abajo.

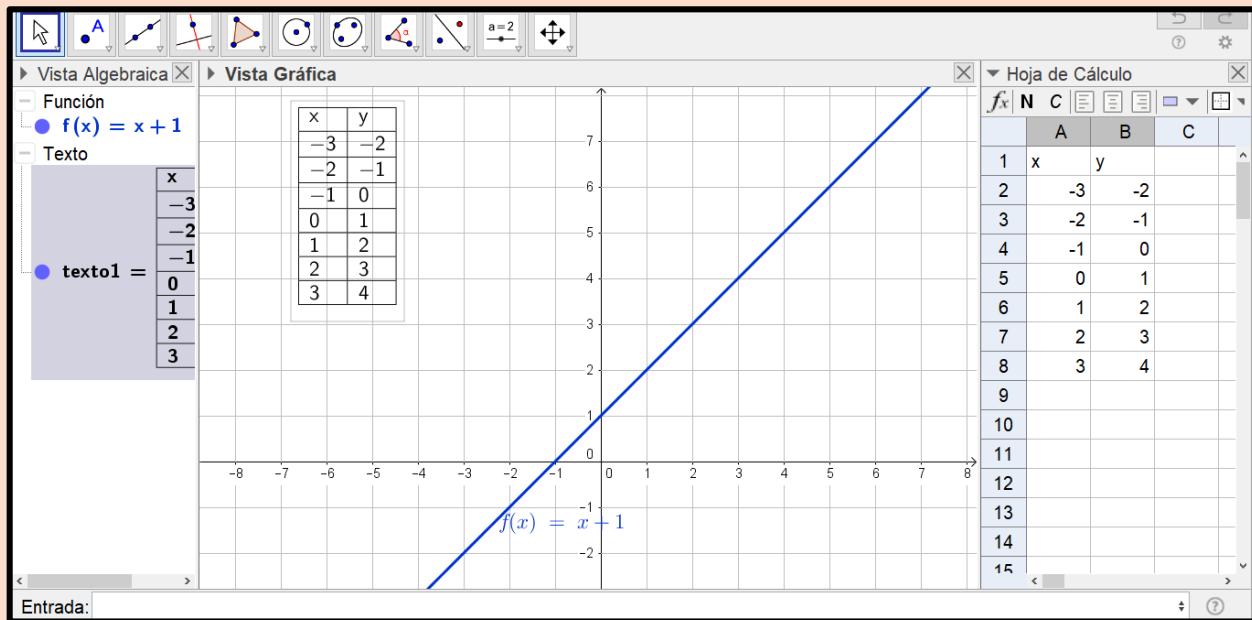
Pizarra
Marcadores
Borrador,
software
GeoGebra



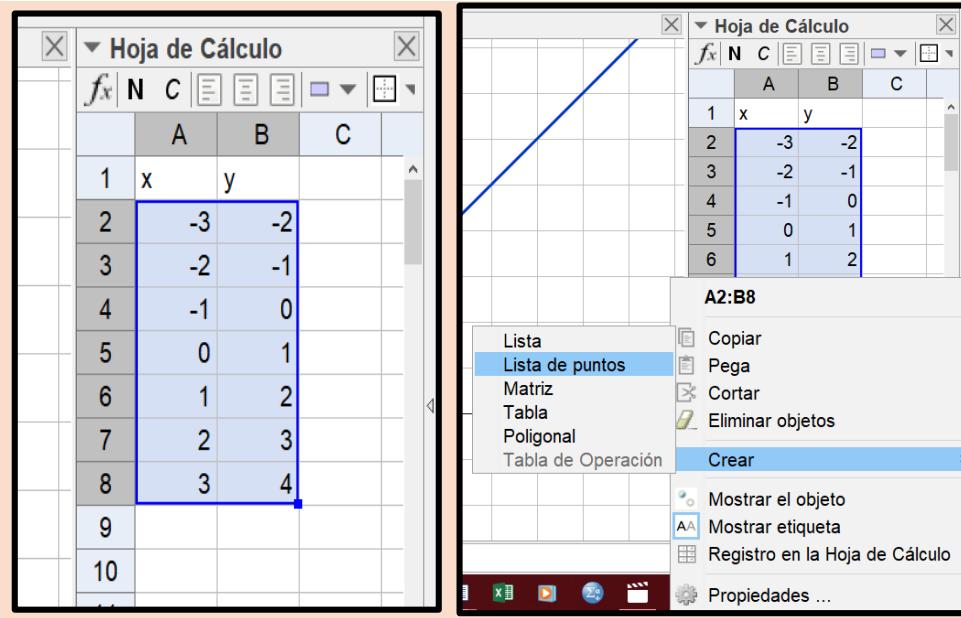
- 7) Para que la tabla antes elaborada aparezca en la vista gráfica, la sombreadamos desde las celdas A1 y B1 hasta A8 y B8, le damos click derecho y seleccionamos la opción crear y después tabla

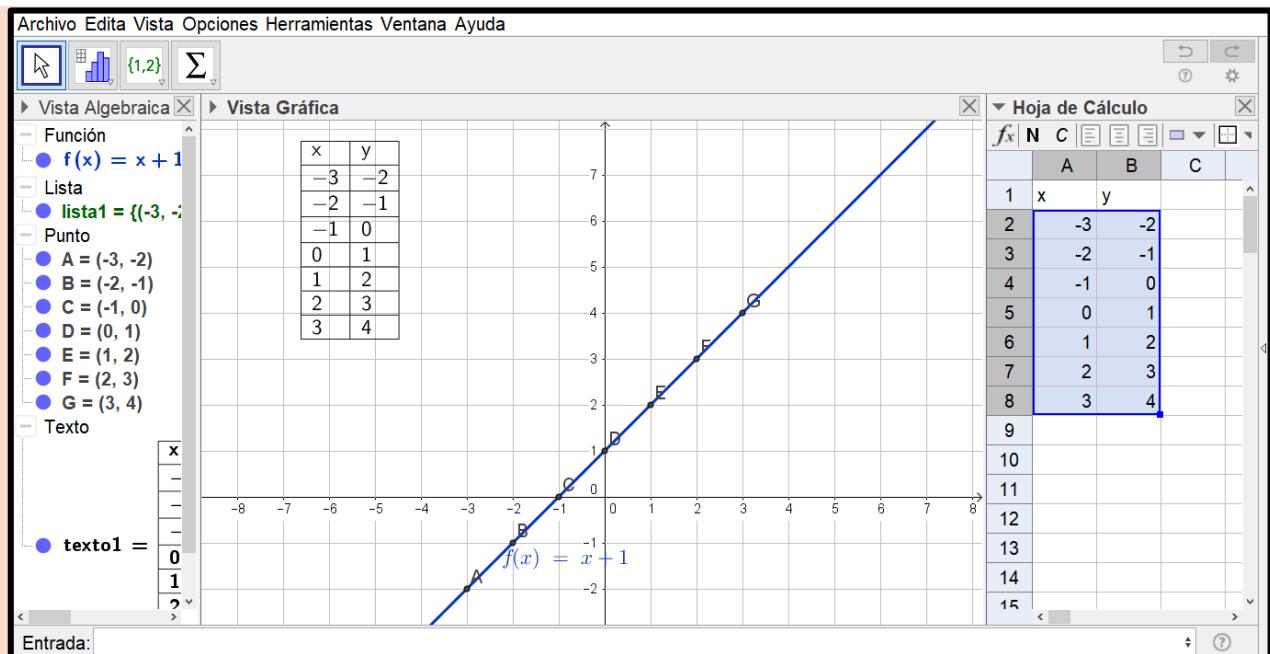


8) Luego de hacer eso, tecleamos **Enter** y así nos generará una tabla en la vista gráfica, para mover la tabla para un lugar más apropiado tocar la opción elige y mueve de la parte superior y mover.



9) Si queremos que los pares ordenados que aparecen en la tabla se muestren en la recta lo que se hace es sombrear otra vez las celdas en la hoja de cálculo y seleccionar **crear** más tarde tocar **lista de puntos**, click Enter





Actividad #6

Caso 2: Recorrido o rango de una Función Lineal

Con ayuda del docente analizar y comentar a qué hace referencia la imagen y el rango de una función.

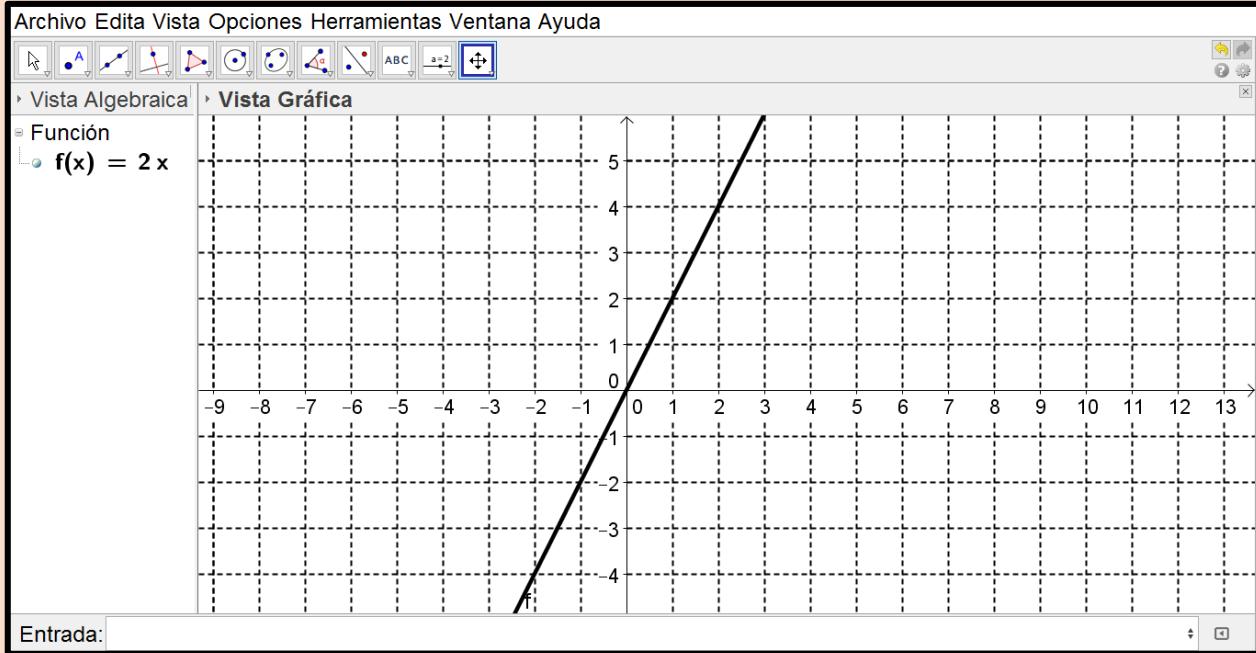
Se debe comenzar su análisis a través de la siguiente función lineal: $y = 2x$.

En la Ventana de GeoGebra escribir en la barra de **Entrada** la función $2x$ y una vez realizada la acción tecleamos **Enter**.

90 minutos

Pizarra
Marcadores
Borrador,
software
GeoGebra

**Actividad
#7**



Explicación detallada

Visualizando la gráfica, la imagen de la Función Lineal constata el conjunto de valores que toma la función cuando ésta crece o decrece con respecto al eje y.

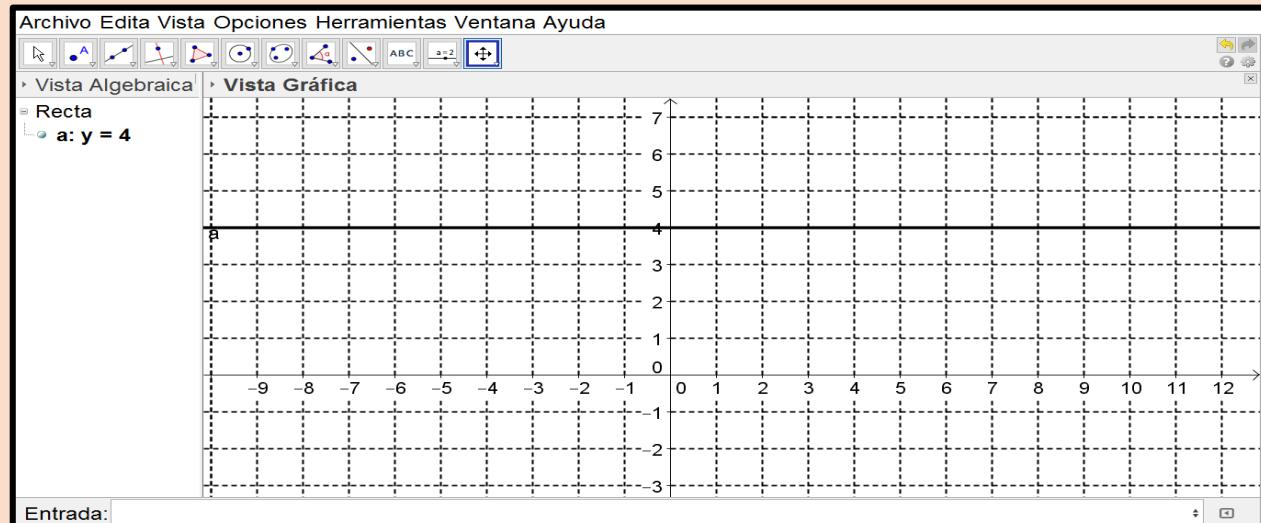
Explicar el concepto de función constante.

Si $f(x) = c$ donde $x \in \mathbb{R}$, entonces $f(x)$ es una función constante si para cualesquiera elementos x_1, x_2 en el dominio D de f, $f(x_1) = f(x_2) = c$

Analizar el concepto graficando la función constante $f(x) = 4$

El estudiante haciendo uso del software GeoGebra realiza la gráfica de la función constante dada, de la siguiente manera:

Abierta la **Ventana** de GeoGebra introducir la función $y = 4$ en la barra de **Entrada** y seguidamente dar clic en **Enter**.



Explicación detallada:

La función constante tiene como dominio el conjunto de números reales \mathbb{R} y como rango el único valor, en este caso 4.

Conclusiones de unidad didáctica

Con la elaboración de esta propuesta de unidad didáctica que lleva por título “Funciones lineales haciendo uso del software GeoGebra”, se llegó a las siguientes conclusiones:

1. El uso de GeoGebra en los contenidos: Función constante, Lineal y afín a la Lineal permiten aspectos en donde se promueve la construcción del conocimiento por parte del estudiante, el trabajo colaborativo, además de darle una gran importancia al saber hacer.
2. Las actividades sugeridas asignadas a cada contenido se adaptan al desarrollo de la clase y se pueden incluir en ellas el uso del software GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
3. Se elaboraron actividades donde se utilizó el software GeoGebra para graficar funciones lineales, constantes y afines a la Lineal, con el propósito de lograr en los estudiantes un aprendizaje significativo, tomando en cuenta el software como una importante herramienta didáctica.

Anexos de Unidad Didáctica

Anexos #1

Centro Escolar Público Rubén Darío Susulí Central-San Dionisio.



Asignatura: Matemática

Prueba Diagnóstica

I. La siguiente afirmación “La gráfica de una Función Lineal es una línea recta” es:

- a) Falsa
- b) Cierta
- c) En ocasiones es cierta
- d) Ninguna de las anteriores

Justifique su respuesta

II. Para graficar una Función Lineal, basta conocer:

- a) Un punto
- b) Dos puntos
- c) Tres puntos
- d) Ninguna de las anteriores

III. Señale el tipo de función en las siguientes expresiones:

- a) $f(x)=3x+2$ _____
- b) $y=3$ _____
- c) $f(x)=5x$ _____

Anexo #2

Resuelva las siguientes situaciones con funciones lineales

1. Don Simón, dueño del campo, desea construir un camino de 300 metros de largo que comunique la casa con la carretera. Todavía no decide el ancho que tendrá, ya que debe pagar a jornaleros para que hagan la limpieza previa y éstos le cobran en función del área a limpiar, llamemos x al ancho del camino y y al área que se debe limpiar. ¿Cómo sabrá Don Simón el área A que tendrá el camino? Calcula los valores de A cuando x es 0,1,2,3,4 y 5 para esto completa la siguiente tabla

Ancho X	Área (A)
0	
1	
2	
3	
4	
5	

2. Represente estas rectas usando el software GeoGebra

$$y = -3x$$

$$y = -4$$

Represente gráficamente estas rectas en GeoGebra usando tablas

$$y = 2x - 3$$

$$y = 3x - 2$$

CAPÍTULO V

5.1. Conclusiones

Al finalizar esta investigación se hace mención de las conclusiones que son el resultado del proceso investigativo.

1. El software GeoGebra se utiliza como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de Matemática el que ha permitido en el Centro Escolar Público Rubén Darío, los estudiantes se sientan concentrados, motivados y sienten que aprovechan mejor el tiempo.
2. La maestra utilizó GeoGebra únicamente como una calculadora de graficación, donde los estudiantes simplemente confirmaron si la gráfica estaba correcta, pero no hicieron un análisis profundo sobre las características y propiedades de las funciones lineales.
3. La docente impartió el contenido de funciones lineales de manera manual y haciendo uso de GeoGebra, la mayoría de los estudiantes cuentan con teléfonos inteligentes en donde se puede instalar dicho software.
4. La mayoría de los estudiantes consideran muy importante el uso de GeoGebra en el aprendizaje de funciones lineales.
5. Al abordar el contenido de funciones lineales en noveno grado no se plantearon situaciones de la vida cotidiana relacionadas con dicho contenido.
6. Algunos estudiantes se distraen en redes sociales o hablando de otros temas ajenos al contenido en estudio al momento de utilizar softwares en la asignatura de Matemática.
7. Un 40% de los discentes presentan dificultad al momento de graficar funciones lineales de forma manual y al construir tablas para obtener pares ordenados dejando inconclusos los ejercicios.
8. Se elaboró una unidad didáctica donde se hace uso de GeoGebra en el contenido de funciones lineales con el fin de que los estudiantes puedan

realizar un análisis más profundo sobre las características y propiedades de las funciones lineales y así lograr un aprendizaje satisfactorio.

5.2. Recomendaciones

De acuerdo a los principales hallazgos encontrados durante la investigación llevada a cabo, respecto al uso de GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones lineales, noveno grado, turno vespertino, Centro Escolar Público Rubén Darío, San Dionisio Matagalpa, se sugieren las siguientes recomendaciones:

1. Resolver situaciones problemáticas sobre funciones lineales haciendo uso del software GeoGebra, ya que así se logrará mejor aprendizaje, capacidad de análisis a problemas de su entorno y reflexión sobre conocimientos esperados en el proceso de su formación estudiantil.
2. Debido a los avances tecnológicos es necesario formar a los estudiantes en la práctica continua en el uso de softwares vinculados a la resolución de ejercicios en situaciones problemáticas con funciones lineales, así como el GeoGebra que permite trabajar todos los casos antes mencionados.
3. Se debe hacer uso de GeoGebra como recurso didáctico en el desarrollo del contenido de funciones lineales, aprovechando cada una de las oportunidades que el software ofrece para realizar un análisis exhaustivo sobre características y propiedades y no sólo como una simple calculadora gráfica, puesto que GeoGebra tiene diversas opciones para trabajar con funciones lineales; por ello se ha elaborado una propuesta didáctica haciendo uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje de este contenido.
4. Apropiarse de la unidad didáctica propuesta en este trabajo investigativo, ya que permitirá aprovechar los beneficios que GeoGebra ofrece como un software educativo para la resolución de ejercicios, análisis de conceptos y propiedades y también situaciones aplicadas a la vida cotidiana.

5.3. Bibliografía

- Alaniz, D. (2018). *Geogebra*. Obtenido de Transformaciones Geogebra- Manual:
<http://www.geogebra.org>
- Angulo, J., Pizá, R., Garcia, R., Hierro, E., & Mortis, S. (2015). *Tecnología Educativa en la Sociedad del Conocimiento*. Mexico: Tabook Servicios Editoriales . Obtenido de Tecnología Educativa en la Sociedad del Conocimiento: <https://www.researchgate.net/publication/292127608>
- Area Moreira, M. (2009). *Introducción a la Tecnología Educativa* . Madrid.
- Baños, F. (2006). *Recursos Didácticos en el Aprendizaje Significativo*. Obtenido de Slides Share:
<https://es.slideshare.net>
- Bello, J. (2013). *Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria*. Obtenido de
http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4737/BELLO_DURAND_JUDITH_MEDIACION_SECUNDARIA.pdf?sequence=1
- Benito, M., Quimbay, E., & Vasquez, L. (2017). *Estrategia didáctica mediada por Geogebra para el desarrollo de Funciones Exponenciales*. Merida.
- Bermeo, O. (2017). *Influencia del software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales* . Lima.
- Campos, G. (2010). *Introducción al arte de la investigación Científica*. Mexico: Porrúa.
- Carrillo, A. (2011). *Geogebra, mucho más que Geometría Dinámica*. Madrid: RA-MA Editorial.
- Carvajal, E. E. (2009). *Recursos didácticos en el área de matemáticas* . Quito.
- Cerda, J., & Suazo, E. (2011). *Algoritmo y complejidad matemáticas en la graficación de funciones lineales, cuadráticas, racionales y raíz cuadrada*.
- Chavarria, M., & Martínez, R. (2015). *Incidencias de los recursos tecnológicos en el desarrollo de las competencias de los estudiantes de 5to año, turno vespertino del Centro Escolar José de la Cruz Mena en el departamento de Managua Distrito I en el II semestre del año lectivo 2015*. Managua .
- Crespo, T., & Toto, M. (2016). El software GeoGebra en el tratamiento de funciones en una institución de Angola. *Revista Varela*, 157-166. Obtenido de <http://revistavarela.uclv.edu.cu>
- Escamilla, J. (2003). *Selección y uso de tecnología educativa*. Mexico: Trillas.
- García, & Baldizon. (2011). *Algoritmos y complejidad matemática en la resolución de funciones exponenciales en 11º grado*. Esquipulas.
- Garnica, J. G. (2011). *Recursos Educativos Abiertos para la enseñanza de las matemáticas en ambientes de educación básica*. Monterrey: Tecnológico de Monterrey.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas Para Maestros*. Granada: GAMI S. L.

- Gutierrez, L. A. (2007). *Mi Matemática Útil*.
- Haeussler, P. (2003). *Matemáticas para Administración y Economía*. Mexico: Editorial Pearson .
- Hernández, J. (2 de Noviembre de 2018). *Los alumnos hablan de Geogebra* . Obtenido de Esto no entra en el examen: <http://www.estonoentraenelexamen.com>
- Hernández, S., Fernández, C., & Baptista, L. (2010). *Metodología de la Investigacion*. Mexico: McGraw Hill.
- Hilgar, E. B. (1980). *Teorias del Aprendizaje*. Mexico: Trillas.
- Huayta, E. (2015). *Aplicación del software GeoGebra y su influencia en el aprendizaje de las Funciones Lineales en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria I.E. "CLORINDA MATTO DE TURNER", Distrito Suykutambo, Provincia Espinar,CUSCO-2015*. Arequipa.
- Huircan, D., & Carmona, E. (2013). *Modelando el mundo con funciones y Logaritmos*.
- Jimenez, R. (2011). *Matemática IV. Funciones*. Mexico: Pearson Educación.
- Knowles S., H. F. (2001). *Andragogía, el aprendizaje de los adultos*. Mexico: Editorial Oxford.
- Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. (1995). *Calculo y Geometría Analítica*. Pennsylvania: McGraw Hill.
- Martinez, J. N. (2013). *Apropiación del concepto de función usando el software Geogebra*. Manizales.
- McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa* . Madrid: PEARSON EDUCACION,S.A.
- MINED. (2009). *Programa de Matemática 7mo a 9no*. Managua.
- MINED, N. (2012). *Matemática 8 Grado*. Managua: MINED.
- MINED, N. (marzo de 2017). *Portal Nicaragua Educa*. Obtenido de Aulas Digitales Móviles: <https://nicaraguaeduca.mined.gob.ni/av/course/view.php?id=30>
- MINED, N. (2019). *Matematica 8 grado*. Managua: MINED.
- Monereo, C. C. (1998). *Estrategias de enseñanzas y aprendizajes*. Barcelona, España, Barcelona, España: Editorial Grao.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics* . Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Oglietti, H. (2008). *FUNCIONES MATEMÁTICAS ¿Para qué se utilizan? La realidad de la función de las Funciones Lineales*. Buenos Aires .
- Pastuizaca, E., & Galarza, M. (2010). *Recursos didácticos en el aprendizaje significativo de la Matemática*. Milagro.
- Pérez Gómez, A. (1988). *Analisis Didactico de las Teorias del Aprendizaje*. Málaga: Universidad de Málaga.
- Picado, F. M. (2006). *Didáctica general. Una perspectiva integradora*. Costa Rica: EUNED.

- Pilco, N. (2011). *Utilizacion de los recursos didacticos en la enseñanza de la matematica* . Chimborazo .
- Portilla, J. (2014). *Uso de Geogebra como recurso didactico para la enseñanza de funciones graficas*. Sevilla.
- Rodriguez, J., & Pardo, A. (2010). Los medios y recursos didacticos . 2-6.
- Rodriguez, X. (30 de Junio de 2017). *Viceministerio Ciencia y Tecnología* . Obtenido de Ministerio de Educacion de Ciencia y Tecnología: <http://www.cienciaytecnologia.edu.sv>
- Rovira, I. (25 de Junio de 2017). *Psicología y Mente* . Obtenido de <http://psicologiyamente.com>
- Sánchez, J. (2013). *Paradigmas de Investigacion Educativa: De las leyes subyacentes a la modernidad reflexiva*. Obtenido de <http://www.edumed.net/entelequia>
- Serrano, V., & Zapata, M. (2011). *La matemática en nuestra vida*.
- Sosa, M., Becerra, M., Cubo, S., & Gutiérrez, P. (2017). *Recursos Tecnológicos, didácticos y de investigación*. Cáceres: Universidad de Extremadura.
- Stuart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2007). *Precalculo, Matematicas para el Calculo*. México: Cengage Learning Editores .
- Stuart, L. (18 de noviembre de 2013). *Wordpress.com*. Obtenido de <http://losrecursostecnologicos.wordpress.com>
- UNESCO. (2008). La Educacion en America Latina. *Publicacion mensual UNESCO*, 8.
- Zambrano, R. (2017). Logros de Aprendizaje en la enseñanza de Funciones Lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo de GeoGebra. Cuenca, Ecuador.
- Zeledón, & Torrez. (2013). *Resolución de Problemas en Funciones Lineales y Cuadráticas en Decimo Grado*. Sébaco.
- Zeledón, B., & Sánchez, A. (2015). *Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de Ecuaciones Lineales de primer grado*. Matagalpa.
- Zill, D., & Dewar, J. (2000). *Álgebra y Trigonometría*. Mexico.

ANEXOS

Anexo 1: Encuesta a estudiantes



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE NICARAGUA
UNAN FAREM MATAGALPA
ENCUESTA A ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DEL TURNO
VESPERTINO
CENTRO ESCOLAR PÚBLICO RUBÉN DARÍO, MUNICIPIO SAN
DIONISIO– MATAGALPA

Estimado estudiante:

Estamos llevando a cabo una investigación en el área de Matemática (Uso de GeoGebra como recurso didáctico en funciones lineales) por lo cual le solicitamos su colaboración para determinar los aciertos o desaciertos en la presente encuesta con fines educativos.

Marque con una “x” la respuesta de cada interrogante según su criterio.

1. ¿Ha utilizado algún software en la asignatura de Matemática?

Sí _____ No _____

2. ¿Conoces los siguientes softwares?

GeoGebra_____ Mathematics_____ Scientific Workplace _____ Derive _____

3. Cuando tu docente utiliza software en la asignatura de Matemática te sientes:

Molesto_____ motivado_____ Concentrado_____

aburrido_____ Distraído_____

4. ¿Ha utilizado GeoGebra?

Sí _____ No _____

5. ¿Cómo considera su dominio del software GeoGebra?

Muy Bueno_____ Bueno_____ Regular_____ Malo_____ Muy Malo_____

6. ¿Usted cuenta con un celular inteligente donde pueda instalar GeoGebra?

Sí _____ No _____

7. ¿Tu docente con qué frecuencia hace uso de GeoGebra en el contenido de funciones lineales?

Siempre _____ Algunas Veces _____ Nunca _____

8. ¿Cuándo tu docente hace uso de GeoGebra lo hace a través de:

Laboratorio de computación _____ Proyector _____ Tablet _____ Otros _____

9. Al hacer uso de GeoGebra en funciones lineales sientes la clase:

Dinámica _____ Aburrida _____ Interesante _____ Se aprovecha mejor el tiempo _____

10. ¿Cómo consideras tu aprendizaje en funciones lineales usando GeoGebra?

Excelente _____ Bueno _____ Regular _____ Malo _____

11. ¿Cómo consideras tu aprendizaje en funciones lineales?

Excelente _____ Bueno _____ Regular _____ Malo _____

12. ¿La gráfica de una Función Lineal es?

Circunferencia _____ Parábola _____ Recta _____ Curva _____ Ninguna de la anteriores _____

13. ¿Sé resolver en una tabla los resultados de una Función Lineal, para encontrar las parejas ordenadas y luego graficarlas en el plano?

Sí _____ No _____

14. ¿Cuántos puntos necesito para graficar una Función Lineal?

Uno _____ Dos _____ Tres _____ Ninguna de las anteriores _____

15. Señale el tipo de función en las siguientes expresiones:

a) $f(x)=3x+2$: _____

b) $y=3$: _____

c) $f(x)=5x$: _____

d) $y=x+4$, si $x \leq 3$: _____

a) Realice la gráfica, $y=3x-6$

Anexo 2: Guía de observación



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE NICARAGUA

UNAN FAREM- MATAGALPA

GUIA DE OBSERVACIÓN A CLASE DE MATEMÁTICA NOVENO

GRADO, TURNO VESPERTINO

CENTRO ESCOLAR PÚBLICO RUBÉN DARÍO, SAN DIONISIO –

MATAGALPA

DATOS GENERALES

Nombre de la profesora visitada: _____

Año: _____ Sección: _____ Fecha: _____ Nº de estudiantes: _____

Tema: _____

DESARROLLO

N	Pregunta	Si	No	Observación
1	¿Domina y estructura los recursos didácticos para facilitar el aprendizaje significativo?			
2	¿La docente relaciona el contenido con la vida cotidiana?			
3	¿Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora usando herramientas informáticas?			
4	¿Propicia la utilización de la tecnología de la información y la comunicación?			
5	¿Explica correctamente el manejo del software GeoGebra?			
6	¿Usa acciones que permiten enriquecer las actividades de enseñanza y aprendizaje usando el software GeoGebra?			
7	¿Los estudiantes conocen el software GeoGebra?			
8	¿La docente se ha auxiliado de GeoGebra para la enseñanza de Matemáticas?			
9	. ¿Qué recursos didácticos utiliza la docente durante el desarrollo del contenido?			

Anexo 3: Entrevista a Docente



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE NICARAGUA

UNAN- FAREM- MATAGALPA

ENTREVISTA

PROF. YOLANDA NARVAEZ SOZA, DOCENTE DE MATEMÁTICA DE NOVENO GRADO DEL TURNO VESPERTINO, CENTRO ESCOLAR PÚBLICO RUBÉN DARÍO. MUNICIPIO DE SAN DIONISIO – MATAGALPA

Estimada docente:

Estamos llevando a cabo una investigación en el área de Matemática, por lo cual le solicitamos su colaboración para determinar objetivamente los aciertos o desaciertos en la presente entrevista con fines educativos.

1. ¿Ha utilizado algún software en la enseñanza de Matemática?
2. ¿Conoce el Software GeoGebra?, ¿en qué momento lo ha utilizado?
3. ¿Cuál considera usted que es la importancia del GeoGebra?
4. ¿Cuáles cree usted que son las ventajas de GeoGebra?
5. ¿Cuáles considera usted que son las desventajas o limitantes de GeoGebra?
6. ¿Ha utilizado GeoGebra para resolver funciones lineales?
7. ¿Considera usted importante el aprendizaje de funciones lineales aplicando software Matemáticos, principalmente GeoGebra?, ¿Por qué?
8. ¿Considera usted importante el aprendizaje de funciones lineales basado en GeoGebra?, ¿Por qué?
9. ¿Ha tenido resultados satisfactorios al utilizar GeoGebra en el desarrollo del contenido funciones lineales?

Anexo 4: Gráfico sobre la utilización de GeoGebra

