



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

Recinto Universitario Leonel Rugama Rugama

Facultad Regional Multidisciplinaria de Estelí

Departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades

Seminario de graduación para optar al título de licenciado en ciencias de la educación con mención en Física-Matemática

Estrategia metodológica para la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales en décimo grado A, turno matutino del Instituto Nacional “Eliseo Picado” del municipio de Matagalpa durante el II semestre del año lectivo 2018.

Autores:

- ❖ Enrique Alexis Rayo Huerta.
- ❖ Martha Ligia Loredo Márquez.
- ❖ José Ramón Roblero Sarmiento.

Tutor: PhD. Víctor Manuel Valdivia.

Estelí, Nicaragua 4 de mayo del 2019.

Dedicatoria

Dedicamos este trabajo de Seminario de Graduación a Dios y a nuestras Familias.

A Dios nuestro Señor, porque ha estado presente en cada paso que hemos dado para vencer todas las dificultades, cuidándonos, guiándonos y dándonos la sabiduría que procede de su Espíritu Santo para continuar y alcanzar nuestras metas.

A nuestras familias, por su amor, comprensión y por ser ese apoyo incondicional e inherente en todas las etapas de nuestro estudio.

Agradecimiento

Este proyecto es el resultado de un gran esfuerzo individual y grupal de todos los que conformamos el grupo del trabajo.

Damos infinitas gracias a Dios por acompañarnos en todo momento, especialmente por darnos las fuerzas necesarias en los momentos de cansancio y enfermedad.

A nuestros hijos y familiares, por ser el principal motor y aliento de amor que nos impulsa a seguir adelante, siendo el pilar fundamental de nuestra existencia.

A los estudiantes y docentes del Instituto Nacional Eliseo Picado, que participaron en este proceso investigativo.

A nuestro tutor PhD. Víctor Manuel Valdivia, por dedicarnos su tiempo, en la preparación y seguimiento de este trabajo final, por su comprensión y apoyo constante.

A nuestros maestros a quienes debemos gran parte de nuestros conocimientos adquiridos, gracias por su paciencia, comprensión y enseñanza.

Al gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional por permitirnos avanzar en nuestra profesionalización docente, en aras de una restitución de derechos a todos los docentes para alcanzar una Educación de Calidad.

Y finalmente, un eterno agradecimiento, a esta prestigiosa UNAN FAREM-Estelí, la cual abrió sus puertas a docentes de todo el país, con el fin de ayudarnos a alcanzar nuestras metas en el ámbito educativo de profesionalización, por darnos el espacio para adquirir conocimientos, herramientas didácticas, y estrategias de enseñanza – aprendizaje, que permitirán brindar una educación de calidad y actualizada a nuestros estudiantes.

Resumen

El propósito de la presente investigación es proponer a docentes de décimo grado, estrategias metodológicas para la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales, a estudiantes del turno matutino, del Instituto Nacional “Eliseo Picado” del municipio de Matagalpa departamento de Matagalpa, durante el segundo semestre del año 2018.

Este estudio es de tipo cualitativo, de carácter descriptivo, con enfoque no probabilístico. El universo lo comprenden 45 estudiantes y 14 docentes, la muestra fue de 5 estudiantes y 3 docentes, el tipo de muestreo aplicado es no probabilístico a conveniencia. Para su ejecución y cumplimiento de objetivos se aplicó una serie de instrumentos tales como: guía de observación para la clase, entrevista a docentes de matemática y a estudiantes de décimo grado.

Mediante los cuales se detectó que el principal problema del proceso enseñanza – aprendizaje que se presentó en este tema, fue que los docentes no hacen uso de estrategias didácticas al impartir esta clase, por lo que se puede decir que el uso de estrategias didácticas no forma parte de la planificación de los docentes y por ende en el desarrollo de la clase, por otra parte se manifiesta una clase monótona y poco atractiva, así como la limitación en los estudiantes en la adquisición y desarrollo de capacidades y habilidades matemáticas.

En base a antecedentes analizados se pudo determinar que al contenido de identidades se le da un tratamiento más memorístico y tradicional, sin el uso de estrategias que contribuyan a un aprendizaje concreto y significativo para el estudiante. Por tanto, el trabajo contiene dos propuestas de estrategias metodológicas para facilitar el aprendizaje de los estudiantes, fortalecer el conocimiento metodológico de los docentes, enriquecer el currículo educativo y hacer de este contenido un espacio atractivo, motivador, creativo e innovador para los estudiantes.

Al aplicar la estrategia metodológica en la sección seleccionada de décimo grado, se obtuvo mejores resultados que los obtenidos por el docente al impartir la clase

sin estrategia, evidenciando que el uso de material didáctico promueve el protagonismo de los estudiantes, dado que de esta forma el estudiante construye su propio aprendizaje y el docente del grado adquirió una nueva herramienta de enseñanza, que le permitirá ser un facilitador o mediador y fortalecer su conocimiento metodológico en virtud de una enseñanza de calidad.

Se concluye que entre los problemas más comunes de la metodología empleada son que el contenido es muy complejo, el libro de texto y el programa no están acorde ya que hay desorden en los contenidos, además viene con pocos ejercicios, los estudiantes aprenden poco sobre identidades trigonométricas esto debido al grado de complejidad que tiene este contenido y a la falta de uso de estrategias de enseñanza-aprendizaje, con la aplicación de la estrategia propuesta los estudiantes lograron aprender y comprender las identidades trigonométricas.



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

2019: "Año de la reconciliación"

CONSTANCIA DE APROBACIÓN DE DOCUMENTO DE TESIS

Por este medio **SE HACE CONSTAR** que las/los estudiantes: **Enrique Alexis Rayo Huerta, Martha Ligia Loredo Márquez y José Ramón Roblero Sarmiento**, en cumplimiento a los requerimientos científicos, técnicos y metodológicos estipulados en la normativa correspondiente a los estudios de grado de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN – Managua, y para optar al título de **Licenciatura en ciencias de la educación con mención en Física - Matemática**, han elaborado tesis de **Seminario de Graduación** titulada: **Propuesta de estrategia metodológica para la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales en décimo grado A, turno Matutino del Instituto Nacional "Eliseo Picado" del municipio de Matagalpa durante el II semestre del año lectivo 2018**; la que cumple con los requisitos establecidos por esta Institución.

Por lo anterior, se autoriza a las/los estudiantes antes mencionados/as, para que realicen la presentación y defensa pública de tesis ante el tribunal examinador que se estime conveniente.

Se extiende la presente en la ciudad de Estelí, a los tres días del mes de Mayo del año dos mil diecinueve.

Atentamente,



Dr. Víctor Manuel Valdivia González - Tutor de Tesis
FAREM-Estelí

C.c. archivo

INDICE

Dedicatoria	i
Agradecimiento	ii
Resumen	iii
Constancia de aprobación de documento de tesis	v
I. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	3
1.1.1. A nivel internacional.....	3
1.1.2. A nivel nacional.....	4
1.2. Planteamiento del problema	6
1.3. Justificación	8
1.4. Formulación del problema científico	10
II. OBJETIVOS	11
2.1. Objetivo general	11
2.2. Objetivos específicos	11
III. MARCO TEÓRICO	12
3.1. Conceptos Matemáticos básicos	12
3.1.1. Igualdad:.....	12
3.1.2. Identidad:.....	12
3.1.3. Ecuación:.....	12
3.2. Propuesta:	13
3.3. Estrategia metodológica:	13
3.3.1. Metodológica o metodología.....	13
3.4. Tipos de Estrategias	14
3.4.1. Las estrategias preinstruccionales:.....	14
3.4.2. Las estrategias coinstruccionales:	15
3.4.3. Las estrategias posinstruccionales:	15
3.4.4. Estrategia lúdica:	15
3.4.5. Estrategias de enseñanza-aprendizaje:.....	16
3.5. Origen de la Trigonometría.	18
3.6. Razones trigonométricas. (definiciones a partir del triángulo rectángulo) 19	
3.7. Identidades trigonométricas.	20

3.7.1. Ecuación trigonométrica.....	21
3.7.2. Identidades trigonométricas.....	21
IV. DISEÑO METODOLÓGICO.....	25
4.1. Tipo de investigación.....	25
4.2. Población	25
4.3. Muestra	25
4.4. Contexto de la investigación	26
4.7. Técnicas recolección de datos	27
4.8. Etapas de la investigación.....	27
4.9. Cuadro de Operacionalización por Objetivos.....	30
V. TABULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	32
VI. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS POR OBJETIVO.....	37
VII. CONCLUSIONES	40
VIII. RECOMENDACIONES	41
IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42
ANEXOS	

INDICE DE GRÁFICO Y TABLAS.

Tabla 1. Cuadro de operacionalización por objetivos.....	31
Tabla 2 Resultados de entrevista realizada a docentes.	33
Tabla 3 Resultados de entrevista realizada a los estudiantes.....	35

INDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1:Triángulo Rectángulo	19
--	----

I. INTRODUCCIÓN

Las matemáticas contribuyen a la formación del estudiante en cuanto a comprensión y dominio de las problemáticas cotidianas, además de desarrollar actitudes y aptitudes relacionadas con la responsabilidad individual y colectiva, les brinda seguridad en los procedimientos y confianza en los resultados. Todo esto crea en los estudiantes una disposición consciente y favorable para emprender acciones que conducen a la solución de los problemas a los que se enfrentan cada día.

La temática abordada en este trabajo de investigación está enfocada en cómo facilitar de una manera efectiva y atractiva el contenido identidades trigonométricas fundamentales en décimo grado A del Instituto Nacional “Eliseo Picado” del municipio de Matagalpa.

Es por ello que el propósito de esta investigación fue proponer estrategias metodológicas para la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales en décimo grado “A” de educación secundaria del Instituto Nacional “Eliseo Picado” de Matagalpa. Para ello se identificaron los problemas más comunes de la metodología empleada en la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales, se diseñó y aplicó una estrategia metodológica lúdica que permite la enseñanza de las identidades y se compartió la estrategia metodológica en los encuentros pedagógicos de Interaprendizaje docente.

Las estrategias metodológicas son acciones que se desarrollan durante el proceso de enseñanza aprendizaje. El uso de estas estrategias es esencialmente importante al momento de impartir una temática para lograr así una correcta transposición didáctica y hacer de esta manera una ciencia entendible para el estudiante.

Este estudio es de tipo cualitativo dado que se recolectó datos descriptivos, con carácter descriptivo porque se describen los tipos de materiales didácticos y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática, con muestreo no probabilístico,

donde se utilizó el muestreo por juicio u opinión, tomando una muestra de una sección de 5 estudiantes.

En esta investigación se realizó una diagnosis, mediante la aplicación de entrevistas a 3 docentes y a 5 estudiantes, los cuales mostraron en sus respuestas la necesidad de la aplicación de estrategias innovadoras que garanticen o faciliten a los discentes el aprendizaje de las identidades trigonométricas.

Esta investigación está realizada bajo ciertas etapas, las cuales son: Diagnóstico, Planificación, reflexión y evaluación del proceso. En la fase inicial del trabajo se analizan, sintetizan, interpretan los datos cualitativos mediante el diagnóstico. En la fase intermedia se diseña, mejora, aplica y explica la propuesta y en la fase final se examinan las consecuencias, se elabora un informe con conclusiones y se piensan en futuras propuestas.

1.1. Antecedentes

Para la realización del presente trabajo se partió de la consulta bibliográfica en diferentes fuentes, encontrándose trabajos relacionados con el tema de Identidades Trigonométricas fundamentales.

A continuación, se presentan una breve descripción de los antecedentes en distintos contextos relacionados a la temática que se abordará en la investigación:

1.1.1. A nivel internacional

Solanilla (2015) realizó una investigación titulada “Implementación de herramientas didácticas y tecnológicas para mejorar el nivel de aprendizaje de la trigonometría”.

El objetivo general de dicha investigación fue analizar el impacto de la implementación de herramientas didácticas y tecnológicas para mejorar el nivel de aprendizaje de la trigonometría de décimo grado. En la investigación se evidenció que el uso de estrategias posibilita un trabajo consciente, responsable, activo con libertad y autonomía del estudiante, tanto en forma individual como grupal.

Pavas, (2008) en su monografía “Diseño de una propuesta teórica en la unidad de trigonometría” es una investigación de carácter teórica descriptiva y propone los criterios de evaluación escritos, que permiten evaluar el área de matemáticas, en trigonometría, en el cual el objetivo se verifica en una encuesta que pretende, valorar las pruebas escritas que se ha construido para luego realizar un proceso de mejoramiento a partir de la encuesta realizada.

Algunas de las conclusiones que obtuvo fueron: la evaluación por competencias permite explorar el hacer de los estudiantes, en un contexto sociocultural y un saber específico. La evaluación de la competencia argumentativa en matemáticas es adaptable en cualquier grado y temática, además, permite identificar las fortalezas y debilidades en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la evaluación de la competencia argumentativa es formativa, integradora y variada, es un proceso sistemático que establece el desempeño de los estudiantes.

1.1.2. A nivel nacional

Gómez, Medina, & López, (2011) en su investigación titulada “Propuesta metodológica basada en competencia para la enseñanza de gráficas y análisis de funciones trigonométricas”, tuvieron como objetivo elaborar una propuesta metodológica para la enseñanza de las funciones trigonométricas mediante el enfoque de competencias, en el cuarto año (décimo grado) de Educación Secundaria, en ella se analiza el nivel que poseen los estudiantes en este tema y se anexa una unidad didáctica para impartir este contenido.

Entre los resultados más relevantes de esta investigación está en que todos los estudiantes a los cuales se les aplicó el examen experimental no pueden graficar funciones trigonométricas; además, se les hace muy difícil analizar la solución de ejercicios por lo que no recuerdan las definiciones de las funciones trigonométricas. Se concluye que se hace necesaria de la utilización de nuevas metodologías de enseñanza para impartir este tema por lo que anexamos una unidad didáctica para la enseñanza de este tema.

(Clemente, 2015) en su informe final de seminario de graduación “Funciones trigonométricas en triángulos rectángulos y sus aplicaciones para la vida”, describe el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el tema de funciones trigonométricas en triángulos rectángulos y sus aplicaciones para la vida, dicho trabajo tiene como objetivo determinar la apreciación de los estudiantes sobre la implementación de las actividades secuenciadas didácticamente y los resultados en función de sus aprendizajes en el tema funciones trigonométricas.

Sus resultados muestran que los estudiantes recuerdan poco lo aprendido con el docente en esta temática, debido que la metodología que utiliza el docente se ubica en las partes más bajas de la pirámide de Cody Blair, logrando retener solamente un 5% de la enseñanza, otra de las aseveraciones a las que llegó fue que realizar prácticas de lo aprendido en situaciones de la vida cotidiana, enseñando a otros, el porcentaje de retención de los estudiantes será entre un 50% a un 90%, en otras palabras habrá un aprendizaje más duradero.

En base al análisis de estos antecedentes se pudo determinar que el contenido de identidades trigonométricas se le da un tratamiento más memorístico y tradicional, que no hay un esmero tal para desarrollar la temática en las áreas educativas, todo ello garantiza un aprendizaje poco significativo y de baja calidad en los estudiantes.

El uso metodologías adecuadas al contenido es el pilar base para garantizar una formación más propia y crear en los estudiantes el pensamiento crítico y analítico que le será útil no solamente en las aulas de clase y escuelas, si no también más allá de esos muros, en todas las etapas de su vida.

1.2. Planteamiento del problema.

Todo docente de la disciplina de Matemática percibe directamente desde su escenario pedagógico los problemas que ocasionan ciertos contenidos de la materia impartida, por lo cual se considera entre otras, a Álgebra y a Trigonometría como ramas de la Matemática muy difícil de enseñar.

Además, tomando en cuenta que la educación y sus estrategias cambian con el paso del tiempo, adecuándose a los contextos históricos de la humanidad y a los avances de la ciencia, la técnica y la tecnología, se puede decir, que la enseñanza de la Matemática y de todas las materias de estudio no pueden quedar con los métodos tradicionalistas de los siglos pasados.

Mediante la observación realizada en el aula de clase a docente y estudiantes de décimo grado del turno matutino del Instituto Nacional “Eliseo Picado” del municipio de Matagalpa, se pudo constatar los siguientes problemas en el aula:

El docente imparte el contenido sin uso de estrategias, no es creativo, su método tradicional, monótono, sin dinamismo y memorístico, los estudiantes poseen dificultades en el aprendizaje directo o memorístico de las identidades trigonométricas fundamentales, los textos utilizados no están acordes al nivel de los estudiantes y poco espíritu investigativo y entusiasmo de los docentes por la Trigonometría.

Por otra parte, se pudo observar que existen otros factores que inciden indirectamente en el aprendizaje de los estudiantes, los cuales son:

La procedencia de escuelas primarias (rurales y urbanas), no todos los estudiantes poseen los conocimientos necesarios y básicos para el desarrollo de este contenido, falta de hábitos de estudio, motivación e interés por el contenido, poco protagonismo o participación de los estudiantes en clase e indiferencia ante el estudio extra clase o tareas.

Todos estos son factores negativos que generan grandes y graves consecuencias en el proceso de aprendizaje de los conocimientos en general, como lo es el bajo rendimiento académico, lo que puede generar estudiantes repitentes de estos

niveles, que puede conducir a su vez, hasta la deserción escolar definitiva del ámbito escolar.

En la práctica docente se sabe que a como su nombre lo indica, las identidades trigonométricas fundamentales son básicas para el estudio y deducción de otras identidades trigonométricas de carácter más complejo. Esto impide al docente cumplir con sus objetivos propuestos y al no ser así, no se logran desarrollar habilidades, destrezas y conocimiento de acuerdo a las competencias provistas.

Es por ello que, para la obtención de buenos resultados, es estrictamente necesario que el docente implemente nuevas estrategias metodológicas de acuerdo al nivel de aprendizaje de los estudiantes para reducir la falta de protagonismo del estudiante.

Por lo cual, es muy necesario que docentes se actualicen en el uso de nuevas estrategias más dinámicas cuyo principal protagonista sea el estudiante rompiendo sus paradigmas y sumándose a la era tecnológica

El uso de las TIC en el desarrollo de las clases contribuye a diversificar el proceso docente y otorga un rol fundamental al alumno en la medida que este tenga conciencia en la forma de emplear las mismas. El empleo de las TIC en el proceso de enseñanza conlleva al fortalecimiento de habilidades docentes impulsando la formación integral del alumno. La utilización de las TIC en las diferentes instituciones, infiere un paso relevante para el desarrollo cultural de la sociedad. La utilización de estas nuevas tecnologías impulsa el desarrollo investigativo en las universidades. (Lloveras, 2008)

Es por ello que la presente investigación “Estrategias metodológicas para la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales en décimo grado A, turno matutino del Instituto Nacional “Eliseo Picado” del municipio de Matagalpa durante el II semestre del año lectivo 2018”, se realiza con la finalidad de brindar estrategias metodológicas que faciliten el proceso de enseñanza aprendizaje en los discentes y a los docentes suministrarle opciones estratégicas para utilizar en el aula.

1.3. Justificación.

El principal interés como docentes, es brindar una educación de calidad en pro de una formación completa e integral en los estudiantes, aprovechar cada instantánea que se interactúa en el proceso de enseñanza y aprendizaje, donde los docentes brindan ese acompañamiento necesario para desarrollar las habilidades prácticas y el conocimiento

Tomando en cuenta que el estudio de las identidades trigonométricas ayuda a los estudiantes a desarrollar habilidades cognitivas y del pensamiento y análisis crítico ante situaciones que requieren otras demostraciones más complejas y algunas aplicaciones en otras ramas de la matemática como por ejemplo, cálculo de derivadas, integrales entre otras, así como también en la resolución de problemas de Física, las que requieren de su comprensión, asimilación y aplicación para poder definir un resultado requerido por esta materia.

La enseñanza de las Matemáticas históricamente ha sido un problema real y palpable en las aulas de clases para los docentes de la asignatura, mostrando cierto temor y recelo cuando se trata de estos temas y porque no decirlo, en el aprendizaje de los estudiantes, mismos que consideran a la trigonometría una rama de la Matemática muy difícil de comprender, pensamiento que predispone y limita el alcance de las competencias e indicadores de logros de la temática que se trata particularmente, tal como lo es, las identidades trigonométricas.

Partiendo de estos puntos, el abordaje actual de las identidades trigonométricas se considera un problema ingente, por lo que se ha investigado desde la realidad y perspectiva docente activa en las aulas de clases. Se proyecta contribuir en la resolución de esta problemática, mediante el diseño y el compartir algunas estrategias metodológicas para ser implementadas en la práctica docente particular, las cuales al ser compartidas e impartidas aportaran en gran manera calidad de educación en Matemática, sobre todo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las identidades trigonométricas.

A los docentes les beneficia su aplicabilidad y factibilidad metodológica para desarrollar este contenido y así mejorar la comprensión de los estudiantes, haciendo el aprendizaje más significativo y alcanzable.

Con esta visión el presente trabajo tiene como objeto, proponer y compartir estrategias metodológicas como alternativa para que los docentes desarrollen la temática de las identidades trigonométricas, de una forma estratégica, creativa y sencilla, por lo tanto, inducirá a un aprendizaje más significativo en los estudiantes.

Dado que los estudiantes tienen la capacidad de aprender y adquirir nuevos conocimientos, desarrollar habilidades y destrezas; también los docentes tienen la oportunidad de mejorar su práctica pedagógica, compartiendo sus experiencias en los Encuentros Pedagógicos de Interaprendizaje docente (EPI).

De igual manera, tomar conciencia de la importancia de promover la participación activa de los docentes, en especial los de poca experiencia en el aula o recién egresados de la carrera de Matemática y de cada estudiante de forma individual o grupal, así docentes y estudiantes podrán ser protagonistas del proceso enseñanza- aprendizaje.

No obstante, es importante reconocer que la sociedad actual está inmersa en una cultura digital , por lo cual se puede llegar a considerar el presente trabajo como base para futuros análisis e implementación de nuevas estrategias al enseñar este contenido de identidades trigonométricas fundamentales desde las aulas de clase, mismas que contengan diseños más actualizados aplicando tecnología, la cual se ha convertido en una herramienta muy útil e indispensable en todos los campos del quehacer cotidiano.

1.4. Formulación del problema científico.

- ❖ ¿Qué problemas inciden en la metodología implementada por los docentes al enseñar las identidades trigonométricas fundamentales?
- ❖ ¿Qué estrategias metodológicas se pueden diseñar para favorecer el proceso de aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales con los estudiantes de décimo grado?
- ❖ ¿La aplicación de estrategias metodológicas favorecerán el proceso de aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales en décimo grado?
- ❖ ¿Cómo podemos compartir las estrategias lúdicas aplicadas a estudiantes de décimo grado del Instituto Nacional “Eliseo Picado” con docentes de Matemática?

II. OBJETIVOS

2.1. Objetivo general

- ❖ Proponer estrategias metodológicas para la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales en décimo grado “A” de educación secundaria del Instituto Nacional “Eliseo Picado” de Matagalpa.

2.2. Objetivos específicos

- ❖ Identificar los problemas más comunes de la metodología empleada en la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales.
- ❖ Diseñar estrategias metodológicas que permita la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales para mejorar su aprendizaje.
- ❖ Aplicar estrategia lúdica que favorezca el proceso de aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales.
- ❖ Compartir estrategia metodológica de las identidades trigonométricas fundamentales, en los encuentros pedagógicos de Interaprendizaje docente.

III. MARCO TEÓRICO

En este apartado se abordarán definiciones y conceptualizaciones de aspectos matemáticos y metodológicos, de los cuales es de relevancia su citación.

3.1. Conceptos Matemáticos básicos.

Identidad, igualdad y ecuación, son términos que aparentemente tienen el mismo significado, pero no es así, a continuación, se muestran sus significados.

3.1.1. Igualdad:

En Matemáticas, una identidad es una igualdad de dos expresiones que matemáticamente se escriben diferente, pero que de hecho representan la misma expresión. Además, una identidad es siempre cierta, sean cuales sean los valores de las distintas variables involucradas. (Midence, 2017, pág. 140)

Ejemplo: $3 + 2 = 5$ Y $x + 2x = 3x$

3.1.2. Identidad:

Es una expresión matemática en la cual ambos miembros de la expresión son idénticos.

Las identidades suelen utilizarse para transformar una expresión matemática en otras equivalentes, particularmente, para resolver ecuaciones. (Midence, 2017, p. 140)

Ejemplo: $15 + x = 15 + x$

3.1.3. Ecuación:

Es una igualdad en la que hay una o varias cantidades desconocidas llamadas incógnitas (Castillo, 2014)

Es una igualdad entre expresiones algebraicas que se cumple para determinados valores de la variable. (Rodríguez, 2016)

Ejemplo: $3x - 2 = 5$

3.2. Propuesta:

El concepto refiere al ofrecimiento, el convite o el pensamiento que se expresa ante una persona con un cierto objetivo. La persona que realiza una propuesta busca una respuesta de su interlocutor. Al proponer algo, el sujeto espera una reacción que esté vinculada a aquello que se propone. Una propuesta pedagógica se trata de aquella acción que promueve una aplicación de la didáctica para el desarrollo de ciertos conocimientos. (Perez, 2013)

La propuesta que se desarrolla en esta investigación es una idea que muestra cómo enseñar las identidades trigonométricas fundamentales, de una forma más sencilla y práctica sin perder la científicidad del contenido.

3.3. Estrategia metodológica:

3.3.1. Metodológica o metodología.

Es una palabra compuesta por tres vocablos griegos: meta (más allá), odòs (Camino) y logos (estudio). La metodología también puede ser aplicada al arte, cuando se efectúa una observación rigurosa. Por lo tanto, la metodología es el conjunto de instrumentos, recursos y elementos que se utilizan en el proceso aprendizaje-enseñanza. (Fonseca, 2019, pág. 54)

El procedimiento o mecanismo que dirige la investigación realizada contiene pasos metodológicos dirigidos a alcanzar los logros propuestos en la misma. La metodología didáctica empleada en el estudio realizado permite detectar los problemas, diseñar una herramienta en respuesta, aplicarla para constatar su efectividad, analizar los resultados y contraponerlos con el método ordinario que se aborda en el aula de clases al desarrollar la temática del aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales para elaborar conclusiones y por último compartir los resultados obtenidos.

3.3.2. Estrategia metodológica:

Alcaraz (2004) afirma que las estrategias son procesos para la elección, coordinación y aplicación de habilidades. En el campo cognitivo las secuencias de las acciones se orientan a la adquisición y asimilación de la nueva información, estas también surgen en función de los valores y de las actitudes que se pretenden fomentar. (Citado en Arguello, 2016, pág.4)

Fonseca, (2019) la define como: “Son el conjunto de herramientas, momentos y pasos lógicamente coordinadas, para dirigir el aprendizaje del estudiante hacia determinados objetivos. La estrategia es quien da sentido de unidad a todos los pasos de enseñanza y aprendizaje”. (pág.52)

La estrategia fue diseñada para convertir al estudiante en protagonista de su aprendizaje, ya que permite guiarlo a alcanzar el principal logro del aprendizaje, como lo es recordar fácilmente las identidades trigonométricas fundamentales.

Son las que permiten identificar criterios, principios y procedimientos que configuran el camino al aprendizaje y la manera de actuar de los docentes, en correspondencia con el programa, la implementación y evaluación de la enseñanza y aprendizaje.

3.4. Tipos de Estrategias

3.4.1. Las estrategias preinstruccionales:

Por lo general preparan y alertan al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender (activación de conocimiento y experiencias previas pertinentes), y le permiten ubicarse en el contexto del aprendizaje pertinente. Algunas de las estrategias preinstruccionales típicas son: los objetivos y el organizador previo. (Fonseca, 2019, pág. 30)

3.4.2. Las estrategias coinstruccionales:

Apoyan los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza y cubren funciones como las siguientes: detección de la información principal, conceptualización de contenido, delimitación de la organización, estructura e interrelaciones, contenidos, y mantenimiento de la atención y motivación. Aquí pueden incluirse estrategias como: ilustraciones, redes semánticas, mapas conceptuales, entre otras. (Fonseca, 2019, pág. 30)

3.4.3. Las estrategias posinstruccionales:

Se presentan después del contenido que se ha de aprender, y permiten al estudiante formar una visión sintética, integradora e incluso crítica del material, en otros casos le permiten valorar su propio aprendizaje. Algunas de las estrategias posinstruccionales más reconocidas son: preguntas intercaladas, resúmenes finales, redes semánticas y mapas conceptuales. (Fonseca, 2019, pág. 30)

3.4.4. Estrategia lúdica:

Concebido como el método que busca alcanzar aprendizajes complementarios a través del juego, dando lugar a una cantidad de diversas actividades amenas y recreativas en las que se puede lograr contenidos, mensajes o temas del contenido educativo, los cuales deben aprovecharse por el educador. En la adolescencia y adultez las actividades deben ser competitivas, de conocimiento, de razonamiento y científicas. (Riquelme, 2018)

Cepeda, (2017) en la revista web Magisterio, publica el artículo titulado “Aprender no es un juego, aunque se aprende jugando”. Donde expone que, el juego es una actividad natural, libre y espontánea, actúa como elemento de equilibrio en cualquier edad porque tiene un carácter universal, pues atraviesa toda la existencia humana, que necesita de la lúdica en todo momento, como parte esencial de su desarrollo armónico; la lúdica es una opción, una forma de ser, de estar frente a la vida y, en el contexto escolar, contribuye en la expresión, la creatividad, la interacción y el aprendizaje de niños, jóvenes y adultos.

La estrategia diseñada en la propuesta tiene un enfoque lúdico, en el cual se propone que el estudiante con la guía del docente, sea el propio protagonista del aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales, de una forma consciente, activa y participativa que imprima en cada uno de ellos y en toda la clase una forma más práctica de aprender.

3.4.4.1. Importancia de las estrategias lúdicas

Las estrategias lúdicas han ayudado a que el estudiante reflexione, a que compitan entre ellos sanamente, se muestran atentos y motivados por el juego, se esfuerzan y se ven las ganas por participar, en este particular se concentran en mejorar su aprendizaje obteniendo mejores calificaciones y disminuyendo la mortalidad académica. (Ramirez, 2009, pág. 144)

En el nuevo modelo educativo, se parte del lineamiento que la educación está y debe estar siempre enfocada en el estudiante, por lo cual las estrategias lúdicas tienen un papel muy importante en la forma como se adquieren los conocimientos. En base a la experiencia se ha percibido que los niños, jóvenes y adultos que quieren aprender algún conocimiento lo adquieren más significativamente cuando se involucran directamente en el aprendizaje, siendo participantes activos, no simples y pasivos.

3.4.5. Estrategias de enseñanza-aprendizaje:

Brandt (1998) lo define como el conjunto de actividades, que se planifican de acuerdo a las necesidades de la población estudiantil, tomando como referencia los objetivos y la naturaleza de las áreas que se trabajan, todo esto con la finalidad de hacer más efectivo el proceso de aprendizaje de los estudiantes. (Fonseca, 2019, pág. 29)

3.4.5.1. Enseñanza:

Es el proceso mediante el cual se comunican o transmiten conocimientos especiales o generales sobre una materia. Este concepto es más restringido que el de la educación, ya que esta tiene por objeto la formación integral de la persona, mientras que la enseñanza se limita a transmitir, por medios diversos,

determinados conocimientos. En este sentido la educación comprende la enseñanza propiamente dicha. Los métodos de enseñanza descansan sobre las teorías del proceso de aprendizaje y una de las grandes tareas de la pedagogía moderna ha sido estudiar de manera experimental la eficacia de dichos métodos, al mismo tiempo que intenta su formulación teórica. En este campo sobresale la teoría psicológica: la base fundamental de todo proceso de enseñanza aprendizaje se halla representada por un reflejo condicionado, es decir, por la relación asociada que existe entre la respuesta y el estímulo que la provoca. (Edel, 2004)

Al enseñar las identidades trigonométricas fundamentales se amerita estar conscientes de la dificultad que se presenta en el aula de clase, por lo cual es deber del docente preparar, prevenir y constatar que la enseñanza sea la más oportuna y asertiva en el aprendizaje de los estudiantes.

Las estrategias de enseñanza, son el conjunto de acciones y procedimientos que el docente emplea para planificar, aplicar y evaluar de forma intencional a los estudiantes con el fin de lograr eficazmente el proceso aprendizaje-enseñanza, por tanto, es en la creación, construcción y aplicación de estrategias de enseñanza en donde se lleva a cabo el pensamiento consiente por parte del docente para que sus estudiantes aprendan de forma activa y práctica. (Fonseca, 2019, pág. 52)

3.4.5.2. Aprendizaje:

Las estrategias de aprendizaje, son el proceso mediante el cual el estudiante elige, coordina y aplica los procedimientos para conseguir un fin relacionado con el aprendizaje. Se da el nombre de estrategias de aprendizaje, al conjunto lógico y unitario de los procedimientos didácticos que tienden a dirigir el aprendizaje, incluyendo en él desde la presentación y elaboración de materia hasta la verificación y competente rectificación del aprendizaje. Debe aprender procedimientos, hábitos, normas y valores de manera relacionada y comprensiva, por ello se emplean como procedimiento para aprender de manera significativa un contenido conceptual. (Fonseca, 2019, pág. 52)

Las estrategias de enseñanza guían las acciones que realiza el docente en el aula de clase. Por tanto, son siempre consientes e intencionadas, dirigida a un objetivo, el docente la utiliza para que la clase sea activa y los estudiantes participen durante el proceso de enseñanza aprendizaje. (Fonseca, 2019, pág. 29)

3.5. Origen de la Trigonometría.

De acuerdo con Sonia, (2008) el origen de la palabra TRIGONOMETRÍA proviene del griego "trígonos" (triángulo) y "metros" (metría). Los babilonios y los egipcios (hace más de 3000 años) fueron los primeros en utilizar los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas para efectuar medidas en agricultura y para construir pirámides. Posteriormente se desarrolló más con el estudio de la astronomía mediante la predicción de las rutas y posiciones de los cuerpos celestes y para mejorar la exactitud en la navegación y en el cálculo del tiempo y los calendarios.

El estudio de la trigonometría pasó después a Grecia, donde destaca el matemático y astrónomo Griego Hiparco de Nicea. Más tarde se difundió por India y Arabia donde era utilizada en la Astronomía. Desde Arabia se extendió por Europa, donde finalmente se separa de la Astronomía para convertirse en una rama independiente de las Matemáticas. (Sonia, 2008)

A finales del siglo VIII los astrónomos árabes trabajaron con la función seno. También descubrieron y demostraron teoremas fundamentales de la trigonometría. (Sonia, 2008)

A mediados del siglo XVII Newton encontró la serie para $\text{Sen } x$ y series similares para el $\text{Cos } x$ y la $\text{tan } x$. Con la invención del cálculo las funciones trigonométricas fueron incorporadas al análisis, donde todavía hoy desempeñan un importante papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas. Por último, en el siglo XVIII, el matemático Leonard Euler demostró que las propiedades de la trigonometría eran producto de la aritmética de los números complejos y además definió las funciones trigonométricas utilizando expresiones con exponenciales de números complejos. (Sonia, 2008)

3.6. Razones trigonométricas. (definiciones a partir del triángulo rectángulo)

Históricamente, las funciones trigonométricas se definieron como razones, ya que al definir las para agudos en triángulos rectángulos no son más que cociente entre los lados. En un triángulo rectángulo distinguimos: la hipotenusa (lado mayor) y los lados perpendiculares de menor tamaño que la hipotenusa, denominados catetos. (Midence, 2017, pág. 140)

Por comodidad nos referiremos a la hipotenusa como hip, al cateto opuesto como op, y al cateto adyacente ad.

Dado un triángulo rectángulo, podemos estudiar las razones o proporciones entre sus lados.

$$1) \text{ Sen } \alpha = \frac{op}{hip}$$

$$2) \text{ Csc } \alpha = \frac{hip}{op}$$

$$3) \text{ Cos } \alpha = \frac{ad}{hip}$$

$$4) \text{ Sec } \alpha = \frac{hip}{ad}$$

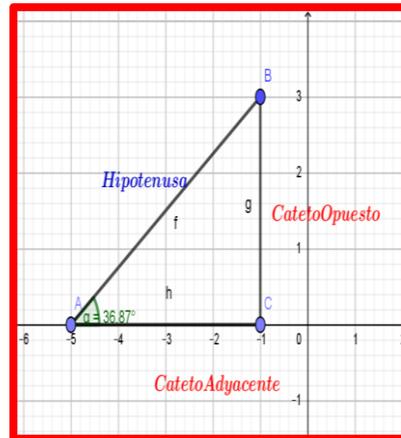


Ilustración 1: Triángulo Rectángulo

$$5) \text{ Tan } \alpha = \frac{op}{ad}$$

$$6) \text{ Cot } \alpha = \frac{ad}{op}$$

(Midence, 2017)

3.7. Identidades trigonométricas.

Se llaman identidades trigonométricas aquellas igualdades que contienen funciones de un ángulo o de varios y se verifican cualquiera sea el valor que se le da al ángulo o a los ángulos. Una identidad trigonométrica es una igualdad entre expresiones que contienen funciones trigonométricas y es válida para todos los valores del ángulo en los que están definidas las funciones. (Indaburo, 2015)

Identidad Trigonométrica es una igualdad algebraica entre razones de un mismo ángulo, que se cumple para cualquier valor asignado al ángulo. Para las funciones trigonométricas existen ocho identidades fundamentales, que pueden ordenarse en tres grupos: Recíprocas, de División y de Cuadrados o pitagóricas. (webbly, 2012, pág. 149)

El concepto de identidades trigonométricas es un concepto que se utiliza en el ámbito de las matemáticas para hacer referencia a las funciones trigonométricas variables que pueden encontrarse en una figura geométrica. La trigonometría es la rama de las matemáticas que se especializa en el análisis y estudio de los triángulos, especialmente en las formas, significados y valores de los diferentes ángulos que pueden existir. Las identidades trigonométricas serán, entonces, los resultantes de esos valores que son variables y muy diversos entre uno y otro. (Bembibre, 2010)

Tal como sucede con muchos elementos de las matemáticas, los conceptos existen desde épocas antiguas en las que los filósofos griegos ya habían establecido las nociones de funciones y valores de los ángulos de las figuras geométricas. Estos conceptos serían mejorados recién en la Modernidad, en el siglo XVII cuando se notaron de manera algebraica para poder realizar todo tipo de cálculos en los diferentes ángulos. (Bembibre, 2010)

Las identidades trigonométricas pueden ser definidas en términos generales como todas las variables posibles de ángulos que pueden existir en una figura geométrica. Estas identidades se representan siempre a partir de las letras griegas tales como alfa, beta, omega, etc. También se utilizan elementos como los grados

centígrados para establecer las variables de cada identidad. Las más conocidas son las que se establecen entre seno y coseno, seno y tangente, etc. Las identidades trigonométricas son formas simplificadas que permiten realizar y conocer las diferentes funciones de la trigonometría. (Bembibre, 2010)

Todas estas cuestiones de las matemáticas, más específicamente de la trigonometría, sirven para organizar los diferentes cálculos que se deben realizar a partir de las funciones específicas de cada tipo de datos. Las identidades trigonométricas son muy variables y permiten tener diferentes posibilidades para representar cada función trigonométrica (es decir, los valores) de maneras variadas y específicas de acuerdo a cada caso. (Bembibre, 2010)

3.7.1. Ecuación trigonométrica

Una ecuación que contiene al menos una variable cuyo dominio es el conjunto de ángulos en posición ordinaria o estándar se llama Ecuación Trigonométrica.

Una ecuación trigonométrica, tal como: $(2\text{sen}\alpha + 1)(2\text{sen}\alpha - 1) = 4\text{sen}^2 - 1$, y que es cierta para todos los valores de la variable, para los cuales, ambos miembros están definidos, se llama Identidad Trigonométrica.

3.7.2. Identidades trigonométricas.

Las identidades trigonométricas, dependen de las definiciones de las funciones trigonométricas, así como del algebra de los números reales. Las siguientes proposiciones son verdaderas para todo ángulo α , para el que las funciones contenidas en ellas están definidas.

Si recordamos que para todo ángulo α en posición estándar $\text{Cos } \alpha$, $\text{Sen } \alpha$ son las coordenadas (x, y) de un punto de la circunferencia unitaria cuya ecuación es:

$$x^2 + y^2 = 1$$

Las funciones trigonométricas para α quedan definidas así.

$$\text{Sen } \alpha = y \quad \text{cos } \alpha = x \quad \text{tan } \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\text{Csc } \alpha = \frac{1}{y} \quad \text{Sec } \alpha = \frac{1}{x} \quad \text{Cot } \alpha = \frac{x}{y}$$

Podemos observar que todas las funciones quedan en términos de (x, y) es decir de $\text{Sen } \alpha$ y $\text{Cos } \alpha$. Si sustituimos $\text{Sen } \alpha$ y $\text{Cos } \alpha$ en las funciones obtenidas tendremos:

3.7.2.1. Identidades como productos

(Recíprocas o inverso multiplicativo) Sabemos que el producto de dos inverso multiplicativo es igual a la unidad, entonces tenemos.

Identidad No 1 $\text{sen } \alpha \cdot \text{csc } \alpha = 1$, de aquí se deduce las recíprocas: $\text{sen } \alpha = \frac{1}{\text{csc } \alpha}$

$$\text{y } \text{csc } \alpha = \frac{1}{\text{sen } \alpha}$$

Identidad N°2 $\text{cos } \alpha \cdot \text{sec } \alpha = 1$

De aquí se deduce las recíprocas $\text{cos } \alpha = \frac{1}{\text{sec } \alpha}$ y $\text{sec } \alpha = \frac{1}{\text{cos } \alpha}$

Identidad N°3 $\text{tan } \alpha \cdot \text{cot } \alpha = 1$

De aquí se deduce las recíprocas: $\text{tan } \alpha = \frac{1}{\text{cot } \alpha}$ y $\text{cot } \alpha = \frac{1}{\text{tan } \alpha}$

3.7.2.2. Identidad como cociente

Si $\cos \alpha \neq 0, \operatorname{Sen} \alpha \neq 0$

Identidad N° 4 $\tan \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha}$, $\cos \alpha \neq 0$

Identidad N°5 $\operatorname{Cot} \alpha = \frac{\operatorname{cos} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$, $\operatorname{Sen} \alpha \neq 0$

3.7.2.3. Identidad como suma o resta (Identidades pitagóricas)

Si sustituimos $x = \operatorname{cos} \alpha$ y $y = \operatorname{sen} \alpha$ en la ecuación $x^2 + y^2 = 1$

(De la circunferencia unitaria, donde x es el cateto adyacente y, y es el cateto opuesto al ángulo central, agudo, α obtenemos.

$\operatorname{Cos}^2 \alpha + \operatorname{Sen}^2 \alpha = 1$ Identidad pitagórica (Teorema fundamental de Trigonometría)

Identidad N°6 $\operatorname{Cos}^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha = 1$ de aquí se deducen:

$$\operatorname{Cos}^2 \alpha = 1 - \operatorname{Sen}^2 \alpha \quad \operatorname{Sen}^2 \alpha = 1 - \operatorname{Cos}^2 \alpha$$

Si dividimos cada término de la Identidad N°6 entre $\operatorname{cos}^2 \alpha$,

Siendo $\operatorname{Cos}^2 \alpha \neq 0$ tendremos: $\frac{\operatorname{Cos}^2 \alpha}{\operatorname{cos}^2 \alpha} + \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{cos}^2 \alpha} = \frac{1}{\operatorname{Cos}^2} = \rightarrow$ según identidad N°4

Y dado que $\frac{\operatorname{cos}^2 \alpha}{\operatorname{cos}^2 \alpha} = 1$ se obtiene:

Identidad N° 7 $1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$

De aquí se deduce que: $\tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha - 1$ y $1 = \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha$

Si dividimos cada término de la Identidad N°6 entre $\operatorname{Sen}^2 \alpha$,

Siendo $\text{Sen}^2\alpha \neq 0$ tendremos: $\frac{\text{Cos}^2\alpha}{\text{sen}^2\alpha} + \frac{\text{sen}^2\alpha}{\text{sen}^2\alpha} = \frac{1}{\text{sen}^2\alpha} \rightarrow$ según identidad N°5

Y dado que $\frac{\text{sen}^2\alpha}{\text{sen}^2\alpha} = 1$ se obtiene:

$$\text{Identidad N}^\circ 8 \quad \text{Cot}^2 \alpha + 1 = \text{Csc}^2 \alpha$$

De aquí se deduce que: $\text{Cot}^2 \alpha = \text{Csc}^2 \alpha - 1$ y $1 = \text{Csc}^2 \alpha - \text{Cot}^2 \alpha$

Las identidades trigonométricas de la 1 a la 8 se llaman “Identidades trigonométricas fundamentales”. Estas identidades y las propiedades de los números reales nos permitirán escribir cualquier expresión que contengan valores de las funciones trigonométricas de un ángulo α , en términos del valor del $\text{Sen} \alpha$ o de cualquier otra función trigonométrica.

Considerando que el problema más relevante en el estudio de las identidades trigonométricas y sus demostraciones, radica en la memorización de las identidades fundamentales, que, en el objeto de estudio en cuestión, los estudiantes no logran la comprensión de ellas, menos la memorización, para su posterior demostración y aplicación en otras demostraciones, por lo cual se plantea una estrategia que permita recordar fácilmente estas identidades.

Mediante el diseño lúdico que se propone, se logra una mayor integración y asimilación por parte del estudiante en el aprendizaje. Esta estrategia permitirá realizar la actividad cognitiva de memorizar y recordar mejor las identidades, a través de figuras geométricas, por lo cual se le ha denominado la flor hexagonal trigonométrica, que fomentará la integración y participación activa de los estudiantes en el desarrollo del proceso de aprendizaje, en elaboración conjunta con el docente.

IV. DISEÑO METODOLÓGICO.

4.1. Tipo de investigación

En la investigación se presentan datos informativos proporcionados por los entrevistados, los cuales son analizados y posteriormente detallados, por ello es de tipo descriptivo.

El trabajo está enmarcado dentro de la modalidad de investigación con un enfoque cualitativo, ya que se basa en recolección de información a través de la observación, además de construir el conocimiento en base al comportamiento de las personas implicada y a toda su conducta.

4.2. Población

La población es el conjunto sobre el que estamos interesados en obtener conclusiones y acerca de la cual queremos hacer inferencias. Normalmente es demasiado grande para poder abarcarlo. (Danel, 2015)

La población que se tomó en cuenta para la realización de este estudio está constituida por 8 docentes de la disciplina de matemática, todos licenciados y con un mínimo de 5 años de labor docente y experiencia en impartir el décimo grado y 45 estudiantes correspondiente a una sección de décimo grado, todos docentes y estudiantes del turno matutino del Instituto Nacional “Eliseo Picado”.

4.3. Muestra

La muestra seleccionada para la investigación corresponde a tres maestros uno de ellos es el docente de la sección estudiada y dos de la ellos ya han tenido experiencia, pero al momento de realizar el estudio imparten otro nivel, con lo cual se trata de tener diversos puntos de vista. En relación a los estudiantes se seleccionó como muestra a cinco estudiantes de una de las 6 secciones de décimo grado del turno matutino del Instituto Nacional “Eliseo Picado” del municipio de Matagalpa, de diversos sectores sociales y de diversos centros de procedencia y con diferentes desempeños académicos.

El muestreo que se utilizó en este estudio fue no probabilístico a conveniencia porque al seleccionarlo no todos los sujetos de la población tuvieron igualdad de oportunidad de ser elegidos, fueron seleccionados de forma que cumplieran ciertos requisitos tales como:

La procedencia del centro, es decir, que pertenecieran al turno matutino del instituto Nacional “Eliseo Picado”, municipio de Matagalpa, departamento del mismo nombre.

Que los estudiantes cursen por primera vez el décimo grado, tengan buena disciplina, con diversas condiciones económicas y sociales y diferentes nivel o ritmos de aprendizaje.

4.4. Contexto de la investigación

El principal escenario donde se efectúa el estudio investigativo es directamente en las aulas del Instituto Nacional “Eliseo Picado”, ubicado en el municipio de Matagalpa, del departamento del mismo nombre, cuya dirección es frente al costado oeste del complejo judicial de Matagalpa. El centro consta con cuatro turnos Matutino, Vespertino, Nocturno y a distancia (sabatino), con una matrícula de 3614 estudiantes, por turno 1432, 942, 194 y 1046 respectivamente, y una planta de 114 docentes, 38, 35,10 y 31 respectivamente en cada turno, siendo el centro más grande de la ciudad.

Dicho centro cuenta en el turno matutino con 33 aulas de clase e igual número de docentes guías, así como 5 docentes horarios, para un total de 38 docentes, en el turno matutino hay 8 docentes que imparten la asignatura de matemática.

Este centro de estudios es considerado un referente a nivel nacional a él asisten estudiantes de todos los sectores sociales, del área rural y urbana del municipio de Matagalpa, algunos de ellos de escasos recursos económicos, otros proceden de secundaria a distancia y otras modalidades de educación por lo que el estudio pretende arrojar datos objetivos respecto a la temática abordada, reflejando la realidad de dicho centro.

4.5. La temporalidad de la investigación

Es de tipo transversal puesto que se ha recolectado datos en un solo momento el cual corresponde con el primer semestre del curso escolar 2018 estipulado en el plan de estudio del décimo grado.

4.6. El paradigma de la investigación

Es positivista, ya que se han considerado los 4 momentos en el transcurso del proceso investigativo: construcción de objeto de estudios, diseño de investigación, propuesta metodológica y establecimiento de conclusiones.

4.7. Técnicas recolección de datos

En la investigación se utilizó como técnica de recolección de información: la entrevista escrita tanto a docentes como a estudiantes y una guía de observación.

Los datos que se recopilan a través de entrevista breve y cuestionarios a estudiantes y docentes previamente elaboradas y que permitan realizar una diagnosis inicial para identificar los problemas o dificultades que presentan los estudiantes relacionadas a las identidades trigonométricas fundamentales , así como la opinión de docentes que imparten el décimo grado de educación secundaria regular del turno matutino con la finalidad de valorar el proceso con que ellos desarrollan o imparten las identidades trigonométricas fundamentales en el aula de clases.

4.8. Etapas de la investigación

Según el grado de aplicabilidad y el enfoque que se le ha dado a este trabajo, se han tomado los siguientes pasos:

- ❖ **Diagnóstico:** partiendo de la experiencia previa y de aportes de docentes respecto a la forma como introducen este contenido fundamental de trigonometría tomando en cuenta los materiales con que se cuentan, tales como, programas de estudio, libros de textos, material didáctico o de apoyo, y la metodología utilizada; se realiza entrevista escrita a los docentes de área y nivel actual, así como a docentes que ya han impartido esta materia

en cuestión. A los estudiantes se les realiza entrevista escrita la cual tiene como propósito explorar o diagnosticar el nivel de conocimiento adquirido al momento de la clase impartida.

❖ **Planificación:** En este apartado se toma en cuenta la metodología y recursos empleados, definidos en tres fases:

Primera: Contiene las entrevistas escritas sobre las estrategias y metodologías empleadas por los maestros al abordar el contenido de demostración de identidades trigonométricas fundamentales a estudiantes de décimo grado y repitientes de décimo grado, y el aporte de las entrevistas a estudiantes.

Segunda: Se plantea como problema central que los docentes carecen de estrategias metodológicas, para introducir este nuevo contenido por lo que enseñan de forma muy teórica y monótona de tal manera que los estudiantes no alcanzan un nivel de comprensión y fijación del contenido en cuestión, que les permita sentar las bases para futuras demostraciones trigonométricas.

Tercera: Se plantea una estrategia que permite mayor control del proceso de tal forma que el estudiante incide directamente en su aprendizaje, por lo que al comparar los conocimientos pre y post estrategia metodológica, se pueda establecer una interpretación cualitativa de los resultados, que permitan reconocer que el uso de estrategia facilita el aprendizaje significativo en los estudiantes, lo cual se refleja en las evaluaciones de los contenidos.

❖ **Reflexión y evaluación del proceso:**

En la fase inicial del trabajo se analizan, sintetizan, interpretan los datos cualitativos mediante el diagnóstico.

En la fase intermedia se diseña, mejora, aplica y explica la propuesta.

En la fase final se examinan las consecuencias, se elabora un informe con conclusiones y se piensan en futuras propuestas.

❖ Informe de Conclusiones del proceso.

Es parte de la fase final, y está constituida por conclusiones que se determinan mediante el análisis y discusión de los resultados esperados y obtenidos.

Los análisis de resultados del procesamiento de los datos obtenidos a través de las entrevistas realizadas, así como también de la misma observación y resultados escritos por las partes involucradas, docentes y estudiantes del décimo grado del Instituto Nacional “Eliseo Picado” de la ciudad de Matagalpa del departamento de Matagalpa se presentan a través de un análisis cuantitativo y descriptivo reflejado en las siguientes tablas resumen.

4.9. Cuadro de Operacionalización por Objetivos.

Objetivos	Preguntas orientadoras	Variables	Definición conceptual	Dimensión	Indicadores	Estrategia
1. Identificar los problemas más comunes de la metodología empleada en la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales.	¿Qué problemas inciden en la metodología implementada por los docentes al enseñar las identidades trigonométricas fundamentales?	Metodología	Es el conjunto de instrumentos, recursos y elementos que se utilizan en el proceso aprendizaje-enseñanza. (Fonseca, 2019)	Recolección de información sobre metodologías empleadas por los docentes, en el aula de clase.	-Tipo de metodología. -Efectividad de la metodología. -Creatividad en la clase.	-Uso de la entrevista. -Observación
2. Diseñar estrategias lúdicas metodológicas que permita la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales para mejorar su aprendizaje.	¿Qué estrategias metodológicas se pueden diseñar para favorecer el proceso de aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales con los estudiantes de décimo grado?	Diseño Estrategia Enseñanza	-Proyecto, plan que figura algo. (RAE, 2018) -Son el conjunto de herramientas, momentos y pasos lógicamente coordinadas, para dirigir el aprendizaje del estudiante hacia determinados objetivos. (Fonseca, 2019) -Es el proceso mediante el cual se comunican o transmiten conocimientos especiales o generales sobre	Diseño lúdico de las estrategias de enseñanza propuestas.	Asertividad de las estrategias en el logro de competencia y objetivo propuesto.	Uso de la creatividad e ingenio en el diseño. Simplicidad y científicidad.

		Aprendizaje	una materia. (Edel, 2004) -Acción y efecto de aprender algún arte u otra cosa. (RAE, 2018)			
3. Aplicar estrategia lúdica que favorezca el proceso de aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales.	¿La aplicación de estrategias metodológicas favorecerán el proceso de aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales en décimo grado?	Estrategia lúdica	Método que busca alcanzar aprendizajes complementarios a través del juego. (Riquelme, 2018)	Eficiencia de las estrategias de enseñanza diseñadas y aplicadas.	Evidencia de aprendizaje en los estudiantes.	Clases presenciales.
4. Compartir estrategia metodológica de las identidades trigonométricas fundamentales, en los encuentros pedagógicos de Interaprendizaje docente.	¿Cómo podemos compartir las estrategias lúdicas aplicadas a estudiantes de décimo grado del Instituto Nacional “Eliseo Picado” con docentes de Matemática?	Inter-aprendizaje Docente	Los encuentros pedagógicos de inter aprendizaje (EPI) son concebidos como espacios de reflexión y recreación de las experiencias de los docentes, haciendo énfasis en las prácticas en el aula, rescatando las buenas prácticas pedagógicas y las lecciones aprendidas. (MINED, 2018)	Apropiación de las estrategias metodológicas por parte de los docentes.	Se exponga la estrategia lúdica en el EPI de capacitación.	Exposición de la estrategia en los encuentros pedagógicos de Inter-aprendizaje docente (EPI)

Tabla 1. Cuadro de operacionalización por objetivos.

V. TABULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Pregunta	Docente 1	Docente 2	Docente 3
1. ¿Qué estrategias ha utilizado de manera particular para desarrollar las identidades trigonométricas básicas?	La estrategia utilizada es organizador previo, lo cual se realiza la demostración de cada una de las identidades en conjunto con los estudiantes (elaboración conjunta) y luego se hace un resumen de cada una de ellas.	Método de elaboración conjunta, clases explicativas, clases prácticas.	Elaboración conjunta, de apoyo, de memorización, comprensión constructiva, uso de biblioteca.
2. ¿Para desarrollar este contenido qué instrumentos utiliza?	Se utiliza material auxiliar, calculadora para comprobación, es importante que aquí cada estudiante disponga de su formulario el cual servirá en su demostración.	Elaboramos un formulario y luego la aplicamos para resolver las identidades (suma, resta, producto etc.)	Fichas, trabajo individual, con en docente y colaborativo.
3. ¿Considera que las actividades sugeridas por el programa están en relación con el libro de texto? ¿Sí, no por qué?	No, el libro de texto está un poco desordenado, la información presentada no está debidamente organizada. Partiendo en el orden que sería $\text{Sen}^2x + \text{cos}^2x = 1$	Algunas veces hay unidades que no poseen variedades de ejercicios.	No porque el programa y el libro de texto fueron diseñados en diferentes momentos, además no hay muchos ejercicios de aplicación y por la complejidad del contenido debe dársele bastante práctica.

4. ¿Qué forma utilizaría en caso de que la estrategia planificada no le resulte con los estudiantes?	Ante todo, el docente debe motivar para que la estrategia utilizada funcione de no ser así puede diseñar otras que le permitan la integración de los estudiantes.	No conozco otros que las mencionadas, pero acepto sugerencias.	Volvería a retomar el contenido e implementar otras estrategias y nuevas técnicas.
--	---	--	--

Tabla 2 Resultados de entrevista realizada a docentes.

Síntesis de los resultados:

- ❖ Las estrategias que los docentes utilizan para enseñar las identidades trigonométricas fundamentales están basadas en métodos tradicionales, tales como: Estrategias de elaboración conjunta, clases explicativas y ejercitación.
- ❖ Durante el desarrollo del contenido se hace uso de formularios, calculadora científica y fichas de trabajo; lo que no permite que el estudiante analice e interprete, más bien, se vuelve memorístico.
- ❖ Comparando las actividades del libro de texto con las del programa, existe poca coherencia entre ellos, además el libro tiene pocos ejercicios para la práctica resultando un aprendizaje pobre y poco significativo.
- ❖ Motivar las clases para que la estrategia funcione es el único camino que encuentran para hacer que la estrategia funcione, ya que no conocen otros recursos estratégicos que puedan implementar para impartir sus clases y que sean efectivos y asertivo para el alcance de los indicadores de aprendizaje.

Pregunta	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3	Estudiante 4	Estudiante 5
1 ¿Cómo consideras que fue tu aprendizaje en las identidades trigonométricas básicas? ¿Por qué?	Considero que mi aprendizaje fue muy bueno ya que se utilizó una estrategia, pero aún creo que se necesita más.	Considero que mi aprendizaje fue bueno ya que el profesor utilizó estrategias metodológicas para que el tema fuera sencillo y entendible.	Mi aprendizaje fue bueno, pero no el deseado, pero creo que me falta un poco más prestar atención de mi parte para poder entender y quedar claro del tema.	Fue poco. Es un tema difícil con muchas fórmulas y otra cosa practico poco y creo que hay que practicar diario para entenderle.	Aprendí poco, no fue lo suficiente.
2) ¿Qué dificultades mostraste al momento de la clase?	Tema nuevo, hay muchas fórmulas.	Al principio se me dificulto puesto que era tema nuevo y no entendía, pero luego con las explicaciones logré entender.	Muchas fórmulas.	Demasiadas fórmulas, muy complejo el tema.	No lograba demostrar las identidades porque eran muy difíciles.
3. ¿Cómo te gustaría que te hubiesen impartido esta clase?	Con más dinámicas y con nuevas estrategias pedagógicas.	Me gustaría que fueran un poco más práctica.	Me hubiese gustado una clase con nuevas estrategias metodológicas para entender mejor.	Me hubiese gustado que dieran una clase dinámica, alegre y divertida.	Me hubiese gustado que me dieran el tema con más tiempo ya que nos daban poco tiempo al resolver cada ejercicio.

4) ¿Consideras que es útil dominar este tema? ¿Sí, no por qué?	Si para estar preparados para los temas de la universidad que se relacionen con la trigonometría.	Sí, porque es un aprendizaje que dura toda la vida y son conocimientos básicos que se utilizan en nuestros estudios.	Sí, considero que es muy importante el entendimiento de este tema ya que ayudaré en su determinado tiempo en la universidad	Sí, porque son contenidos que se ven en la universidad y porque le pueden servir en la vida.	Claro es útil ya que nos puede servir en la vida y en la universidad.
--	---	--	---	--	---

Tabla 3 Resultados de entrevista realizada a los estudiantes.

Síntesis de los resultados:

- ❖ De los estudiantes consultados, tres de ellos consideran bueno su aprendizaje en el contenido de las identidades trigonométricas fundamentales, y los otros dos lo consideran regular ya que no lograron la comprensión del contenido y expresaron algunos factores que influyeron como la falta de autoestudio y poca práctica.
- ❖ Entre las dificultades que referían los estudiantes es que el tema es muy complejo, hay demasiadas fórmulas y poco tiempo para practicar.
- ❖ A los estudiantes les hubiese gustado que las clases fueran motivadas, dinámicas y con nuevas estrategias para aprender mejor, además de que se les brinde mayor tiempo en la práctica de las identidades trigonométricas.
- ❖ Al preguntar qué tan útiles consideran el tema de la trigonometría, los estudiantes refirieron que es útil dominar este tema ya que se verá en la universidad y porque puede servir en la vida.

Nº	Indicador	Si	No	Observación
	Ambiente escolar			
1	En el aula hay material didáctico como: libros, pizarra, aulas Tics, material tecnológico, estuche geométrico.	x		Libros, pizarra y estuche geométrico.
	Durante la Clase			
2	El docente hace uso de estrategias para identificar el conocimiento previo de los estudiante.		x	
	El docente hace uso de estrategias para desarrollar el contenido de las identidades trigonométricas.		x	
	El docente hace uso de estrategias para evidenciar los conocimiento aprendido en el aula.		x	
3	La clase es dinámica.		X	
4	El docente utiliza material didáctico en la implementación de sus estrategias.	x		
5	En la clase de matemática se trabaja:			
	Individual	x		
	En grupo			
	En pareja			
6	Las estrategias metodológicas utilizadas por el docente permiten alcanzar el logro de aprendizajes.		x	

Tabla 4. Guía de observación aplicada en el aula de clase durante el desarrollo del contenido.

Síntesis de los resultados:

- ❖ En el aula hay material didáctico como libros, pizarras, aulas Tics, material tecnológico y el estuche geométrico.
- ❖ Durante la clase el docente no hace uso de estrategias metodológicas para la introducción, el desarrollo y evaluación de la temática identidades trigonométricas fundamentales, lo que no permite el logro de aprendizaje.
- ❖ La clase no es dinámica, los materiales didácticos utilizados en aula son libros, pizarra y el estuche geométrico.

VI. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS POR OBJETIVO.

En las observaciones y entrevistas realizadas se pudo encontrar los siguientes resultados, cabe mencionar que las entrevistas escritas se aplicaron a tres docentes del Instituto Nacional “Eliseo Picado” del municipio de Matagalpa teniendo como objetivo principal Identificar los problemas más comunes siendo el principal, la metodología empleada en la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales.

Se ha podido analizar las diferentes estrategias metodológicas utilizadas por los docentes en la asignatura de matemática del nivel de décimo grado de educación secundaria regular al impartir el tema, no para dar a conocer errores si no para proponer el diseño de estrategia lúdica metodológica que permita la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales para mejorar su aprendizaje contribuyan al fortalecimiento de capacidades dentro de las aulas de clase.

Se puede decir que las tablas muestran parte de los resultados obtenidos de las entrevistas, es decir aquellos que se han podido captar de forma escrita por los participantes de las mismas.

Es muy importante mencionar el hecho de que los estudiantes manifestaron que el estudio de la matemática es de gran importancia para la vida, y que a pesar que este tema no tiene mucha aplicabilidad en la vida cotidiana, ayuda mucho a desarrollar el pensamiento analítico e interpretativo de los problemas reales.

Por otra parte los docentes manifestaron que les sería de gran ayuda que personas que se dedican al estudio investigativo de estrategias metodológicas para la enseñanza de la matemática en todos los niveles de educación, abordando temáticas como la que fue seleccionada en este estudio, sean capaces de proponerlas, aplicarlas y compartirlas con otros docentes para así tener más herramientas didácticas que hagan de la matemática una disciplina atractiva a los estudiantes y pueda cubrir las expectativas del currículo vigente de educación para la vida.

Para el cumplimiento del objetivo propuesto se plantearon cuatro objetivos específicos los cuales fueron fundamentales para el alcance del objetivo general, que es el de Proponer estrategia lúdica, para la enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales en décimo grado de educación secundaria del instituto nacional “Eliseo picado” de Matagalpa.

Para alcanzar el primer objetivo específico se realizó las entrevistas escritas a docentes y estudiantes, un análisis a través de la observación de las estrategias áulicas utilizadas por los docentes para impartir el tema de las identidades trigonométricas fundamentales.

Para alcanzar el segundo objetivo específico se analizaron los resultados obtenidos de las entrevistas y observación, los que permitieron diseñar una estrategia metodológica que facilita el aprendizaje de forma interactiva creando un aprendizaje significativo en los estudiantes.

El tercer objetivo se trató de aplicar estrategias metodológicas que favorezca el proceso de aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales. Se alcanzó al momento que se les presentó a docentes la estrategia metodológica la que al aplicarla se pudo constatar que se mejoró el aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales para los estudiantes, logrando una mejor comprensión y no la memorización de las mismas.

Primeramente, se organizó el salón de clase en forma de U o semicírculo, se utilizó una dinámica de interacción y selección de estudiantes participantes voluntarios de la clase. La temática se aborda inicialmente con el docente realizando ciertas preguntas necesarias para constatar el grado de conocimiento previo que poseen los estudiantes, para el desarrollo del contenido primeramente se expusieron las reglas del juego, el docente explica cómo se inicia la obtención de cada identidad. El docente induce al estudiante a la participación, para conformar la lista de las identidades a estudiar. (ver anexos)

A partir de los comentarios de los docentes fueron de la entrevista escrita, podemos comprobar que compartir las estrategias es muy importante ya que enriquece a los docentes y les permite mejorar su práctica pedagógica, por lo cual el cuarto y último objetivo específico propuesto está en función compartir la estrategia con otros docentes del Municipio Matagalpa en los EPI y Círculos pedagógicos de los centro educativos, en donde al concluir los docentes valoraron la estrategia como aplicable para el abordaje de los temas de las identidades trigonométricas fundamentales y referían que formará parte de su planificación didáctica en el desarrollo del proceso de enseñanza de las Identidades trigonométricas fundamentales en el décimo grado de educación secundaria.

A continuación, se reflejan algunas conclusiones a las cuales se han llegado con el presente estudio.

VII. CONCLUSIONES

- ❖ Los docentes afirman que el libro de texto y el programa no están acorde ya que hay desorden en los contenidos al igual que en el libro de texto, además que viene con pocos ejercicios, el contenido es muy complejo y que para su desarrollo utilizan estrategias como fichas, formularios, clases prácticas, los estudiantes expresan que aprendieron poco sobre identidades trigonométricas esto debido al grado de complejidad que tiene este contenido, además de que las clases no son dinámicas y creativas, y que no se hace uso de metodologías que faciliten el aprendizaje.
- ❖ Los diseños de las estrategias resultan adecuados para el abordaje de las identidades trigonométricas las cuales podrán ser aplicadas en los centros de estudios para mejorar la calidad de los aprendizajes en los estudiantes.
- ❖ La aplicación de las estrategias metodológicas diseñadas y propuestas, favoreció positivamente el proceso de enseñanza aprendizaje de las identidades trigonométricas fundamentales en los discentes de décimo grado A, al mismo tiempo facilitó la enseñanza de la misma.
- ❖ Al compartir la estrategia metodológica en los encuentros pedagógicos, los docentes valoraron la estrategia como aplicable para el abordaje del tema de identidades trigonométricas fundamentales, lo que lo califica como estrategias eficaces en el proceso de enseñanza aprendizaje en el abordaje de la temática.

VIII. RECOMENDACIONES

- ❖ A los docentes se recomienda identificar las fallas en el mecanismo aplicado en los espacios de enseñanza-aprendizaje, lo que generaría la oportunidad de crear nuevas estrategias metodológicas para el abordaje de los contenidos matemáticos.
- ❖ Considerar la aplicación de metodologías evaluativas, donde se obtenga un resultado más objetivo del conocimiento adquirido por el estudiante.
- ❖ Recomendamos a docentes que no puede ser la única opción para mejorar la calidad de aprendizaje de esta temática, sino que puede ser mejorado en pro de la calidad de la educación.
- ❖ La estrategia diseñada puede ser aplicada en grupo o de forma individual.
- ❖ Recomendamos a docentes, estudiantes e interesados en la temática aplicar el documento con el propósito de auto cultivarse, de mejorar sus conocimientos y afianzar su capacidad psicopedagógica.

IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arguello, B. (2016). *Seminario de graduación para optar al título de Licenciatura en Ciencias Sociales de la Educación y humanidades con énfasis en Ciencias Sociales*. Juigalpa, Chontales, Nicaragua: UNAN Managua. Recuperado el 10 de abril de 2019, de <https://repositorio.unan.edu.ni/1638/1/10564.pdf>
- Bembibre, C. (octubre de 2010). *Definición ABC*. Recuperado el 18 de enero de 2019, de <https://www.definicionabc.com/ciencia/identidades-trigonometricas.php>
- Castillo, Y. (2014). *monografias.com*. Obtenido de <https://www.monografias.com/trabajos103/teorias-ecuaciones-matematicas/teorias-ecuaciones-matematicas.shtml>
- Cepeda, M. (30 de enero de 2017). El juego como estrategia lúdica de aprendizaje. *magisterio.com.co*. Obtenido de <https://www.magisterio.com.co/articulo/el-juego-como-estrategia-ludica-de-aprendizaje>
- Clemente, á. D. (enero de 2015). *Funciones trigonométricas en triángulos rectángulos y sus aplicaciones para la vida*. Recuperado el abril de 2019, de <http://repositorio.unan.edu.ni/793/1/10414.pdf>
- Danel, O. O. (noviembre de 2015). *ResearchGate.net*. doi:10.13140/RG.2.1.4170.9529
- Edel, R. (enero de 2004). *ResearchGate*. Recuperado el 10 de abril de 2019, de https://www.researchgate.net/publication/301303017_El_concepto_de_enseñanza-aprendizaje/download
- Fonseca, M. d. (2019). *Maestría en Metodología y didácticas para la educación superior. Modulo II Estrategia Metodológica*. Managua: UNAN Managua.
- Gómez, B., Medina, M., & López, E. (17 de junio de 2011). Propuesta metodológica basada en competencias para la enseñanza de gráficas y

análisis de funciones trigonométricas. *Ciencia e Interculturali*, 7(2), 125-133.
doi:<https://doi.org/10.5377/rci.v7i2.478>

Indaburo, M. (22 de octubre de 2015). *Identidades trigonométricas fundamentales*. Recuperado el 10 de abril de 2019, de [guao.org: https://www.guao.org/sites/default/files/Usode%20las%20Identidades%20trigonometricas.pdf](https://www.guao.org/sites/default/files/Usode%20las%20Identidades%20trigonometricas.pdf)

Lloveras, Y. (2008). *Nuevas estrategias de aprendizaje mediadas por las TIC. Ventajas para la Educación Superior*. Recuperado el 10 de mayo de 2019, de <https://www.monografias.com/trabajos48/estrategias-aprendizaje/estrategias-aprendizaje2.shtml>

Midence, M. A. (2017). *Módulo autoformativo de matemática decimo grado. Educación secundaria a distancia en el campo*. (Primera ed.). Managua: MINED. Recuperado el abril de 2019

MINED. (2018). *Encuentros Pedagógicos de Interaprendizaje (EPI)*. MINED. Managua.: Ministerio de Educación. Recuperado el 25 de febrero de 2019, de <https://www.mined.gob.ni/epi/>

Mora, D. (2010). Formación matemática como parte de la educación integral básica (EIB) de todas las personas. *Integra Educativa*, III(2), 17.

Pavas, O. F. (2008). *LA EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS: DISEÑO DE UNA PROPUESTA TEÓRICA EN LA UNIDAD DE TRIGONOMETRÍA*. Obtenido de Monografía para optar por el título de Licenciado en Matemáticas y Física:
<http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/818/1/JC/0484.pdf>

Perez, J. (2013). *Definición de propuesta*. Recuperado el 09 de 04 de 2019, de <https://definicion.de/propuesta/>

RAE. (2018). Recuperado el 10 de abril de 2019, de Diccionario de la lengua española. Edición del tricentenario.: <https://dle.rae.es/?id=DuKP0H9>

- RAE. (2018). *Diccionario de la Lengua Española. Edición del tricentenario*. Recuperado el 10 de abril de 2019, de <https://dle.rae.es/?id=3lacRHm>
- Ramirez, X. (julio de 2009). La ludica en el aprendizaje de las matemáticas. *Zona Próxima*(10), 144. Recuperado el 13 de mayo de 2019, de <http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewFile/1620/1063>
- Riquelme, M. (26 de Febrero de 2018). *Web y Empresas*. Recuperado el 10 de abril de 2019, de Estrategias Metodológicas (Definición y tipos): <https://www.webyempresas.com/estrategias-metodologicas/>
- Rodriguez, Y. (2016). *Guía didáctica de matemática decimo y undecimo grado*. Managua, Nicaragua.
- Solanilla, O. L. (2015). *IMPLEMENTACIÓN DE HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS Y TECNOLÓGICAS PARA MEJORAR EL NIVEL DE APRENDIZAJE DE LA TRIGONOMETRÍA*. Obtenido de Trabajo de grado como requisito parcial para optar al título de Magíster en Educación.: <http://repository.ut.edu.co/bitstream/001/1785/1/IMPLEMENTACIO%CC%81N%20DE%20HERRAMIENTAS%20DIDA%CC%81CTICAS%20Y%20TECNOLO%CC%81GICAS%20PARA%20MEJORAR%20EL%20NIVEL%20DE%20APRENDIZAJE%20DE%20.pdf>
- Sonia. (22 de octubre de 2008). *Trigonometría*. Recuperado el 01 de septiembre de 2018, de Historia de la Trigonometría: <https://trigonometriasonia.blogspot.com>
- webbly, J. N. (15 de febrero de 2012). Identidades Trigonométricas. En *Geometría y Trigonometría*. (págs. 149-154). Recuperado el 10 de abril de 2019, de http://juannemesio1.weebly.com/uploads/3/2/9/2/3292267/10identidades_trigonometricas.pdf



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

ANEXOS

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA

FAREM-ESTELÍ

RECINTO "Leonel Rugama Rugama"

Entrevista dirigida a docentes de matemática

Datos generales

Nombre del docente: -----Años de experiencia: -----

Instituto donde labora: -----Urbano: -----

Rural: -----Año Lectivo: -----

Estimados docentes somos estudiantes de FAREM Estelí de la carrera de Física Matemática y estamos llevando a cabo una investigación en el diseño de estrategias metodológicas que faciliten el aprendizaje en el contenido de identidades trigonométricas básicas en décimo grado, por lo que necesitamos de tu valiosa cooperación para poder culminar con éxito este proyecto, el objetivo de la entrevista es recopilar información verídica en la realidad educativa por parte de expertos, para esto necesitamos nos ayudes a responder las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué estrategias ha utilizado de manera particular para desarrollar las identidades trigonométricas básicas?

- 2) ¿Para desarrollar este contenido qué instrumentos utiliza?

- 3) ¿Considera que las actividades sugeridas por el programa están en relación con el libro de texto? ¿Sí, no por qué?

- 4) ¿Qué forma utilizaría en caso de que la estrategia planificada no le resulte con los estudiantes?



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA

FAREM-ESTELÍ

RECINTO "Leonel Rugama Rugama"

Entrevista dirigida a estudiantes

Datos Generales:

Nombre del estudiante: -----

Grado: -----Fecha: -----

Centro de estudio: -----

Turno: -----Año Lectivo: -----

Municipio: -----Departamento: -----

Querido estudiante, estamos realizando una investigación y tu aporte será determinante en el desarrollo de ella, por ello te pedimos que respondan con la mayor seriedad y sinceridad posible, a las siguientes preguntas.

- 1) ¿Cómo consideras que fue tu aprendizaje en las identidades trigonométricas básicas? ¿Por qué?

- 2) ¿Qué dificultades mostraste al momento de la clase?

- 3) ¿Cómo te gustaría que te hubiesen dado esta clase?

- 4) ¿Consideras que es útil dominar este tema? ¿Si, no, por qué?

- 5) ¿Qué sugieres para que este contenido sea entendible?



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA

FAREM-ESTELÍ

RECINTO “Leonel Rugama Rugama”

Guía de Observación.

Objetivo: Obtener información sobre el uso de estrategias de enseñanza aprendizaje de identidades trigonométricas fundamentales en las aulas de clase, con el fin de diseñar y proponer estrategias metodológicas que faciliten el aprendizaje en los estudiantes de décimo grado A.

I. DATOS GENERALES.

Nombre de la institución: _____

Grado: _____ Fecha: _____

Nombre de la unidad: _____

Contenido: _____

Indicador: _____

II. CRITERIOS: **SI** (el observador se encuentra satisfecho respecto a la afirmación realizada), **NO** (el observador se encuentra insatisfecho respecto a la afirmación realizada)

Nº	Indicador	Si	No	Observación
	Ambiente escolar			
1	En el aula hay material didáctico como: libros, pizarra, aulas Tics, material tecnológico, estuche geométrico.			
	Durante la Clase			
2	El docente hace uso de estrategias para identificar el			

	conocimiento previo de los estudiante.			
	El docente hace uso de estrategias para desarrollar el contenido de las identidades trigonométricas.			
	El docente hace uso de estrategias para evidenciar los conocimiento aprendido en el aula.			
3	La clase es dinámica.			
4	El docente utiliza material didáctico en la implementación de sus estrategias.			
5	En la clase de matemática se trabaja:			
	Individual			
	En grupo			
	En pareja			
6	Las estrategias metodológicas utilizadas por el docente permiten alcanzar el logro de aprendizajes.			

III. COMENTARIOS DEL OBSERVADOR.

Observador: _____ Docente: _____

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-Managua

FAREM-Estelí

Carrera: Física Matemática.

Asignatura: Investigación Aplicada.

Docente. PhD. Víctor Manuel Valdivia.

CRONOGRAMA DE TRABAJO

Nº	Actividades	Materiales			08/09	15/09	22/09	29/09	06/10	13/10	20/10	Responsable
01	Revisión del programa de décimo grado. Matagalpa	Programa de décimo.	x	x								Martha Loredo
02	Revisión del libro de texto de Matemática. Sébaco Matagalpa.	Libro de texto de décimo.	x	x								Enrique Alexis Huerta
03	Observación de clase en décimo grado. Matagalpa	Guía de observación.	x	x								José Ramón Roblero
04	Portada, Introducción, Planteamiento del Problema, justificación, objetivos, Marco Teórico.	Computadoras Internet, Libros, folletos, cuadernos, lápices, pizarra y marcador.			x							Enrique Alexis Huerta y Martha Loredo

05	Diseño Metodológico de Propuestas de estrategias metodológicas.	Formatos, archivos, papel, Internet				x						Enrique Alexis Huerta y Martha Loredo
06	Realizar entrevista a docentes	Formato					x					José Ramón Roblero Martha Loredo
07	Realizar entrevista a estudiantes	Formato					x					José Ramón Roblero y Enrique Alexis Huerta
08	Conclusiones y recomendaciones							x				Enrique Alexis Huerta
09	Bibliografía y anexo								x			Enrique, Martha y José Ramón R
10	Revisión general del documento	Documento terminado								X		Enrique, Martha y José Ramón R

PROPUESTA DE ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE N° 1.

Disciplina: Matemática

Grado: Décimo

Fecha:

Nombre de la estrategia: **El hexágono trigonométrico**

Temática: Identidades trigonométricas fundamentales. Demostraciones

Tiempo de aplicación: 60 minutos.

Estrategia: aprendizaje a través de un juego participativo, para comprender y memorizar las identidades trigonométricas fundamentales.

Indicador de logro: Al finalizar la clase el estudiante podrá identificar y relacionar las fórmulas de las identidades trigonométricas fundamentales, de forma sencilla, práctica y lúdica, logrando una mejor memorización y comprensión de las mismas y como obtenerlas fácilmente, las cuales les servirán en otras demostraciones.

Introducción:

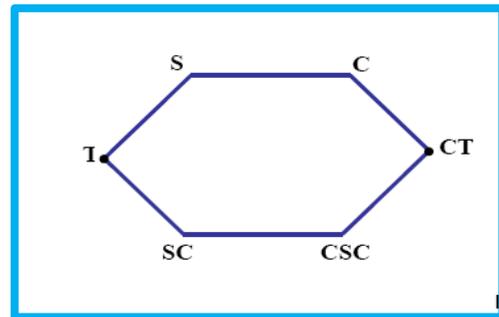
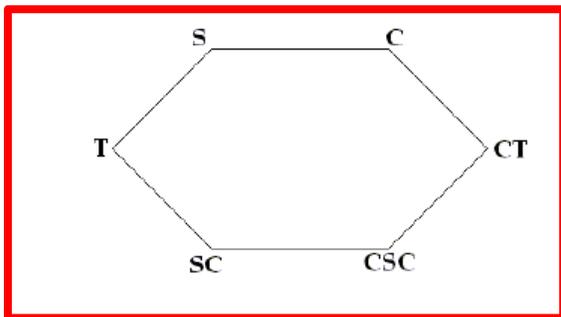
El docente realiza preguntas el triángulo rectángulo y sus elementos, así como también las razones trigonométricas que se obtienen con los cocientes de sus lados y otros aspectos necesarios y exploratorios sobre el contenido identidades trigonométricas fundamentales, para su desarrollo.

1. ¿Qué es un triángulo rectángulo?
2. ¿Cuáles son los elementos de un triángulo rectángulo?
3. ¿Qué son los catetos y la hipotenusa? Explique.
4. ¿Cuáles son las razones trigonométricas que conoce? menciónelas y defínalas.
5. ¿Qué es una ecuación,
6. ¿Qué es una identidad?
7. ¿Qué es una identidad trigonométrica?

Desarrollo.

El **hexágono trigonométrico**, es la propuesta de una estrategia lúdica, que permitirá reforzar el conocimiento y destrezas mentales para recordar fácilmente las identidades trigonométricas fundamentales, al relacionar tres de las funciones vecinas o cercanas, con lo que se irá formando el hexágono trigonométrico, y a su vez, en el interior del hexágono se formarán triángulos congruentes.

Consiste en elaborar un hexágono puede ser directo o preparado previamente por el docente, de forma visible para toda la clase. En cada vértice del hexágono se coloca una función trigonométrica fundamental. (Seno, Coseno, Tangente, Cosecante, Secante, Cotangente), en el orden que se ilustra a continuación.



Como se podrá apreciar las relaciones son multidireccionales, se puede avanzar en sentido horario (de izquierda a derecha), anti horario (de derecha a izquierda)

Una forma sencilla de recordar las relaciones es recorriendo toda la flor en una sola dirección, señalando con el dedo incide a partir de cada función diciendo: Ésta es igual a: “Ésta” sobre “Ésta” (si se trata de una relación en forma de cociente) o tomando las ésta es igual a: “Ésta por Ésta” (si se trata de una relación en forma de producto), seleccionando las dos funciones adyacentes una a cada lado.

El siguiente es un listado de todas las relaciones que se podrá encontrar con la flor hexagonal trigonométrica (El hexágono trigonométrico);

PRODUCTO	
$Sen = Cos.Tan$	$Cos.\frac{Sen}{Cos} = Sen$
$Cos = Sen.Cot$	$Sen.\frac{Cos}{Sen} = Cos$
$Cot = Cos.Csc$	$Cos.\frac{1}{Sen} = Cot$
$Csc = Cot.Sec$	$\frac{Cos}{Sen}.\frac{1}{Cos} = Csc$
$Sec = Tan.Csc$	$\frac{sen}{cos}.\frac{1}{sen} = sec$
$Tan = Sen.Sec$	$Sen.\frac{1}{Cos} = Tan$
RECÍPROCA	
$Sen.Csc = 1$	$Sen = \frac{1}{Csc}$ y $Csc = \frac{1}{Sen}$
$Cos.Sec = 1$	$Cos = \frac{1}{Sec}$ y $Sec = \frac{1}{Cos}$
$Tan.Cot = 1$	$Tan = \frac{1}{Cot}$ y $Cot = \frac{1}{Tan}$

COMO SUMA	COMO RESTA	
$Sen^2 + Cos^2 = 1$	$Cos^2 = 1 - Sen^2$	$Sen^2 = 1 - Cos^2$
$Tan^2 + 1 = Sec^2$	$Tan^2 = Sec^2 - 1$	$1 = Sec^2 - Tan^2$
$1 + Cot^2 = Csc^2$	$1 = Csc^2 - Cot^2$	$Cot^2 = Csc^2 - 1$

Reglas del juego

- Juego de integración y participación voluntaria (puede ser usado para aprender o para evaluar aprendizajes)
- Elaborar el hexágono ubicando las funciones trigonométricas fundamentales en claves o abreviatura, Por ejemplo:

Seno = Sen, Coseno = Cos Tangente = Tan ,
 Cosecante = Csc; Secante = Sec , Cotanente = Cot .

- El docente explica cómo se iniciará la obtención de cada identidad, puede comenzar con las que tienen forma de productos o la de cocientes. Una forma sencilla de recordar las relaciones es recorriendo toda la flor en una sola dirección, señalando con el dedo incide a partir de cada función
- Ésta es igual a: “Ésta” sobre “Ésta” (si se trata de una relación en forma de cociente) seleccionando dos consecutivas en una misma dirección.
- Ésta es igual a: “Ésta por Ésta” (si se trata de una relación en forma de producto), seleccionando las dos funciones adyacentes una a cada lado.
- Inducirá la participación de los estudiantes, para conformar la lista de las identidades a estudiar.

Objetivos específicos que se pretenden alcanzar:

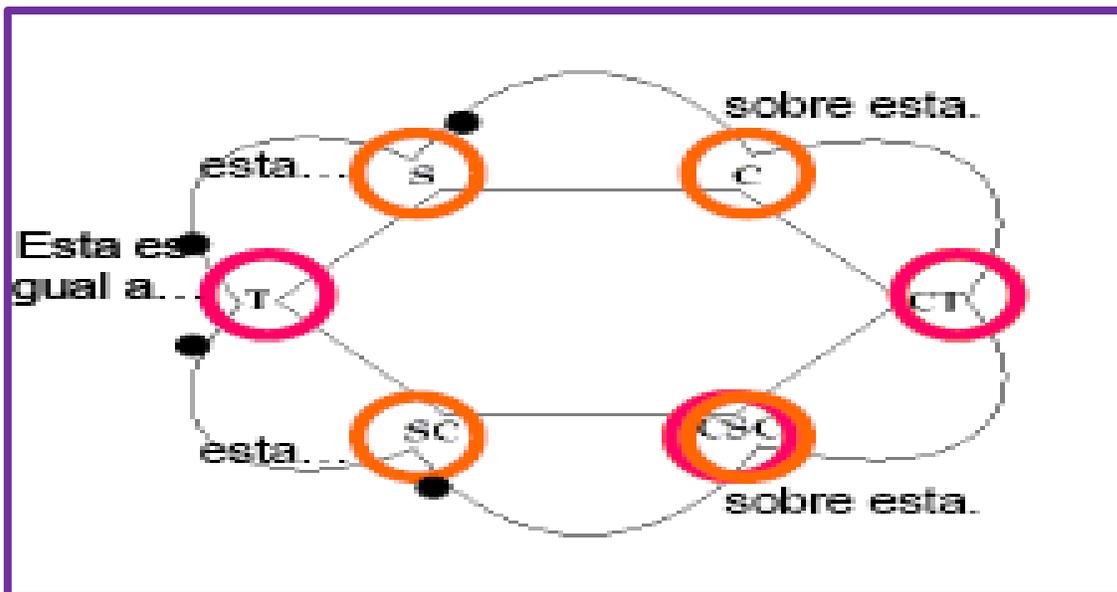
- ❖ Repasar conceptos básicos de triángulos rectángulos, razones trigonométricas.
- ❖ Desarrollar habilidades mentales de memorización y de operaciones básicas de números naturales y fracciones, sustitución de valores y verificación.

Actividades a realizar.

Después de haber organizado el salón de clases en forma de U, utilizamos una dinámica de integración y selección de los participantes voluntarios de la clase, los cuales pasarán en forma ordenada a realizar la actividad guiada por el docente, según lo indique.

Los demás estudiantes toman apuntes y realizan preguntas pertinentes, según sea el caso, las cuales responderá el docente.

Ejemplo de elaboración del hexágono trigonométrico.



Materiales a utilizar

- Pizarra o Tablero (de cartulina o papel bond)
- Lápices o marcadores de colores.
- Tape

Preparación del material y de los participantes.

El docente prepara previamente el tablero el cual ajustará en la pizarra.

Cada estudiante puede elaborar uno personal para hacer la práctica, usando su cuaderno u hojas de papel de colores.

Después de haber organizado el salón de clases en forma de U, utilizamos una dinámica de integración y selección de los participantes voluntarios de la clase, los cuales pasarán en forma ordenada a realizar la actividad guiada por el docente, según lo indique.

Los demás estudiantes toman apuntes y realizan preguntas pertinentes, según sea el caso, las cuales responderá el docente.

Si es una actividad evaluativa, el docente puede establecer algunos parámetros para que la actividad sea valorada de forma sumativa.

PROPUESTA DE ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE N°2

Disciplina: Matemática

Grado: Décimo

Fecha:

Nombre de la estrategia: **Círculo de identidades trigonométricas fundamentales**

Temática: **Identidades trigonométricas fundamentales.**

Tiempo de aplicación: **60 minutos.**

Estrategia: aprendizaje a través de actividad lúdica para encontrar las identidades trigonométricas fundamentales.

Indicador de logro: Al finalizar la clase el estudiante podrá determinar las identidades trigonométricas fundamentales, de forma sencilla y práctica logrando una mejor memorización y como obtenerlas fácilmente.

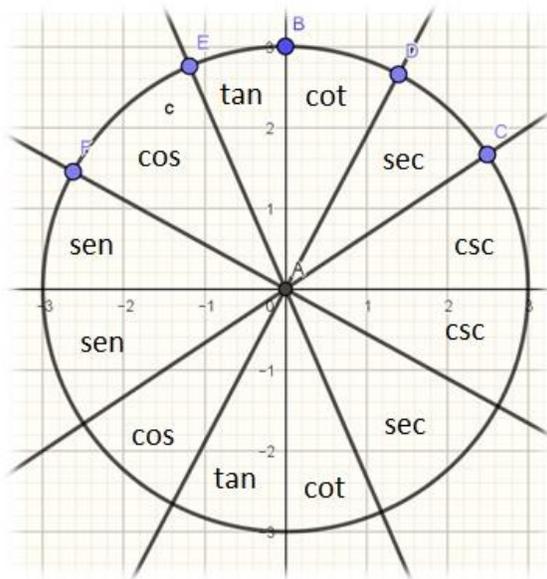
Introducción:

El docente realiza preguntas el triángulo rectángulo y sus elementos, así como también las razones trigonométricas que se obtienen con los cocientes de sus lados y otros aspectos necesarios y exploratorios sobre el contenido identidades trigonométricas fundamentales, para su desarrollo. **(10 minutos)**

8. ¿Qué es un triángulo rectángulo?
9. ¿Cuáles son los elementos de un triángulo rectángulo?
10. ¿Qué son los catetos y la hipotenusa? Explique.
11. ¿Cuáles son las razones trigonométricas que conoce? menciónelas y defínalas.
12. ¿Qué son identidades trigonométricas?
13. Nombre las identidades trigonométricas fundamentales

Desarrollo:

El círculo de identidades trigonométricas fundamentales constituye una propuesta de enseñanza de las identidades trigonométricas fundamentales que permitirá reforzar el conocimiento teórico y permitir destrezas mentales para recordar fácilmente las identidades trigonométricas fundamentales al relacionar tres de las funciones vecinas o cercanas, con lo que se irán formando dichas identidades.



Consiste en elaborar un círculo el cual se divide en 12 sectores de 30 grados cada uno.

En cada sector se colocan los nombres de las funciones trigonométricas:

Seno (sen), coseno (cos) tangente (tan), cotangente (cot), secante (sec) y cosecante (csc) de izquierda a derecha en el semicírculo superior e inferior, en el orden que se

ilustra.

El círculo de identidades trigonométricas fundamentales es una estrategia de carácter lúdica, porque permite la participación activa del estudiante quien en elaboración conjunta con su docente será capaz de determinar fácilmente las identidades trigonométricas fundamentales de una forma práctica sin caer en la memorización.

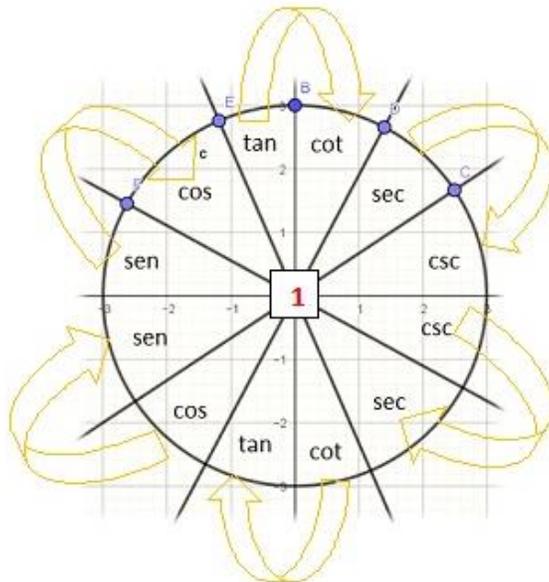
Procedimiento:

- Elaborar el círculo de identidades, ubicando el 1 en su centro, el nombre de las funciones trigonométricas fundamentales en abreviatura se ubica en cada sector circular de izquierda a derecha según se indica en la ilustración de muestra, Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Seno} &= \text{Sen}, & \text{Coseno} &= \text{Cos} & \text{Tangente} &= \text{Tan}, \\ \text{Cosecante} &= \text{Csc}; & \text{Secante} &= \text{Sec}, & \text{Cotangente} &= \text{Cot}. \end{aligned}$$

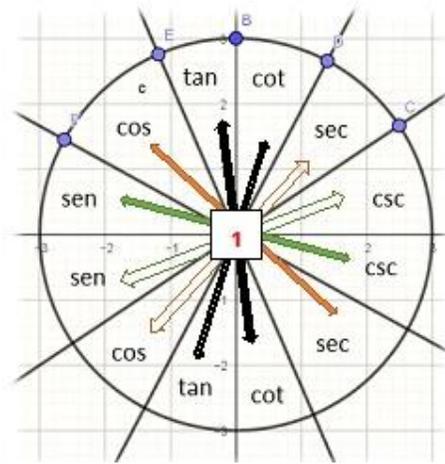
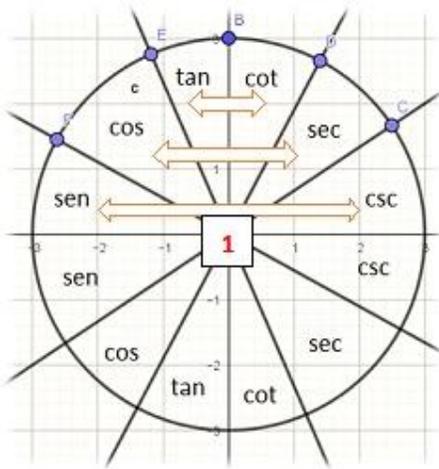
- El docente explica cómo se iniciará la obtención de cada identidad:
Se puede comenzar con las que tienen forma de cocientes, productos o las pitagóricas, según lo indique el docente.
- Para obtener las identidades en forma de cociente se toman en sentido horario dos funciones consecutivas para obtener otra representada en una sola función (tan o cot), se procede de la siguiente forma:

- $\text{Sen} / \text{cos} = \text{tan}$
- $\text{Tan} / \text{cot} = \text{tan}^2$
- $\text{Sec} / \text{csc} = \text{tan}$
- $\text{Csc} / \text{sec} = \text{cot}$
- $\text{Cot} / \text{tan} = \text{cot}^2$
- $\text{Cos} / \text{sen} = \text{cot}$

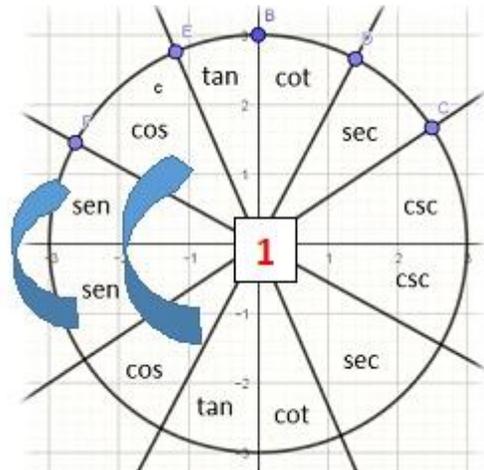


- Para obtener las identidades en forma de productos que darán origen a las recíprocas se seleccionan dos opuestas del mismo semicírculo o de lados opuestos del círculo pasando por el centro.

- $Sen.csc = 1$
- $Cos.sec = 1$
- $Tan.cot = 1$

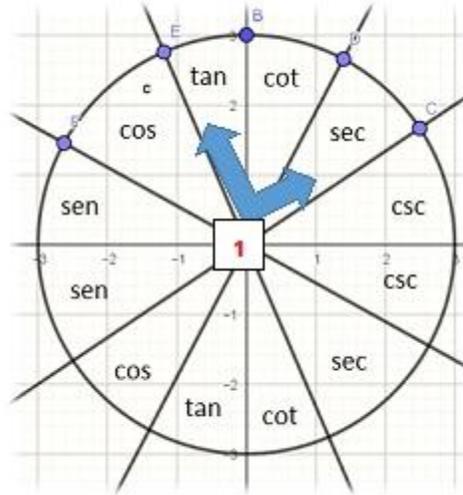


- Para obtener las identidades en forma de suma (identidad pitagórica) se toman (sen y cos) las dos funciones del mismo nombre y efectuando el producto o lo que es lo mismo obteniendo su cuadrado: $Sen * Sen = sen^2$; $cos * cos = cos^2$ sumando los cuadrados e igualando a uno, da como resultado la identidad pitagórica $sen^2 + cos^2 = 1$

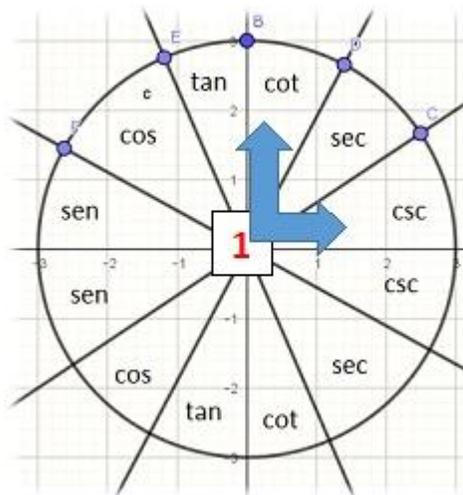


- Para obtener las otras identidades que se deducen de la Pitagórica, tomaremos el producto de dos tangentes sumada con uno y dará el cuadrado de la secante. Tomaremos el producto de dos cotangentes sumadas con uno dará el cuadrado del cosecante. (ambas en el círculo constituyen un sector de 90°, es decir se toman aquellas que forman un ángulo recto entre sí) /ver ilustración.

$$\tan^2 + 1 = \sec^2$$



$$\cot^2 + 1 = \csc^2$$



Recomendaciones de la estrategia:

- Es importante aclarar que para obtener las identidades pitagóricas se puede tomar solo un semicírculo y considerar las funciones al cuadrado.
- El docente siempre motivará la participación de los estudiantes, para conformar la lista de las identidades trigonométricas a estudiar.
- La estrategia puede ser aplicada para aprender o para evaluar aprendizajes.

Instituto Nacional Eliseo Picado (Área Interna)

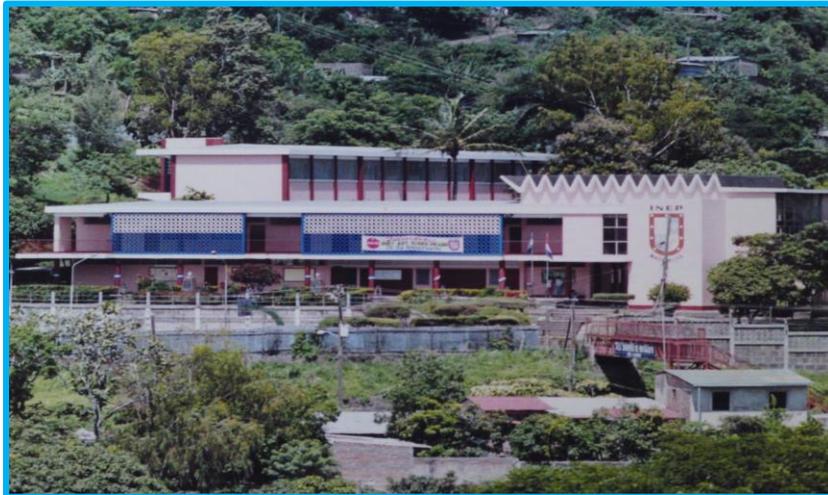


FOTO ANTES DE LA REMODELACIÓN (2011)



DESPUES DE LA REMODELACIÓN (2012).

MAESTROS DE AULA POR
TURNO INEP 2018

TURNO	V	M	TOTAL
TM	11	27	38
TV	15	20	35
TN	3	7	10
TS	6	25	31
TOTAL	35	79	114

Estudiantes contestando entrevista



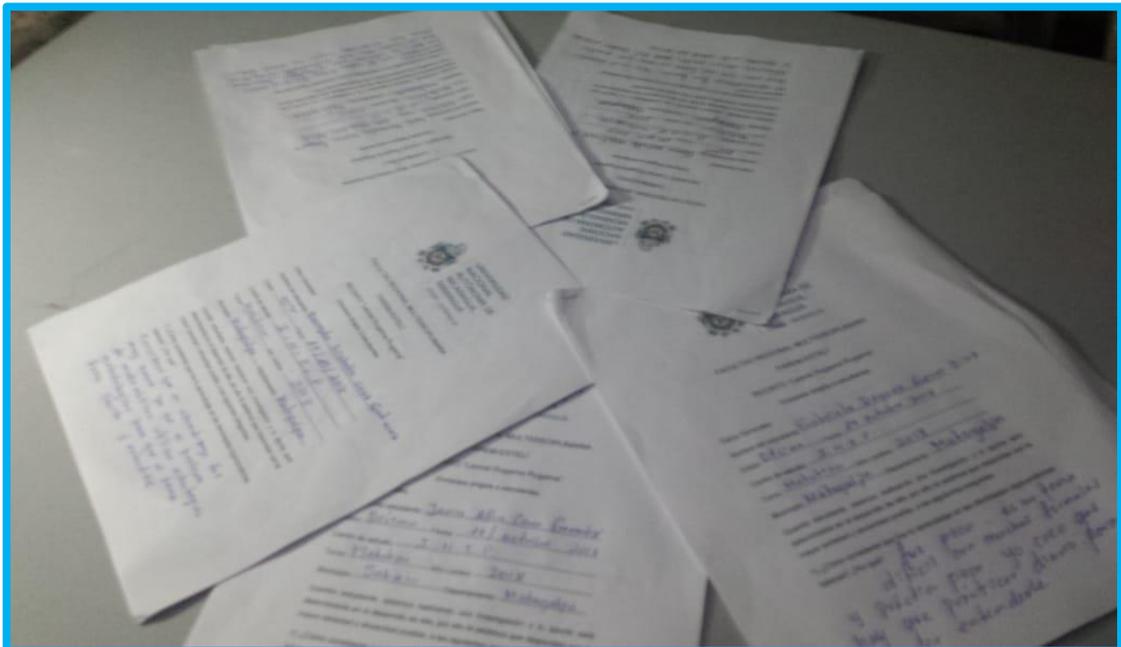
Estudiantes contestando entrevista



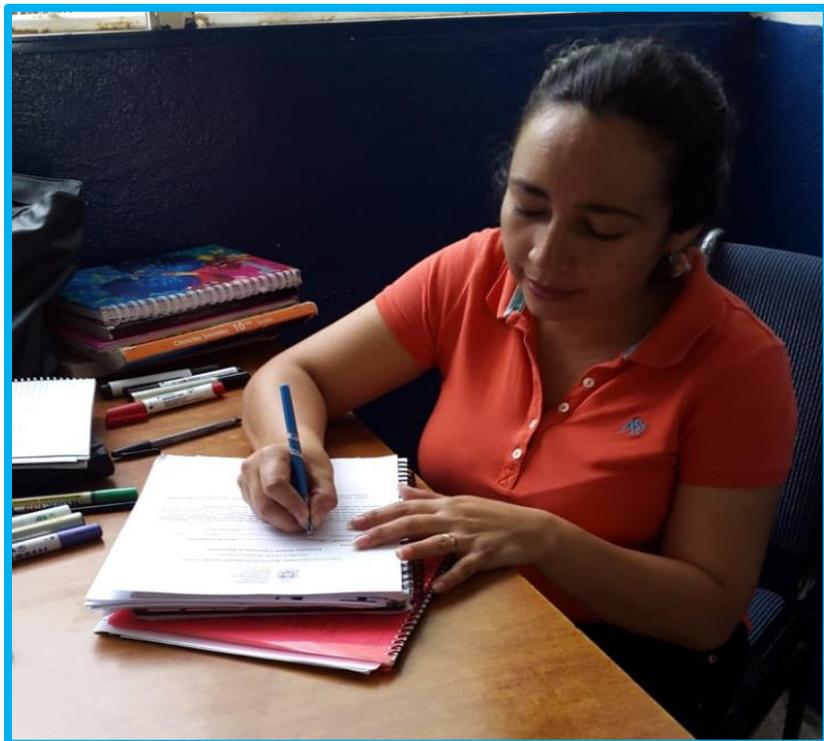
Orientando entrevistas a docentes



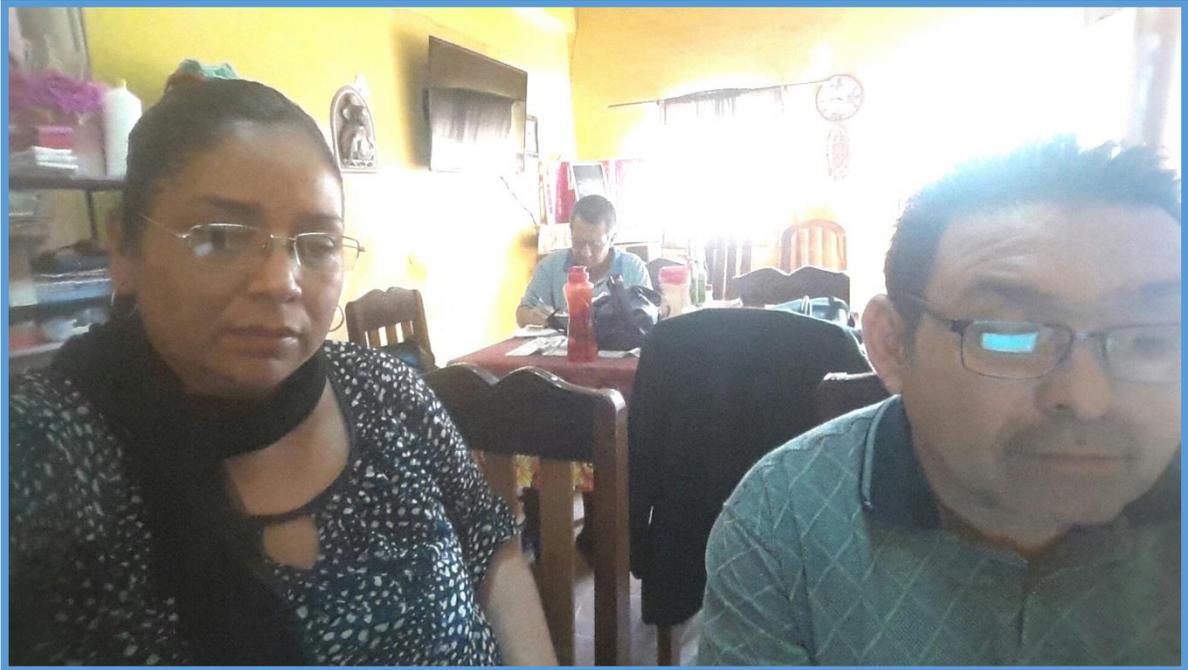
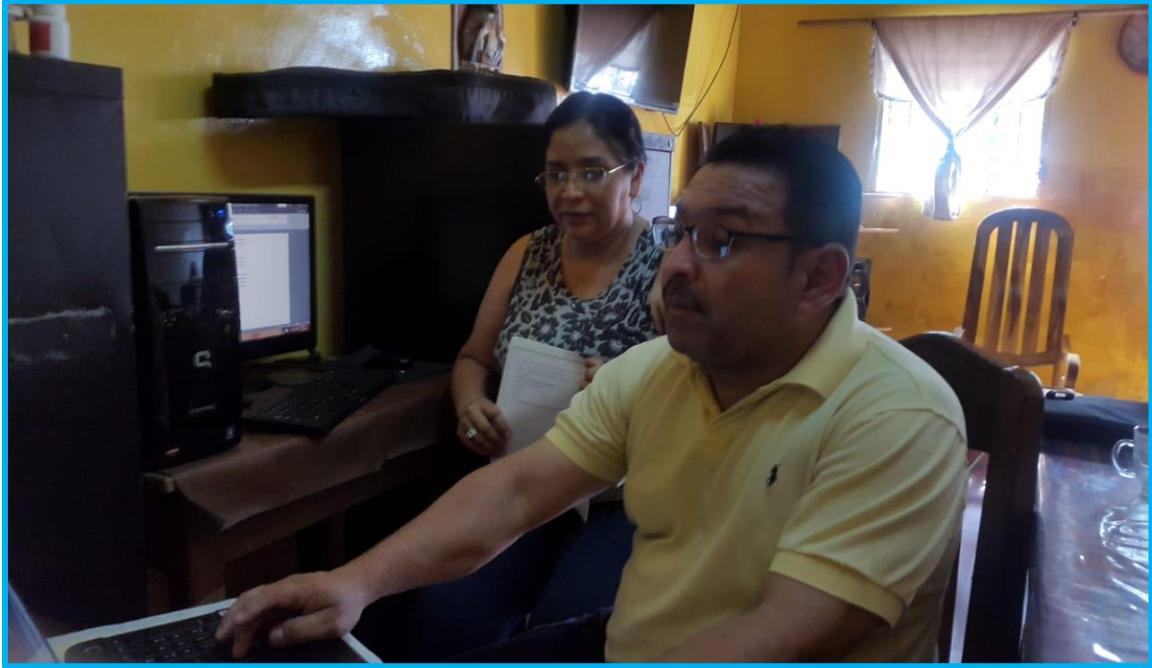
Evidencia de entrevistas aplicadas



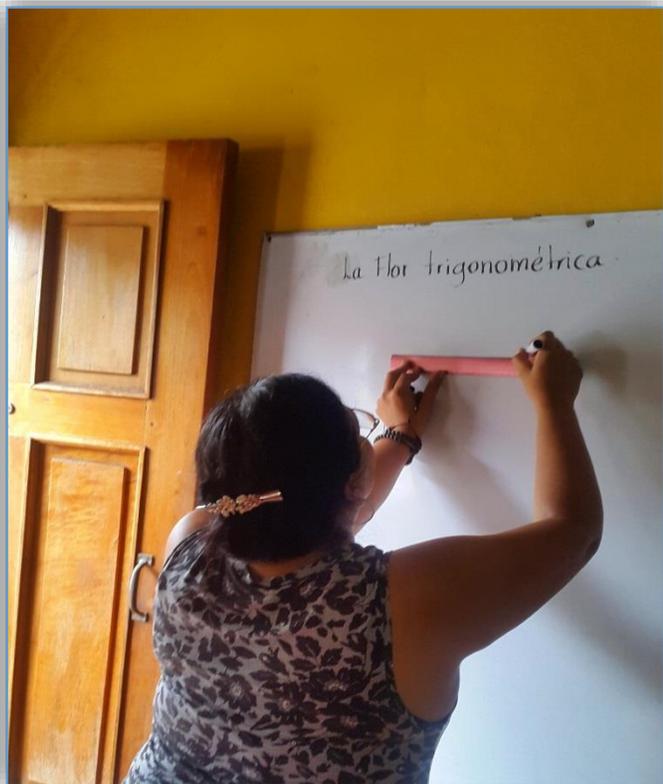
Docente de matemática contestando entrevista



Trabajando en la investigación



Diseñando la estrategia metodológica



1) Productos:
 Cada función seleccionada es el producto de las dos funciones adyacentes.
 $\text{Sen} = \text{Cos} \cdot \text{Tan} \Rightarrow \text{Cos} = \frac{\text{Sen}}{\text{Tan}}$
 $\text{Cos} = \text{Sen} \cdot \text{Cot} \Rightarrow \text{Sen} = \frac{\text{Cos}}{\text{Cot}}$
 $\text{Cot} = \text{Cos} \cdot \text{Csc} \Rightarrow \text{Cos} = \frac{\text{Cot}}{\text{Csc}}$
 $\text{Csc} = \text{Cot} \cdot \text{Sec} \Rightarrow \text{Cot} = \frac{\text{Csc}}{\text{Sec}}$
 $\text{Sec} = \text{Tan} \cdot \text{Csc} \Rightarrow \text{Tan} = \frac{\text{Sec}}{\text{Csc}}$
 $\text{Tan} = \text{Sen} \cdot \text{Sec} \Rightarrow \text{Sen} = \frac{\text{Tan}}{\text{Sec}}$

2) Los recíprocos:
 $\text{Sen} \cdot \text{Csc} = 1 \Rightarrow \text{Csc} = \frac{1}{\text{Sen}}$ y $\text{Sen} = \frac{1}{\text{Csc}}$
 $\text{Cos} \cdot \text{Sec} = 1 \Rightarrow \text{Sec} = \frac{1}{\text{Cos}}$ y $\text{Cos} = \frac{1}{\text{Sec}}$
 $\text{Tan} \cdot \text{Cot} = 1 \Rightarrow \text{Cot} = \frac{1}{\text{Tan}}$ y $\text{Tan} = \frac{1}{\text{Cot}}$

3) Cocientes: Cada función relacionada, se obtiene dividiendo las dos funciones consecutivas en ambas direcciones.
 $\text{Tan} = \frac{\text{Sen}}{\text{Cos}}$ y $\text{Tan} = \frac{\text{Csc}}{\text{Cot}}$
 $\text{Cot} = \frac{\text{Cos}}{\text{Sen}}$ y $\text{Cot} = \frac{\text{Csc}}{\text{Sec}}$
 $\text{Sen} = \frac{\text{Cos}}{\text{Cot}}$ y $\text{Sen} = \frac{\text{Tan}}{\text{Sec}}$
 $\text{Cos} = \frac{\text{Sen}}{\text{Tan}}$ y $\text{Cos} = \frac{\text{Cot}}{\text{Csc}}$
 $\text{Csc} = \frac{\text{Tan}}{\text{Sen}}$ y $\text{Csc} = \frac{\text{Cot}}{\text{Cot}}$
 $\text{Sec} = \frac{\text{Csc}}{\text{Cot}}$ y $\text{Sec} = \frac{\text{Cot}}{\text{Cot}}$
 $\text{Csc} = \frac{\text{Cot}}{\text{Cot}}$ y $\text{Csc} = \frac{\text{Cot}}{\text{Cot}}$
 $\text{Csc} = \frac{\text{Cot}}{\text{Cot}}$ y $\text{Csc} = \frac{\text{Cot}}{\text{Cot}}$

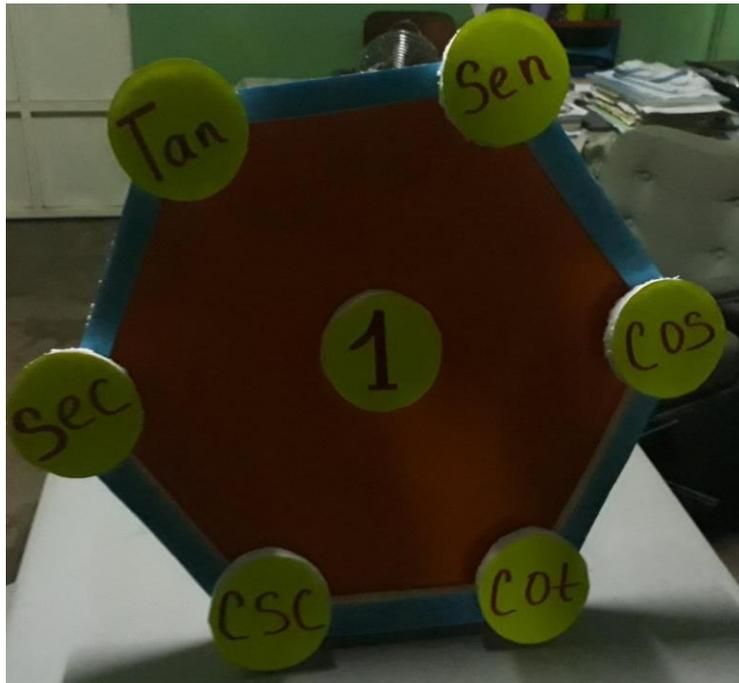
4) Cuando las funciones son cuerdas oblicuas en forma de suma en los dos lados representados del triángulo de la flor o cuando el ángulo de la flor es suplementario al ángulo de la suma o resta, las relaciones de las otras dos son:
 $\text{Sen}(\theta) = \text{Cos}(\phi)$ y $\text{Cos}(\theta) = \text{Sen}(\phi)$
 donde $\theta + \phi = 90^\circ$
 Según el algoritmo de reglas:
 Cada + cuando es igual al total menos el otro sumando, que lo real del otro.
 Sen θ = Cos ϕ
 Cos θ = Sen ϕ
 Tan θ = Cot ϕ
 Cot θ = Tan ϕ
 Csc θ = Sec ϕ
 Sec θ = Csc ϕ

5) Cuando las funciones son cuerdas adyacentes en forma de suma en los dos lados representados del triángulo de la flor o cuando el ángulo de la flor es suplementario al ángulo de la suma o resta, las relaciones de las otras dos son:
 $\text{Sen}(\theta) = \text{Sen}(\phi)$ y $\text{Cos}(\theta) = \text{Cos}(\phi)$
 donde $\theta = \phi$
 Según el algoritmo de reglas:
 Cada + cuando es igual al total menos el otro sumando, que lo real del otro.
 Sen θ = Sen ϕ
 Cos θ = Cos ϕ
 Tan θ = Tan ϕ
 Cot θ = Cot ϕ
 Csc θ = Csc ϕ
 Sec θ = Sec ϕ

6) Cuando las funciones son cuerdas opuestas en forma de suma en los dos lados representados del triángulo de la flor o cuando el ángulo de la flor es suplementario al ángulo de la suma o resta, las relaciones de las otras dos son:
 $\text{Sen}(\theta) = \text{Cos}(\phi)$ y $\text{Cos}(\theta) = \text{Sen}(\phi)$
 donde $\theta + \phi = 180^\circ$
 Según el algoritmo de reglas:
 Cada + cuando es igual al total menos el otro sumando, que lo real del otro.
 Sen θ = Cos ϕ
 Cos θ = Sen ϕ
 Tan θ = Cot ϕ
 Cot θ = Tan ϕ
 Csc θ = Sec ϕ
 Sec θ = Csc ϕ

7) Cuando las funciones son cuerdas opuestas en forma de resta en los dos lados representados del triángulo de la flor o cuando el ángulo de la flor es suplementario al ángulo de la suma o resta, las relaciones de las otras dos son:
 $\text{Sen}(\theta) = \text{Sen}(\phi)$ y $\text{Cos}(\theta) = \text{Cos}(\phi)$
 donde $\theta = \phi$
 Según el algoritmo de reglas:
 Cada + cuando es igual al total menos el otro sumando, que lo real del otro.
 Sen θ = Sen ϕ
 Cos θ = Cos ϕ
 Tan θ = Tan ϕ
 Cot θ = Cot ϕ
 Csc θ = Csc ϕ
 Sec θ = Sec ϕ

APLICANDO LA ESTRATEGIAS CON LOS ESTUDIANTES.



APLICANDO LA ESTRATEGIAS CON LOS ESTUDIANTES.

